

7.Gaia: TENTSIOETAN OREKATUTAKO SISTEMA TRIFASIKOAK.

7.0 HELBURUAK.

7.1 SISTEMA TRIFASIKO, OREKATU ETA DESOREKATUAK. SEKUENTZIA ZUZENA ETA ALDERANTZIZKOA.

7.2 LAU HARIDUN SISTEMA TRIFASIKOAK. TENTSIO SINPLE ETA KONPOSATUEN ARTEKO ERLAZIOA.

7.3 LAU HARIDUN SISTEMA TRIFASIKOA. IZARREAN KONEKTATUTAKO KARGAK.

7.3.1 KARGAK IZARREAN ETA OREKATUAK.

7.4 KARGAK TRIANGELUAN LOTUTA DITUEN SISTEMA TRIFASIKOA.

7.4.1 KARGAK TRIANGELUAN ETA OREKATUAK.

7.5 KARGA OREKATUAK DAUZKATEN SISTEMA TRIFASIKO OREKATUEN POTENTZIAK.

7.6 HIRU HARIDUN SISTEMA TRIFASIKOEN EBAZPENA.

7.6.1 KARGA IZARREAN.

7.6.2 KARGA TRIANGELUAN.

7.6.3 KARGAK IZARREAN ETA LINEAN.

7.6.4 KARGAK TRIANGELUAN ETA LINEAN.

7.6.5 KARGAK IZARREAN ETA TRIANGELUAN.

7.6.6 KARGAK IZARREAN, TRIANGELUAN ETA LINEAN.

7.7 FASEEN JARRAIPEN-ORDENAREN ZEHAZTAPENA.

7.8 POTENTZIAREN NEURKETA LAU HARIDUN SISTEMETAN.

7.9 POTENTZIAREN NEURKETA HIRU HARIDUN SISTEMETAN.

7.9.1 ARON METODOA

7.10 POTENTZIA ERREAKTIBOAREN NEURKETA KARGA DESOREKATUETAN.

7.11 BIBLIOGRAFIA.

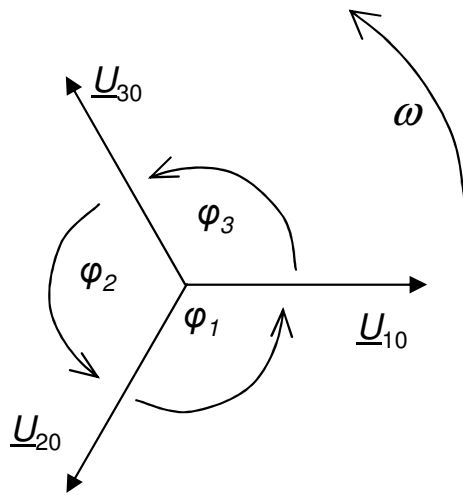
- Iturri eta kargen konexio motak ezagutzea.
- Sistema trifasiko baten sekuentziaren garrantzia ulertzea.
- Zirkuitu trifasikoen ebazpen-metodo bereziak ezagutzea.
- Beren baliokide monofasikoak erabiliz zirkuitu trifasiko eta orekatuen ebazpena ikertzea.
- Ordezkapen metodoak erabiliz hiru hariko izarren ebazpenerako Kenelly-ren Teoremaren garrantziaz ohartzea.
- Zirkuitu trifasikoetan potentzia aktiboa eta erreaktiboaren neurketaren garrantziaz jabetzea.
- Aron metodoa eta bertatik eratorritako ondorio guztiak ikertzea.

7.1 SISTEMA TRIFASIKO, OREKATU ETA DESOREKATUAK. SEKUENTZIA ZUZENA ETA ALDERANTZIZKOA. (1)

DEFINIZIOA:

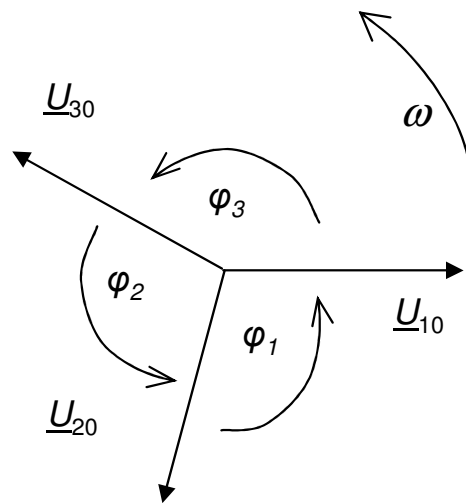
Hiru tentsioz osaturiko sistemari sistema trifasikoa deritzo.

Hiru tentsioek modulu bera badute eta beren artean 120° -ko desfasea badute, sistema trifasikoa, **tentsioetan orekatua** dela esango dugu. Bi baldintzetatik bat betetzen ez bada, sistema tentsioetan desorekatua dela esango dugu.



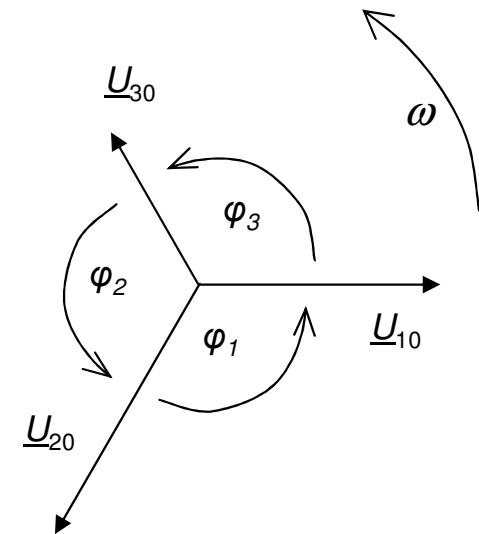
Sistema trifasiko orekatua.

$$|\underline{U}_{10}| = |\underline{U}_{20}| = |\underline{U}_{30}| \text{ eta } \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3$$



Sistema trifasiko desorekatua

$$|\underline{U}_{10}| = |\underline{U}_{20}| = |\underline{U}_{30}| \text{ baina } \varphi_1 \neq \varphi_2 \neq \varphi_3$$

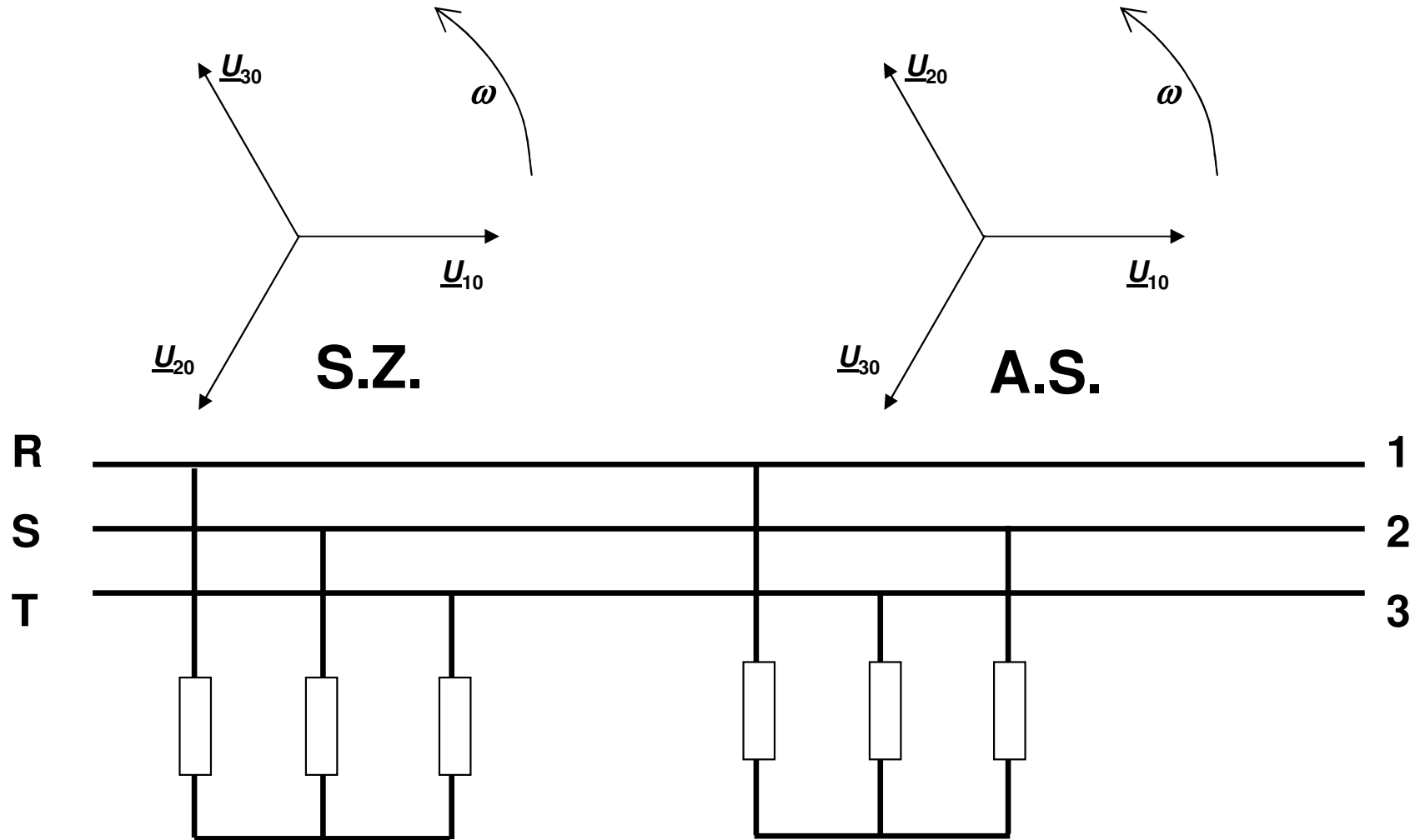


Sistema trifasiko desorekatua

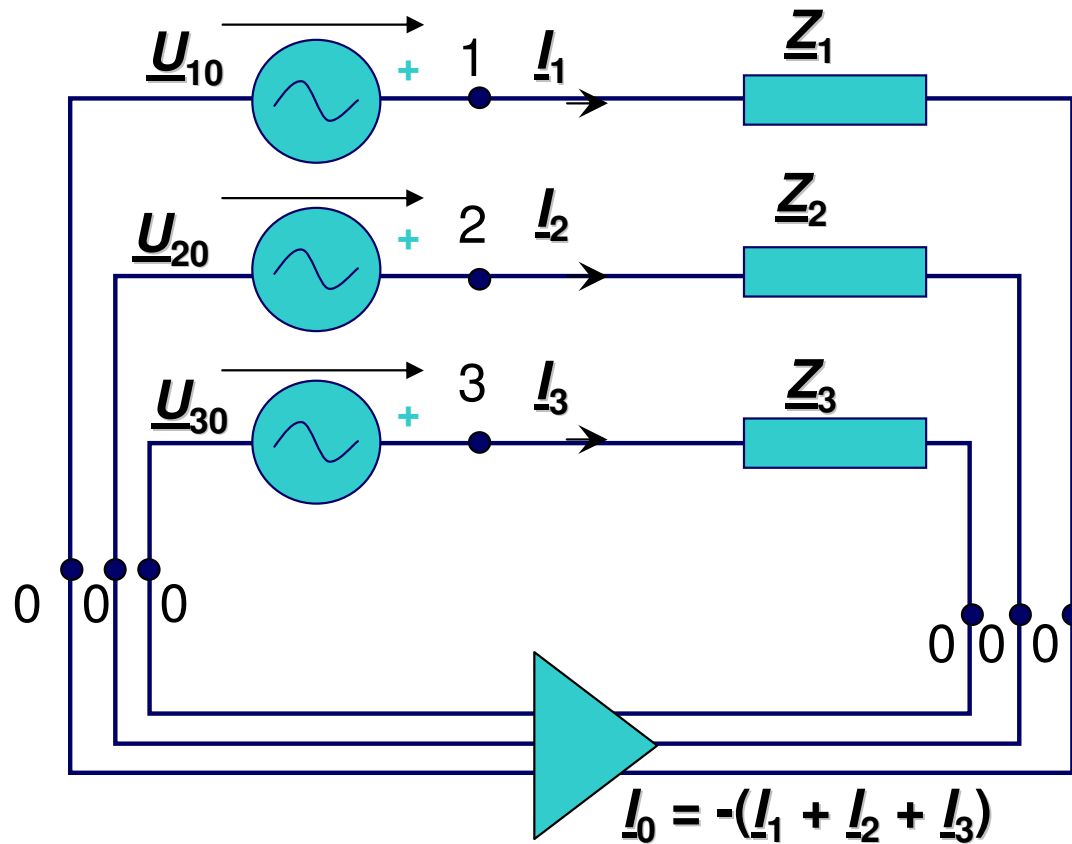
$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 \text{ baina } |\underline{U}_{10}| \neq |\underline{U}_{20}| \neq |\underline{U}_{30}|$$

Gai honetan, tentsioetan orekatuak diren zirkuitu trifasikoak baino ez ditugu aztertuko.

Tentsioen bektore-diagrama behatzean, tentsioak 1-2-3 ordenan, igarotzen direla ikusten badugu, erlojuaren aurkako noranzkoan biratzean, sekuentzia zuzena dela esango dugu. Aldiz, 1-3-2 ordenan igarotzen badira, sekuentziari alderantzizkoa esango diogu.



Sistema zuzen batetik alderantzizkora edo alderantzizkotik zuzenera igarotzeko, bi fase euren artean trukatzea baino ez dugu.

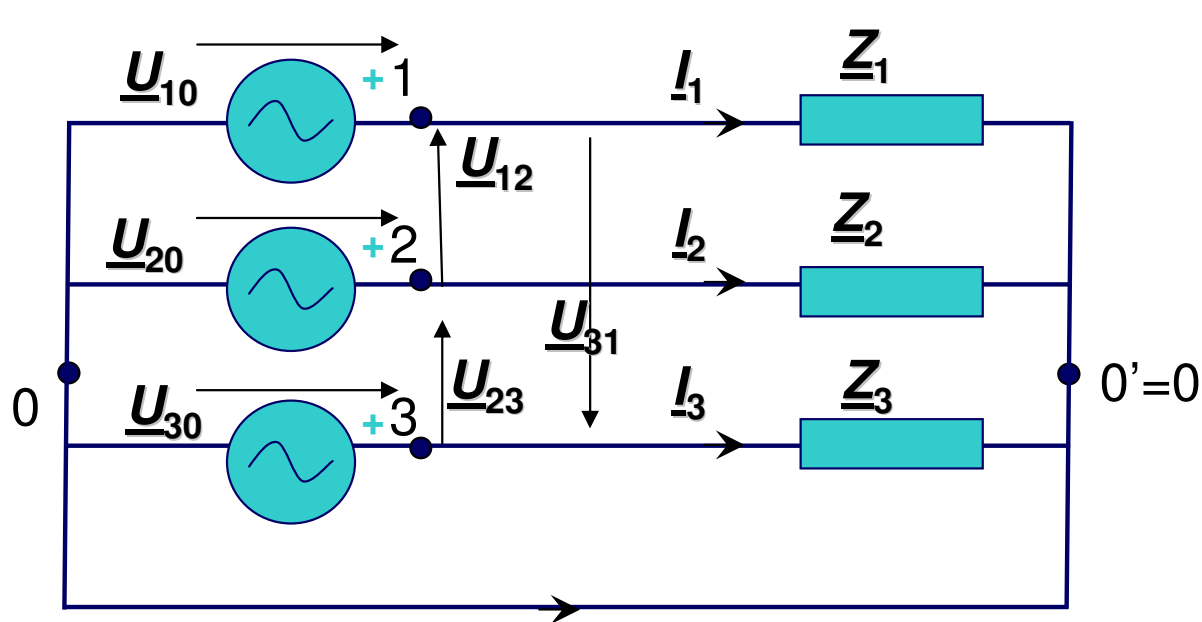


$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{10}}{\underline{Z}_1} = \frac{\underline{U}_{10}}{Z_1 \angle \varphi_1}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{20}}{\underline{Z}_2} = \frac{\underline{U}_{20}}{Z_2 \angle \varphi_2}$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{30}}{\underline{Z}_3} = \frac{\underline{U}_{30}}{Z_3 \angle \varphi_3}$$

Sei haridun sistema hau, lau hariduna bihur dezakegu, 0 izena duten sei puntuak lotuz, potentzial bereko puntuak baitira.



$$I_0 = -(I_1 + I_2 + I_3)$$

$$I_1 = \frac{U_{10}}{Z_1} = \frac{U_{10}}{Z_1 \angle \varphi_1}$$

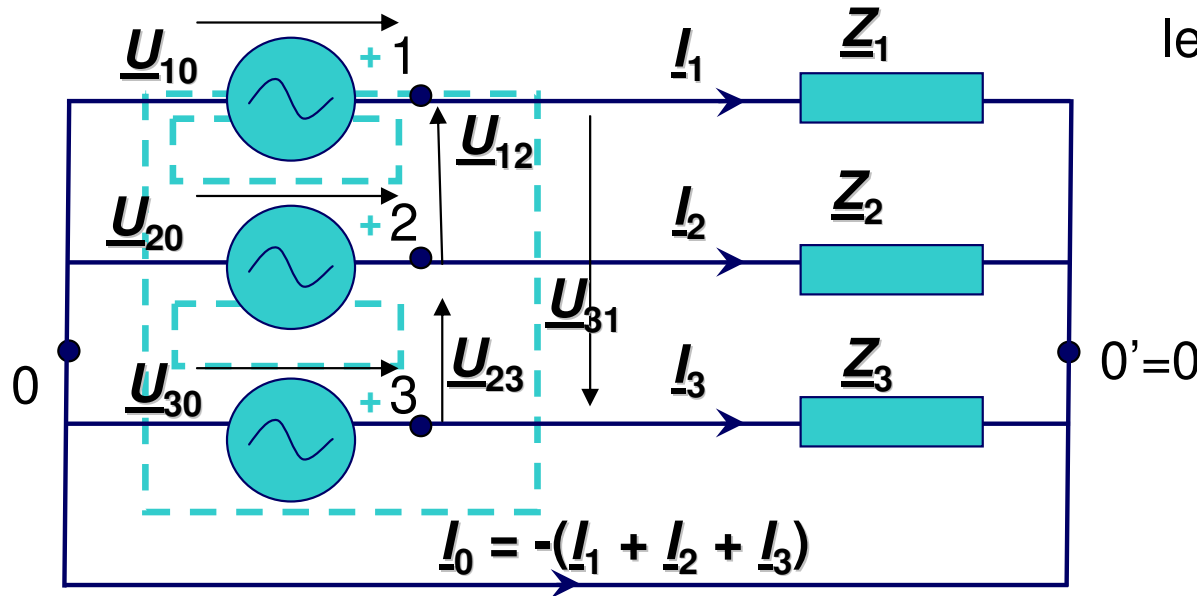
$$I_2 = \frac{U_{20}}{Z_2} = \frac{U_{20}}{Z_2 \angle \varphi_2}$$

$$I_3 = \frac{U_{30}}{Z_3} = \frac{U_{30}}{Z_3 \angle \varphi_3}$$

Lau haridun sistema berrian, aurreko sei hariko sisteman betetzen ziren baldintza berak beteko dira. Era berean ondokoa ere gaineratu daiteke:

- 0 puntua sorgailuko neutroa da.
- 0' kargako neutroa da.
- \underline{U}_{10} , \underline{U}_{20} , \underline{U}_{30} Tentsio sinpleak \underline{U}_S dira.
- \underline{U}_{12} , \underline{U}_{23} , \underline{U}_{31} Tentsio konposatuak \underline{U}_K dira.

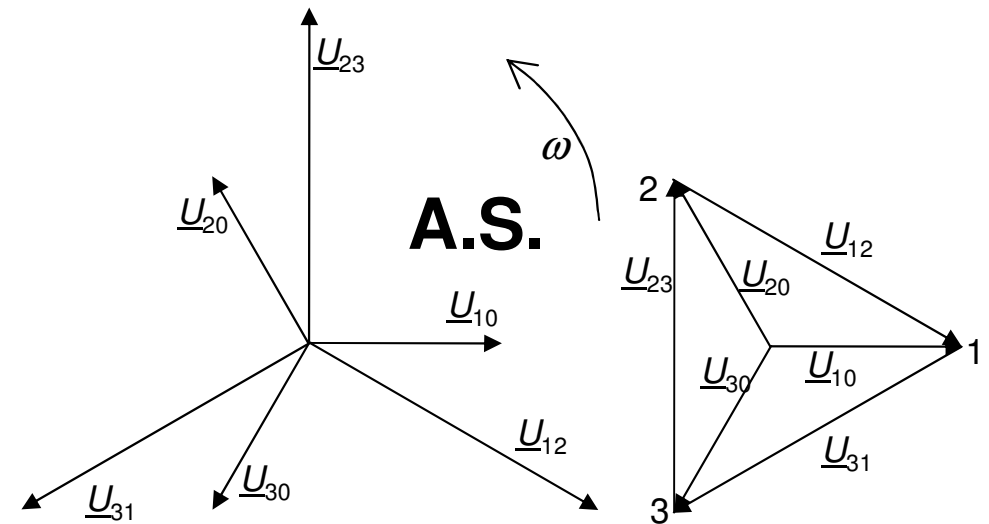
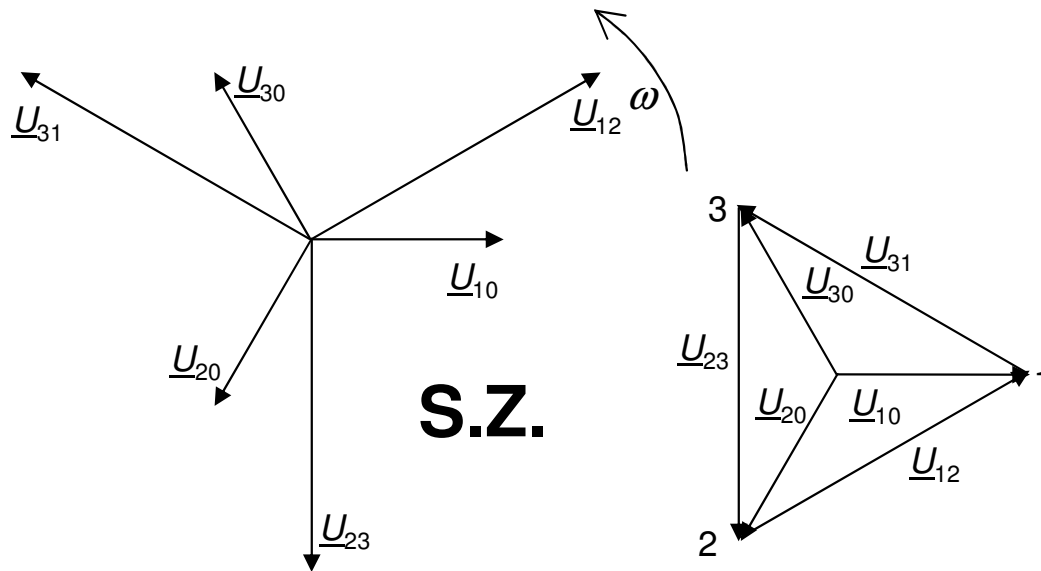
Tentsio sinple eta konposatuek eskeman eratzen dituzten bide itxietan zehar Kirchhoff-en 2. legea aplikatuz gero:



$$\underline{U}_{12} = \underline{U}_{10} - \underline{U}_{20}$$

$$\underline{U}_{23} = \underline{U}_{20} - \underline{U}_{30}$$

$$\underline{U}_{31} = \underline{U}_{30} - \underline{U}_{10}$$



Tentsio sinpleek tentsioetan orekatua den sistema trifasikoa eratzten duten bezala, tentsio konposatuek ere osatuko dute. Tentsio konposatu eta sinpleen arteko erlazioak lortzeko bektore-diagramara joko dugu.

