6. Gaia: ZIRKUITUEN ANALISIA EGOERA EGONKORREAN

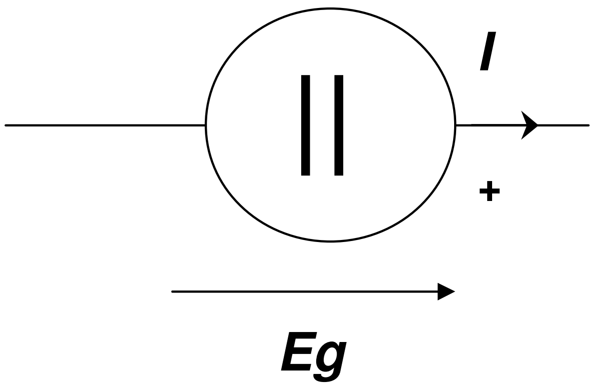
- Gaur egun zergatik ez den ekoizten korronte zuzenean jakitea.
- Korronte zuzenaren eraginpean elementu metatzeileen erantzuna ezagutzea.
- Korronte alterno sinusoidalen garrantzia ulertzea.
- Denboraren eremuko funtzio sinusoidalak maiztasunekotan eta alderantziz bihurtzen jakitea.
- Fasorearen kontzeptua ulertzea.
- Ikasi eta era egokian interpretatu Kenelly-ren notazioa
- Frekuentziazko inmitantziaren kontzeptuaz jabetzea.

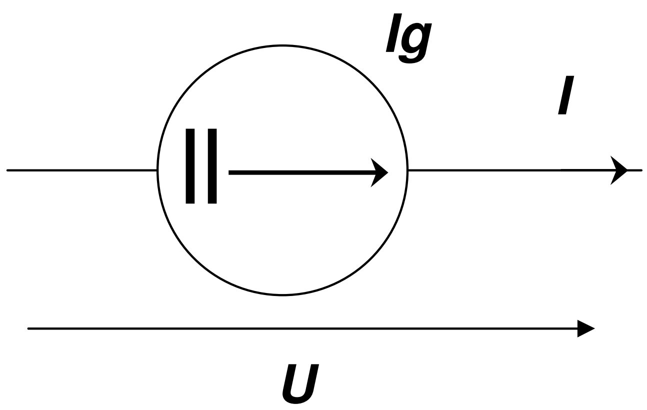
6.1 KORRONTE ZUZENEKO ZIRKUITUAK (K.Z.) (1)
6.1.1 KORRONTE ZUZENEKO ITURRIEN POTENTZIA ETA ERRENDIMENDUA.

ZIRKUITU BAT KORRONTE ZUZENEZ (KZ) ELIKATUTA DAGOELA ESANGO DUGU:

- TENTSIO-ITURRI ERAKO KONFIGURAZIOAN, ITURRIETAN TENTSIOAK DENBORAN ZEHAR BATEZ BESTEKO BALIO KONSTATEA DUENEAN.
- KORRONTE ITURRIETAN, KORRONTEAK BATEZ BESTEKO BALIO KONSTANTEA DUENEAN

EGOERA HORIETAN KORRONTEAK EDO TENTSIOAK, BATEZ BESTEKOAREN BALIO BEREKO BALIO KONSTANTEA DUELA ESANGO DUGU. OROKORREAN GRAFIKOKI DENBORAREN ARDATZAREKIKO PARALELOA DEN ZUZEN BATEZ ADIERAZTEN DA.





$$P = E_g \cdot I$$

$$P < 0 \Rightarrow \text{HARGAILU}$$

$$P > 0 \Rightarrow \text{SORGAILU}$$

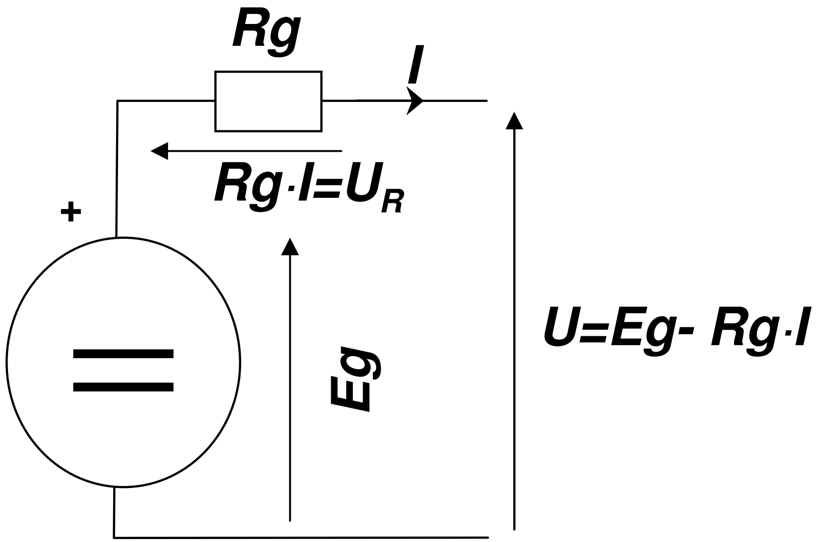
$$P = I_g \cdot U$$

$$P < 0 \Rightarrow \text{HARGAILU}$$

$$P > 0 \Rightarrow \text{SORGAILU}$$

6.1.1 KORRONTE ZUZENEKO ITURRIEN POTENTZIA ETA ERRENDIMENDUA.

TENTSIO-ITURRIA



$$P = U \cdot I = (E_g - R_g \cdot I) \cdot I =$$

$$E_g \cdot I - R_g \cdot I^2 = P_{SORTUA} - P_{XAHUTUA}$$

$$P < 0 \Rightarrow \text{HARGAILU}$$

$$P > 0 \Rightarrow \text{SORGAILU}$$

ERRENDIMENDUA

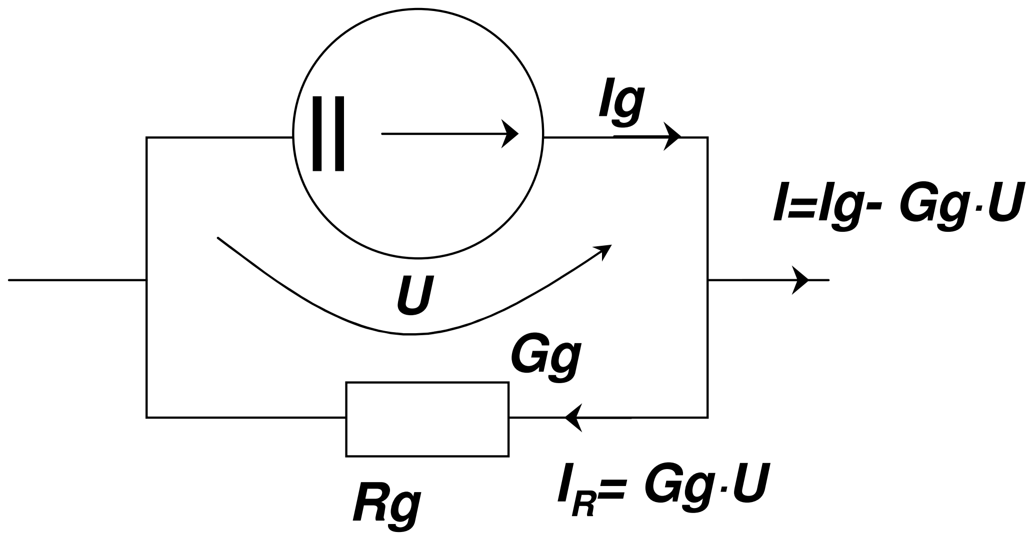
SORGAILUA

$$\eta = \frac{P_{ERABILGARRIA}}{P_{SORTUA}} = \frac{(E_g - R_g \cdot I) \cdot I}{E_g \cdot I} = \frac{E_g \cdot I - R_g \cdot I^2}{E_g \cdot I} = \frac{E_g - R_g \cdot I}{E_g} = \frac{E_g - U_R}{E_g} = \frac{U}{E_g}$$

HARGAILUA

$$\eta = \frac{P_{ERABILBARRIA}}{P_{XURGATUA}} = \frac{E_g \cdot I}{(E_g + R_g \cdot I) \cdot I} = \frac{E_g \cdot I}{E_g \cdot I + R_g \cdot I^2} = \frac{E_g}{E_g + R_g \cdot I} = \frac{E_g}{E_g + U_R} = \frac{E_g}{U}$$

KORRONTE-ITURRIA



$$P = U \cdot I = (I_g - G_g \cdot U) \cdot U =$$

$$I_g \cdot U - G_g \cdot U^2 = P_{SORTUA} - P_{XAHUTUA}$$

$$P < 0 \Rightarrow \text{HARGAILUA}$$

$$P > 0 \Rightarrow \text{SORGAILUA}$$

ERRENDIMENDUA

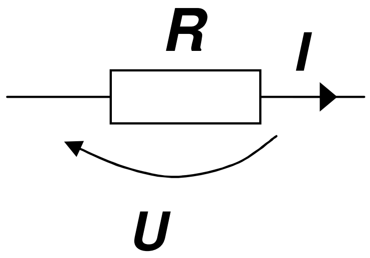
SORGAILUA

$$\eta = \frac{P_{ERABILGARRIA}}{P_{SORTUA}} = \frac{(I_g - G_g \cdot U) \cdot U}{I_g \cdot U} = \frac{I_g \cdot U - G_g \cdot U^2}{I_g \cdot U} = \frac{I_g - G_g \cdot U}{I_g} = \frac{I_g - I_R}{I_g} = \frac{I}{I_g}$$

HARGAILUA

$$\eta = \frac{P_{ERABILGARRIA}}{P_{XURGATUA}} = \frac{I_g \cdot U}{(I_g + G_g \cdot U) \cdot U} = \frac{I_g \cdot U}{I_g \cdot U + G_g \cdot U^2} = \frac{I_g}{I_g + G_g \cdot U} = \frac{I_g}{I_g + I_R} = \frac{I_g}{I}$$