Tentsio sinpleak berdina dira moduluan eta 120° -ra daude. Moduluari U_S deituko diogu eta S.Z. eta A.S. hauexek dira tentsio sinpleen arteko erlazioak:

Sek. Zuzena Alderantzizko Sek.

$$\underline{U}_{10} = U_S \angle 0^\circ \quad \underline{U}_{10} = U_S \angle 0^\circ$$

$$\underline{U}_{20} = U_S \angle -120^\circ \quad \underline{U}_{20} = U_S \angle 120^\circ$$

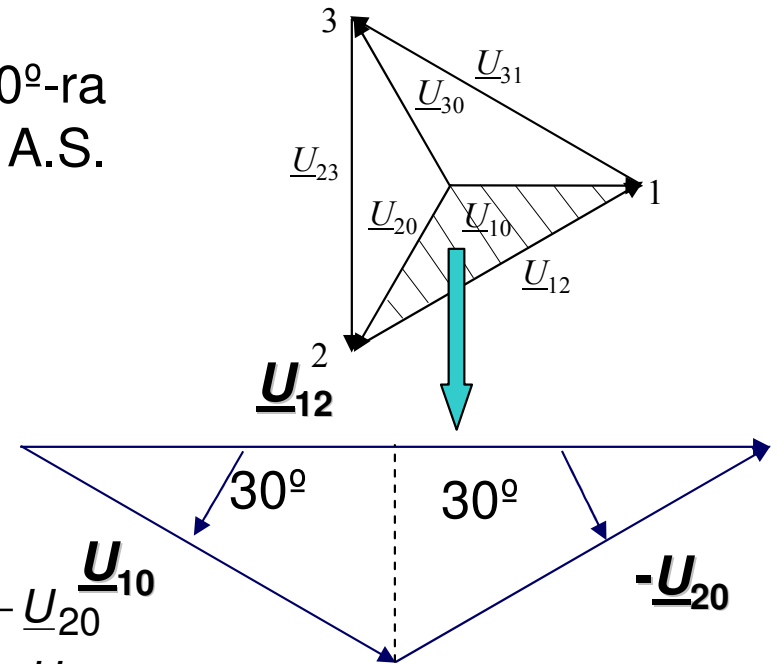
$$\underline{U}_{30} = U_S \angle 120^\circ \quad \underline{U}_{30} = U_S \angle -120^\circ$$

Bektore-diagramako \underline{U}_{10} marradun triangelua hiru faseetarako berdina da eta Kirchhoff-en bigarren legearen adierazpen grafikoa baino ez da.

$$\underline{U}_{12} = \underline{U}_{10} - \underline{U}_{20}$$

$$\underline{U}_{23} = \underline{U}_{20} - \underline{U}_{30}$$

$$\underline{U}_{31} = \underline{U}_{30} - \underline{U}_{10}$$



Triangeluaren iruditik:

$$|\underline{U}_{12}| = |\underline{U}_{10}| \cdot \cos 30^\circ + |\underline{U}_{20}| \cdot \cos 30^\circ = U_S \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + U_S \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 \cdot U_S \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \cdot U_S$$

SZ

$$\underline{U}_{12} = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_{10} \angle 30^\circ$$

$$\underline{U}_{23} = \underline{U}_{12} \angle -120^\circ$$

$$\underline{U}_{31} = \underline{U}_{12} \angle 120^\circ$$

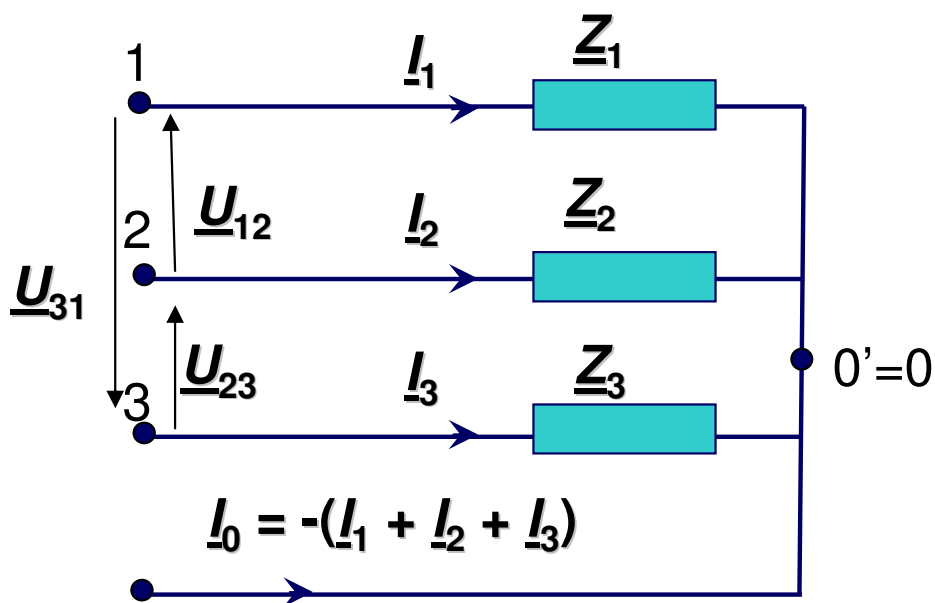
AS

$$\underline{U}_{12} = \sqrt{3} \cdot \underline{U}_{10} \angle -30^\circ$$

$$\underline{U}_{23} = \underline{U}_{12} \angle 120^\circ$$

$$\underline{U}_{31} = \underline{U}_{12} \angle -120^\circ$$

Fase bakoitza karga bati lotzen zaionean eta gainera kargak euren artean lotu eta neutroari konektatzen bazaizkio, kargak itxirik eta izar bat eratuz lotu direla esango dugu. S.Z.-erako:



$$\underline{I}_1 = \frac{U_{10}}{\underline{Z}_1} = \frac{U_{10}}{Z_1 \angle \varphi_1} \quad \underline{I}_2 = \frac{U_{20}}{\underline{Z}_2} = \frac{U_{20}}{Z_2 \angle \varphi_2}$$

$$\underline{I}_3 = \frac{U_{30}}{\underline{Z}_3} = \frac{U_{30}}{Z_3 \angle \varphi_3}$$

Hiru kargak berdinak direnean, **izarra orekatu** da, eta hau xe beteko da:

$$Z_1 \angle \varphi_1 = Z_2 \angle \varphi_2 = Z_3 \angle \varphi_3 = Z_\lambda \angle \varphi_\lambda$$

$$\underline{I}_1 = \frac{U_{10}}{\underline{Z}_1} = \frac{U_{10}}{Z_\lambda \angle \varphi_\lambda} = \frac{U_s}{Z_\lambda} \angle -\varphi_\lambda \quad \underline{I}_2 = \frac{U_{20}}{\underline{Z}_2} = \frac{U_{20}}{Z_\lambda \angle \varphi_\lambda} = \frac{U_s}{Z_\lambda} \angle -120 - \varphi_\lambda \quad \underline{I}_3 = \frac{U_{30}}{\underline{Z}_3} = \frac{U_{30}}{Z_\lambda \angle \varphi_\lambda} = \frac{U_s}{Z_\lambda} \angle 120 - \varphi_\lambda$$

$$|\underline{I}_1| = |\underline{I}_2| = |\underline{I}_3| = I_\lambda \quad \Rightarrow \quad \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = -\underline{I}_0 = 0$$

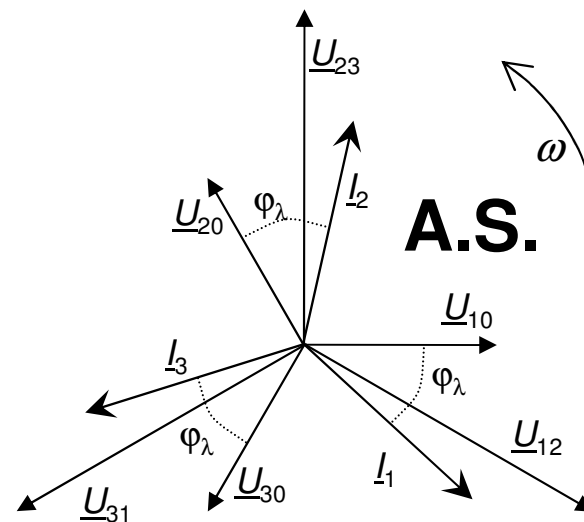
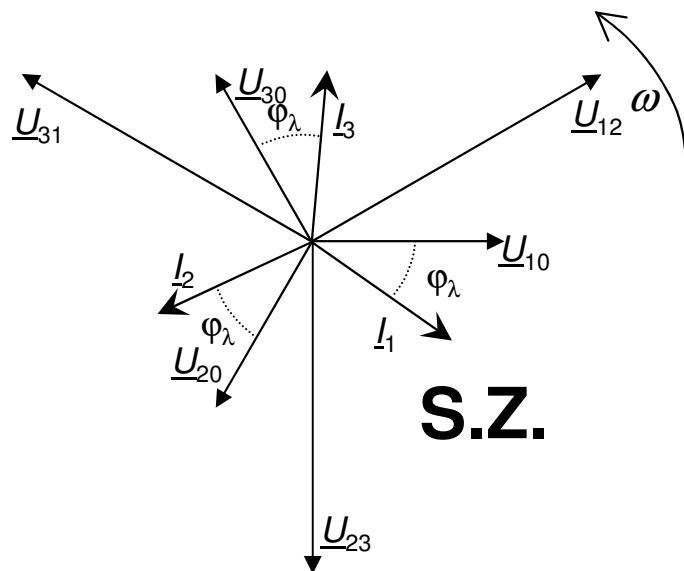
Aurreko guztia kontuan hartuz, sistemaren bektore-diagrama hauxe izango da:

$$Z_1 \angle \varphi_1 = Z_2 \angle \varphi_2 = Z_3 \angle \varphi_3 = Z_\lambda \angle \varphi_\lambda$$

$$\text{S.Z.} \quad I_1 = \frac{U_{10}}{Z_1} = \frac{U_{10}}{Z_\lambda \angle \varphi_\lambda} = \frac{U_s}{Z_\lambda} \angle -\varphi_\lambda \quad I_2 = \frac{U_{20}}{Z_2} = \frac{U_{20}}{Z_\lambda \angle \varphi_\lambda} = \frac{U_s}{Z_\lambda} \angle -120 - \varphi_\lambda \quad I_3 = \frac{U_{30}}{Z_3} = \frac{U_{30}}{Z_\lambda \angle \varphi_\lambda} = \frac{U_s}{Z_\lambda} \angle 120 - \varphi_\lambda$$

$$\text{A.S.} \quad I_1 = \frac{U_{10}}{Z_1} = \frac{U_{10}}{Z_\lambda \angle \varphi_\lambda} = \frac{U_s}{Z_\lambda} \angle -\varphi_\lambda \quad I_2 = \frac{U_{20}}{Z_2} = \frac{U_{20}}{Z_\lambda \angle \varphi_\lambda} = \frac{U_s}{Z_\lambda} \angle 120 - \varphi_\lambda \quad I_3 = \frac{U_{30}}{Z_3} = \frac{U_{30}}{Z_\lambda \angle \varphi_\lambda} = \frac{U_s}{Z_\lambda} \angle -120 - \varphi_\lambda$$

$$|I_1| = |I_2| = |I_3| = I_\lambda \quad \Rightarrow \quad I_1 + I_2 + I_3 = -I_0 = 0$$

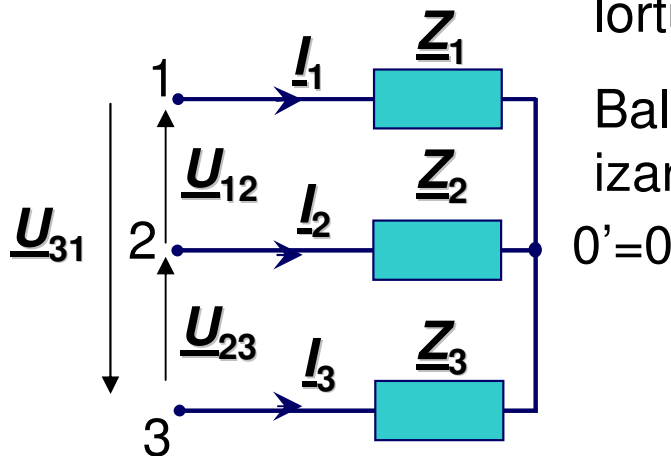


Karga orekatua deneko kasurako

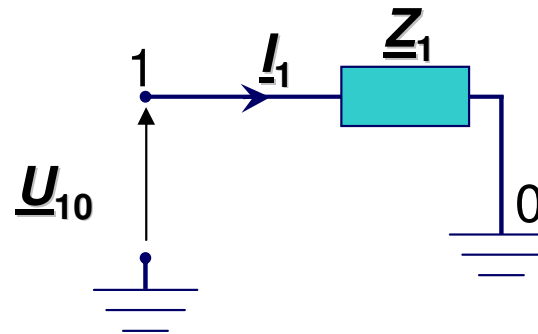
$$|I_1| = |I_2| = |I_3| = I_\lambda \quad \Rightarrow \quad \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = -\underline{I}_0 = 0 \quad \text{betetzen denez.}$$

Neutrotik ez dago korrante zirkulaziorik eta neutroaren haria ken daiteke beste ezer aldatzen ez delarik, hiru haridun sistema bilakatuz lau hariko sistema zena.

Eta **baliokide monofasikoaren** bidez ebatziko dugu. Ohikoa da lehenengo fasearen baliokide monofasikoa erabiltzea. Beste bi faseetako korrante eta tentsioak 120° -ko desfaseak eginez lortuko ditugu.



Baliokide monofasikoa tentsio sinpleaz, lineako korronteaz eta izarraren inpedantziak eratuta egongo da.



S.Z. $I_1 = \frac{U_{10}}{Z_1} = \frac{U_{10}}{Z_\lambda \angle \varphi_\lambda} = \frac{U_s}{Z_\lambda} \angle -\varphi_\lambda$

$$I_2 = I_1 \cdot 1 \angle -120^\circ$$

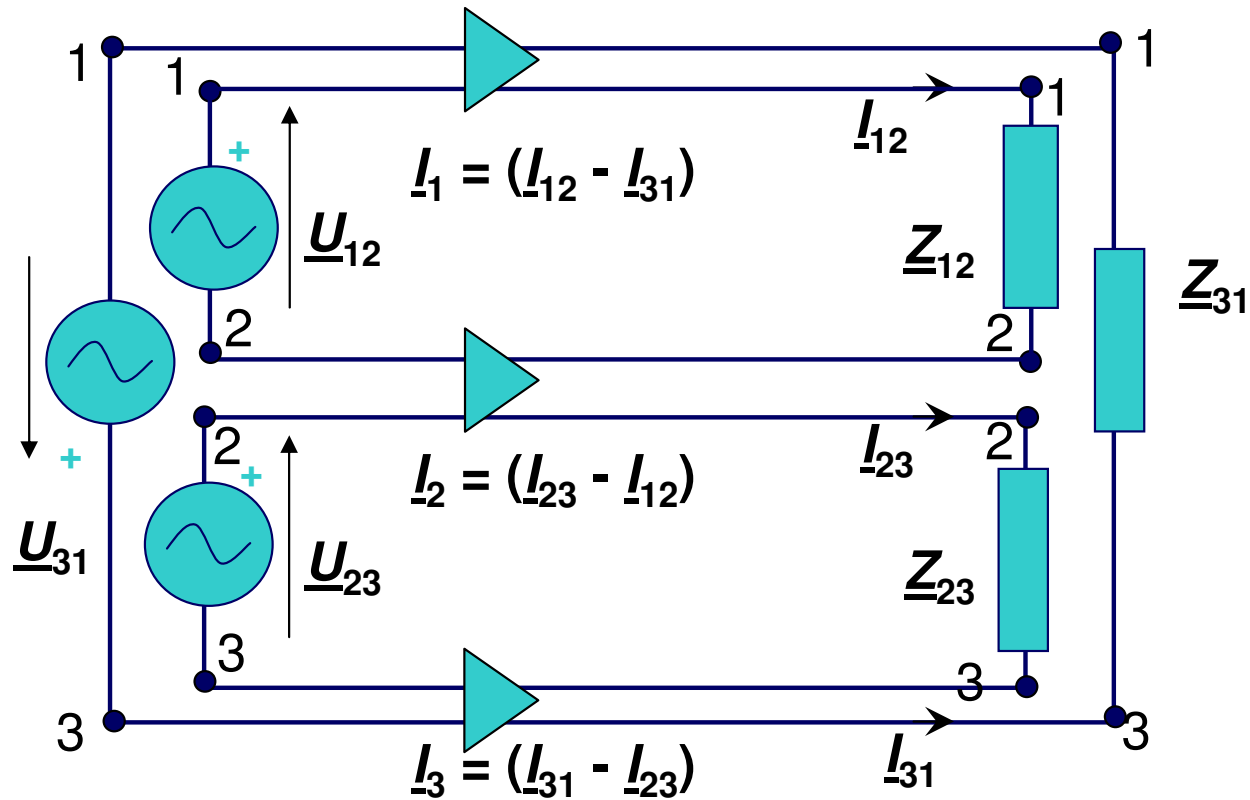
$$I_3 = I_1 \cdot 1 \angle 120^\circ$$

A.S. $I_1 = \frac{U_{10}}{Z_1} = \frac{U_{10}}{Z_\lambda \angle \varphi_\lambda} = \frac{U_s}{Z_\lambda} \angle -\varphi_\lambda$

$$I_2 = I_1 \cdot 1 \angle 120^\circ$$

$$I_3 = I_1 \cdot 1 \angle -120^\circ$$

Sei hariko sistemara bueltatuz horrela ere konekta zitekeen:



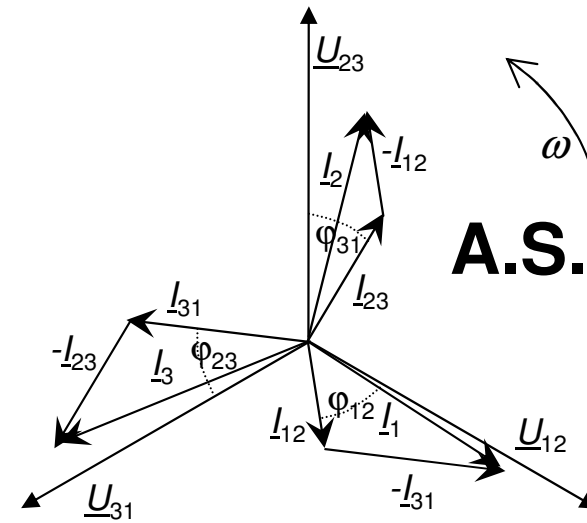
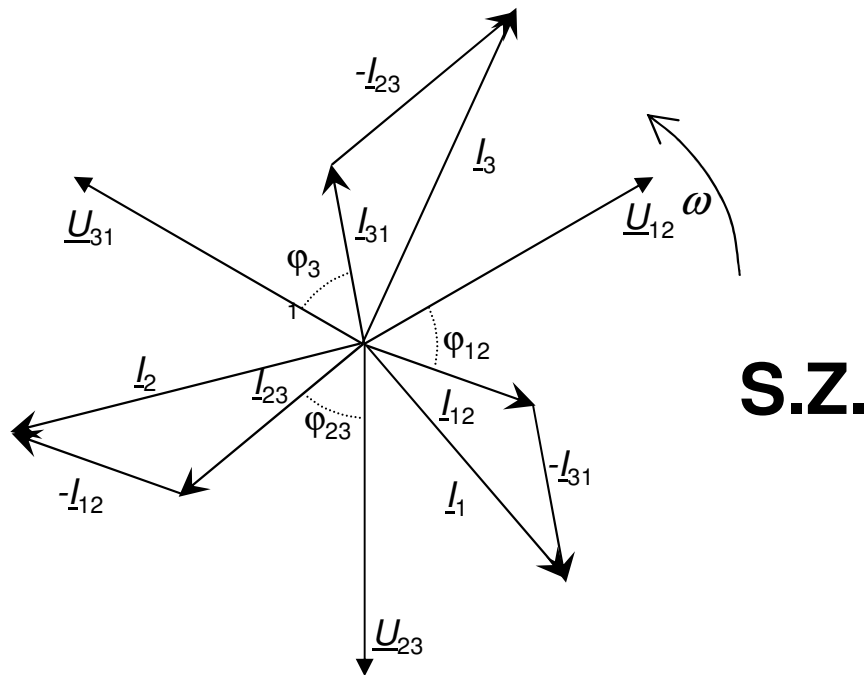
NON:

$$\underline{I}_{12} = \frac{\underline{U}_{12}}{\underline{Z}_{12}} \quad \underline{I}_{23} = \frac{\underline{U}_{23}}{\underline{Z}_{23}} \quad \underline{I}_{31} = \frac{\underline{U}_{31}}{\underline{Z}_{31}}$$