6.1 KORRONTE ZUZENEKO ZIRKUITUAK (K.Z.) (4)
6.1.2 OINARRIZKO ELEMENTU PASIBOEN JOKABIDEA

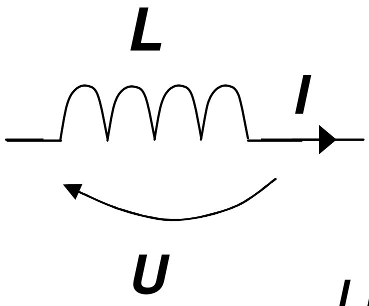


$$U = R \cdot I$$

$$I = \frac{1}{R} \cdot U = G \cdot U$$

$$P = U \cdot I = R \cdot I^2 = G \cdot U^2$$

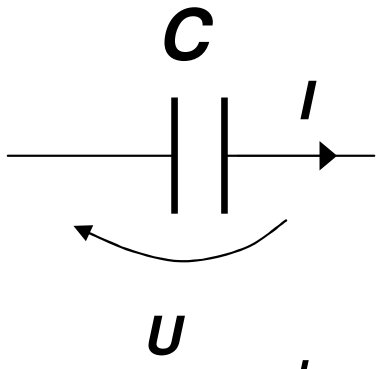
$$P > 0 \quad \text{Beti}$$



$$U = L \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = 0$$

$$P = 0$$

$$W = \frac{1}{2} L \cdot I^2$$



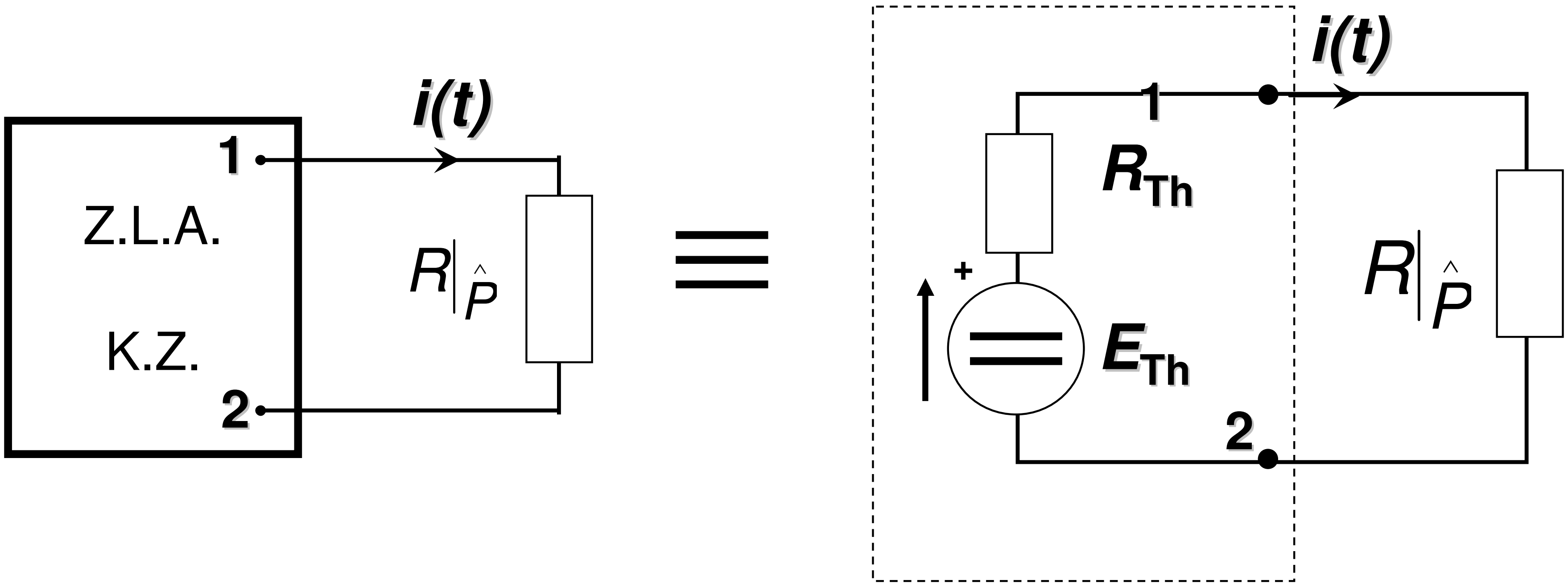
$$I = C \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = 0$$

$$P = 0$$

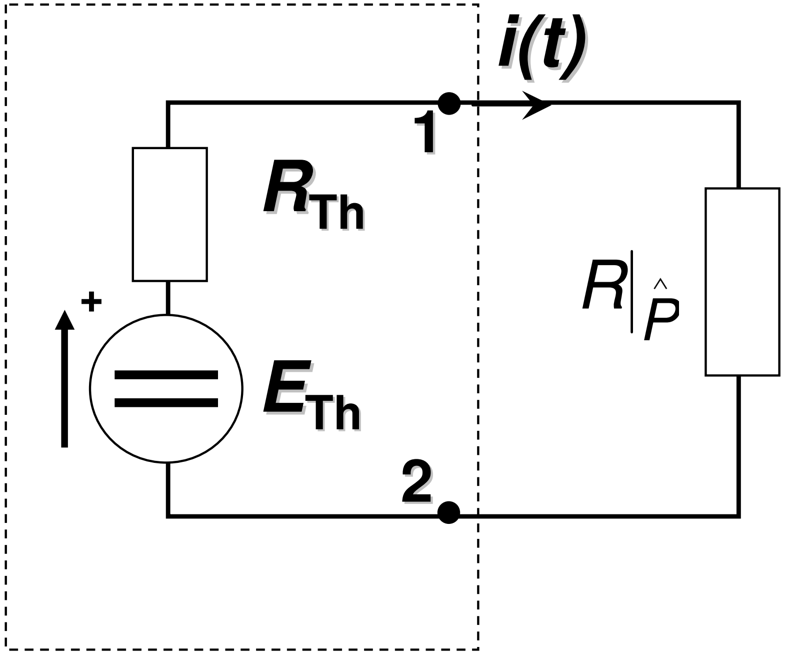
$$W = \frac{1}{2} C \cdot U^2$$

Potentzia maximoaren transferentziaren teorema korronte zuzenean:

Bedi bipolo lineal eta aktiboa. Teorema honen bidez zehaztuko dugu zein neurriko kargaren gain transferituko den potentziarik handiena. Kalkuluak erraztearren, aurretik, bipolo lineal eta aktiboa bere Thevenin-en baliokideaz ordeztuko dugu. Eta hortik abiatuz, potentzia maximoa xahutuko duen "*R*"-ren balioa zehaztuko dugu.



6.1.3. POTENTZIA MAXIMOAREN TRANSFERENTZIAREN TEOREMA KORRONTE ZUZENEAN.



$$P = R \cdot I^2$$

$$I = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R}$$

$$\Rightarrow P = R \cdot \left(\frac{E_{Th}}{R_{Th} + R} \right)^2 = E_{Th}{}^2 \cdot \frac{R}{(R_{Th} + R)^2}$$

P maximoa izango da deribatua anulatzen denean : $\dfrac{dP}{dR} = 0$

$$\frac{dP}{dR} = E_{Th}{}^2 \cdot \frac{(R_{Th} + R)^2 - 2 \cdot R \cdot (R_{Th} + R)}{(R_{Th} + R)^4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (R_{Th} + R) = \infty \\ (R_{Th} + R)^2 - 2 \cdot R \cdot (R_{Th} + R) = 0 \end{cases}$$

$$(R_{Th} + R)^2 - 2 \cdot R \cdot (R_{Th} + R) = 0 = R_{Th}{}^2 + 2 \cdot R \cdot R_{Th} + R^2 - 2 \cdot R \cdot R_{Th} - 2R^2 = R_{Th}{}^2 - R^2 \Rightarrow$$

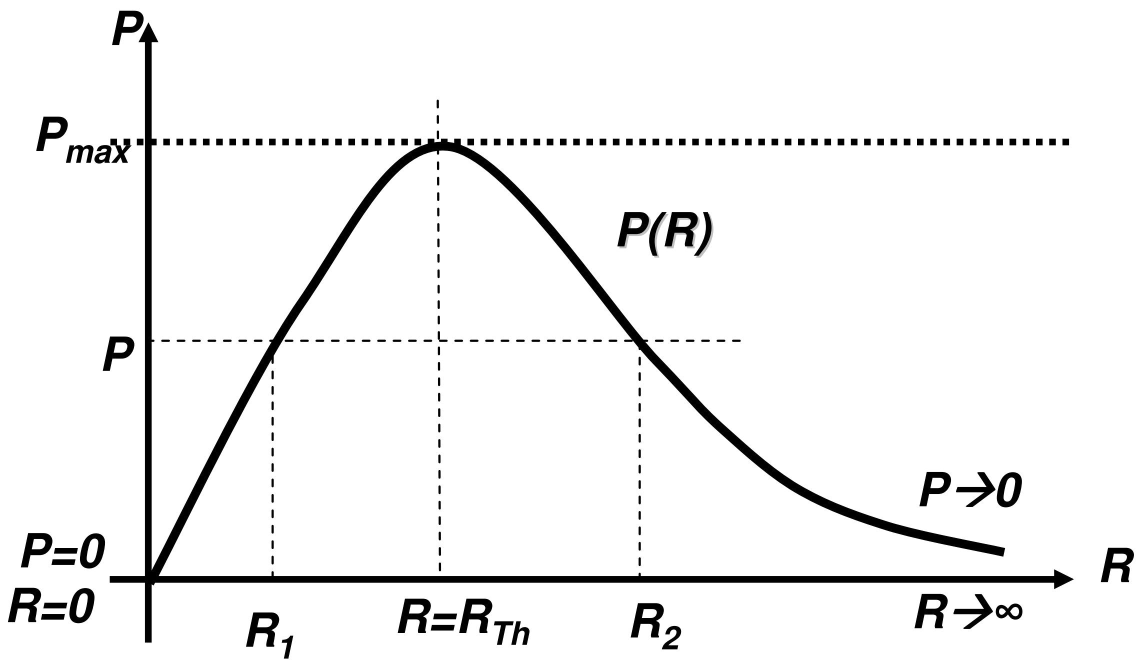
$$R_{Th}{}^2 - R^2 = 0 \Leftrightarrow R_{Th} = R$$

$R -$ ren balio horrentzako transferitzen da potentzia maximoa. Potentziaren balioa :

$$\hat{P} = E_{Th}{}^2 \cdot \frac{R}{(R_{Th} + R)^2} = E_{Th}{}^2 \cdot \frac{R_{Th}}{(R_{Th} + R_{Th})^2} = E_{Th}{}^2 \cdot \frac{R_{Th}}{(2R_{Th})^2} = E_{Th}{}^2 \cdot \frac{R_{Th}}{4R_{Th}{}^2} = \frac{E_{Th}{}^2}{4R_{Th}}$$

P(R)-ren adierazpen grafikoan, hauxe agertzen da:

- Balioa maximoa $R = R_{Th}$ denean baino ez da lortzen. Eta maximo bakarra dago.
- Potentziaren gainerako balioak $R<R_{Th}<R$, $P = E_{Th}^2 \cdot \frac{R}{(R_{Th}+R)^2}$ adierazpena beteko duten erresistentzientzako lor daitezke.