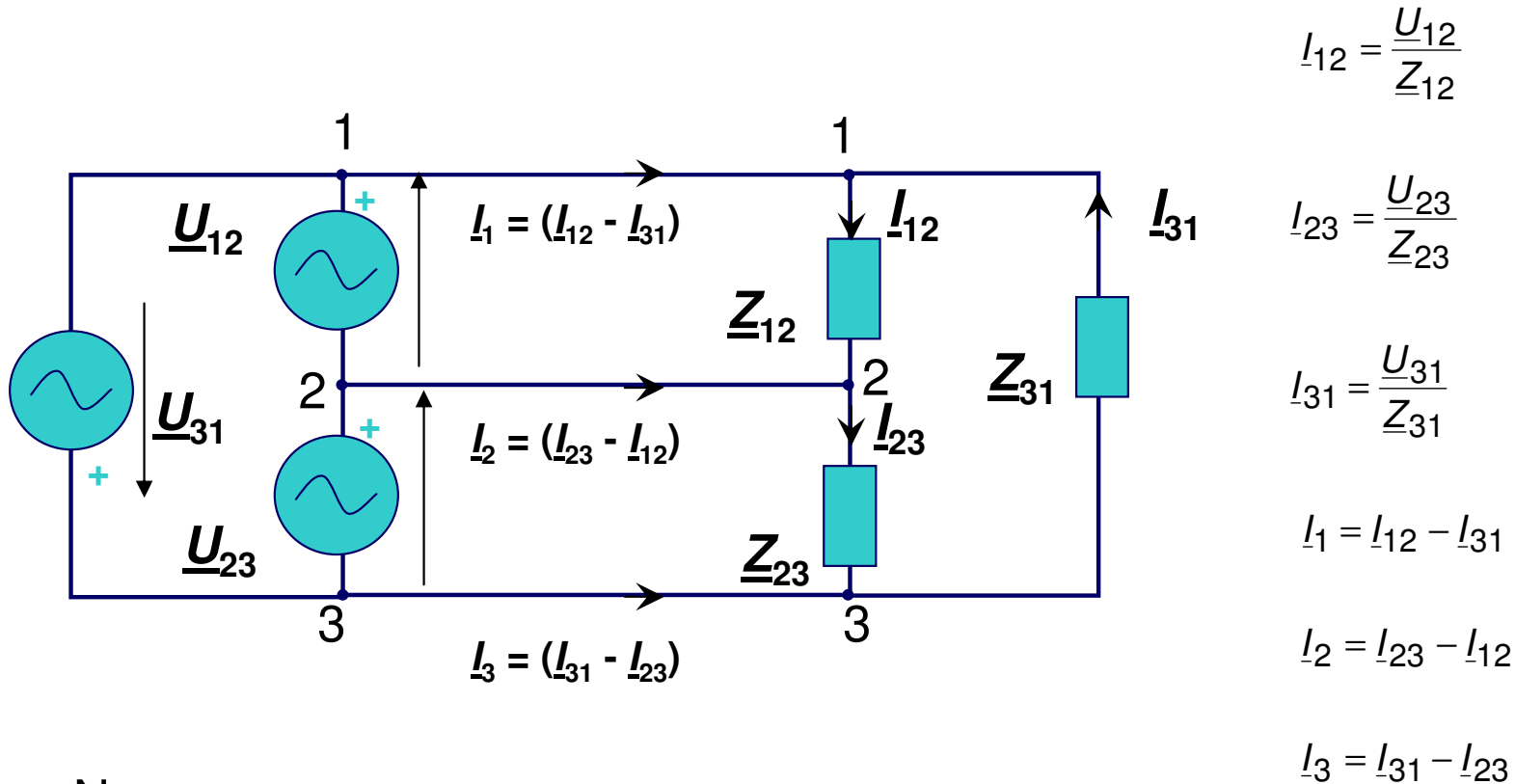
$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31} \quad \underline{I}_2 = \underline{I}_{23} - \underline{I}_{12} \quad \underline{I}_3 = \underline{I}_{31} - \underline{I}_{23}$$

7.4 KARGAK TRIANGELUAN LOTUTA DITUEN SISTEMA TRIFASIKOA(2)

Eta bektore-diagrama:



Hiru sorgailu monofasikoen ordez trifasiko bat jarriko bagenu:



Non:

- \underline{U}_{12} , \underline{U}_{23} eta \underline{U}_{31} sistemako tentsio konposatuak \underline{U}_K diren.
- \underline{I}_{12} , \underline{I}_{23} eta \underline{I}_{31} kargako intentsitateak edo sinpleak \underline{I}_S diren
- \underline{I}_1 , \underline{I}_2 eta \underline{I}_3 lineako intentsitateak edo konposatuak \underline{I}_L diren.

7.4 KARGAK TRIANGELUAN LOTUTA DITUEN SISTEMA TRIFASIKOA (4)

7.4.1 KARGAK TRIANGELUAN ETA OREKATUAK.

Triangeluan lotutako karga orekatua denean, hauxe beteko da:

$$\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{23} = \underline{Z}_{31} = \underline{Z}_{\Delta} = Z_{\Delta} \angle \varphi_{\Delta}$$

S.Z.

$$I_{12} = \frac{U_{12}}{\underline{Z}_{12}} = \frac{U_K \angle 0^\circ}{Z_{\Delta} \angle \varphi_{\Delta}} = \frac{U_K}{Z_{\Delta}} \angle -\varphi_{\Delta} = I_S \angle -\varphi_{\Delta}$$

$$I_{23} = \frac{U_{23}}{\underline{Z}_{23}} = \frac{U_K \angle -120^\circ}{Z_{\Delta} \angle \varphi_{\Delta}} = \frac{U_K}{Z_{\Delta}} \angle -120^\circ - \varphi_{\Delta} = I_S \angle -120^\circ - \varphi_{\Delta}$$

$$I_{31} = \frac{U_{31}}{\underline{Z}_{31}} = \frac{U_K \angle 120^\circ}{Z_{\Delta} \angle \varphi_{\Delta}} = \frac{U_K}{Z_{\Delta}} \angle 120^\circ - \varphi_{\Delta} = I_S \angle 120^\circ - \varphi_{\Delta}$$

S.Z.

$$\begin{aligned} I_{12} &= I_S \angle -\varphi_{\Delta} \\ I_{23} &= I_S \angle -120^\circ - \varphi_{\Delta} \\ I_{31} &= I_S \angle 120^\circ - \varphi_{\Delta} \end{aligned} \Rightarrow I_{23} = I_{12} \cdot 1 \angle -120^\circ \quad I_{31} = I_{12} \cdot 1 \angle 120^\circ$$

A.S.

$$I_{12} = \frac{U_{12}}{\underline{Z}_{12}} = \frac{U_K \angle 0^\circ}{Z_{\Delta} \angle \varphi_{\Delta}} = \frac{U_K}{Z_{\Delta}} \angle -\varphi_{\Delta} = I_S \angle -\varphi_{\Delta}$$

$$I_{23} = \frac{U_{23}}{\underline{Z}_{23}} = \frac{U_K \angle 120^\circ}{Z_{\Delta} \angle \varphi_{\Delta}} = \frac{U_K}{Z_{\Delta}} \angle 120^\circ - \varphi_{\Delta} = I_S \angle 120^\circ - \varphi_{\Delta}$$

$$I_{31} = \frac{U_{31}}{\underline{Z}_{31}} = \frac{U_K \angle -120^\circ}{Z_{\Delta} \angle \varphi_{\Delta}} = \frac{U_K}{Z_{\Delta}} \angle -120^\circ - \varphi_{\Delta} = I_S \angle -120^\circ - \varphi_{\Delta}$$

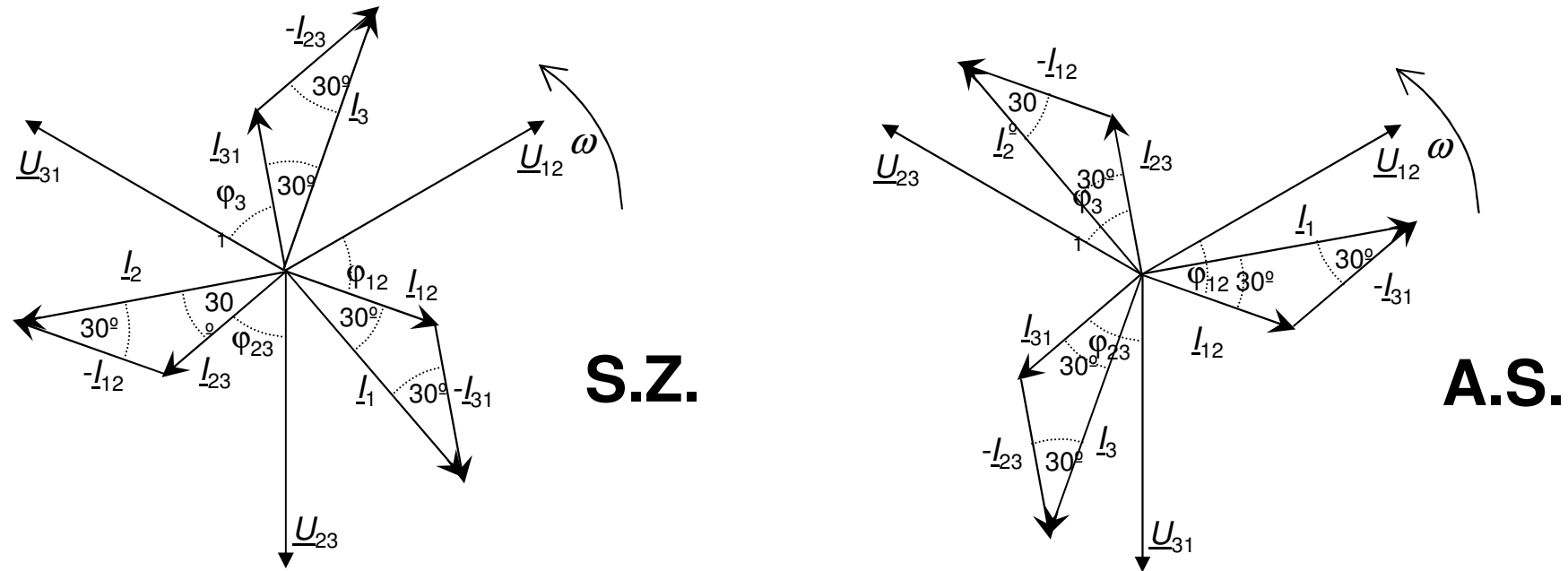
A.S.

$$\begin{aligned} I_{12} &= I_S \angle -\varphi_{\Delta} \\ I_{23} &= I_S \angle 120^\circ - \varphi_{\Delta} \\ I_{31} &= I_S \angle -120^\circ - \varphi_{\Delta} \end{aligned} \Rightarrow I_{23} = I_{12} \cdot 1 \angle 120^\circ \quad I_{31} = I_{12} \cdot 1 \angle -120^\circ$$

7.4 KARGAK TRIANGELUAN LOTUTA DITUEN SISTEMA TRIFASIKOA (5)

7.4.1 KARGAK TRIANGELUAN ETA OREKATUAK.

Triangeluan lotutako karga orekatuarentzako bektore-diagrama:



Lineako intentsitateak sekuentzia zuzenean kargakoekiko 30° atzeratuta daude, eta alderantzizko sekuentziakoak 30° aurreratuta daude. Baina kasu bietan korrontesistema orekatuak sortuko dira; I_S kargako korronteen modulua bada eta I_L lineako korronteen modulua bada, orduan euren arteko erlazioa:

$$|I_1| = |I_{12}| \cdot \cos 30^\circ + |I_{31}| \cdot \cos 30^\circ = 2 \cdot I_S \cdot \cos 30^\circ = \sqrt{3} \cdot I_S = I_L$$

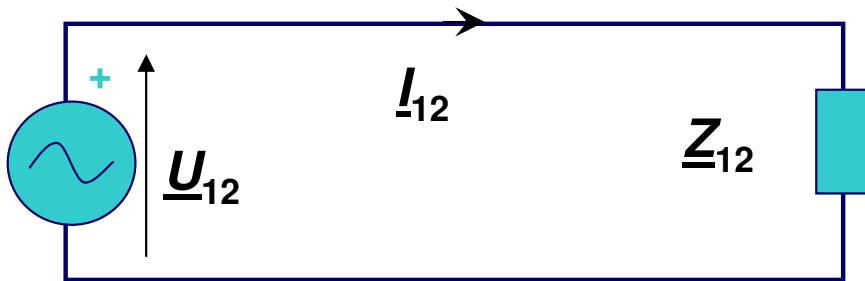
$$|I_{12}| = |I_{23}| = |I_{31}| = I_S \Rightarrow |I_2| = |I_{23}| \cdot \cos 30^\circ + |I_{12}| \cdot \cos 30^\circ = 2 \cdot I_S \cdot \cos 30^\circ = \sqrt{3} \cdot I_S = I_L$$

$$|I_3| = |I_{31}| \cdot \cos 30^\circ + |I_{23}| \cdot \cos 30^\circ = 2 \cdot I_S \cdot \cos 30^\circ = \sqrt{3} \cdot I_S = I_L$$

7.4 KARGAK TRIANGELUAN LOTUTA DITUEN SISTEMA TRIFASIKOA (6)

7.4.1 KARGAK TRIANGELUAN ETA OREKATUAK.

Triangeluan dagoen karga orekatua bada, zirkuitua, baliokide monofasikoa erabiliz ebatziko da. Ohikoa da lehen faserako egitea eta beste bi faseen tentsio eta korronteak lortzeko 120° ko desfaseak aplikatzea.



Triangelu baten baliokide monofasikoa tentsio konposatuaz, korronte sinpleaz eta triangeluko inpedantziaz eratuta egongo da.

S.Z.

$$\begin{aligned} \underline{I}_{12} &= I_s \angle -\varphi_\Delta \\ \underline{I}_{23} &= I_s \angle -120^\circ - \varphi_\Delta \\ \underline{I}_{31} &= I_s \angle 120^\circ - \varphi_\Delta \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} \underline{I}_{23} &= \underline{I}_{12} \cdot 1 \angle -120^\circ & \underline{I}_{31} &= \underline{I}_{12} \cdot 1 \angle 120^\circ \\ \underline{I}_1 &= \underline{I}_{12} \cdot \sqrt{3} \angle -30^\circ & \underline{I}_2 &= \underline{I}_1 \cdot 1 \angle -120^\circ & \underline{I}_3 &= \underline{I}_1 \cdot 1 \angle 120^\circ \end{aligned}$$

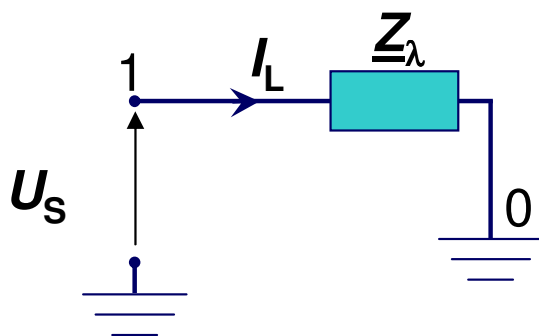
A.S.

$$\begin{aligned} \underline{I}_{12} &= I_s \angle -\varphi_\Delta \\ \underline{I}_{23} &= I_s \angle 120^\circ - \varphi_\Delta \\ \underline{I}_{31} &= I_s \angle -120^\circ - \varphi_\Delta \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} \underline{I}_{23} &= \underline{I}_{12} \cdot 1 \angle 120^\circ & \underline{I}_{31} &= \underline{I}_{12} \cdot 1 \angle -120^\circ \\ \underline{I}_1 &= \underline{I}_{12} \cdot \sqrt{3} \angle 30^\circ & \underline{I}_2 &= \underline{I}_1 \cdot 1 \angle 120^\circ & \underline{I}_3 &= \underline{I}_1 \cdot 1 \angle -120^\circ \end{aligned}$$

7.5 KARGA OREKATUAK DAUZKATEN SISTEMA TRIFASIKO OREKATUEN POTENTZIAK.

Sistema trifasikoaren karga orekatua denean, ebazpena baliokide monofasikoa erabiliz egingo da, fase bati dagokion potentziak kalkulatu eta hiruz biderkatuz, guztizko potentziak lortuko dira.

Karga izarrean baliokide monofasikoa izarrean:



$$P_m = U_S \cdot I_L \cdot \cos \varphi$$

$$Q_m = U_S \cdot I_L \cdot \sin \varphi$$

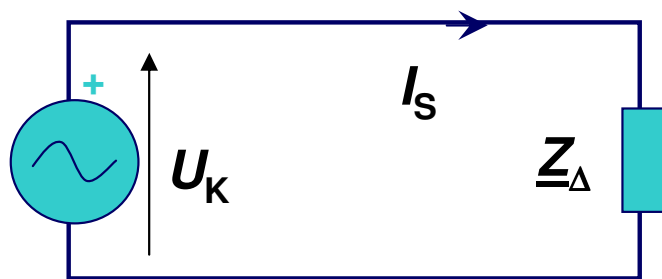
$$S_m = U_S \cdot I_L$$

$$P = 3P_m = 3 \cdot U_S \cdot I_L \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_K \cdot I_L \cdot \cos \varphi$$

$$Q = 3Q_m = 3 \cdot U_S \cdot I_L \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot U_K \cdot I_L \cdot \sin \varphi$$

$$S = 3S_m = 3 \cdot U_S \cdot I_L = \sqrt{3} \cdot U_K \cdot I_L$$

Karga triangeluan baliokide monofasikoa triangeluan:



$$P_m = U_K \cdot I_S \cdot \cos \varphi$$

$$Q_m = U_K \cdot I_S \cdot \sin \varphi$$

$$S_m = U_K \cdot I_S$$

$$P = 3P_m = 3 \cdot U_K \cdot I_S \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_K \cdot I_L \cdot \cos \varphi$$

$$Q = 3Q_m = 3 \cdot U_K \cdot I_S \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot U_K \cdot I_L \cdot \sin \varphi$$

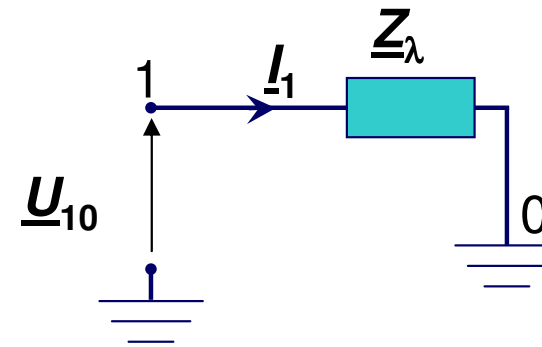
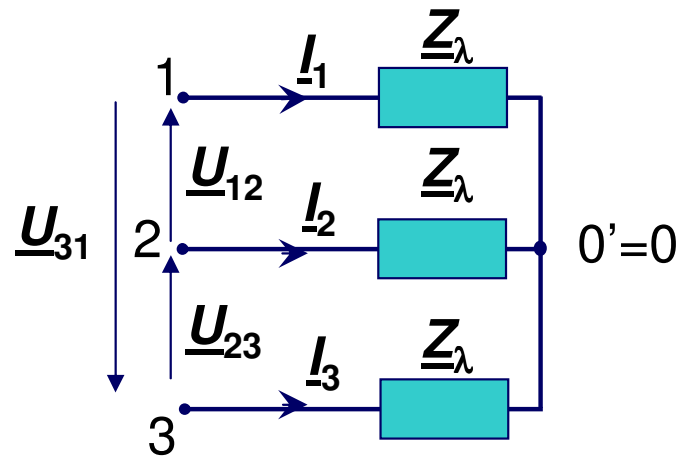
$$S = 3S_m = 3 \cdot U_K \cdot I_S = \sqrt{3} \cdot U_K \cdot I_L$$

P_m , Q_m , S_m : Baliokide monofasikoaren potentzia aktiboa erreaktiboa eta itxurazkoa. 18

7.6 SISTEMA TRIFASIKO OREKATUEN KALKULUA (1)

7.6.1 KARGA IZARREAN (karga orekatua denean)

Sistema trifasikoko karga izar-orekatua denean, baliokide monofasikora murriztuz aztertuko dugu.



$$\text{S.Z.} \quad \underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{10}}{\underline{Z}_1} = \frac{\underline{U}_{10}}{Z_\lambda \angle \varphi_\lambda} = \frac{U_s}{Z_\lambda} \angle -\varphi_\lambda$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_1 \cdot 1 \angle -120^\circ$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_1 \cdot 1 \angle 120^\circ$$

$$\text{A.S.} \quad \underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{10}}{\underline{Z}_1} = \frac{\underline{U}_{10}}{Z_\lambda \angle \varphi_\lambda} = \frac{U_s}{Z_\lambda} \angle -\varphi_\lambda$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_1 \cdot 1 \angle 120^\circ$$

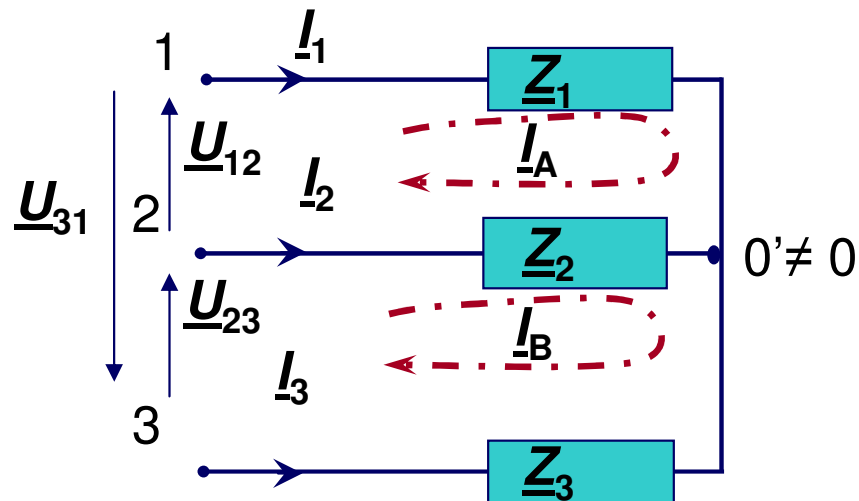
$$\underline{I}_3 = \underline{I}_1 \cdot 1 \angle -120^\circ$$

7.6 SISTEMA TRIFASIKO OREKATUEN KALKULUA (2)

7.6.1 KARGA IZARREAN (karga desorekatua denean)

Sistema trifasikoko karga izar desorekatua bada, hiru modu daude ebazpena egiteko: **Oinarrizko eraztunak** edo **sareak**, **neutroaren desplazamendua** eta **izar-triangelu transformazioa**.