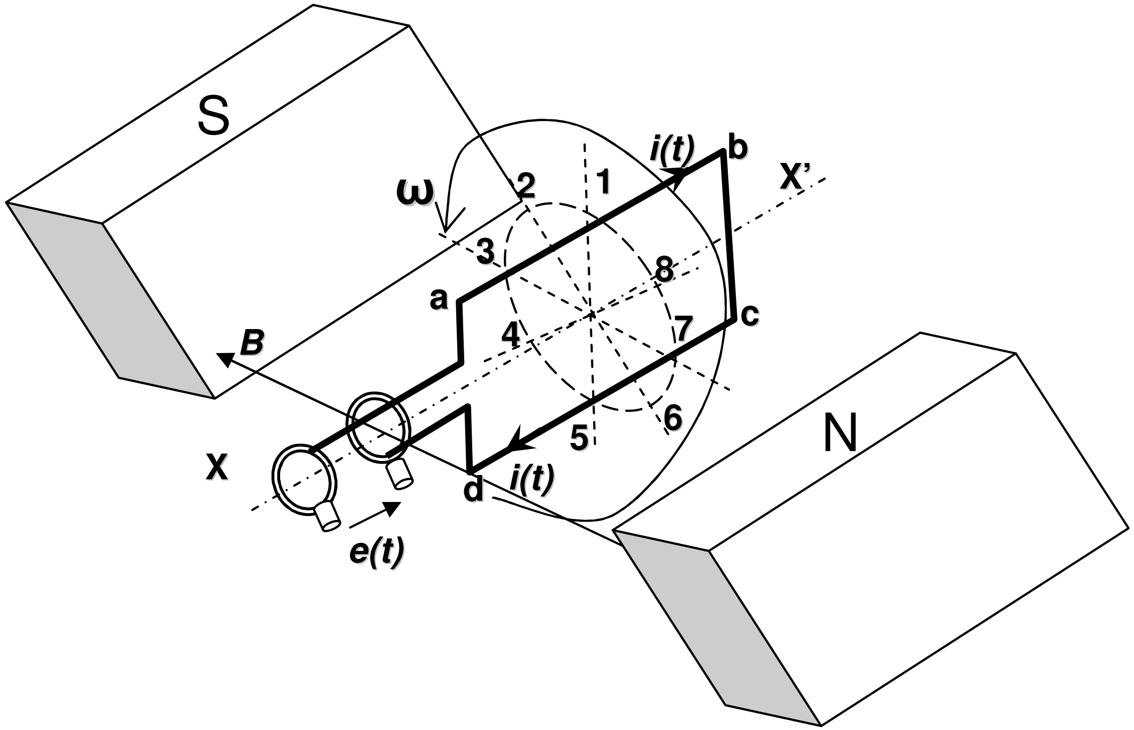


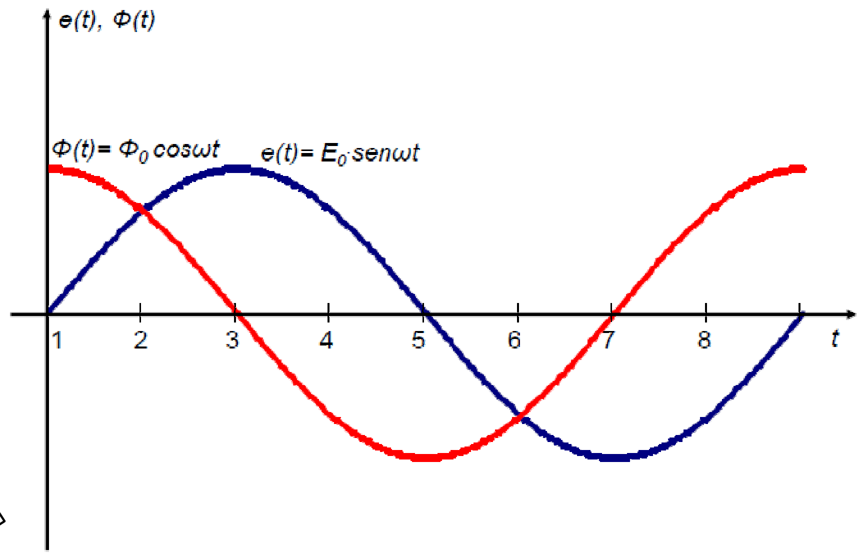
$$R = 0 \Rightarrow I = \frac{E_{Th}}{R_{Th}+0} \Rightarrow P = 0 \cdot \left(\frac{E_{Th}}{R_{Th}+0} \right)^2 = 0$$

$$R = \infty \Rightarrow I = \frac{E_{Th}}{R_{Th}+\infty} \to 0 \Rightarrow P \to 0$$

6.2 KORRONTE ALTERNOKO ZIRKUITUAK (K.A.) (1)
6.2.1 OINARRIZKO ALTERNADOREA

Oinarrizko alternadorea: Eremu magnetiko finko baten barruan ω abiadura angeluarraz biratzen duen espira bat da. Eremua espiraren biraketa-ardatzarekiko (X X') elkartzuta da, eta espira zeharkatzen duen eremua denboran zehar (espirak biratzen duen heinean) ondokoa: $\Phi(t) = \beta \cdot S \cdot \cos(\omega t) = \Phi_0 \cdot \cos(\omega t)$. Non: S espirarak definitzen duen gainazala ,eta β: Indukzioa diren.





Faraday-ren legearen aplikazioz, espiraren borneen artean ondoko balioko indar elektroeragilea agertuko da:

$$e(t) = \frac{d\phi(t)}{dt} = -B \cdot S \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t) = E_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Espira baten ordez, N espira egongo balira, abiadura angeluar uniformez (ω) biratuz, orduan, fluxua ondoko adierazpenaren arabera emana etorriko litzateke: $\Phi(t) = N \cdot \beta \cdot S \cdot \cos(\omega t)$

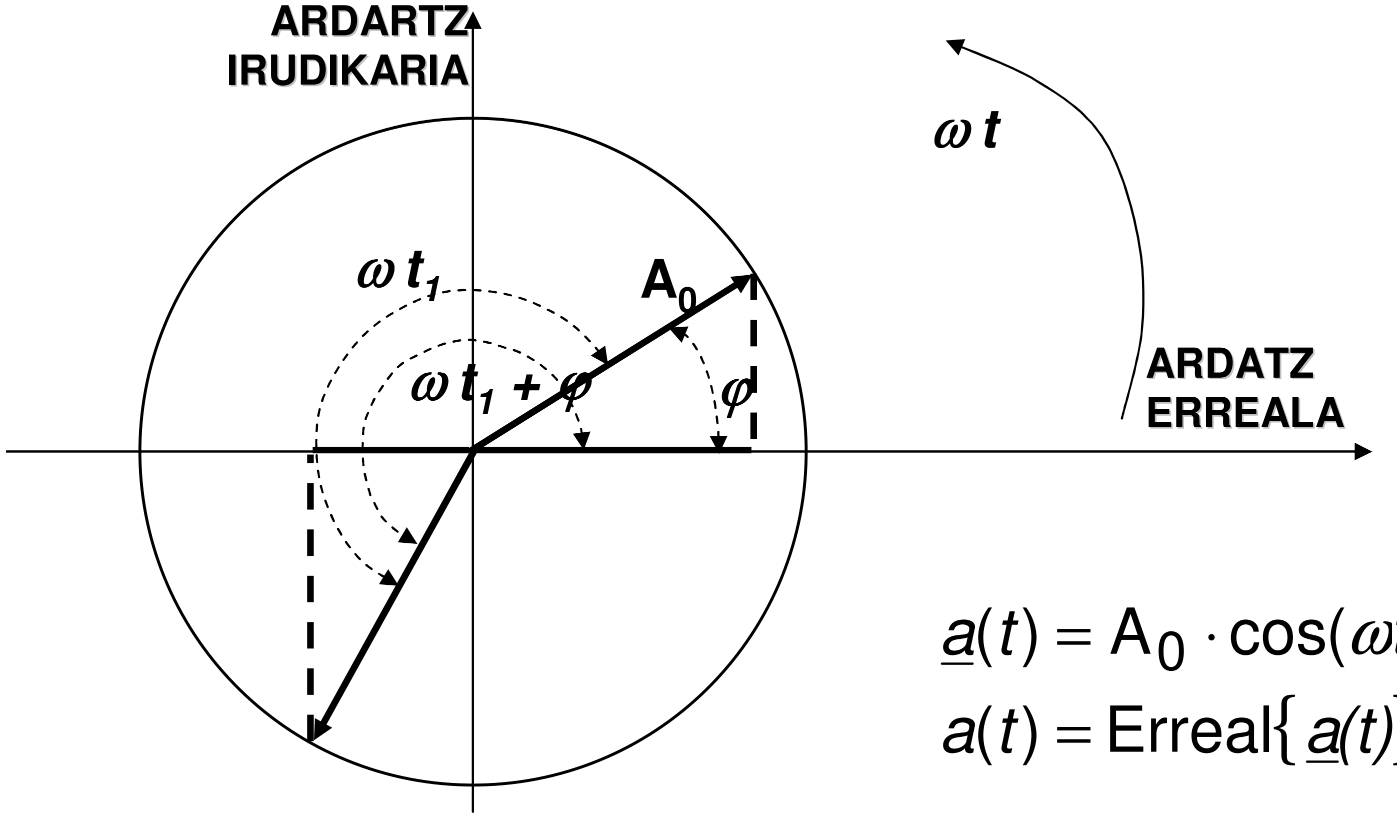
Eta indar elektroeragilea: $e(t) = \frac{d\phi(t)}{dt} = -N \cdot B \cdot S \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t) = E_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$

6.2.2 ZENBAKI KONPLEXUEN BIDEZKO UHIN SINUSOIDALEN ADIERAZPENA

$$a(t) = A_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

Funtzio sinusoidalaren balio efikaza $A = A_0/\sqrt{2}$ dela badakigu. Funtzioa anplitudearen arabera jarri beharrean balio efikazaren arabera jarri nahi badugu: $a(t) = A\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$ adierazpena erabili beharko dugu.

Funtzio hori plano konplexua ($\underline{A}$) bektorearen bidez adieraz daiteke. Bektorearen modulua A_0 izango da eta erlojuaren aurkako noranzkoan biratzen egongo da ω abiadura angeluarrarekin (funtzio sinusoidalaren pultsazio angeluar bera), eta t = 0 unean, φ angeluak definitutako posizioa izango du (ardatz errealarekiko).



$$\underline{a}(t) = A_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi) + jA_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

$$a(t) = \text{Erreal}\{\underline{a}(t)\} = A_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

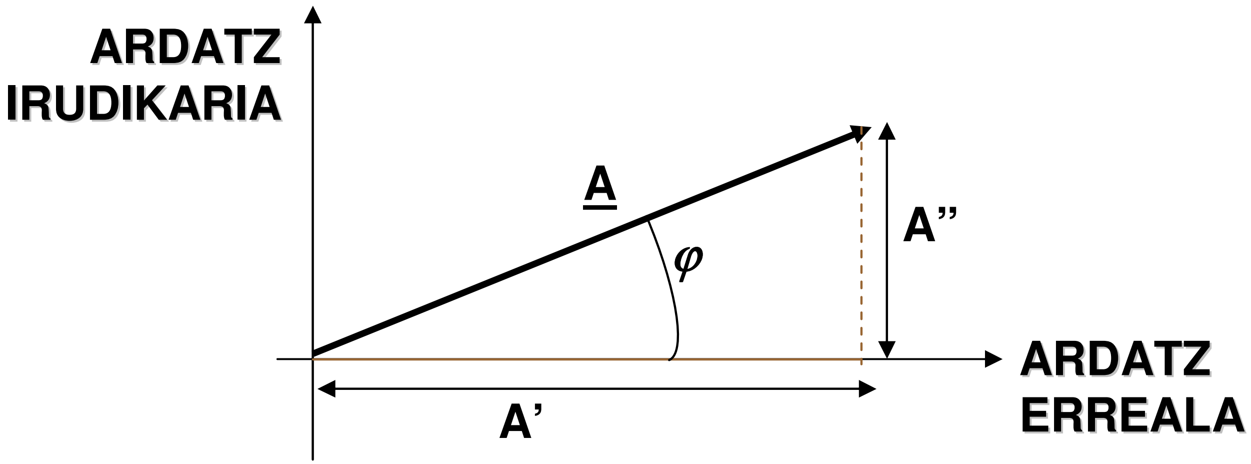
Zenbaki konplexuen adierazpenerako Euler-en formula erabiltzen badugu:

$e^{j\alpha} = \cos\alpha + j\sin\alpha$ edo $e^{-j\alpha} = \cos\alpha - j\sin\alpha$ **Euler**

$\underline{a}(t) = A_0 \cdot \cos(\omega t + \varphi) + jA_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ $\underline{a}(t)$-ren adierazpena beste modu honetan idatz dezakegu:

$\underline{a}(t) = A_0 \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} = (A_0 \cdot e^{j\varphi}) \cdot e^{j\omega t}$

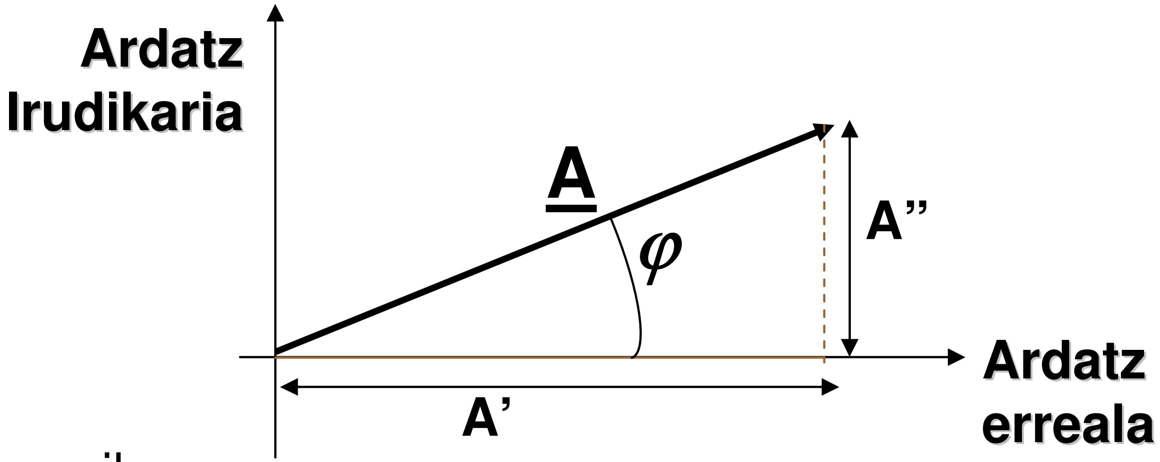
Sorkuntza sistema berean, maiztasuna eta beraz pultsazioa konstante mantentzen direla kontuan hartuz, mugimendua baztertu dezakegu bektore denak abiadura beraz biratzen dutelako (bektoreen arteko posizio erlatiboak konstante mantentzen delarik). Horretaz gain, √2 aldiz handiagoa den eskalarekin lan eginez gero, funtzio sinusoidalaren balio efikaza duen bektorea ez-birakaria irudikatzen egongo gara.



a(t) funtzioa, espazioan finko dirauen bektoretzat hartzen badugu, horrela adieraziko dugu:

Adierazpen trigonometrikoa: $\underline{A} = \mathrm{A} \cdot \cos\varphi + \mathrm{jA} \cdot \sin\varphi = \mathrm{A} \cdot (\cos\varphi + \mathrm{j} \cdot \sin\varphi)$

Adierazpen esponentziala: $\underline{A} = \mathrm{A} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi}$



Adierazpen Binomikoa:

$$\underline{A} = \mathrm{A'} + \mathrm{jA''}$$

Adierazpen Polarra

$$\underline{A} = \mathrm{A}_{\angle\varphi^\circ}$$

$$\mathrm{A'} = \mathrm{A} \cdot \cos\varphi \qquad \mathrm{A''} = \mathrm{A} \cdot \sin\varphi$$

eta

$$\mathrm{A} = \sqrt{(\mathrm{A'})^2 + (\mathrm{A''})^2} \qquad \varphi = \mathrm{arctg}\,\frac{\mathrm{A''}}{\mathrm{A'}}$$

Ez ditugu nahastu behar bektore finkoaren adierazpena eta funtzioaren aldiuneko balioa:

$$\underline{a}(t) = \sqrt{2}\left[\mathrm{Erreal}\left\{\underline{A} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\right\}\right]$$

Mugimenduaren sortzailea

Eskala aldaketa balio efikazak lortzeko.

Bektore finkoa

Kosinu funtzioarentzako, sinuarentzako, osagai irudikaria izango litzateke.

ERRESISTENTZIA (*R* / *G*) ***u(t)* = *R*· *i(t)***

$$\sqrt{2}\cdot \underline{U}\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t} = \mathrm{R}\cdot\sqrt{2}\cdot \underline{I}\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}$$

$$\underline{U} = R\cdot \underline{I}$$

$$U\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_U} = R\cdot I\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_I} \Rightarrow \left| \begin{array}{l} U = R\cdot I \\ \varphi_U = \varphi_I \end{array} \right.$$

Denboraren eremuan :

$$u(t) = \sqrt{2}\cdot U\cdot \cos(\omega t + \varphi_U)$$

$$i(t) = \sqrt{2}\cdot I\cdot \cos(\omega t + \varphi_I) = \sqrt{2}\cdot \frac{U}{R}\cdot \cos(\omega t + \varphi_U)$$

Korronte alterno sinusoidalez elikatutako erresistentzia batean tentsioa eta korrontea fasean daude (angelu bera dute $\varphi_I = \varphi_U$).

KONDENTSADOREA (*C*)

$$u(t)=\frac{1}{\mathrm{C}}\cdot\int_{-\infty}^{t} i(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{\mathrm{CD}}\cdot i(t)$$

$$\sqrt{2}\cdot\underline{U}\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}=\frac{1}{\mathrm{CD}}\cdot\sqrt{2}\cdot\underline{I}\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}=\sqrt{2}\cdot\frac{1}{\mathrm{j}\omega\mathrm{C}}\cdot\underline{I}\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}$$

$$\underline{U}=\frac{1}{\mathrm{j}\omega\mathrm{C}}\cdot\underline{I}$$

$$\frac{1}{\mathrm{j}}=-\mathrm{j}=1\cdot\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\cdot\frac{\pi}{2}}$$

$$\Rightarrow\quad \underline{U}=\frac{1}{\omega\mathrm{C}}\cdot\underline{I}\cdot\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\cdot\frac{\pi}{2}}=U\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_U}=\frac{1}{\omega\mathrm{C}}\cdot I\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_I}\cdot\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\cdot\frac{\pi}{2}}\Rightarrow$$

$$U\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_U}=\frac{1}{\omega C}\cdot I\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(\varphi_I-\frac{\pi}{2}\right)}\Rightarrow\quad \begin{aligned} U&=\frac{1}{\omega C}\cdot I\\ \varphi_U&=\varphi_I-\frac{\pi}{2}\end{aligned}$$

Denboraren eremuan

$$u(t)=\sqrt{2}\cdot U\cdot\cos(\omega t+\varphi_U)$$

$$i(t)=\sqrt{2}\cdot I\cdot\cos(\omega t+\varphi_I)=\sqrt{2}\cdot\omega\cdot C\cdot U\cdot\cos(\omega t+\varphi_U+\frac{\pi}{2})$$

Korronte alterno sinusoidalez elikatutako kondentsadoretan tentsioa 90º (π/2) atzeratuta dago korrontearekiko ($\varphi_U=\varphi_I$-90º); Edo korrontea 90º aurreratuta tentsioarekiko ($\varphi_I=\varphi_U$+90º).

HARILA (*L*)

$$u(t) = L \cdot \frac{\mathrm{d}i(t)}{dt} = L\mathrm{D} \cdot i(t)$$

$$\sqrt{2} \cdot \underline{U} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t} = L\mathrm{D} \cdot \sqrt{2} \cdot \underline{I} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t} = \sqrt{2} \cdot \mathrm{j}\omega L \cdot \underline{I} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}$$

$$\underline{U} = \mathrm{j}\omega L \cdot \underline{I}$$

$$\mathrm{j} = 1 \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\cdot\frac{\pi}{2}} \quad \Rightarrow \quad \underline{U} = \omega L \cdot \underline{I} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\cdot\frac{\pi}{2}} = U \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_U} = \omega L \cdot I \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_I} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\cdot\frac{\pi}{2}} \Rightarrow$$

$$U \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_U} = \omega L \cdot I \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(\varphi_I + \frac{\pi}{2}\right)} \Rightarrow \begin{array}{l} U = \omega L \cdot I \\ \varphi_U = \varphi_I + \dfrac{\pi}{2} \end{array}$$

Denboraren eremuan

$$u(t) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \cos(\omega t + \varphi_U)$$

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega t + \varphi_I) = \sqrt{2} \cdot \frac{U}{\omega L} \cdot \cos(\omega t + \varphi_U - \frac{\pi}{2})$$

Korronte alterno sinusoidalez elikatutako hariletan tentsioa 90º (π/2) aurreratuta dago korrontearekiko ($\varphi_U = \varphi_I + 90º$). Edo korrontea 90º atzeratuta tentsioarekiko ($\varphi_I = \varphi_U - 90º$).

6.2.5 INPEDANTZIA ($\underline{Z}$) ETA ADMITANTZIA ($\underline{Y}$) KONPLEXUAK

Inpedantzia eta Admitantzia konplexua korronte alternoko zirkuituen ekuazioak errazteko erabiltzen diren elementuak dira. Erresistentziaren jokabide berdintsua dute eta tentsioa eta korrontea ondoko adierazpenen arabera erlazionatzen dira:

$$\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I} \quad \text{edo} \quad \underline{I} = \underline{Y} \cdot \underline{U}$$

$$\underline{Z} = Z \cdot e^{j\varphi} = Z_{\angle\varphi°} = Z\cos\varphi + jZ\sin\varphi = R + jX$$

$$\underline{Y} = Y \cdot e^{j\varphi'} = Y_{\angle\varphi'°} = Y\cos\varphi' + jY\sin\varphi' = G + jB$$

NON:

- ✓ ***R*** $\Rightarrow$ **ERRESISTENTZIA (Inpedantziaren osagai erreala)**
- ✓ ***X*** $\Rightarrow$ **ERREAKTANTZIA (Inpedantziaren osagai irudikaria)**
- ✓ ***G*** $\Rightarrow$ **KONDUKTANTZIA (Admitantziaren osagai erreala)**
- ✓ ***B*** $\Rightarrow$ **SUSZEPTANTZIA (Admitantziaren osagai irudikaria)**

Inpedantzia konplexua ($\underline{Z}$) eta admitantzia konplexuaren ($\underline{Y}$) arteko erlazioak.

$$\begin{array}{c} Z = \sqrt{R^2 + X^2} \\ \varphi = \operatorname{arctg}\dfrac{X}{R} \end{array} \Rightarrow \left| \begin{array}{l} R = Z \cdot \cos\varphi \\ X = Z \cdot \sin\varphi \end{array} \right. \qquad \begin{array}{c} Y = \sqrt{G^2 + B^2} \\ \varphi' = \operatorname{arctg}\dfrac{B}{G} \end{array} \Rightarrow \left| \begin{array}{l} G = Y \cdot \cos\varphi' \\ B = Y \cdot \sin\varphi' \end{array} \right.$$

$$\underline{Z} = \frac{1}{\underline{Y}} \Rightarrow \left| \begin{array}{l} Z = \dfrac{1}{Y} \\ \varphi = -\varphi' \end{array} \right.$$

$$R + \mathrm{j}X = \frac{1}{G + \mathrm{j}B} \cdot \frac{G - \mathrm{j}B}{G - \mathrm{j}B} = \frac{G - \mathrm{j}B}{G^2 + B^2} = \frac{G - \mathrm{j}B}{\left|\underline{Y}\right|^2} \Rightarrow \left| \begin{array}{l} R = \dfrac{G}{Y^2} \\ X = -\dfrac{B}{Y^2} \end{array} \right.$$

$$G + \mathrm{j}B = \frac{1}{R + \mathrm{j}X} \cdot \frac{R - \mathrm{j}X}{R - \mathrm{j}X} = \frac{R - \mathrm{j}X}{R^2 + X^2} = \frac{R - \mathrm{j}X}{\left|\underline{Z}\right|^2} \Rightarrow \left| \begin{array}{l} G = \dfrac{R}{Z^2} \\ B = -\dfrac{X}{Z^2} \end{array} \right.$$

Oinarrizko elementu pasiboei aplikatuz:

ERRESISTENTZIA

$$\underline{\underline{Z}} = R \Rightarrow \left| \begin{array}{l} R = R \\ X = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \underline{\underline{Z}} = R_{\angle 0°} \quad \Leftrightarrow \quad \underline{Y} = \frac{1}{R} = G \Rightarrow \left| \begin{array}{l} G = G = \dfrac{1}{R} \\ B = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \underline{Y} = G_{\angle 0°}$$