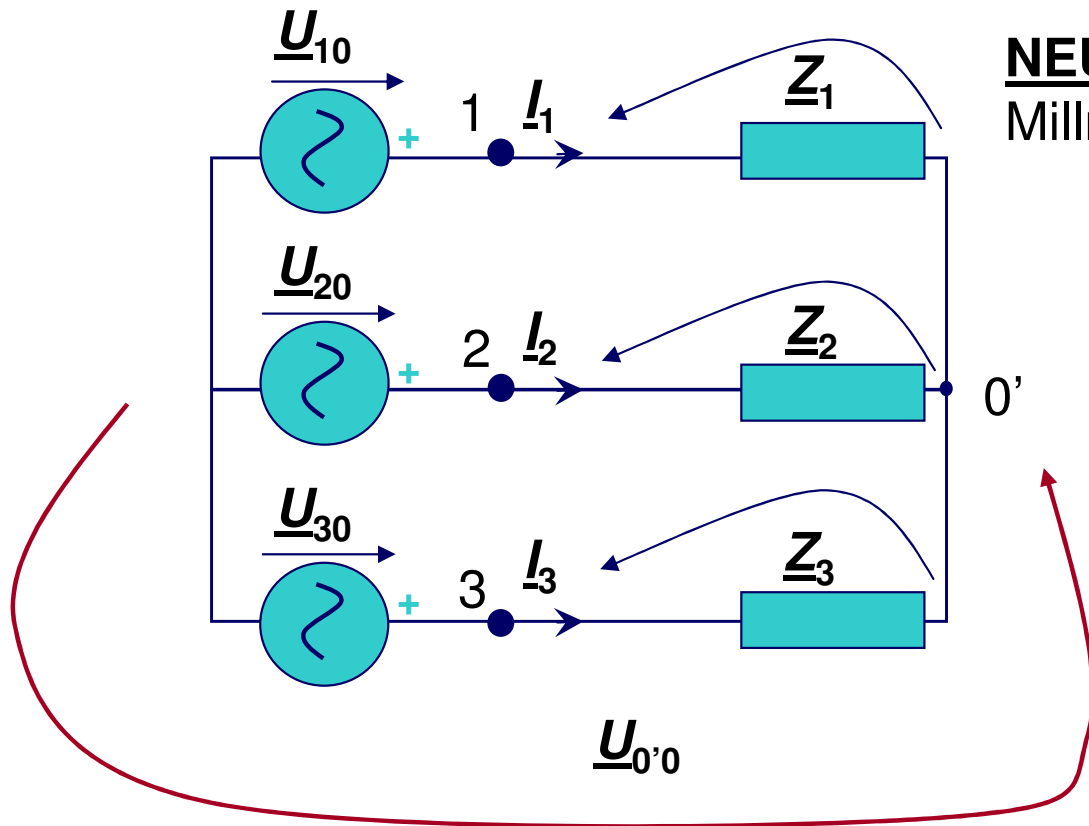
SAREAK:



$$\begin{pmatrix} \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 & -\underline{Z}_2 \\ -\underline{Z}_2 & \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{I}_A \\ \underline{I}_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{U}_{12} \\ \underline{U}_{23} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} \underline{I}_1 &= \underline{I}_A \\ \underline{I}_2 &= \underline{I}_B - \underline{I}_A \\ \underline{I}_3 &= -\underline{I}_B \end{aligned}$$

7.6 SISTEMA TRIFASIKO OREKATUEN KALKULUA (3)

7.6.1 KARGA IZARREAN (Karga desorekatua)

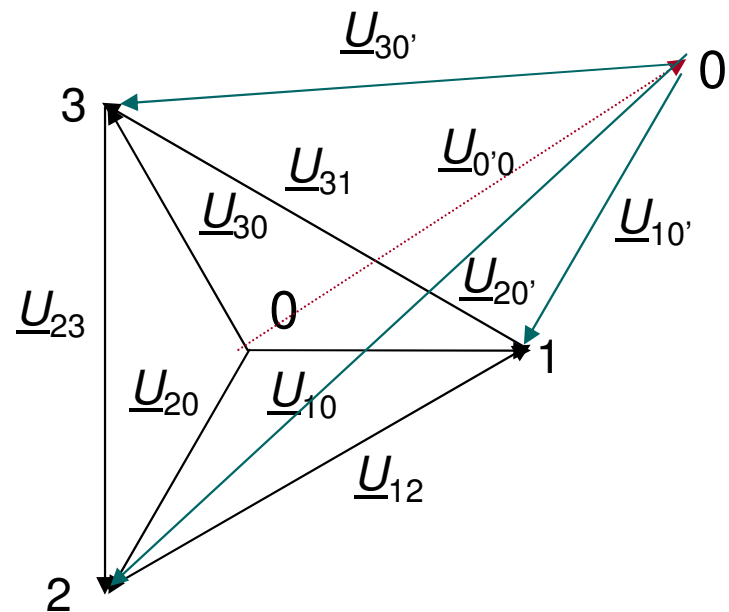


NEUTROAREN DESPLAZAMENDUA

Millman-en teoreman du oinarria.

$$\underline{U}_{0'0} = \frac{\sum_{i=1}^n \underline{Y}_i \cdot \underline{U}_{i0}}{\sum_{i=1}^n \underline{Y}_i} =$$

$$\underline{U}_{0'0} = \frac{\underline{Y}_1 \cdot \underline{U}_{10} + \underline{Y}_2 \cdot \underline{U}_{20} + \underline{Y}_3 \cdot \underline{U}_{30}}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3}$$



$$I_1 = \frac{\underline{U}_{10'}}{\underline{Z}_1} = \frac{\underline{U}_{10} - \underline{U}_{0'0}}{\underline{Z}_1}$$

$$I_2 = \frac{\underline{U}_{20'}}{\underline{Z}_2} = \frac{\underline{U}_{20} - \underline{U}_{0'0}}{\underline{Z}_2}$$

$$I_3 = \frac{\underline{U}_{30'}}{\underline{Z}_3} = \frac{\underline{U}_{30} - \underline{U}_{0'0}}{\underline{Z}_3}$$

Sistemak lau hari baditu eta karga desorekatua bada, derrigorrez erabiliko dugu neutroaren desplazamendua.

IZAR TRIANGELU TRANSFORMAZIOA:

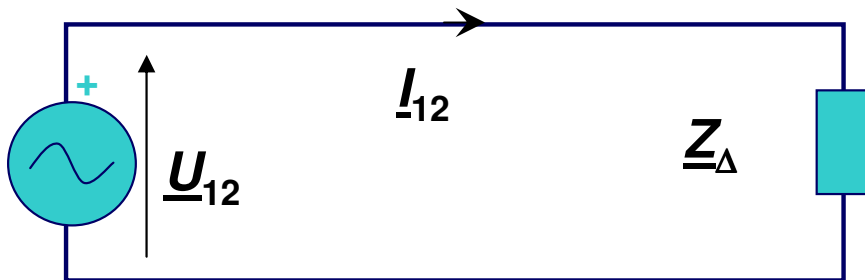
Izarrean dagoen karga desorekatua denean, zirkuitua ebazteko, izarra triangelu bihur daiteke eta triangelu desorekatuaren azterketa egin, zeina tentsio konposatuak erabiliz berehalako ebazpena duen.

$$\underline{Z}_{12} = \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 + \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3 + \underline{Z}_3 \cdot \underline{Z}_1}{\underline{Z}_3}$$

$$\underline{Z}_{23} = \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 + \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3 + \underline{Z}_3 \underline{Z}_1}{\underline{Z}_1}$$

$$\underline{Z}_{31} = \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 + \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3 + \underline{Z}_3 \cdot \underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}$$

Triangeluan konektatutako karga orekatua bada, triangeluaren baliokide monofasikora murriztuz ebatziko da.



$$\underline{I}_{12} = \frac{\underline{U}_{12}}{\underline{Z}_{\Delta}}$$

S.Z.

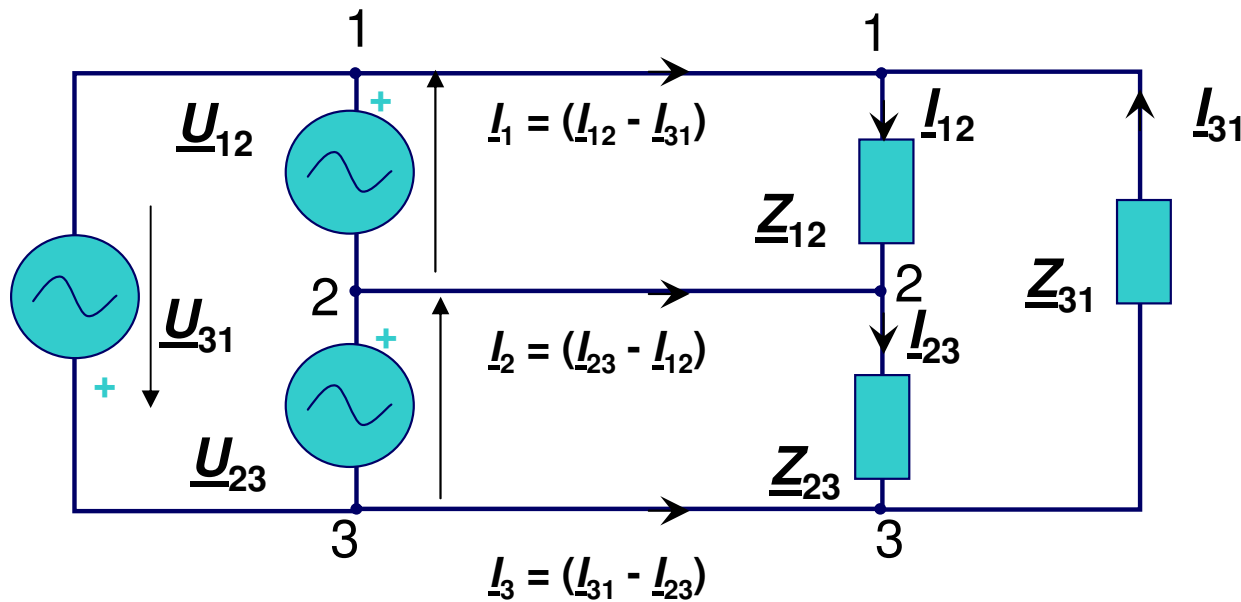
$$\begin{aligned} \underline{I}_{12} &= I_S \angle -\varphi_{\Delta} \\ \underline{I}_{23} &= I_S \angle -120^{\circ} - \varphi_{\Delta} \\ \underline{I}_{31} &= I_S \angle 120^{\circ} - \varphi_{\Delta} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \underline{I}_{23} &= \underline{I}_{12} \cdot 1 \angle -120^{\circ} & \underline{I}_{31} &= \underline{I}_{12} \cdot 1 \angle 120^{\circ} \end{aligned}$$

A.S.

$$\begin{aligned} \underline{I}_{12} &= I_S \angle -\varphi_{\Delta} \\ \underline{I}_{23} &= I_S \angle 120^{\circ} - \varphi_{\Delta} \\ \underline{I}_{31} &= I_S \angle -120^{\circ} - \varphi_{\Delta} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \underline{I}_{23} &= \underline{I}_{12} \cdot 1 \angle 120^{\circ} & \underline{I}_{31} &= \underline{I}_{12} \cdot 1 \angle -120^{\circ} \end{aligned}$$

7.6 SISTEMA TRIFASIKO OREKATUEN KALKULUA (6)
 7.6.2 KARGA TRIANGELUAN (karga desorekatua denean)

Triangeluan dagoen karga desorekatua denean, triangeluaren ekuazioak erabiliz ebatziko da: Tentsio konposatuekin kargako korronteak lortu, eta lineako korronteak lortzeko 1, 2 eta 3 korapilotan Kirchhoff-en lehenengo legea aplikatu.



$$\underline{I}_{12} = \frac{\underline{U}_{12}}{\underline{Z}_{12}}$$

$$\underline{I}_{23} = \frac{\underline{U}_{23}}{\underline{Z}_{23}}$$

$$\underline{I}_{31} = \frac{\underline{U}_{31}}{\underline{Z}_{31}}$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{12} - \underline{I}_{31}$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_{23} - \underline{I}_{12}$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_{31} - \underline{I}_{23}$$

7.6 SISTEMA TRIFASIKO OREKATUEN KALKULUA (7)

7.6.2 KARGA TRIANGELUAN (karga desorekatua)

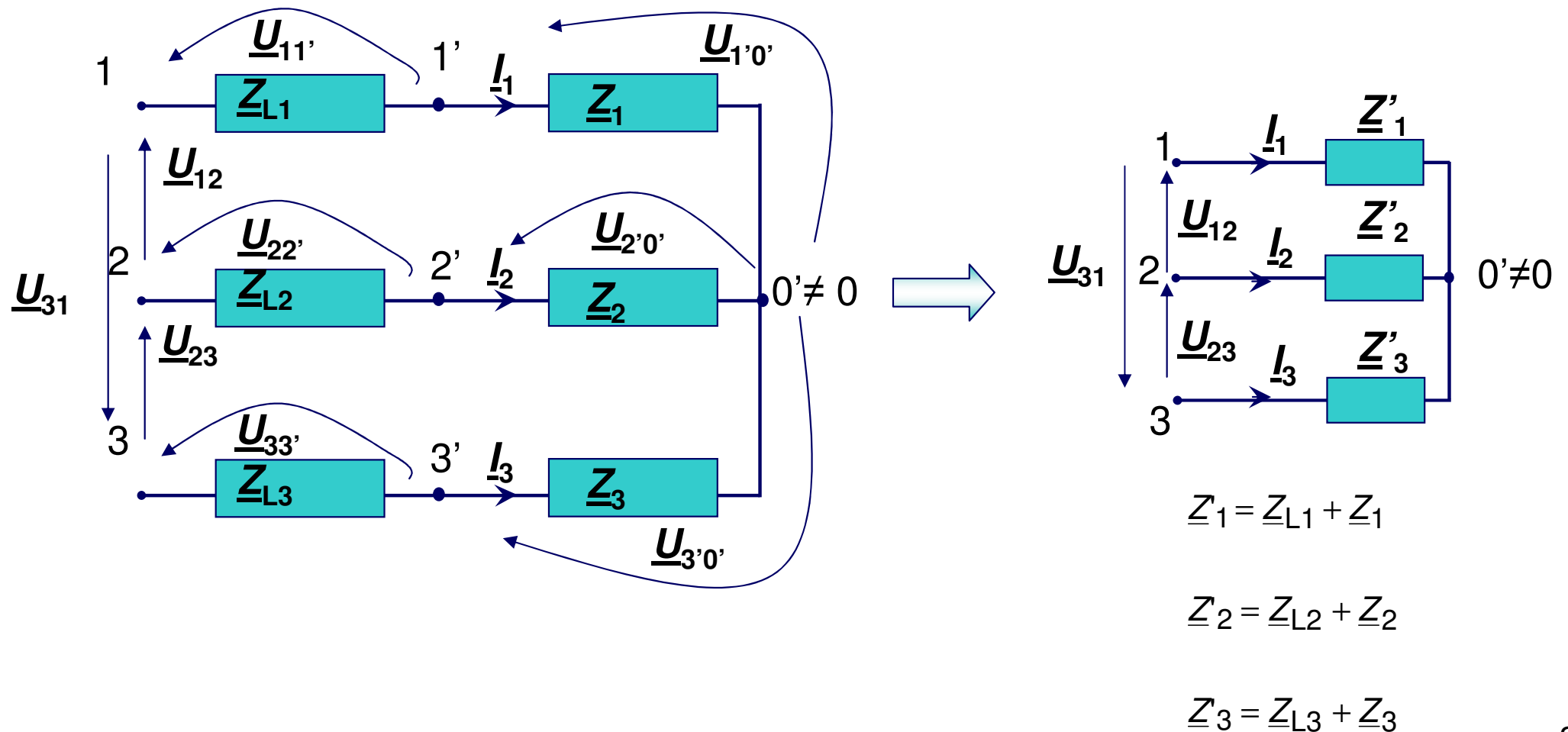
Oso erabilia ez den arren, beste aukera bat, triangelua izar bihurtzea izango litzateke. Jarraian izar desorekatuak ebazteko dauden metodoetakoren bat aplikatu beharko genuke (sareak, oinarrizko eraztunak edo neutroaren desplazamendua).

$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{Z}_{12} \cdot \underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}$$

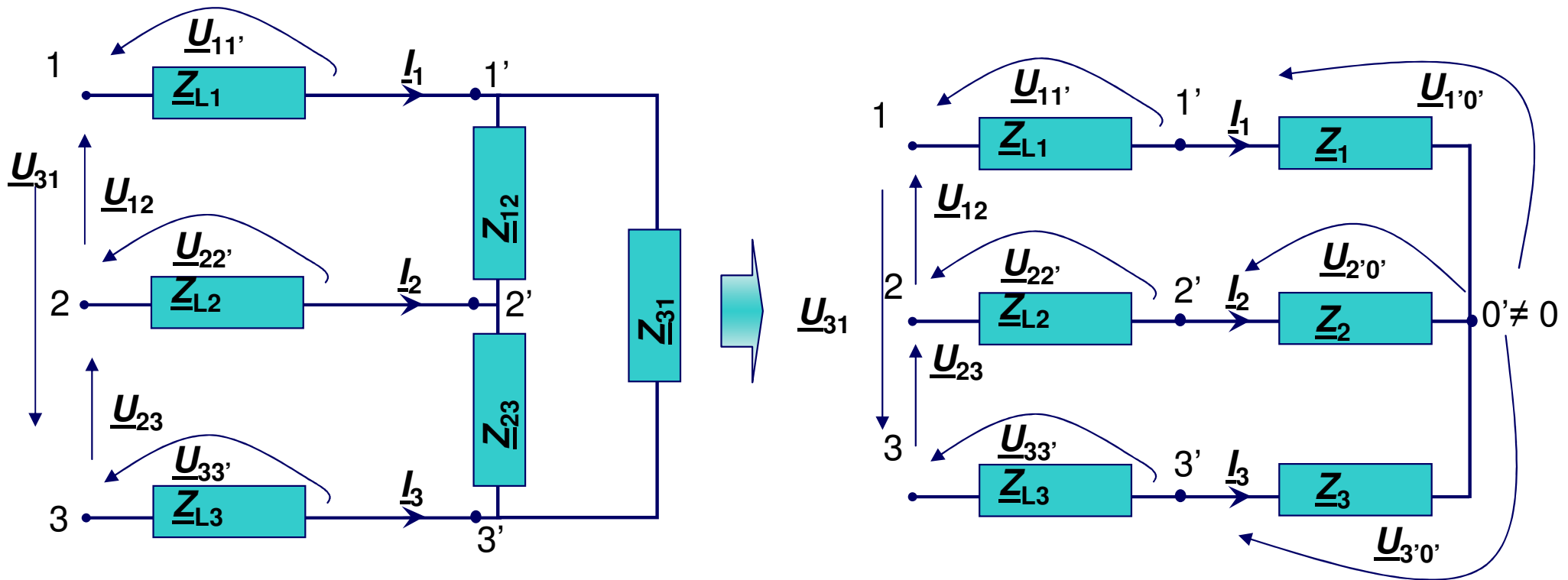
$$\underline{Z}_2 = \frac{\underline{Z}_{23} \cdot \underline{Z}_{12}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}$$

$$\underline{Z}_3 = \frac{\underline{Z}_{31} \cdot \underline{Z}_{23}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}$$

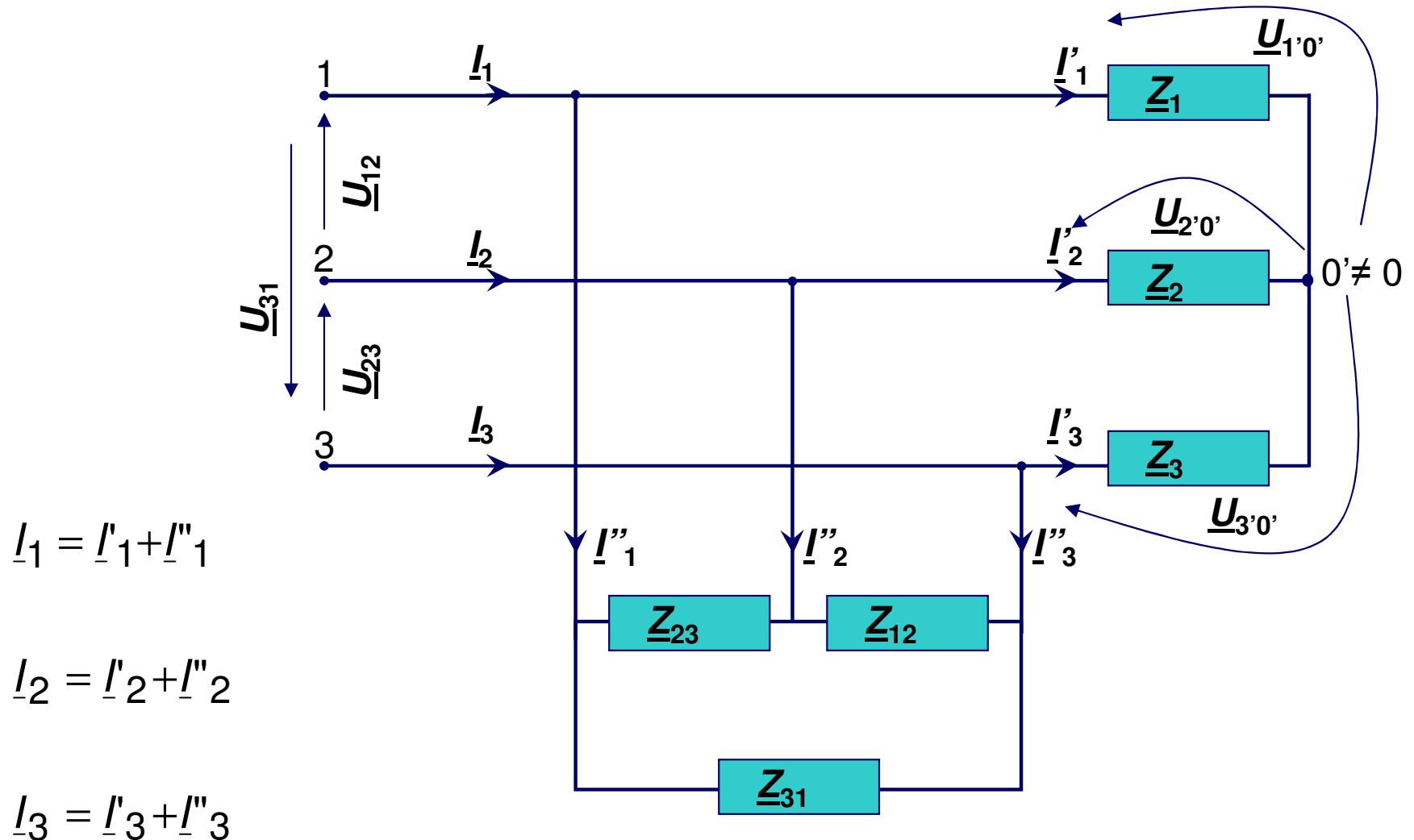
Izarraren adar bakoitzeko kargak batu eta lortzen den izarra 7.6.1 atalean ikusitakoaren arabera ebazten da; Ariketa mota honetan aldaketa desegitean, kontuan hartu behar da jatorrizko zirkuituan izarrean lotutako kargaren tentsioa orain ez dela sorgailuaren tentsioarekin bat etorriko, linean ($\underline{Z}_{L1}, \underline{Z}_{L2}$ eta \underline{Z}_{L3}) tentsio-jausi bat gertatzen baita.



Triangelu izar transformazioaren formulak (ikusi 7.6.2 atala) erabiliz, triangelua bere izar baliokideaz ordeztzen da. Eta jarraian linean karga duen izarra bezala aztertzen da (ikusi 7.6.3 atala)

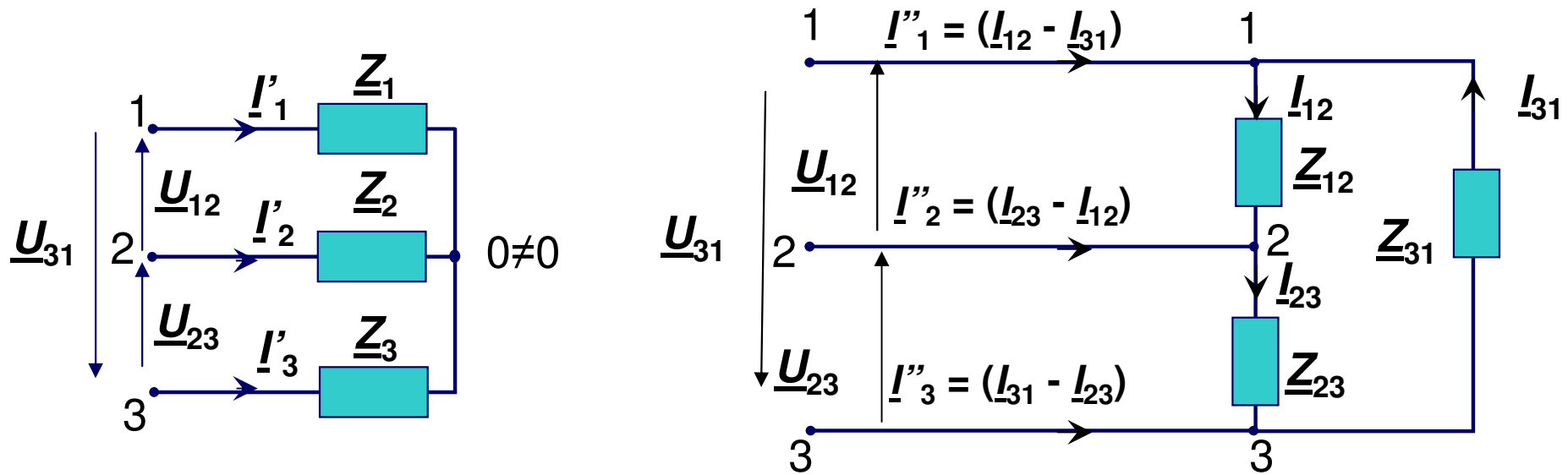


Sistema hau ebazteko izarrera eta triangelura heltzen diren korrontek ezagutu beharko dira eta behin hauek ezagututa lineakoak lortu. Hiru metodo daude sistema hauek ebazteko: **Gainezarpena, triangelua bere izar baliokideaz ordeztu, edo izarra bere triangelu baliokideaz ordeztu.**



7.6 SISTEMA TRIFASIKO OREKATUEN KALKULUA (11)
 7.6.5 KARGA IZARREAN ETA TRIANGELUAN (Gainezarpena)

Bi sistema gainezarriz ebatziko da: izarraren sistema eta triangeluaren sistema.



$$\underline{I}_1 = \underline{I}'_1 + \underline{I}''_1$$

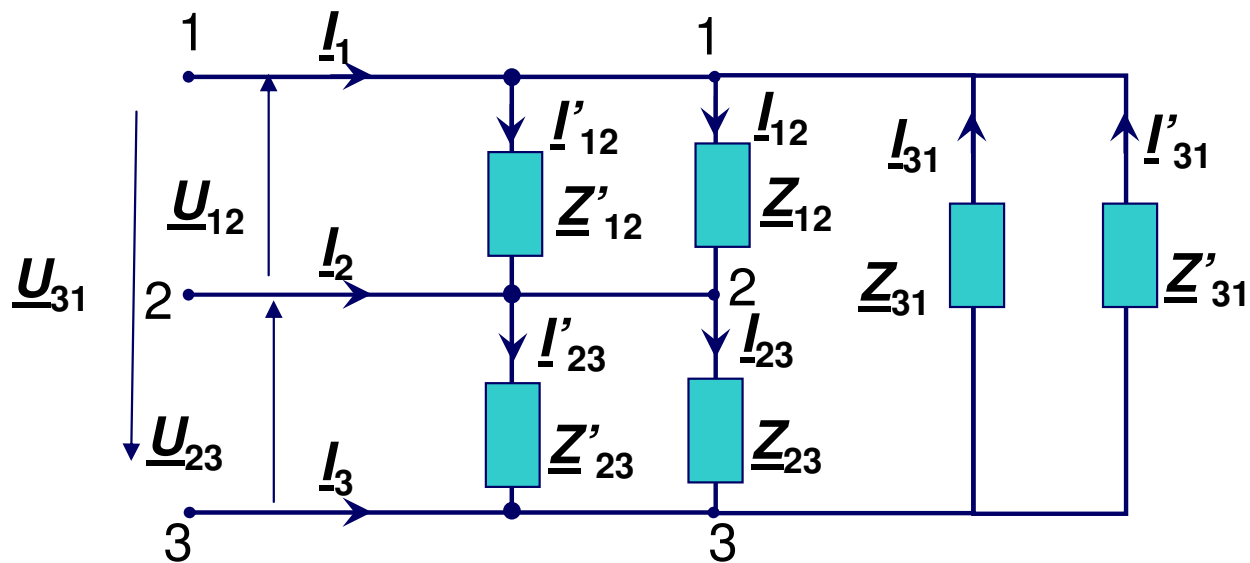
$$\underline{I}_2 = \underline{I}'_2 + \underline{I}''_2$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}'_3 + \underline{I}''_3$$

7.6 SISTEMA TRIFASIKO OREKATUEN KALKULUA (12)

7.6.5 KARGAK IZARREAN ETA TRIANGELUAN (Izarra bere triangelu baliokideaz ordeztu)

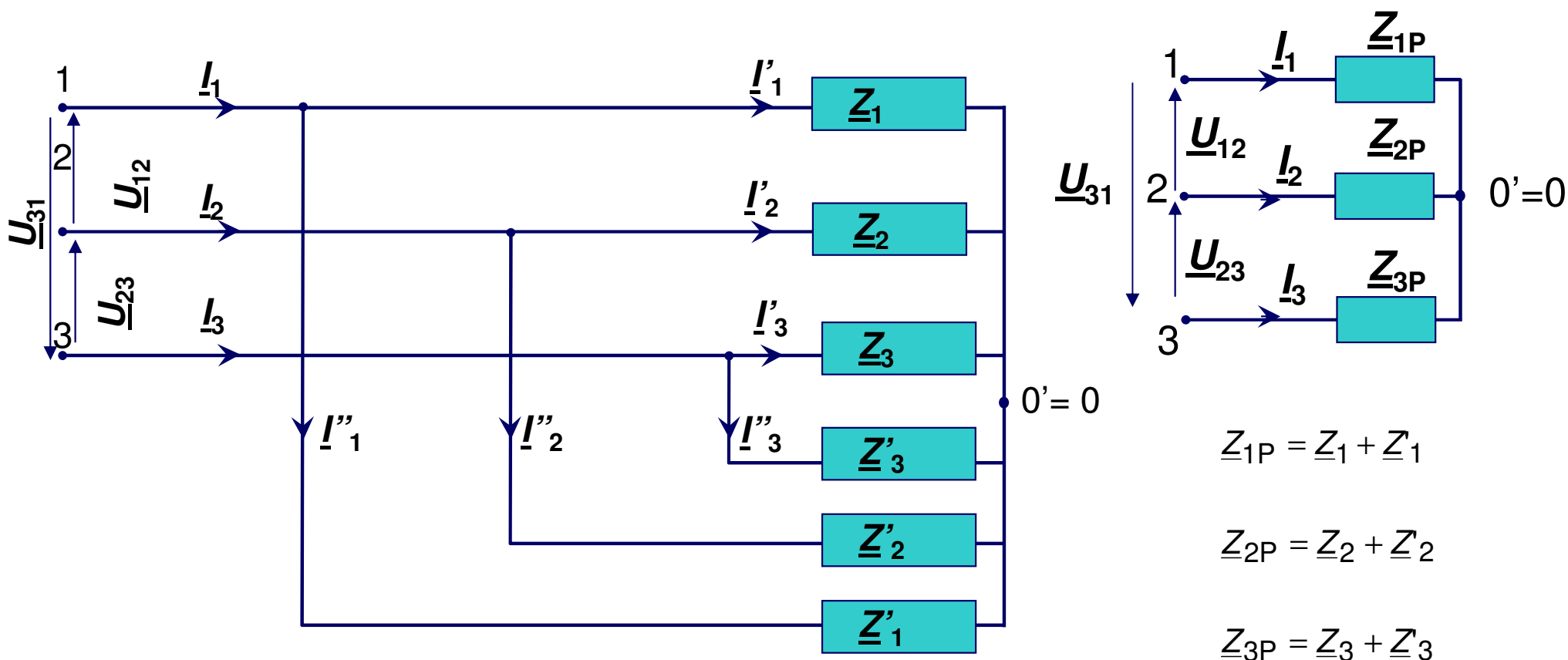
Izarra bere triangelu baliokideaz ordeztu ondoren, triangeluaren adar bakoitzean, paraleloan bi inpedantzia egongo dira. Inpedantzia bikotearen paralelo-baliokidea lortu eta ebatzi beharreko triangelu bakarra lortuko dugu.



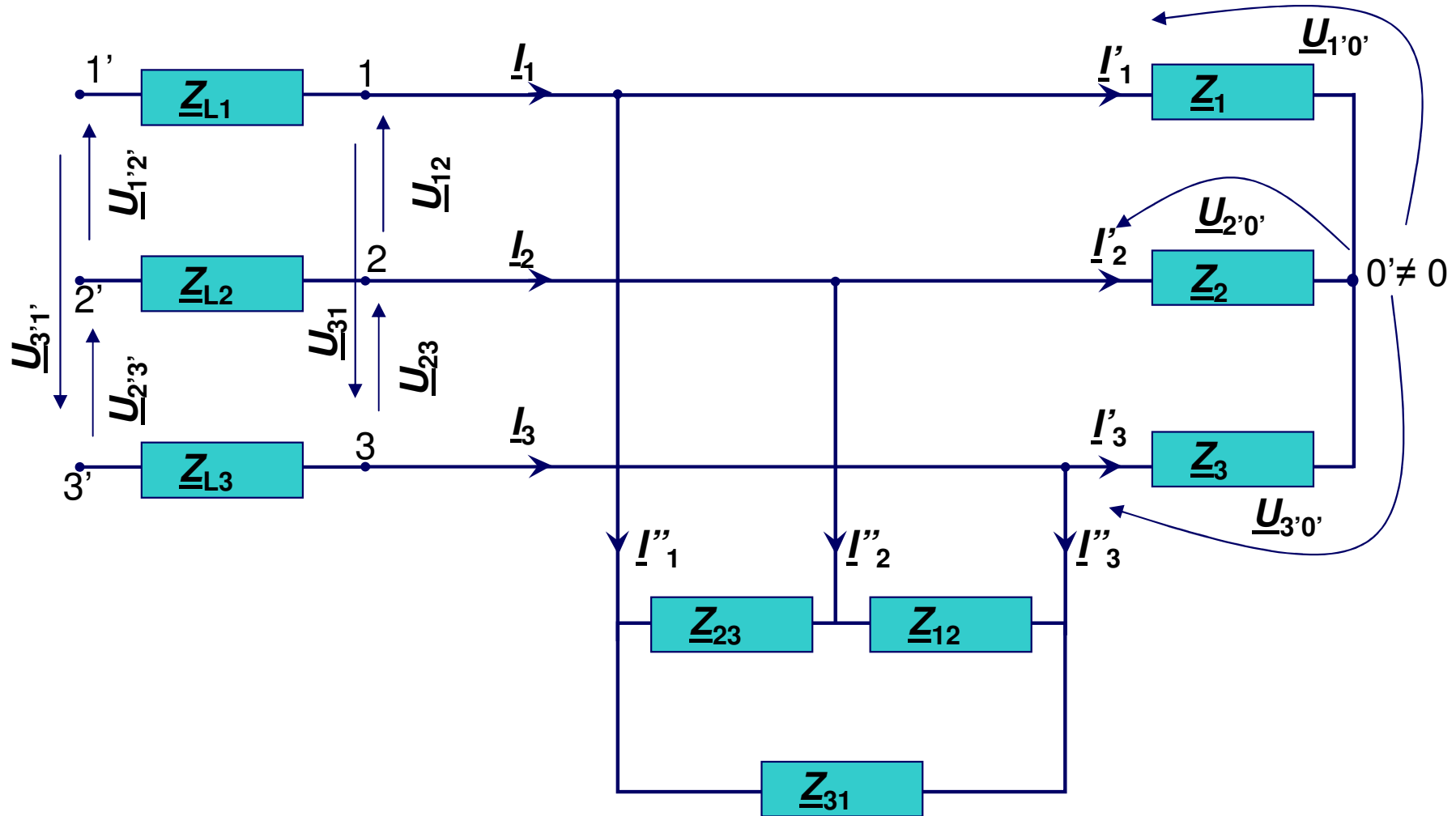
7.6 SISTEMA TRIFASIKO OREKATUEN KALKULUA (13)

7.6.5 KARGAK IZARREAN ETA TRIANGELUAN (Triangelua bere izar baliokideaz ordeztu)

Triangelua bere izar baliokideaz ordeztearen metodoa aplikatu ahal izateko karga biak orekatuak izan beharko dira (0 eta 0' puntuak potentzial bera eduki dezaten). Eta transformazioa egin eta gero, paraleloan bi inpedantzia edukiko ditugu faseko. Bi horien paralelo elkarketa eginez, izar bakarra ebatzi beharko dugu (izar orekatua).



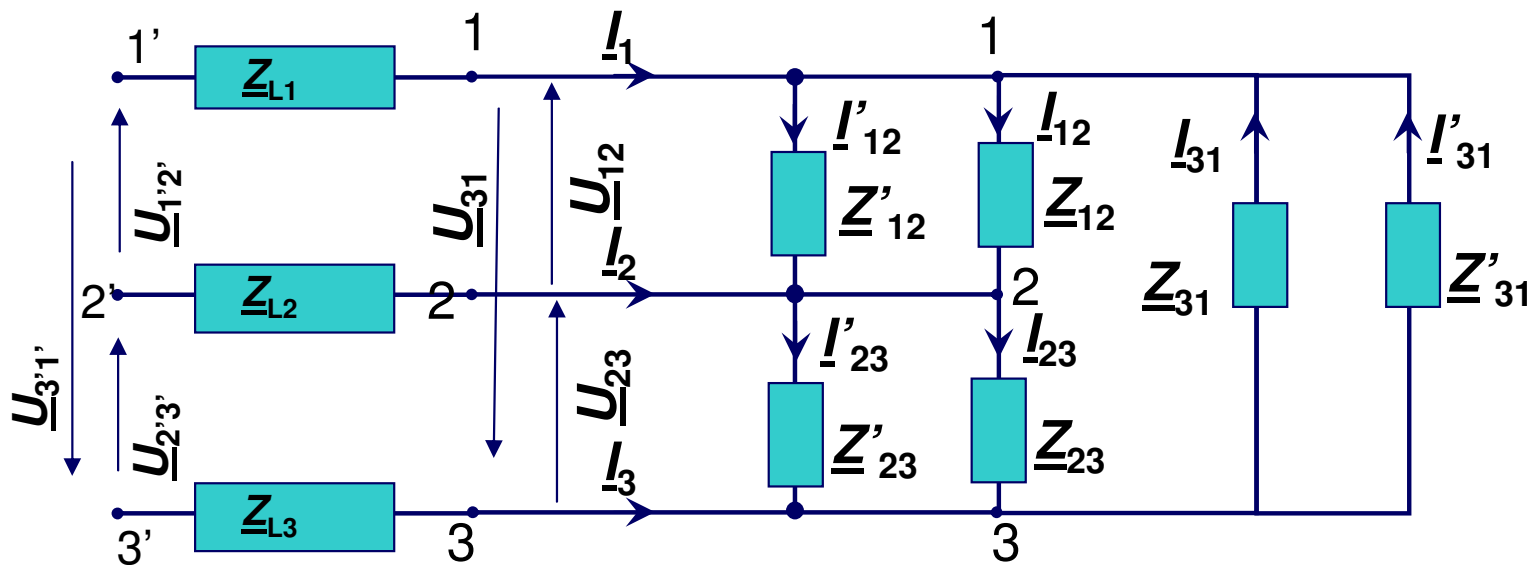
7.6 SISTEMA TRIFASIKO OREKATUEN KALKULUA (14)
 7.6.6 KARGAK IZARREAN, TRIANGELUAN ETA LINEAN.



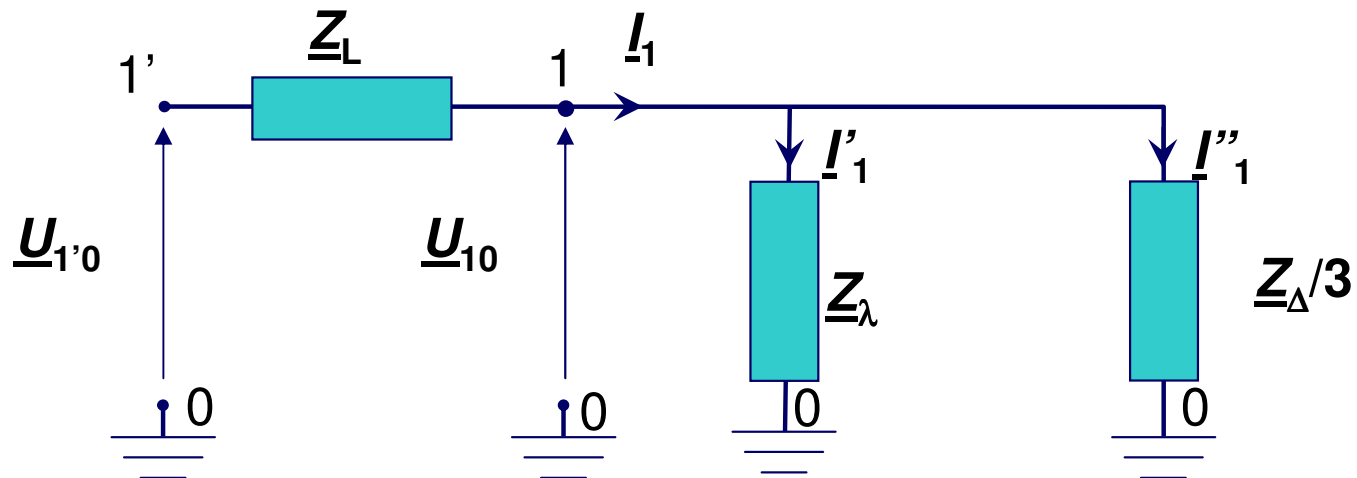
7.6 SISTEMA TRIFASIKO OREKATUEN KALKULUA (15)

7.6.6 KARGAK IZARREAN, TRIANGELUAN ETA LINEAN.(kargak desorekatuak badira)

Kargak desorekatuak diren kasurako izarra bere triangelu baliokideaz ordeztuko dugu, sortuko den triangeluaren adarrak izarrean eta triangeluan dauden kargen kasuan (7.6.5) kalkulatu diren bezala kalkulatuko dira, eta gero, triangeluan eta lineako karga bezala aztertuko da (7.6.4).

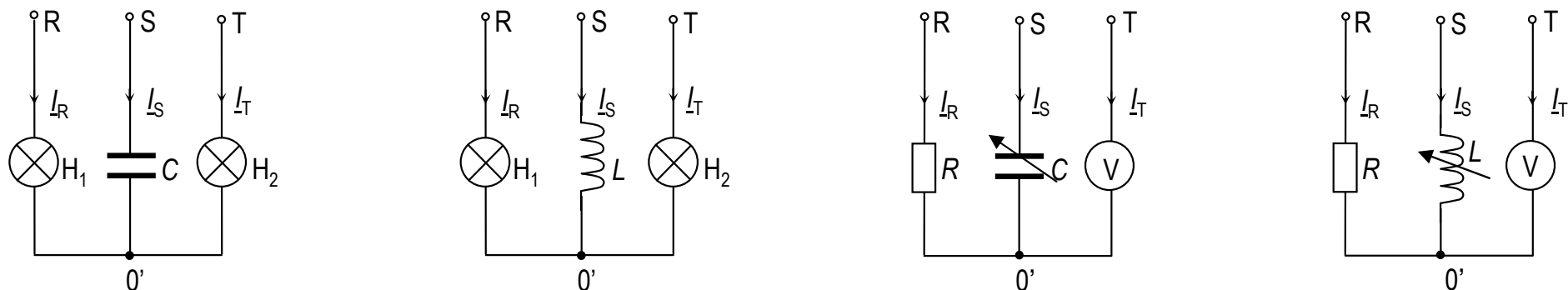


Kargak orekatuak direnean, triangelua bere izar baliokideaz ordeztuko dugu, eta zirkuituaren baliokide monofasikoaren bidez ebatzi.