HARILA

$$\underline{\underline{Z}} = \mathrm{j}\omega L \Rightarrow \left| \begin{array}{l} R = 0 \\ X_L = \omega L \end{array} \right. \Rightarrow \underline{\underline{Z}} = \omega L_{\angle 90°}$$

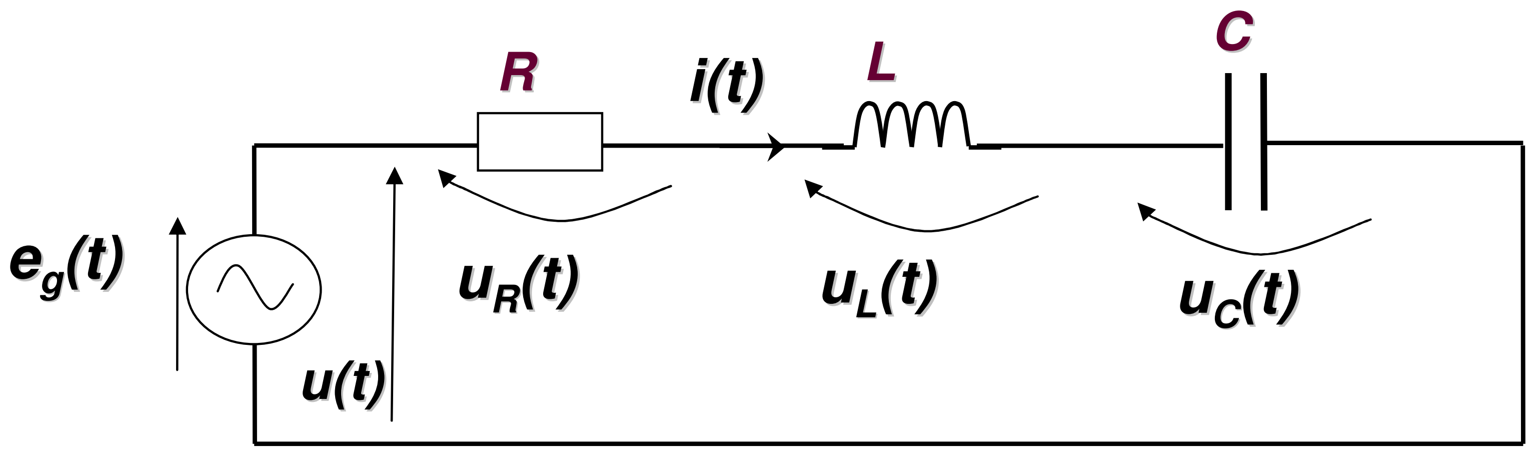
$$\underline{Y} = \frac{1}{\mathrm{j}\omega L} = -\mathrm{j}\frac{1}{\omega L} \Rightarrow \left| \begin{array}{l} G = 0 \\ B_L = -\dfrac{1}{\omega L} \end{array} \right. \Rightarrow \underline{Y} = \frac{1}{\omega L} \angle -90°$$

KONDENTSADOREA

$$\underline{\underline{Z}} = \frac{1}{\mathrm{j}\omega C} = -\mathrm{j}\frac{1}{\omega C} \Rightarrow \left| \begin{array}{l} R = 0 \\ X_C = -\dfrac{1}{\omega C} \end{array} \right. \Rightarrow \underline{\underline{Z}} = \frac{1}{\omega C} \angle -90°$$

$$\underline{Y} = \mathrm{j}\omega C \Rightarrow \left| \begin{array}{l} G = 0 \\ B_C = \omega C \end{array} \right. \Rightarrow \underline{Y} = \omega C_{\angle 90°}$$

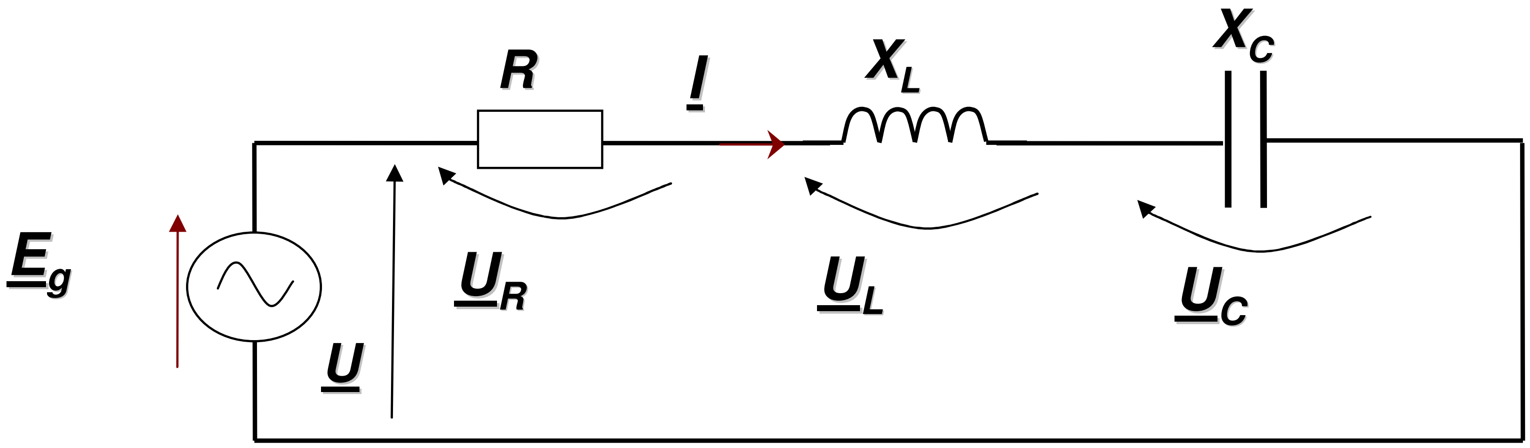
Zirkuitu baten inpedantzia; Bektore-diagrama.



Kirchhoff-en bigarren legearen aplikazioa.

$$e_g(t) = u(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t)$$

6.2.6 ZIRKUITU BATEN INPEDANTZIEN DIAGRAMA



Korronte alternoko zirkuitua denez:

$$\underline{E}_g = \underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C$$

$$\underline{E}_g = \underline{U} = R \cdot \underline{I} + \mathrm{j}X_L \cdot \underline{I} - \mathrm{j}X_C \cdot \underline{I} = R \cdot \underline{I} + \mathrm{j}\omega L \cdot \underline{I} - \mathrm{j}\frac{1}{\omega C} \cdot \underline{I} =$$

$$\left(R + \mathrm{j}\omega L - \mathrm{j}\frac{1}{\omega C}\right) \cdot \underline{I} = \underline{U} \Rightarrow \underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}$$

$$R + \mathrm{j}\omega L - \mathrm{j}\frac{1}{\omega C} = R + \mathrm{j}\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R + \mathrm{j}\left(X_L - X_C\right)$$

6.2.6 ZIRKUITU BATEN INPEDANTZIEN DIAGRAMA

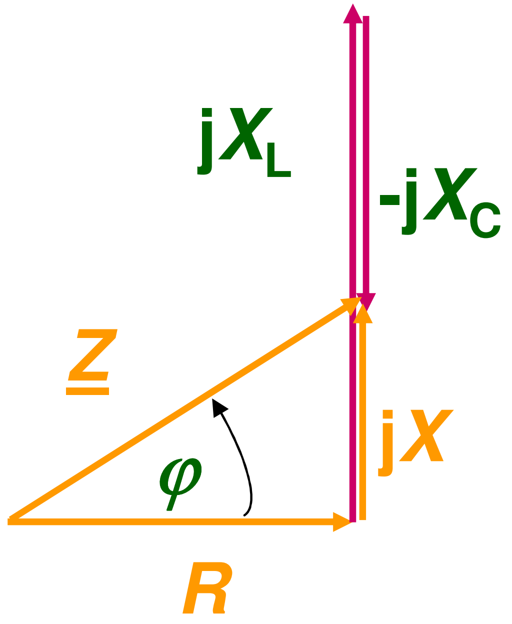
$$\underline{Z} = Z_{\angle\varphi} \Rightarrow \begin{cases} Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2} \\ \varphi = \mathrm{arctg}\dfrac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{R} \end{cases}$$

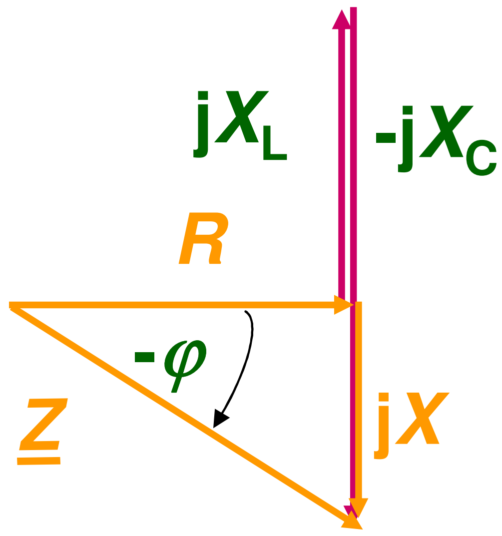
$$\underline{U} = \underline{E}_g = E_g \ \angle\varphi_U \Rightarrow u(t) = \sqrt{2} \cdot E_g \cdot \cos(\omega t + \varphi_U)$$

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{E_g}{Z} \ \angle\varphi_U - \varphi \Rightarrow i(t) = \sqrt{2} \cdot \frac{E_g}{Z} \cdot \cos(\omega t + \varphi_U - \varphi)$$

6.2 KORRONTE ALTERNOKO ZIRKUITUA (K.A.) (15)

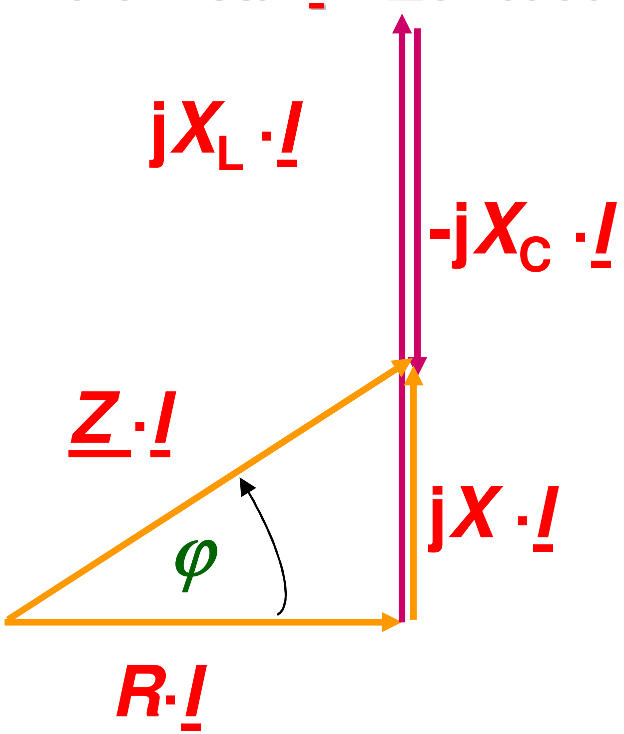
6.2.6 ZIRKUITU BATEN INPEDANTZIEN DIAGRAMA



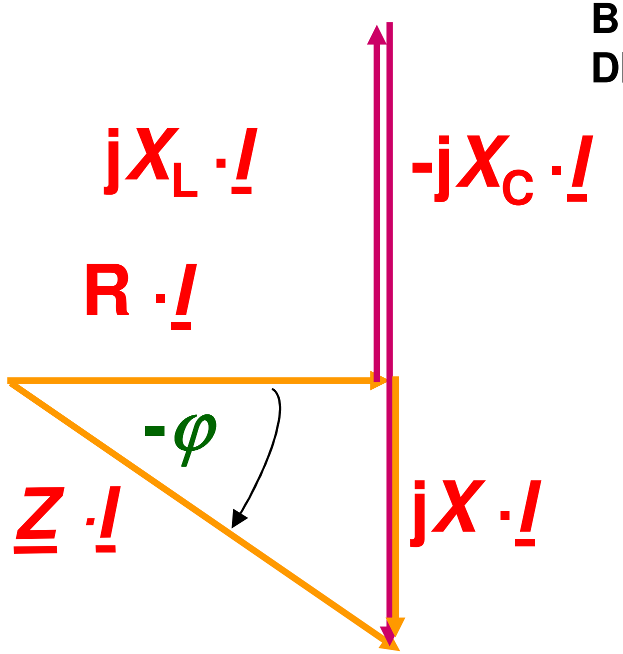


INPEDANTZIEN DIAGRAMA

Baldin eta $\underline{I} = I\angle 0º$ bada



BEKTORE-DIAGRAMA



$\underline{\underline{Z}}$ = R+jX= $Z\angle\varphi^{o}$ inpedantzia duen zirkuitua badugu, eta tentsio alterno monofasikoa aplikatzen badiogu, tentsioak eta korronteak ondoko aldiuneko balioak edukiko dituzte:

$$u(t) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \cos(\omega t) \qquad \text{eta} \qquad i(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega t - \varphi)$$

Non gainera, badakigu: $I = \dfrac{U}{Z}$ dela.