7.7 FASEEN JARRAIPEN-ORDENAREN ZEHAZTAPENA (1)

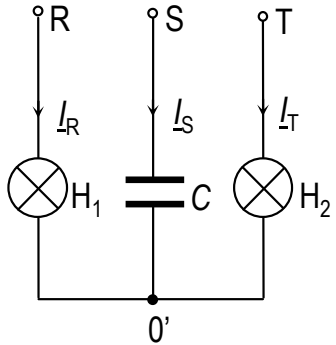
Tentsioetan orekatuak diren sistema trifasikoetan faseen jarraipen-ordena irudian agertzen diren zirkuitu sinpleak erabiliz zehaztu daiteke.



Irudiko zirkuituetako muntaietako kargak, trifasiko eta desorekatuak dira, beraz, $0' \neq 0$ izango da; Izar desorekatuaren adar bakoitzean dagoen tentsio-jausia desberdina da, adarretako tentsio horiek izango dira sistemako sekuentzia zehazten lagunduko digutenak.

Karga batean faseen jarraipen-ordena aldatu nahi badugu, bi fase euren artean trukatea baino ez dugu.

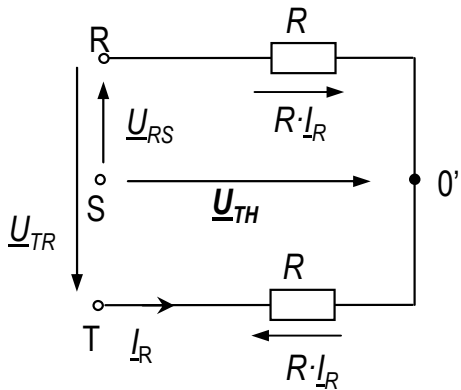
Lau muntaiak aztertuko ditugu. Lehen muntaia:



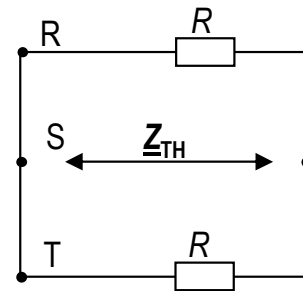
Lanparen erresistentzia kontuan hartuz:

$$\left. \begin{aligned} P &= U \cdot I \\ I &= \frac{U}{R} \end{aligned} \right\} R = \frac{U^2}{P}$$

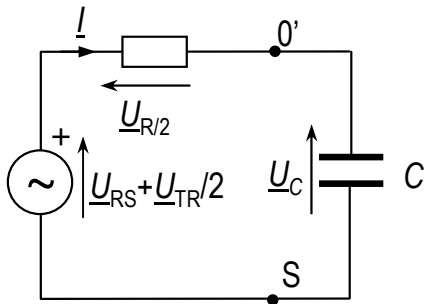
Kondentsadorearen borneen artean Thevenin-en baliokidea kalkula daiteke S eta 0' puntuen artean, alegia:



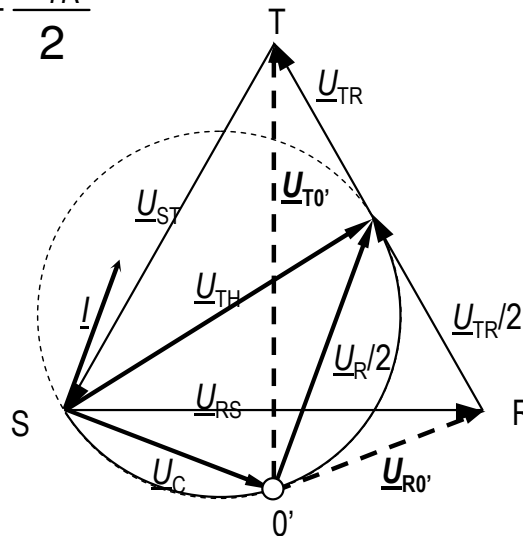
$$\begin{aligned} \underline{U}_{TR} &= 2 \cdot R \cdot I_R \\ \underline{U}_{RS} &= \underline{U}_{TH} - R \cdot I_R \\ \underline{U}_{TH} &= \underline{U}_{RS} + R \cdot I_R \\ \underline{U}_{TH} &= \underline{U}_{RS} + \frac{\underline{U}_{TR}}{2} \end{aligned}$$



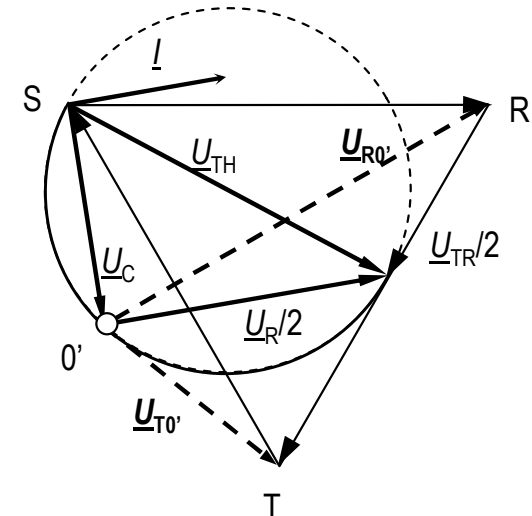
$$Z_{TH} = \frac{R^2}{2R} = \frac{R}{2}$$



$$I = \frac{\underline{U}_{Th}}{\frac{R}{2} - jXc} = \frac{\underline{U}_{Th}}{Z \angle -\varphi^\circ}$$

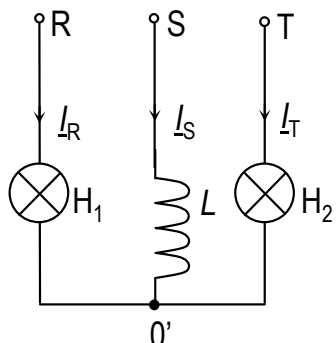


H2 > H1 ⇒ SZ



H1 > H2 ⇒ AS

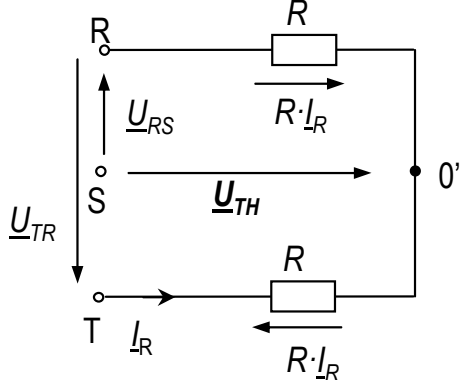
Bigarren muntaia:



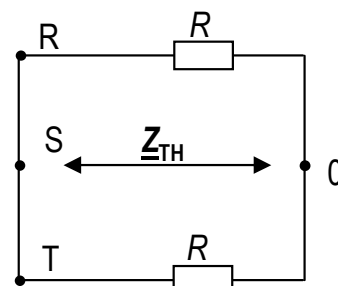
Lanparen erresistentzia kontuan hartuz:

$$\left. \begin{aligned} P &= U \cdot I \\ I &= \frac{U}{R} \end{aligned} \right\} R = \frac{U^2}{P}$$

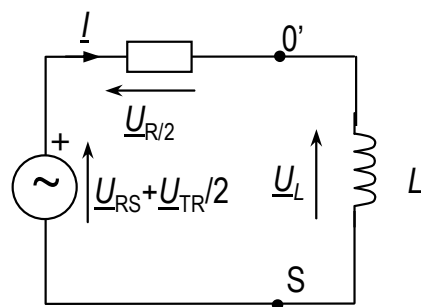
Harilaren borneen artean Thevenin-en baliokidea kalkula daiteke R eta 0' puntuen artean, alegia:



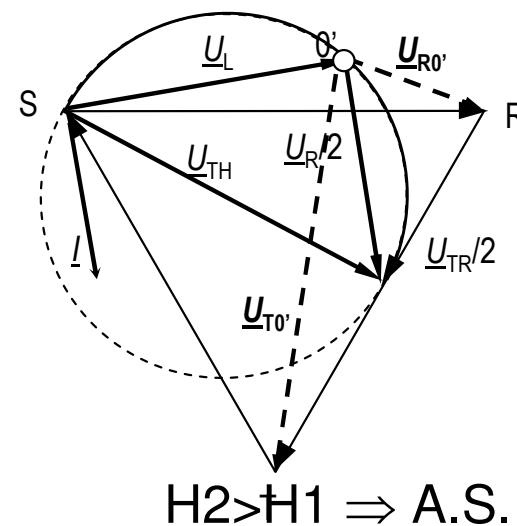
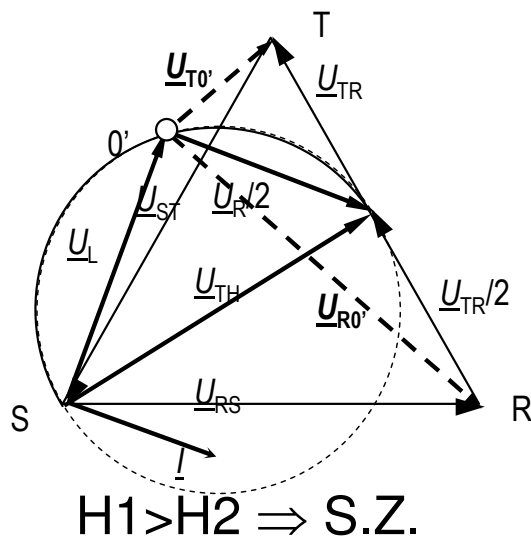
$$\begin{aligned} \underline{U}_{TR} &= 2 \cdot R \cdot \underline{I}_R \\ \underline{U}_{RS} &= \underline{U}_{TH} - R \cdot \underline{I}_R \\ \underline{U}_{TH} &= \underline{U}_{RS} + R \cdot \underline{I}_R \\ \underline{U}_{TH} &= \underline{U}_{RS} + \frac{\underline{U}_{TR}}{2} \end{aligned}$$



$$Z_{TH} = \frac{R^2}{2R} = \frac{R}{2}$$

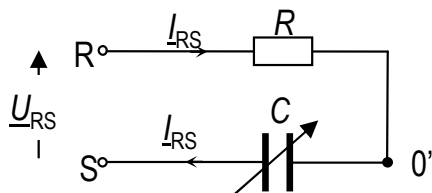


$$I = \frac{\underline{U}_{Th}}{\frac{R}{2} + jX_L} = \frac{\underline{U}_{Th}}{Z \angle \varphi^\circ}$$



Hirugarren muntaia:

Voltmetrotik zeharreko korronea nulua da (voltmetro idealaren inpedantzia infinitua delako) zirkuitua beraz zirkuitu monofasiko bat izango da kondentsadore eta erresistentzia batez osatuta eta R eta S puntuen arteko tentsiopean dagoena. Beraz, korronteak eta tentsioak zirkuituan hauexek izango dira:



$$I_{RS} = \frac{\underline{U}_{RS}}{R - jX_C} = \frac{U_K \angle 0^\circ}{Z \angle -\varphi^\circ} = I_{RS} \angle \varphi^\circ$$

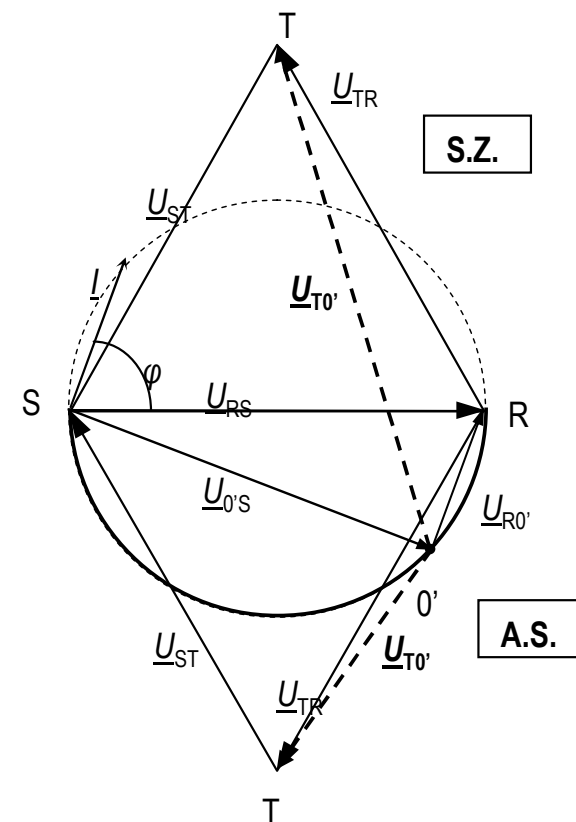
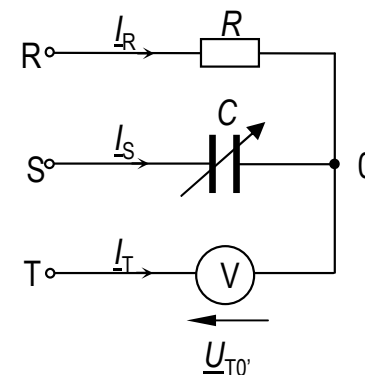
$$\underline{U}_{R0'} = I_{RS} \angle \varphi \cdot R = I_{RS} \cdot R \angle \varphi^\circ \text{ Fasean korrontearekin}$$

$$\underline{U}_{0'S} = I_{RS} \angle \varphi \cdot X_C \angle -90^\circ = I_{RS} \cdot X_C \angle \varphi - 90^\circ \text{ korrontearekiko } 90^\circ \text{ atzeratuta.}$$

$$\underline{U}_{RS} = \underline{U}_{R0'} + \underline{U}_{0'S}$$

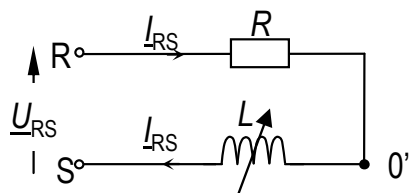
$$V_I > U_K \Rightarrow \text{S.Z.}$$

$$V_I < U_K \Rightarrow \text{A.S.}$$



Laugarren muntaia:

Voltmetrotik zeharreko korronea nulua da, zirkuitua beraz zirkuitu monofasiko bat izango da haril eta erresistentzia batez osatuta eta R eta S puntuen arteko tentsiopean dagoena. Beraz, korroneak eta tentsioak zirkuituan hauexek izango dira:

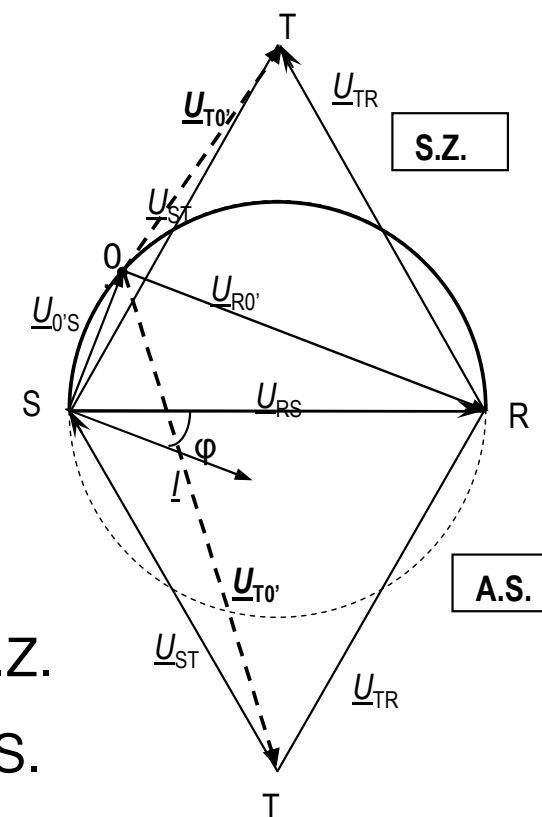
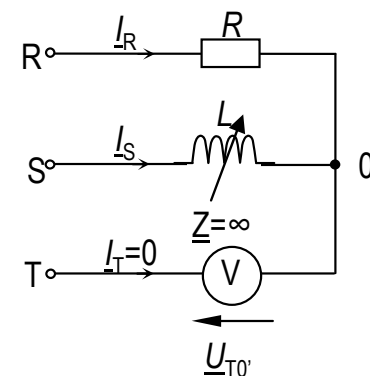


$$I_{RS} = \frac{\underline{U}_{RS}}{R + jX_L} = \frac{U_K \angle 0^\circ}{Z \angle \varphi^\circ} = I_{RS} \angle -\varphi^\circ$$

$$\underline{U}_{R0'} = I_{RS} \angle -\varphi \cdot R = I_{RS} \cdot R \angle -\varphi^\circ \text{ Fasean korronearekin.}$$

$$\underline{U}_{0'S} = I_{RS} \angle -\varphi \cdot X_L \angle 90^\circ = I_{RS} \cdot X_C \angle -\varphi + 90^\circ \text{ korronearekin } 90^\circ \text{ atzeratuta}$$

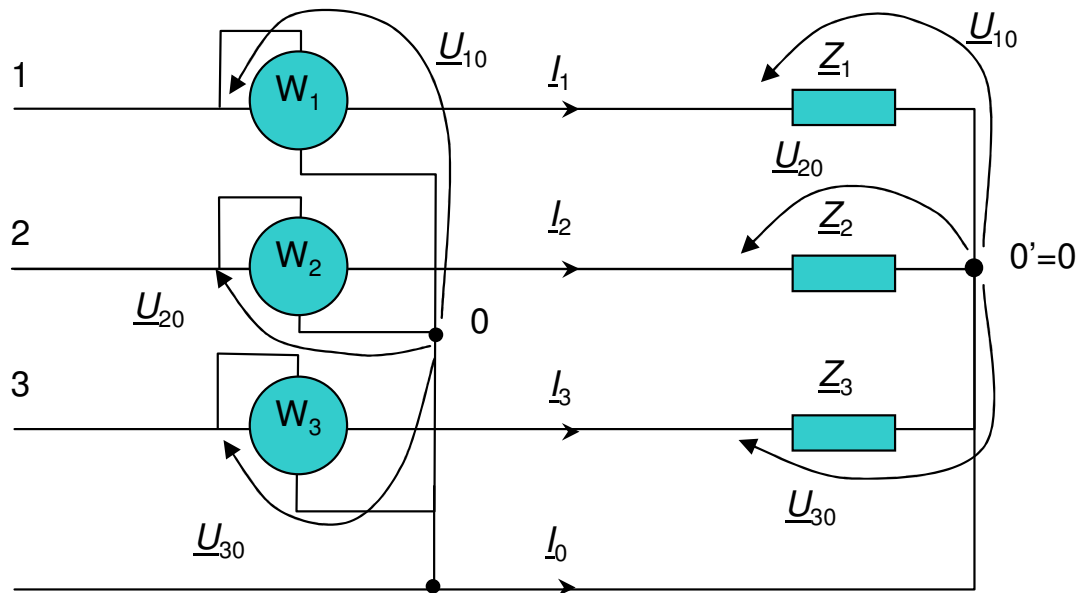
$$\underline{U}_{RS} = \underline{U}_{R0'} + \underline{U}_{0'S}$$



$$V_1 < U_K \Rightarrow \text{S.Z.}$$

$$V_1 > U_K \Rightarrow \text{A.S.}$$

KARGA DESOREKATUA IZARREAN



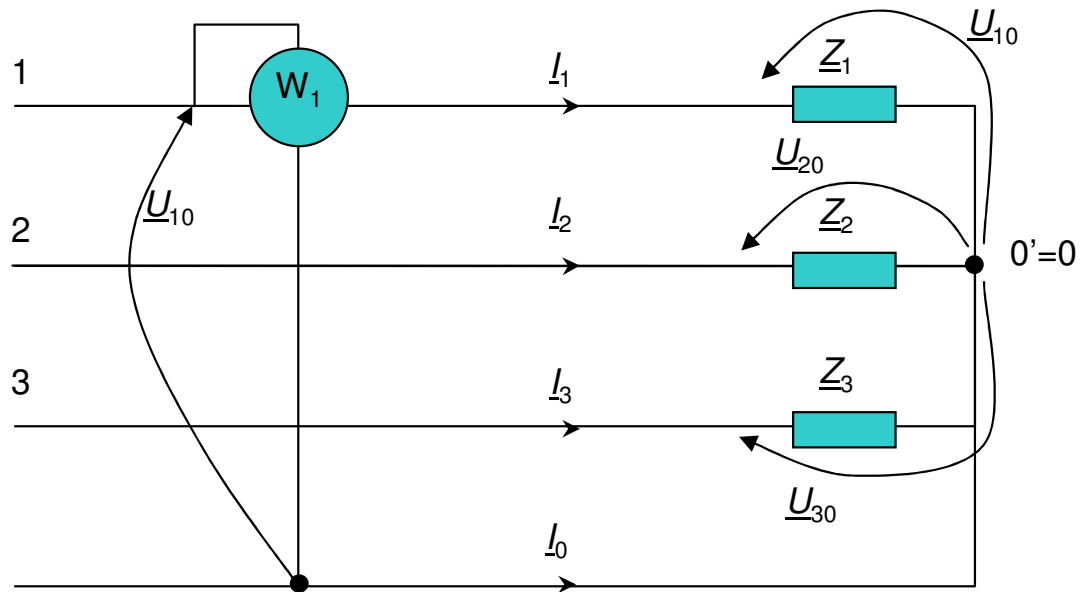
$$W_{11} = U_{10} \cdot I_1 \cdot \cos \left(\hat{U}_{10} \cdot I_1 \right) = U_{10} \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1$$

$$W_{21} = U_{20} \cdot I_2 \cdot \cos \left(\hat{U}_{20} \cdot I_2 \right) = U_{20} \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2$$

$$W_{31} = U_{30} \cdot I_3 \cdot \cos \left(\hat{U}_{30} \cdot I_3 \right) = U_{30} \cdot I_3 \cdot \cos \varphi_3$$

$$P = P_{Z_1} + P_{Z_2} + P_{Z_3} = U_{10} \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1 + U_{20} \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 + U_{30} \cdot I_3 \cdot \cos \varphi_3 = W_{11} + W_{21} + W_{31}$$

KARGA OREKATUA IZARREAN

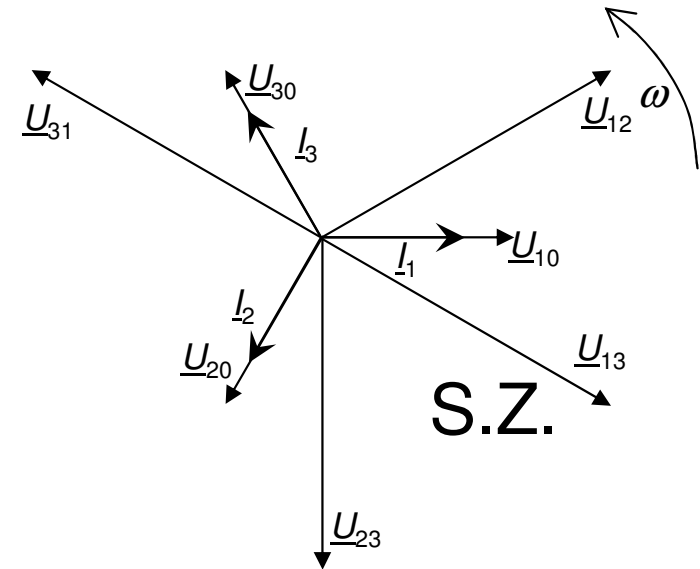
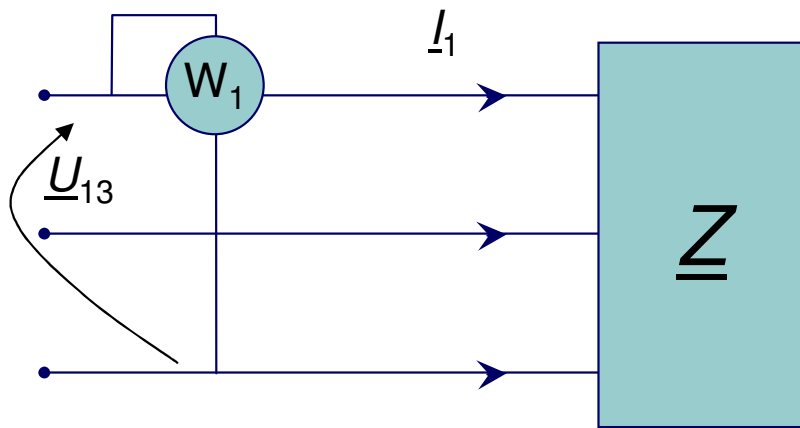


$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 = \underline{Z} = Z \angle \varphi^\circ \Rightarrow |I_1| = |I_2| = |I_3| = I_L$$

$$W_{11} = U_{10} \cdot I_1 \cdot \cos(\hat{U}_{10} \cdot I_1) = U_S \cdot I_L \cdot \cos \varphi$$

$$P = \sqrt{3} U_K \cdot I_L \cdot \cos \varphi = 3W_{11}$$

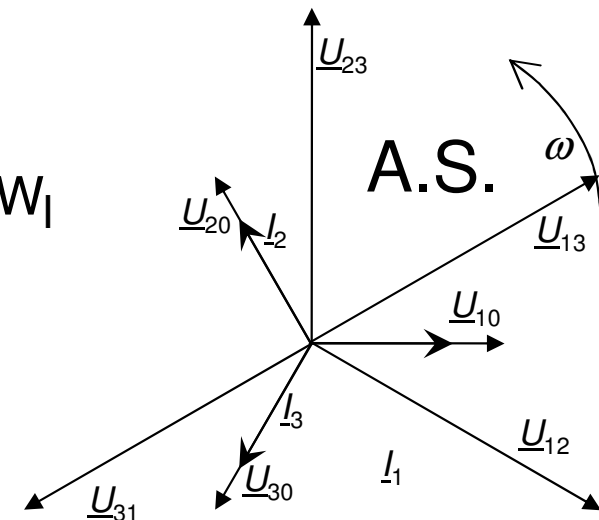
KARGA ERRESISTEIBO HUTSA ETA OREKATUA



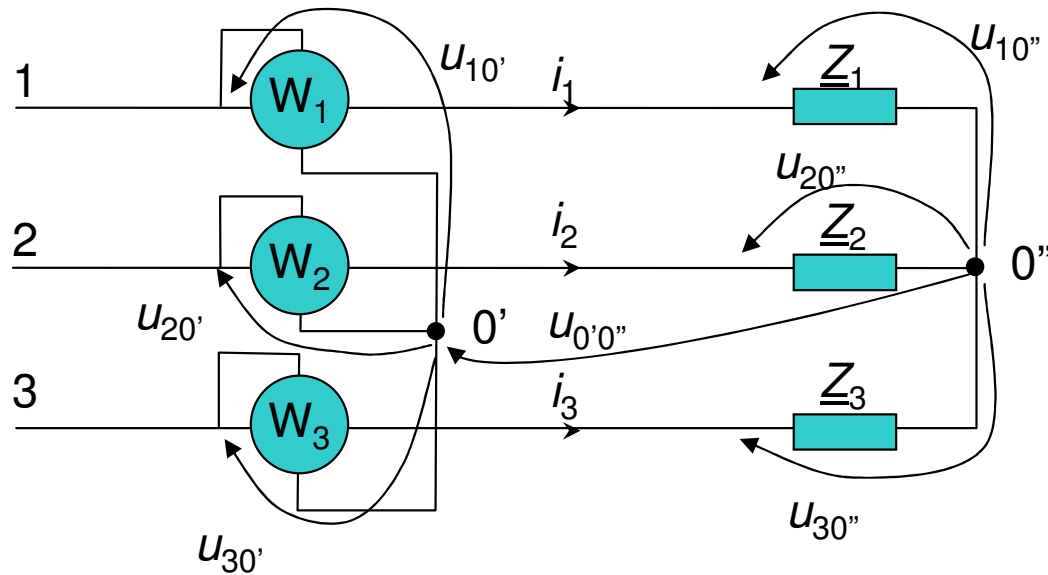
$$|I_1| = |I_2| = |I_3| = I_L$$

$$W_1 = U_{13} \cdot I_1 \cdot \cos(\hat{U}_{13} \cdot I_1) = U_K \cdot I_L \cdot \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} U_K \cdot I_L$$

$$P = \sqrt{3} U_K \cdot I_L \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} U_K \cdot I_L \cdot \cos 0^\circ = \sqrt{3} U_K \cdot I_L = 2W_1$$



KARGA DESOREKATUA



$$P_{Z1} = \frac{1}{T} \int (i_1 \cdot u_{10''}) dt$$

$$P_{Z2} = \frac{1}{T} \int (i_2 \cdot u_{20''}) dt$$

$$P_{Z3} = \frac{1}{T} \int (i_3 \cdot u_{30''}) dt$$

$$P = P_{Z1} + P_{Z2} + P_{Z3} = \frac{1}{T} \int (i_1 \cdot u_{10''} + i_2 \cdot u_{20''} + i_3 \cdot u_{30''}) dt$$

$$W_{11} = \frac{1}{T} \int (i_1 \cdot u_{10'}) dt; \quad W_{21} = \frac{1}{T} \int (i_2 \cdot u_{20'}) dt; \quad W_{31} = \frac{1}{T} \int (i_3 \cdot u_{30'}) dt$$

$$u_{10'} = u_{10''} - u_{0'0''}; \quad u_{20'} = u_{20''} - u_{0'0''}; \quad u_{30'} = u_{30''} - u_{0'0''}$$

$$W_{11} = \frac{1}{T} \int (i_1 \cdot (u_{10''} - u_{0'0''})) dt; \quad W_{21} = \frac{1}{T} \int (i_2 \cdot (u_{20''} - u_{0'0''})) dt; \quad W_{31} = \frac{1}{T} \int (i_3 \cdot (u_{30''} - u_{0'0''})) dt$$

$$W_{11} + W_{21} + W_{31} = \frac{1}{T} \int ((i_1 \cdot (u_{10''} - u_{0'0''})) + (i_2 \cdot (u_{20''} - u_{0'0''})) + (i_3 \cdot (u_{30''} - u_{0'0''}))) dt$$

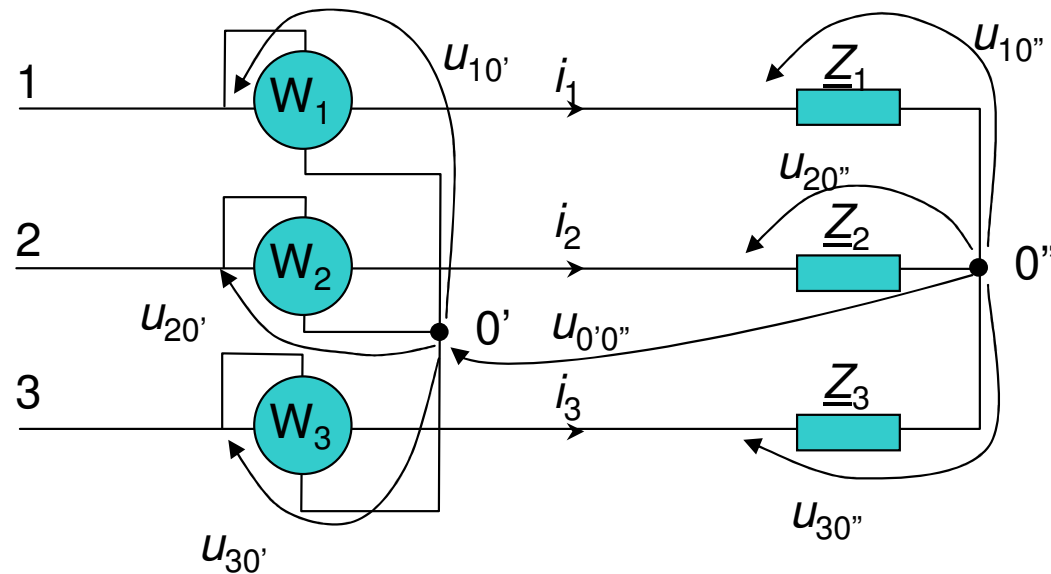
$$W_{11} + W_{21} + W_{31} = \frac{1}{T} \int ((i_1 \cdot u_{10''} + i_2 \cdot u_{20''} + i_3 \cdot u_{30''}) - u_{0'0''} \cdot (i_1 + i_2 + i_3)) dt$$

$$(i_1 + i_2 + i_3) = 0 \Rightarrow$$

$$W_{11} + W_{21} + W_{31} = \frac{1}{T} \int (i_1 \cdot u_{10''} + i_2 \cdot u_{20''} + i_3 \cdot u_{30''}) dt = P$$

KARGA DESOREKATUA

Garapenean ez dugu aurre suposatu sekuentzia bat eta beraz baliagarria da bi sekuentzietarako; era berean aldagaien funtzioekin egin denez lan, edozein uhin formarako erabil daiteke.



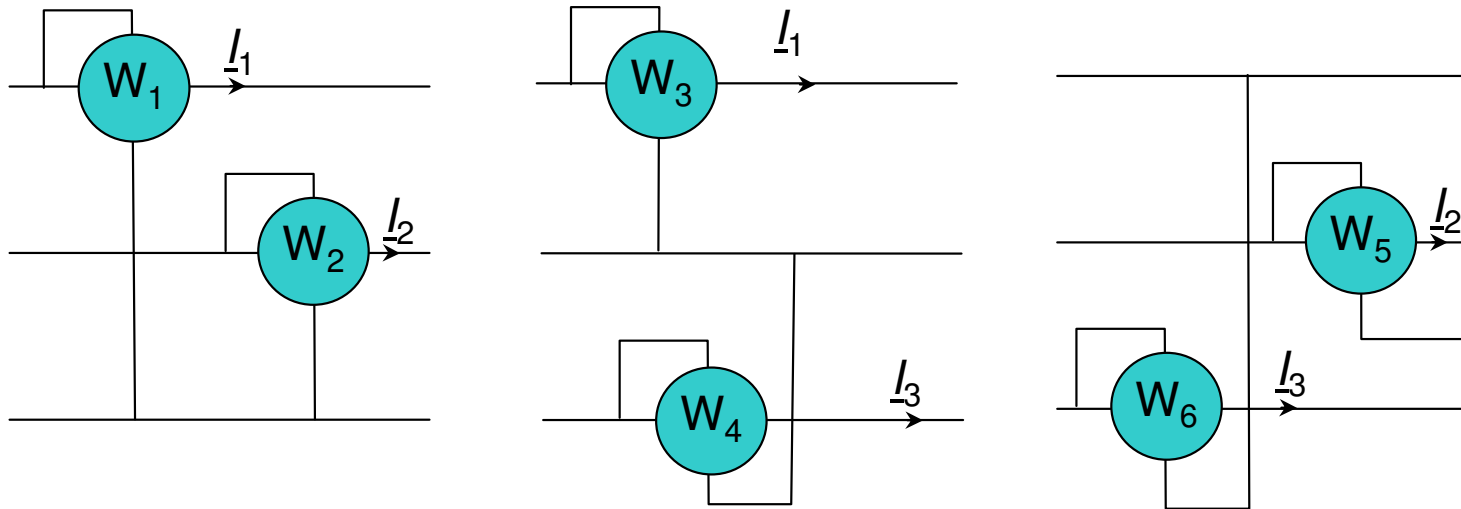
$0'$ puntuaren potentzialak ez du neurketan eraginik, jar liteke edozein fasean, eta fase horretako wattmetroak zero markatuko luke, ez lukeelako edukiko tentsiorik borne voltmetrikotan. Baldintza horietan beste bi wattmetroen irakurketen batura potentzia totala izateraino irakurketa aldatuko dute $0'$ puntua airean zegoen egoerarekiko.

Baina era berean, orain potentzia neurtzeko hiru wattmetro erabili beharrean bi baino ez ditugu erabiliko. Konexio berri honi Aron konexioa edo bi wattmetroen konexioa deitzen zaio, eta potentzia aktiboa neurtzeko baliagarria da bai karga orekatuarekin bai karga desorekatuarekin.

KARGA DESOREKATUA eta edozein sekuentzian P neurtzeko.

KARGA OREKATUA eta edozein sekuentzian P eta Q neurtzeko.

Wattmetroak jarraian agertzen diren eskemei jarraituz konekta daitezke:

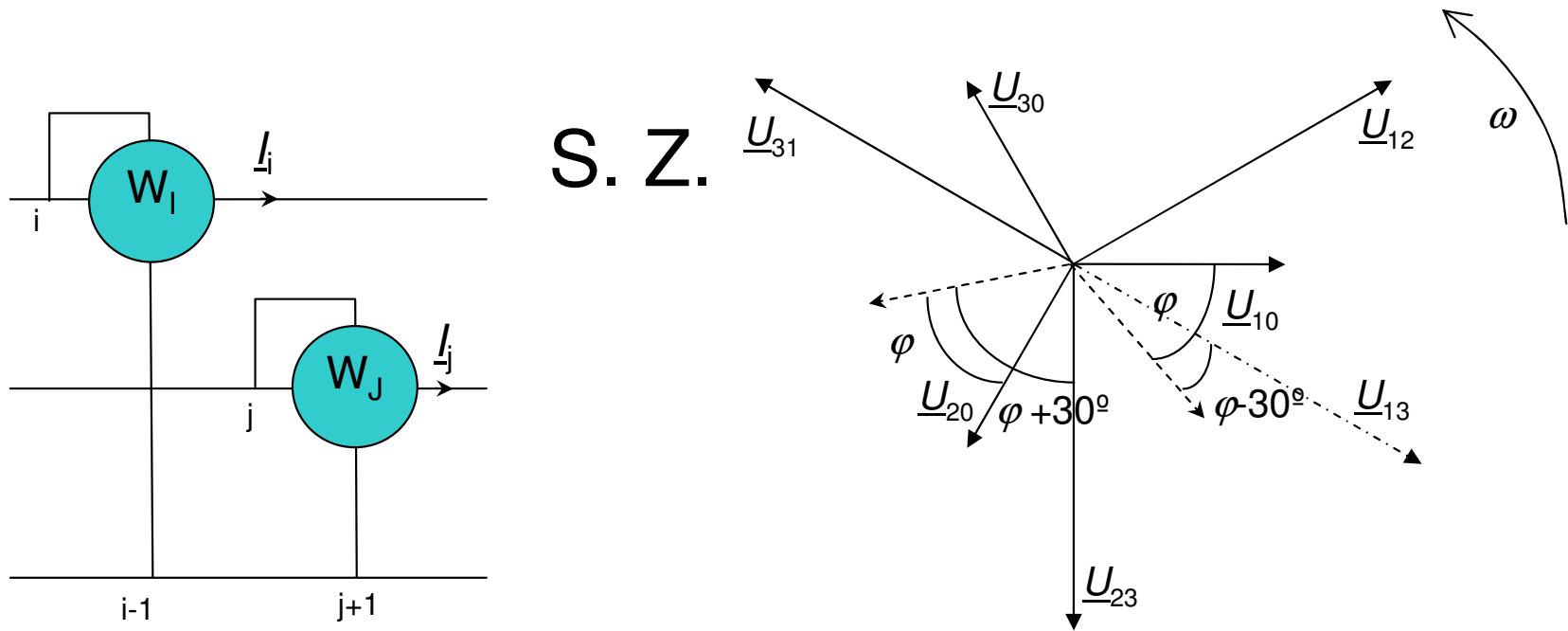


Hiru eskemetan wattmetro batek “ i ” fase hartzen du korrontea, eta tentsioa “ i ” fase beretik “ $i-1$ ” faseraino, wattmetro hori Aron konexioan 1 wattmetroa izango da. Eskemako beste wattmetroak, “ $j=i+1$ ” fase hartzen du korrontea, eta tentsioa “ j ” fase beretik “ $j+1$ ” faseraino, Aron konexioko 2 wattmetroa izango da.

$$W_1 = W_1 = W_4 = W_5$$

$$W_2 = W_2 = W_3 = W_6$$

Wattmetroen neurketak karga orekatua eta sekuentzia zuzenaren kasurako:



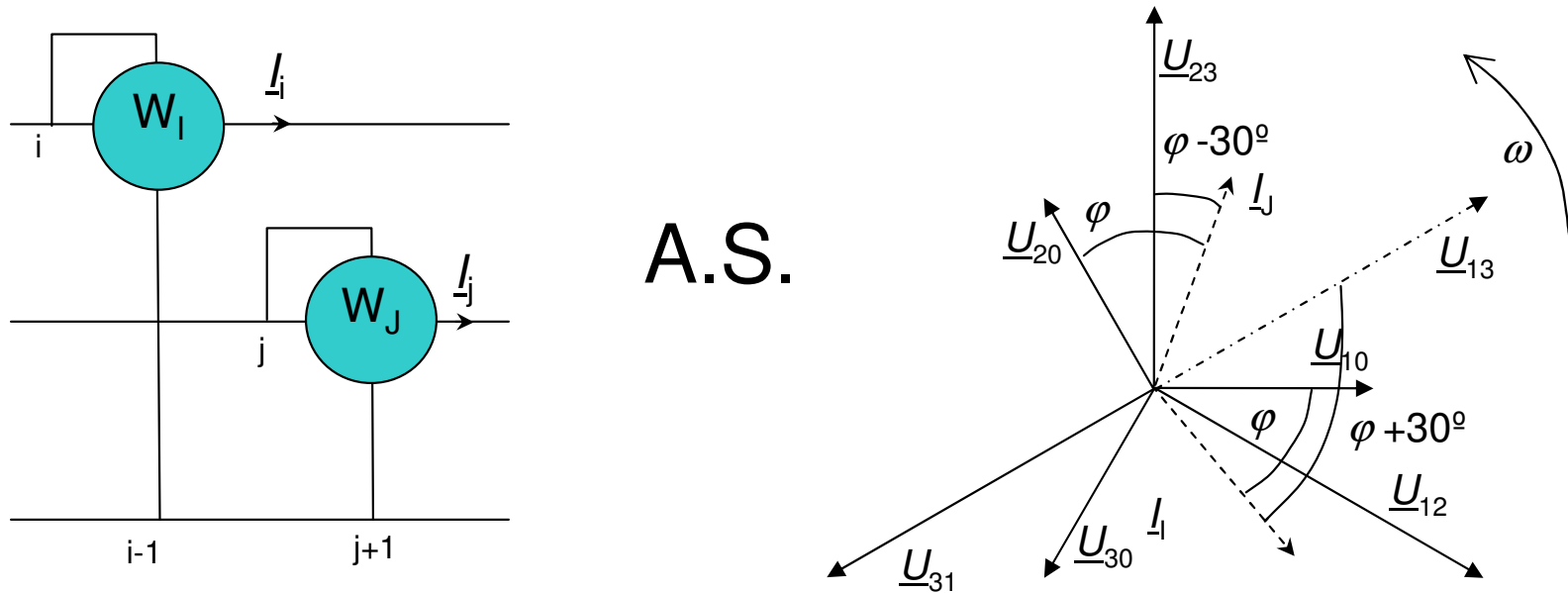
$$W_{11} = I_i \cdot U_{i,i-1} \cdot \cos\left(I_i \hat{U}_{i,i-1}\right) = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi - 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos\varphi \cdot \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cdot \sin\varphi) = W_{11}$$

$$W_{21} = I_j \cdot U_{j,j+1} \cdot \cos\left(I_j \hat{U}_{j,j+1}\right) = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi + 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos\varphi \cdot \cos 30^\circ - \sin 30^\circ \cdot \sin\varphi) = W_{21}$$

$$W_{11} + W_{21} = 2 \cdot I_L \cdot U_K \cdot (\cos\varphi \cdot \cos 30^\circ) = 2 \cdot I_L \cdot U_K \cdot \cos\varphi \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \cdot I_L \cdot U_K \cdot \cos\varphi = P$$

$$W_{11} - W_{21} = 2 \cdot I_L \cdot U_K \cdot (\sin 30^\circ \cdot \sin\varphi) = 2 \cdot I_L \cdot U_K \cdot \sin\varphi \cdot \frac{1}{2} = I_L \cdot U_K \cdot \sin\varphi = \frac{Q}{\sqrt{3}}$$

Wattmetroen neurketak karga orekatua eta alderantzizko sekuentziaren kasurako:



$$W_{II} = I_i \cdot U_{i,i-1} \cdot \cos \left(I_i \hat{U}_{i,i-1} \right) = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi + 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos \varphi \cdot \cos 30^\circ - \sin 30^\circ \cdot \sin \varphi) = \text{aurreko } W_{2I}$$

$$W_{JI} = I_j \cdot U_{j,j+1} \cdot \cos \left(I_j \hat{U}_{j,j+1} \right) = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi - 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos \varphi \cdot \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cdot \sin \varphi) = \text{aurreko } W_{1I}$$

$$W_{1I} + W_{2I} = 2 \cdot I_L \cdot U_K \cdot (\cos \varphi \cdot \cos 30^\circ) = 2 \cdot I_L \cdot U_K \cdot \cos \varphi \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \cdot I_L \cdot U_K \cdot \cos \varphi = P$$

$$W_{2I} - W_{1I} = 2 \cdot I_L \cdot U_K \cdot (\sin 30^\circ \cdot \sin \varphi) = 2 \cdot I_L \cdot U_K \cdot \sin \varphi \cdot \frac{1}{2} = I_L \cdot U_K \cdot \sin \varphi = \frac{Q}{\sqrt{3}}$$

Wattmetroen jokabidea bi sekuentziak eta hainbat karga izaerarako (φ).