Aldiuneko potentzia $p(t)$ tentsioaren eta korrontearen arteko biderketa eginez kalkulatuko dugu :

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = 2 \cdot U \cdot I \cdot \cos(\omega t) \cdot \cos(\omega t - \varphi)$$

$$p(t) = U \cdot I \cdot \cos(\varphi) + U \cdot I \cdot \cos(2\omega t - \varphi)$$

$$p(t) = P + \mathcal{P}_{\mathcal{F}}$$

NON :

$P = U \cdot I \cdot \cos(\varphi)$ BATEZ BESTEKO POTENTZIA, ERREAL EDO AKTIBOA

$\mathcal{P}_{\mathcal{F}} = U \cdot I \cdot \cos(2\omega t - \varphi)$ POTENTZIA FLUKTUATZAILEA

Bedi inpedantzia bat:

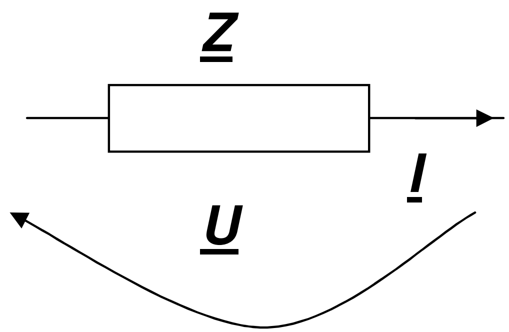
Potentzia zero baino handiagoa

denean, inpedantzia potentzia

barreiatzen (xahutzen) egongo da,

eta zero baino txikiagoa denean

elikadura-sistemari itzultzen.



Gainera, *P* potentzia denboran zehar konstantea da eta aldiuneko potentziaren batez besteko balioarekin bat dator.

$$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi > 0 \Rightarrow \cos\varphi > 0$$

$$\frac{-\pi}{2} \le \varphi \le \frac{\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} \varphi < 0 \Rightarrow \text{ IZAERA KAPAZITIBOA} \\ \varphi = 0 \Rightarrow \text{ IZAERA ERRESISTIBOA} \\ \varphi > 0 \Rightarrow \text{ IZAERA INDUKTIBOA} \end{cases}$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi < 0 \Rightarrow \cos\varphi < 0 \quad \text{EZINEZKOA DA}$$

Tentsioa bider korrontea eginez, potentziaren aldiuneko potentzia *p(t)* kalkulatuz gero, hauxe daukagu:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = U \cdot I \cdot \cos(\varphi) + U \cdot I \cdot \cos(2\omega t - \varphi) =$$

$$U \cdot I \cdot \cos(\varphi) + U \cdot I \cdot \cos(2\omega t) \cdot \cos(\varphi) + U \cdot I \cdot \mathrm{sen}(2\omega t) \cdot \sin(\varphi) =$$

$$U \cdot I \cdot \cos(\varphi) \cdot \left(1 + \cos(2\omega t)\right) + U \cdot I \cdot \sin(\varphi) \cdot \left(\sin(2\omega t)\right)$$

$$\text{NON KONTUAN EDUKIKO DUGU :}$$

$$U \cdot I \cdot \cos(\varphi) \Rightarrow \quad \text{POTENTZIA AKTIBOA} \quad (P)\,(\text{W})$$

$$U \cdot I \cdot \sin(\varphi) \Rightarrow \quad \text{POTENTZIA ERREAKTIBOA}\ (Q)\,(\text{var})$$

Potentzia aktiboa positiboa da, eta zirkuituko elementu pasiboetan xahutzen da, potentzia erreaktiboa etengabe elkartrukatzen da zirkuitua eta elikadura iturriaren artean.

Zirkuitu erresistibo hutsa φ = 0º

$$P = U \cdot I \cdot \cos(\varphi) = U \cdot I \cdot \cos(0°) = U \cdot I$$

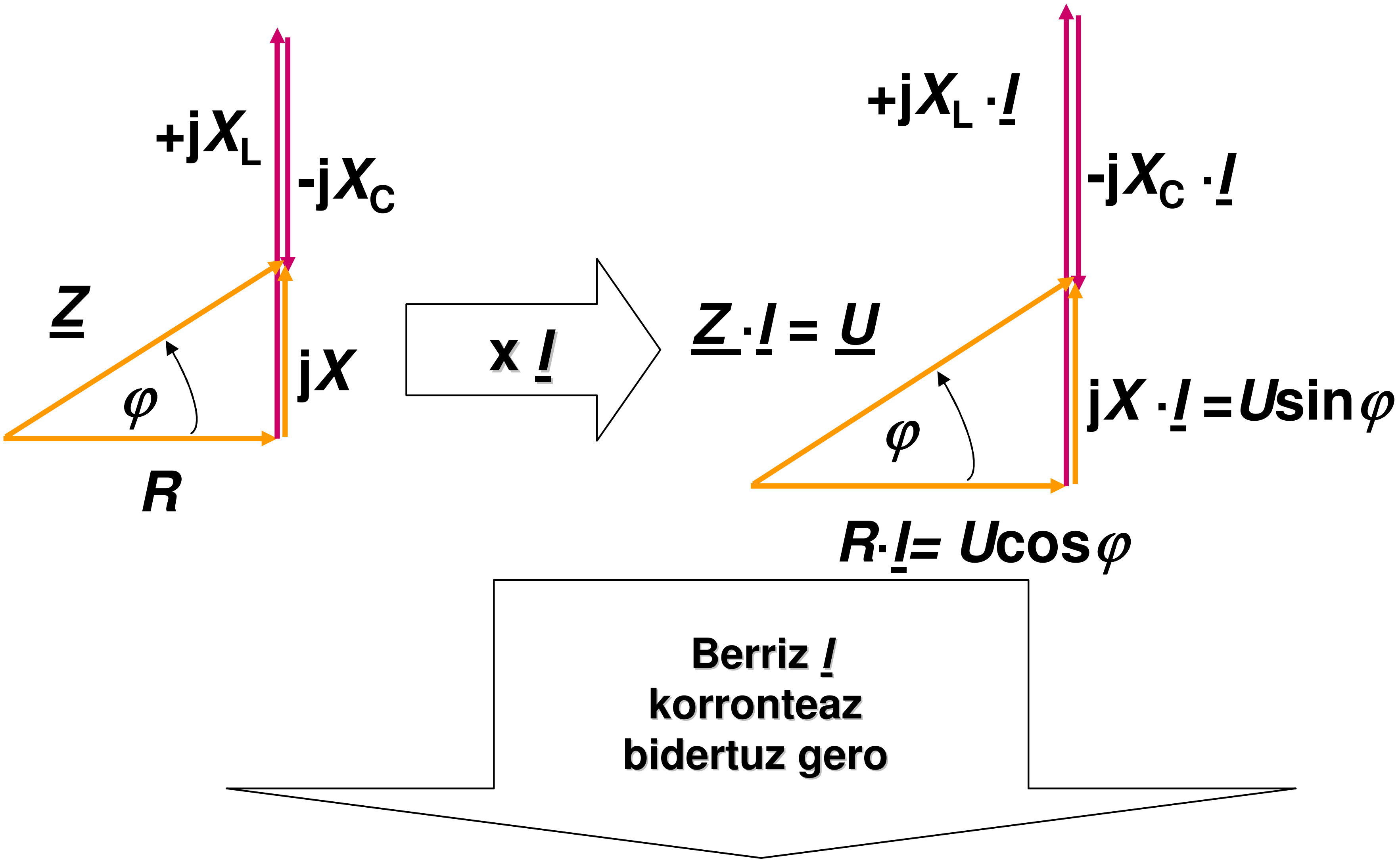
$$Q = U \cdot I \cdot \sin(\varphi) = U \cdot I \cdot \sin(0°) = 0$$

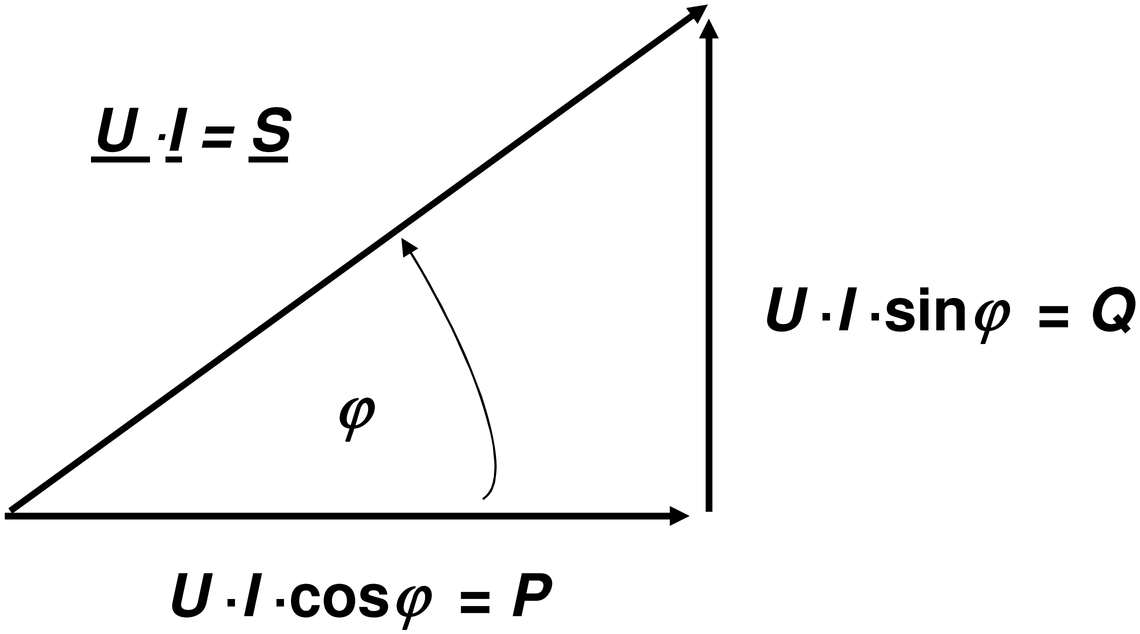
Zirkuitu erreaktibo hutsa φ = ±90º

$$P = U \cdot I \cdot \cos(\varphi) = U \cdot I \cdot \cos(\pm 90°) = 0$$

$$Q = U \cdot I \cdot \sin(\varphi) = U \cdot I \cdot \sin(\pm 90°) = \pm U \cdot I$$

Potentzien diagrama eta itxurazko potentziaren kontzeptua.