Sekuentzia zuzena eta karga erresistibo hutsa: $\varphi = 0^\circ$

$$W_{II} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi - 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos - 30^\circ) = \frac{1}{2} I_L \cdot U_K$$

$$\Rightarrow W_{II} = W_{JI} > 0$$

$$W_{JI} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi + 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos 30^\circ) = \frac{1}{2} I_L \cdot U_K$$

Sekuentzia zuzena eta karga induktiboa $\varphi = 30^\circ$

$$W_{II} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi - 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos 0^\circ) = I_L \cdot U_K$$

$$\Rightarrow W_{II} = 2W_{JI} > 0$$

$$W_{JI} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi + 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos 60^\circ) = \frac{1}{2} I_L \cdot U_K$$

Sekuentzia zuzena eta karga induktiboa $\varphi = 60^\circ$

$$W_{II} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi - 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos 30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} I_L \cdot U_K$$

$$\Rightarrow W_{II} > 0 = W_{JI}$$

$$W_{JI} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi + 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos 90^\circ) = 0$$

7.9 POTENTZIAREN NEURKETA HIRU HARIDUN SISTEMETAN (8)

7.9.1 ARON METODOA

Wattmetroen jokabidea bi sekuentziak eta hainbat karga izaerarako (φ).

Sekuentzia zuzena $60^\circ < \varphi < 90^\circ$ induktiboa (75° esaterako)

$$W_{II} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi - 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos 45^\circ) > 0$$

$$\Rightarrow W_{II} > 0 > W_{JI}$$

$$W_{JI} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi + 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos 105^\circ) < 0$$

Sekuentzia zuzena $\varphi = 90^\circ$ induktiboak

$$W_{II} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi - 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos 60^\circ) = \frac{1}{2} I_L \cdot U_K$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} W_{II} &= -W_{JI} \\ W_{II} &> 0 > W_{JI} \end{aligned}$$

$$W_{JI} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi + 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos 120^\circ) = -\frac{1}{2} I_L \cdot U_K$$

Wattmetroen jokabidea bi sekuentziak eta hainbat karga izaerarako (φ).

Sekuentzia zuzena eta karga kapazitiboa: $\varphi = -30^\circ$

$$W_{II} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi - 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos - 60^\circ) = \frac{1}{2} I_L \cdot U_K$$

$$\Rightarrow W_{JI} = 2W_{II} > 0$$

$$W_{JI} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi + 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos 0^\circ) = I_L \cdot U_K$$

Sekuentzia zuzena eta karga kapazitiboa: $\varphi = -60^\circ$

$$W_{II} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi - 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos - 90^\circ) = 0$$

$$\Rightarrow W_{JI} > 0 = W_{II}$$

$$W_{JI} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi + 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos - 30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} I_L \cdot U_K$$

Wattmetroen jokabidea bi sekuentziak eta hainbat karga izaerarako (φ).

Sekuentzia zuzena $-60^\circ > \varphi > -90^\circ$ kapazitiboak (esaterako 75°)

$$W_{II} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi - 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos - 105^\circ) < 0$$

$$\Rightarrow W_{JI} > 0 > W_{II}$$

$$W_{JI} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi + 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos 45^\circ) > 0$$

Sekuentzia zuzena eta karga kapazitiboa: $\varphi = -90^\circ$

$$W_{II} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi - 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos - 120^\circ) = -\frac{1}{2} I_L \cdot U_K$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} W_{JI} &= -W_{II} \\ W_{JI} &> 0 > W_{II} \end{aligned}$$

$$W_{JI} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi + 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos - 60^\circ) = \frac{1}{2} I_L \cdot U_K$$

Wattmetroen jokabidea bi sekuentziak eta hainbat karga izaerarako (φ).

Alderantzizko sekuentzia eta karga erresistibo hutsa: $\varphi = 0^\circ$

$$W_{II} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi + 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos + 30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} I_L \cdot U_K \quad \Rightarrow \quad W_{II} = W_{JI} > 0$$

$$W_{JI} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi - 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos - 30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} I_L \cdot U_K$$

Alderantzizko sekuentzia eta karga induktiboa: $\varphi = 30^\circ$

$$W_{II} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi + 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos 60^\circ) = \frac{1}{2} I_L \cdot U_K \quad \Rightarrow \quad W_{JI} = 2W_{II} > 0$$

$$W_{JI} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi - 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos 0^\circ) = I_L \cdot U_K$$

Alderantzizko sekuentzia eta karga induktiboa: $\varphi = 60^\circ$

$$W_{II} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi + 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos 90^\circ) = 0$$

$$W_{JI} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi - 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos 30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} I_L \cdot U_K \quad \Rightarrow \quad W_{JI} > 0 = W_{II}$$

Wattmetroen jokabidea bi sekuentziak eta hainbat karga izaerarako (φ).

Alderantzizko sekuentzia $60^\circ < \varphi < 90^\circ$ induktiboa (esaterako 75°)

$$\begin{aligned} W_{II} &= I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi + 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos 105^\circ) < 0 \\ W_{JI} &= I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi - 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos 45^\circ) > 0 \end{aligned} \Rightarrow W_{JI} > 0 > W_{II}$$

Alderantzizko sekuentzia eta karga induktibo hutsa: $\varphi = 90^\circ$

$$\begin{aligned} W_{II} &= I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi + 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos 120^\circ) = -\frac{1}{2} I_L \cdot U_K \\ W_{JI} &= I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi - 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos 60^\circ) = \frac{1}{2} I_L \cdot U_K \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} W_{JI} &= -W_{II} \\ W_{JI} &> 0 > W_{II} \end{aligned}$$

Wattmetroen jokabidea bi sekuentziak eta hainbat karga izaerarako (φ).

Alderantzizko sekuentzia karga kapazitiboa: $\varphi = -30^\circ$

$$W_{II} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi + 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos 0^\circ) = I_L \cdot U_K$$

$$\Rightarrow W_{II} = 2W_{JI} > 0$$

$$W_{JI} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi - 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos - 60^\circ) = \frac{1}{2} I_L \cdot U_K$$

Alderantzizko sekuentzia karga kapazitiboa: $\varphi = -60^\circ$

$$W_{II} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi + 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos - 30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} I_L \cdot U_K$$

$$\Rightarrow W_{II} > 0 = W_{JI}$$

$$W_{JI} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi - 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos - 90^\circ) = 0$$

Wattmetroen jokabidea bi sekuentziak eta hainbat karga izaerarako (φ).

Alderantzizko sekuentzia $-60^\circ > \varphi > -90^\circ$ kapazitiboa

$$W_{II} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi + 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos - 45^\circ) > 0$$

$$\Rightarrow W_{II} > 0 > W_{JI}$$

$$W_{JI} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi - 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos - 105^\circ) < 0$$

Aldernantzizko sekuentzia eta karga kapazitiboa: $\varphi = -90^\circ$

$$W_{II} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi + 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos - 60^\circ) = \frac{1}{2} I_L \cdot U_K$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} W_{II} &= -W_{JI} \\ W_{II} &> 0 > W_{JI} \end{aligned}$$

$$W_{JI} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi - 30^\circ) = I_L \cdot U_K \cdot (\cos - 120^\circ) = -\frac{1}{2} I_L \cdot U_K$$

7.9 POTENTZIAREN NEURKETA HIRU HARIDUN SISTEMETAN (15)

7.9.1 ARON METODOA

Kargaren izaera, wattmetroen irakurketak eta sekuentzia: hiru datu horietatik 2 ezagutuz hirugarrena lor daiteke.

S.Z.

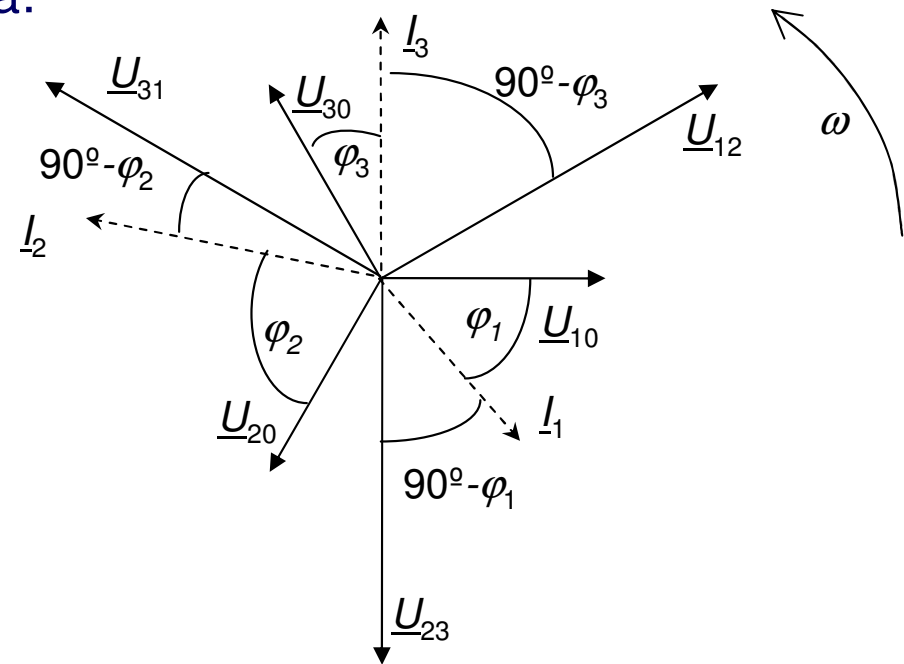
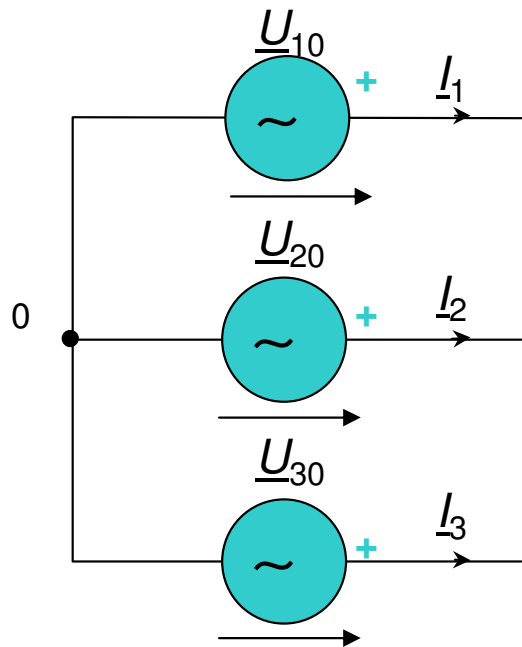
A.S.

φ	$W_I = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi - 30^\circ)$ $W_J = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi + 30^\circ)$	$W_I = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi + 30^\circ)$ $W_J = I_L \cdot U_K \cdot \cos(\varphi - 30^\circ)$
$\varphi = 0^\circ$	$W_I = W_J > 0$	$W_I = W_J > 0$
$\varphi = 30^\circ$	$W_I = 2W_J > 0$	$W_J = 2W_I > 0$
$\varphi = 60^\circ$	$W_I > 0 = W_J$	$W_J > 0 = W_I$
$60^\circ < \varphi < 90^\circ$	$W_I > 0 > W_J$	$W_J > 0 > W_I$
$\varphi = 90^\circ$	$W_I = -W_J$ $W_I > 0 > W_J$	$W_J = -W_I$ $W_J > 0 > W_I$
$\varphi = -30^\circ$	$W_J = 2W_I > 0$	$W_I = 2W_J > 0$
$\varphi = -60^\circ$	$W_J > 0 = W_I$	$W_I > 0 = W_J$
$-60^\circ < \varphi < -90^\circ$	$W_J > 0 > W_I$	$W_I > 0 > W_J$
$\varphi = -90^\circ$	$W_J = -W_I$ $W_J > 0 > W_I$	$W_I = -W_J$ $W_I > 0 > W_J$

7.10 POTENTZIA ERREAKTIBOAREN NEURKETA KARGA DESOREKATUETAN (1)

Karga sistema desorekatuaren potentzia erreaktibo ezin da aurreko metodoak erabiliz neurtu. Q lortzeko, Boucherot-en teorema erabiliko dugu, teorema horren arabera, “sistema batean, sortutako potentzia erreaktibo eta kargak xahututakoa bera izango da”. Hortaz, sorgailuek sortutako potentzia erreaktibo zehaztuko dugu.

Bedi izarrean konektatutako sorgailu trifasikoa:



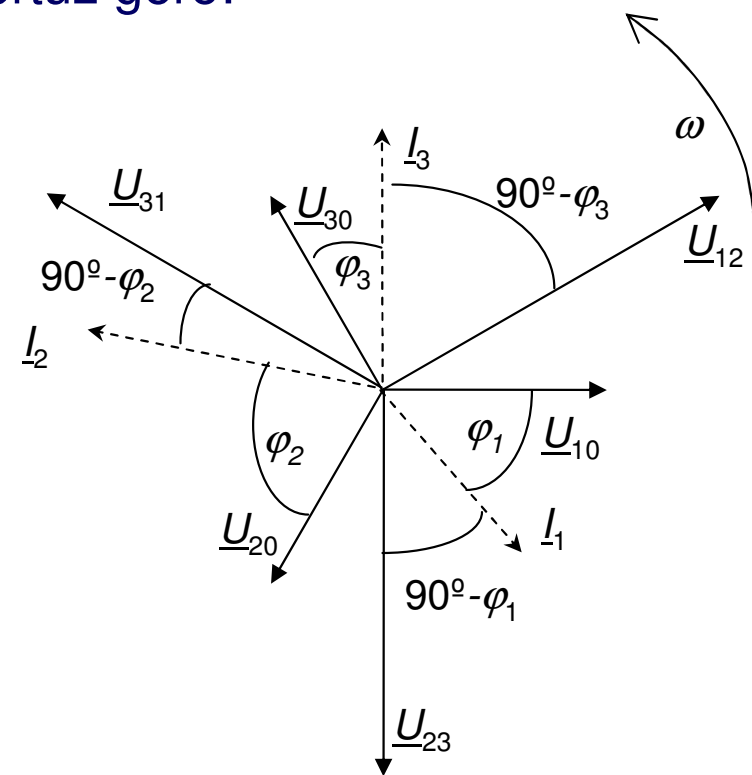
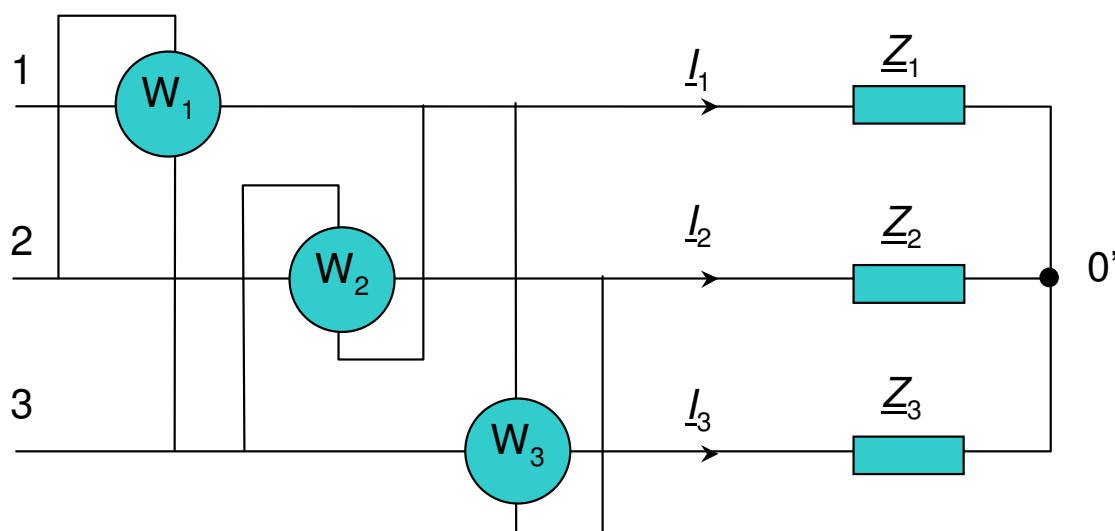
$$Q_1 = I_1 \cdot U_{10} \cdot \sin\left(\angle I_1 \hat{U}_{10}\right); \quad Q_2 = I_2 \cdot U_{20} \cdot \sin\left(\angle I_2 \hat{U}_{20}\right); \quad Q_3 = I_3 \cdot U_{30} \cdot \sin\left(\angle I_3 \hat{U}_{30}\right)$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = I_1 \cdot U_{10} \cdot \sin\left(\angle I_1 \hat{U}_{10}\right) + I_2 \cdot U_{20} \cdot \sin\left(\angle I_2 \hat{U}_{20}\right) + I_3 \cdot U_{30} \cdot \sin\left(\angle I_3 \hat{U}_{30}\right) =$$

$$I_1 \cdot U_S \cdot \sin(\varphi_1) + I_2 \cdot U_S \cdot \sin(\varphi_2) + I_3 \cdot U_S \cdot \sin(\varphi_3)$$

$$Q = U_S \cdot (I_1 \cdot \sin(\varphi_1) + I_2 \cdot \sin(\varphi_2) + I_3 \cdot \sin(\varphi_3))$$

Eskemako wattmetro monofasikoen neurketak aztertuz gero:



$$W_{11} = I_1 \cdot U_{23} \cdot \cos\left(\widehat{I_1 \underline{U}_{23}}\right) = I_1 \cdot U_K \cdot \cos(90^\circ - \varphi_1) = I_1 \cdot U_K \cdot \sin(\varphi_1)$$

$$W_{21} = I_2 \cdot U_{31} \cdot \cos\left(\widehat{I_2 \underline{U}_{31}}\right) = I_2 \cdot U_K \cdot \cos(90^\circ - \varphi_2) = I_2 \cdot U_K \cdot \sin(\varphi_2)$$

$$W_{31} = I_3 \cdot U_{12} \cdot \cos\left(\widehat{I_3 \underline{U}_{12}}\right) = I_3 \cdot U_K \cdot \cos(90^\circ - \varphi_3) = I_3 \cdot U_K \cdot \sin(\varphi_3)$$

$$W_{11} + W_{21} + W_{31} = I_1 \cdot U_K \cdot \sin(\varphi_1) + I_2 \cdot U_K \cdot \sin(\varphi_2) + I_3 \cdot U_K \cdot \sin(\varphi_3) = U_K \cdot (I_1 \cdot \sin(\varphi_1) + I_2 \cdot \sin(\varphi_2) + I_3 \cdot \sin(\varphi_3)) = \sqrt{3}U_S \cdot (I_1 \cdot \sin(\varphi_1) + I_2 \cdot \sin(\varphi_2) + I_3 \cdot \sin(\varphi_3))$$

$$W_{11} + W_{21} + W_{31} = \sqrt{3}U_S \cdot (I_1 \cdot \sin(\varphi_1) + I_2 \cdot \sin(\varphi_2) + I_3 \cdot \sin(\varphi_3))$$

Beraz badakigu:

$$Q = U_S \cdot (I_1 \cdot \sin(\varphi_1) + I_2 \cdot \sin(\varphi_2) + I_3 \cdot \sin(\varphi_3))$$

Hauxe adieraz daiteke:

$$W_{1l} + W_{2l} + W_{3l} = \sqrt{3}U_S \cdot (I_1 \cdot \sin(\varphi_1) + I_2 \cdot \sin(\varphi_2) + I_3 \cdot \sin(\varphi_3)) = \sqrt{3} \cdot Q \Rightarrow$$

$$Q = \frac{1}{\sqrt{3}}(W_{1l} + W_{2l} + W_{3l})$$

Wattmetro monofasikoak erabiliz potentzia erreaktiboak neur daitezke.

Bestetik, karga orekatua izango balitz:

$$I_1 = I_2 = I_3 = I_L \quad \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi$$

$$W_{1l} = W_{2l} = W_{3l} = I_L \cdot U_K \cdot \cos(90^\circ - \varphi) = I_L \cdot U_K \cdot \sin(\varphi)$$

$$Q = \sqrt{3}I_L \cdot U_K \cdot \sin(\varphi) = \sqrt{3}W_{1l} = \sqrt{3}W_{2l} = \sqrt{3}W_{3l}$$

Karga orekatua badugu, wattmetroetako bat jartzearekin nahiko. Tresna horren neurketa erro hiruz bidertuz gero karga orekatuaren guztizko potentzia edukiko genuke.

7.11 BIBLIOGRAFIA

- V.M. Parra Prieto eta beste hainbat, Teoría de Circuitos, Universidad Nacional de Educación a Distancia. Madril 1990. XXI, XXII eta XXIII gaiak.
- E. Alfaro Segovia, Teoría de Circuitos y Electrometría. El autor, Madril 1970. VIII. kapitulua, 20, 21, 22 eta 23 irakasgaiak.
- Z. Aginako eta beste hainbat, Zirkuituen Teoriako 100 Ariketa, Elhuyar, Usurbil 2006. 6. atala.
- J.A. Edminister, M. Nahvi, Circuitos Eléctricos (Problemas resueltos) McGraw Hill, Madrid 1997. 11.kapitulua
- A. Gómez Expósito, J.A. Olivera, Problemas resueltos de Teoría de Circuitos, Paraninfo, Madril 1990. 6.kapitulua
- A. Gómez Expósito eta beste hainbat, Teoría de Circuitos, Ejercicios de autoevaluación, Thomson, Madril 2005. 5. kapitulua.
- J.L: Azurmendi y otros, Practicas de Electricidad y Circuitos, Bilboko ITUEko argitalpen zentroa, Bilbo 1985. 5. kapitulua.
- P. Sánchez Barrios eta beste hainbat, Teoría de Circuitos, Pearson Educación, Madril 2007. 3.Kapitulua