Potentzien triangeluaren hipotenusari, itxurazko potentzia ($\underline{S}$) esaten diogu. Edo potentzia konplexua. Izan ere potentzia horri buruz hauxe esan daiteke:

$$\underline{S} = P + \mathrm{j}Q = S_{\angle\varphi^\circ}$$

$$\left.\begin{array}{c} S = \sqrt{P^2 + Q^2} \\ \varphi = \mathrm{arctg}\dfrac{Q}{P} \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} P = S \cdot \cos\varphi = R \cdot I^2 \\ Q = S \cdot \sin\varphi = X \cdot I^2 \end{array}\right.$$

P (W)
Q (var)
S (VA)

Tentsioaren eta korrontearen fasoreekin, itxurazko potentziaren (*S*) kalkulua:

Demagun karga induktibo bati dagozkion tentsio eta korrontearen fasoreak dauzkagula:

$$u(t) = \text{Erreal}\left\{\sqrt{2}\cdot U\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\right\} \Rightarrow \underline{U} = U\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}0} = U$$

$$i(t) = \text{Erreal}\left\{\sqrt{2}\cdot I\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t-\varphi}\right\} \Rightarrow \underline{I} = I\cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi}$$

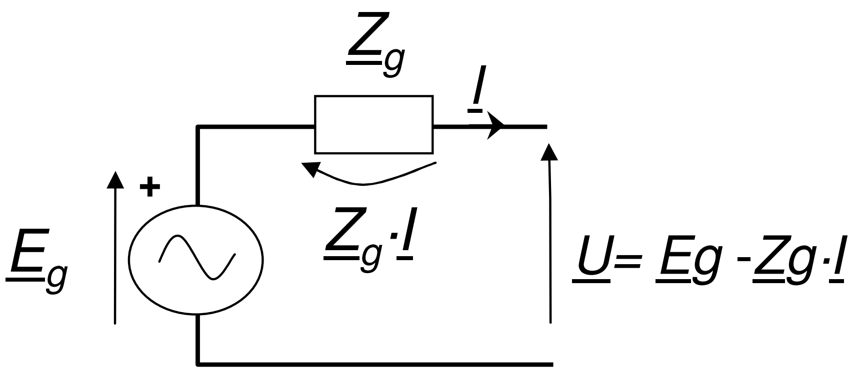
Tentsioa eta intentsitateren fasoreak bidertzen baditugu:

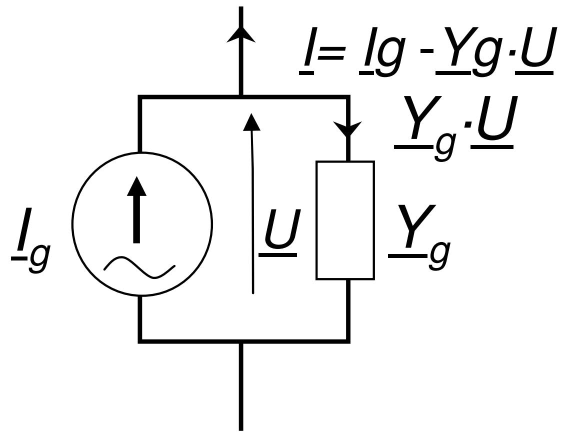
$$\underline{U}\cdot\underline{I} = U\cdot I\cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi} \neq U\cdot I\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi} = U\cdot I_{\angle\varphi^\circ} = \underline{S}$$

Lortuko litzatekeen $\underline{S}$-ren balio ez dator bat karga induktiboa denean itxurazko potentziaren irudikapenarekin ($\underline{S}$-ren angelua positiboa izan beharko litzateke eta). Baina tentsioa korrontearen konjokatuaz bidertzen badugu, orduan bai, itxurazko potentziaren adierazpena lortuko genuke:

$$\underline{U}\cdot\underline{I}^{*} = U\cdot I\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi} = U\cdot I_{\angle\varphi^\circ} = \underline{S}$$

KORRONTE ALTERNOKO ITURRIAK





KORRONTE ALTERNOKO ITURRIEN EKUAZIOAK

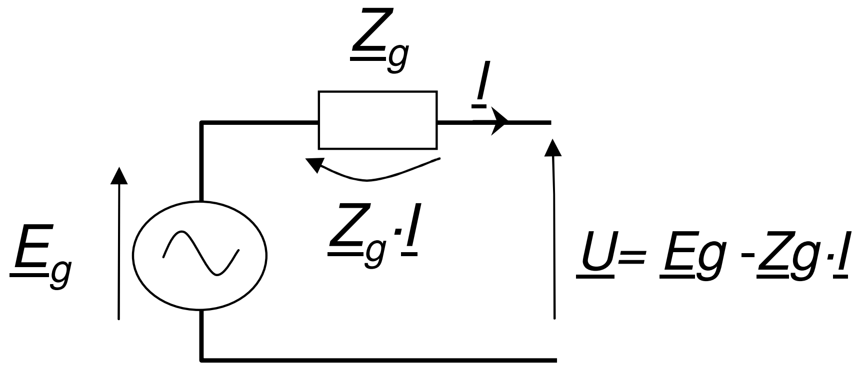
$$\underline{Z}_g = \frac{1}{\underline{Y}_g}$$

$$\underline{E}_g = \underline{Z}_g \cdot \underline{I}_g$$

$$\underline{I}_g = \underline{Y}_g \cdot \underline{E}_g = \frac{1}{\underline{Z}_g} \cdot \underline{E}_g$$

KORRONTE ALTERNOKO TENTSIO-ITURRIEN POTENTZIAK

Iturriaren eskeman tentsioa eta korrontea irudikatu diren moduagatik, SORGAILU HITZARMENA hautatu da.



$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = S_{\angle\varphi°} = P + jQ \qquad \underline{S}_g = \underline{E}_g \cdot \underline{I}^* = S_{g\ \angle\varphi°} = P_g + jQ$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi \Rightarrow \begin{cases} P > 0 \Rightarrow \text{ SORGAILUA} \\ P < 0 \Rightarrow \text{ HARGAILUA} \\ P = 0 \Rightarrow \text{ INDETERMINATUTA} \end{cases}$$

$$Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi$$

SORGAILUA

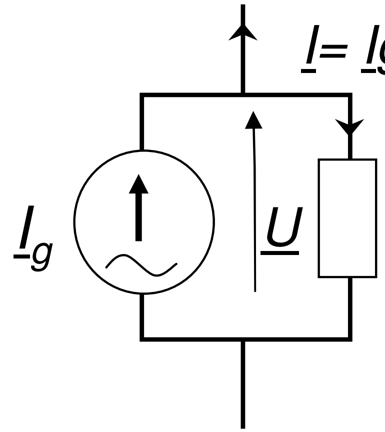
$$\%\eta = \frac{P}{P_g} \cdot 100$$

HARGAILUA

$$\%\eta = \frac{P_g}{P} \cdot 100$$

KORRONTE ALTERNOKO KORRONTE-ITURRIEN POTENTZIAK

Iturriaren eskeman tentsioa eta korrontea irudikatu diren modua kontuan hartuz, SORGAILU HITZARMENA hautatu da.



$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = S_{\angle\varphi^\circ} = P + jQ \qquad \underline{S}_g = \underline{U} \cdot \underline{I}_g^* = S_{g\ \angle\varphi^\circ} = P_g + jQ$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos\varphi \Rightarrow \begin{cases} P > 0 \Rightarrow \text{ SORGAILUA} \\ P < 0 \Rightarrow \text{ HARGAILUA} \\ P = 0 \Rightarrow \text{ INDETERMINATUTA} \end{cases}$$

$$Q = U \cdot I \cdot \sin\varphi$$

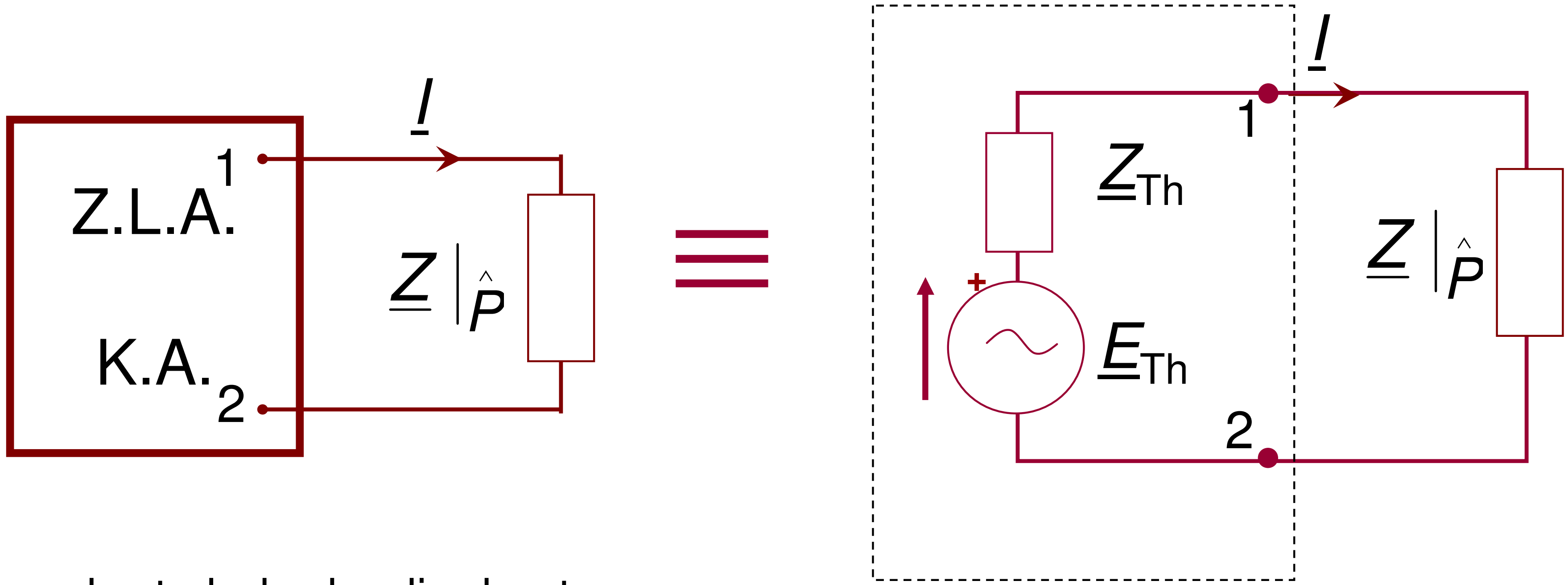
SORGAILUA

$$\%\eta = \frac{P}{P_g} \cdot 100$$

HARGAILUA

$$\%\eta = \frac{P_g}{P} \cdot 100$$

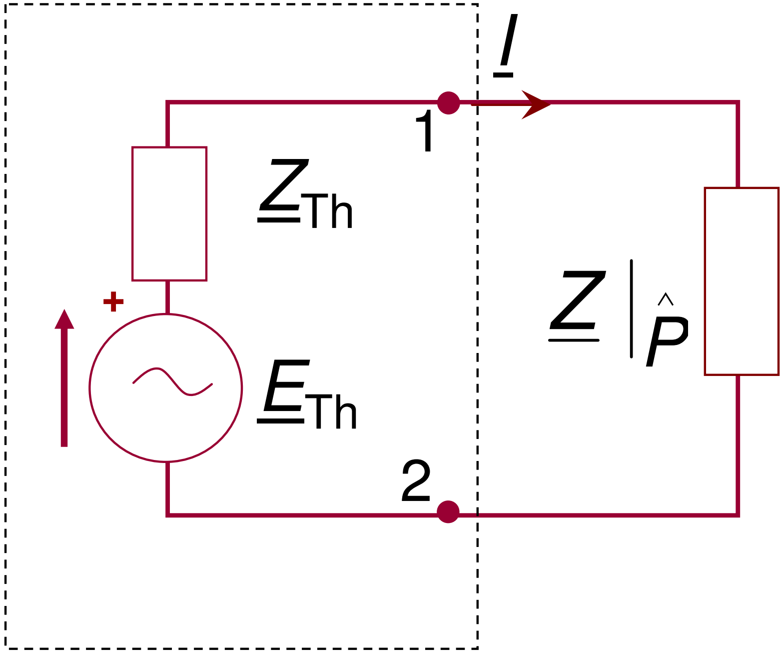
Potentzia maximoaren transferentziaren teorema K.A-an: Bedi bipolo lineala eta aktiboa, teorema honen bidez jakin nahi dugu zein izango den bipolotik potentzia maximoa hartuko duen kargaren balioa. Kalkuluak erraztearren, bipolo lineal eta aktiboa, Thevenin-en baliokideaz ordeztuko dugu, jarraian potentzia maximoa xahutuko duen "$\underline{Z}$"-ren balioa lortzeko .



Bi aukera hartu beharko dira kontuan:

- Maximo askea (ez zaio inolako baldintzarik ezarriko inpedantziari)
- Maximo baldintzatua (baldintzaren bat ezarriko zaio inpedantziari)

Maximo askea



$$P = R \cdot I^2$$

$$\underline{I} = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + \mathrm{j}X_{Th} + R + \mathrm{j}X}$$

$$I^2 = \frac{E_{Th}{}^2}{(R_{Th} + R)^2 + (X_{Th} + X)^2}$$

$$\Rightarrow \quad P = R \cdot \frac{E_{Th}{}^2}{(R_{Th} + R)^2 + (X_{Th} + X)^2} = E_{Th}{}^2 \cdot \frac{R}{(R_{Th} + R)^2 + (X_{Th} + X)^2} = P$$

Potentzia maximoa izango da adierazpenaren izendatzailea minimoa denean.

Izendatzailea minimoa izango da $X = -X_{\mathrm{Th}}$ baldin bada, baldintza horrekin potentzia hauxe izango da:

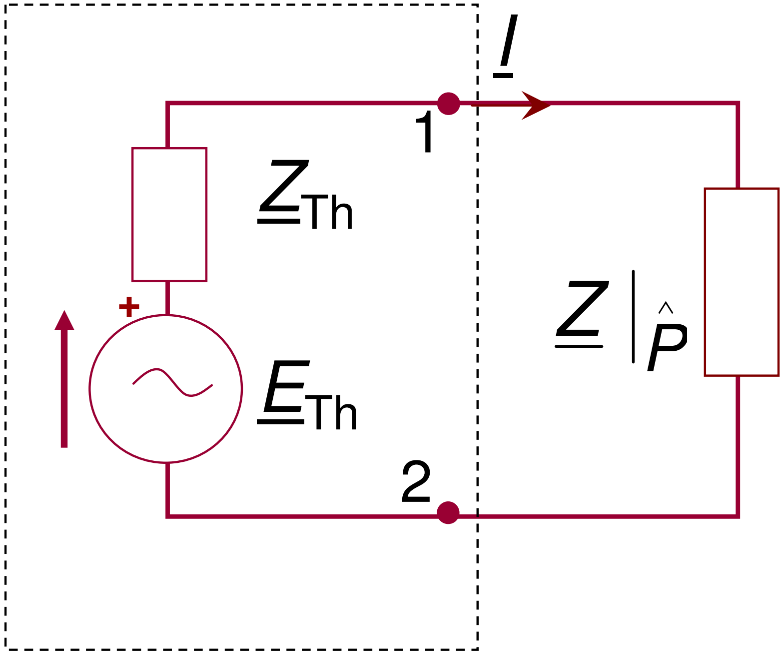
$$P = E_{Th}{}^2 \cdot \frac{R}{(R_{Th} + R)^2}$$

Korronte zuzenerako lortu den potentziarentzako adierazpen bera, ikusita daukagu, adierazpen horren maximoa $R = R_{\mathrm{Th}}$ denean ematen dela. Beraz, potentzia maximoa lortuko duen inpedantzia ondoko hau izango da:

$\underline{Z} = R_{Th} - jX_{Th}$ edo gauza bera den: $\underline{Z} = \underline{Z}_{Th}^{*}$

Maximo baldintzatua

Baldintza: $\underline{\underline{Z}} = R + \underline{j}X$; non R balio konstantea den eta X edozein izan daitekeen.



$$P = R \cdot I^2$$

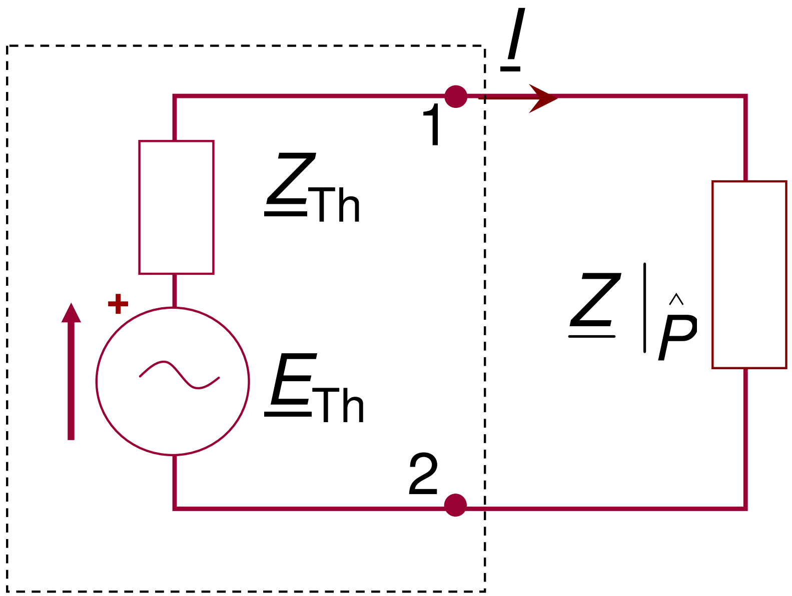
$$I^2 = \frac{E_{Th}{}^2}{(R_{Th} + R)^2 + (X_{Th} + X)^2} \Rightarrow \hat{P} \rightarrow \frac{dP}{dX} = 0$$

$$P = R \cdot \frac{E_{Th}{}^2}{(R_{Th} + R)^2 + (X_{Th} + X)^2}$$

Potentzia maximoa izango da ekuazioan izendatzailearen balioa minimoa denean, baldintza hori beteko da baldin eta X_{Th}+X =0 bada, X=-X_{Th} denean alegia.

Maximo baldintzatua

Baldintza: $\underline{Z} = Z\angle\varphi$ non φ balio konstante bat den.



$$P = R \cdot I^2$$

$$P = R \cdot \frac{E_{Th}^2}{(R_{Th}+R)^2 + (X_{Th}+X)^2}$$

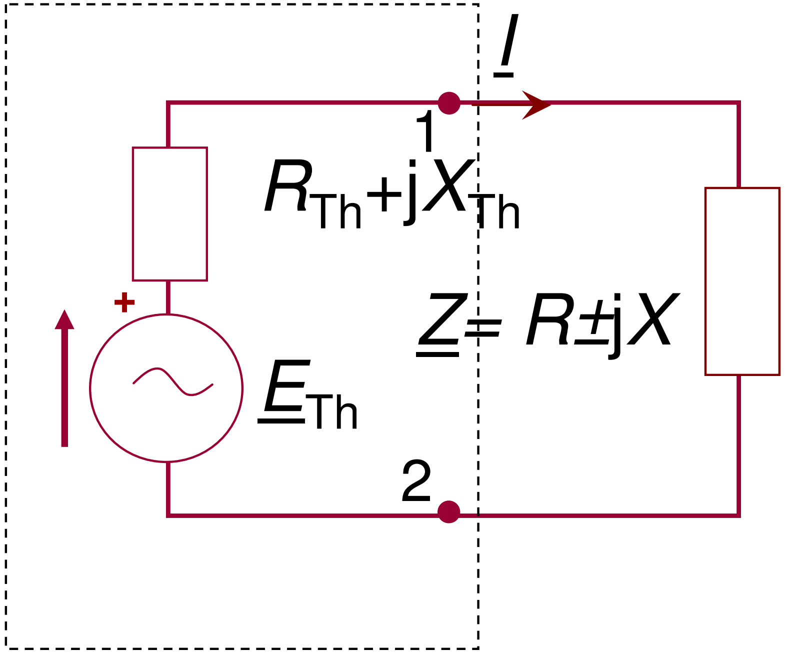
$$\Rightarrow P = E_{Th}^2 \cdot \frac{Z \cdot \cos\varphi}{(R_{Th}+Z\cdot\cos\varphi)^2 + (X_{Th}+Z\cdot\sin\varphi)^2}$$

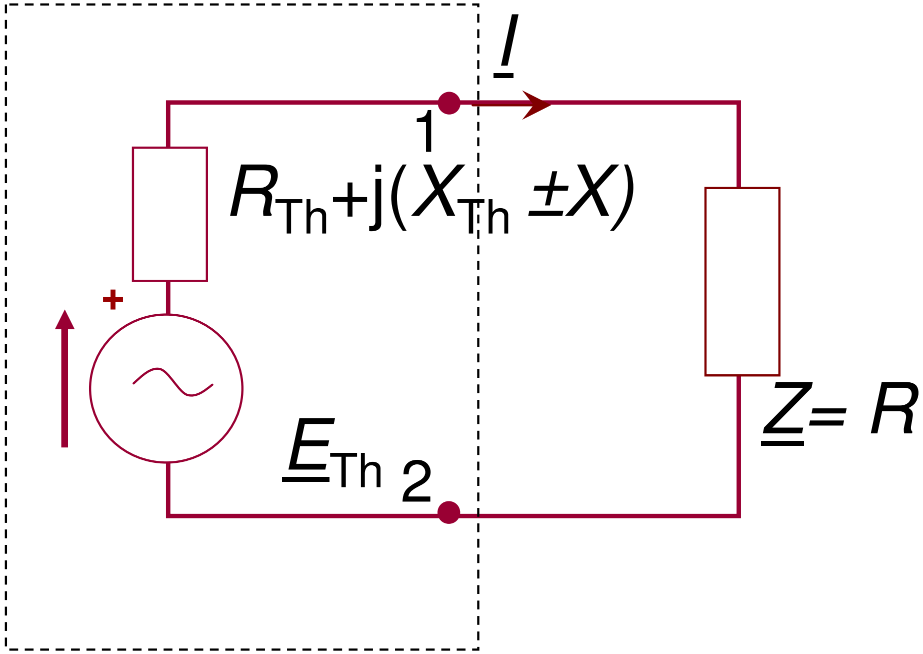
$$\hat{P} \Leftrightarrow \frac{dP}{dZ} = 0 \Rightarrow |\underline{Z}| = |\underline{Z}_{Th}| \Rightarrow \underline{Z} = |\underline{Z}_{Th}|_{\angle\varphi°}$$

Maximo baldintzatua

Baldintza: $\underline{Z} = R + jX$; non X balio konstantea den eta R edozein balioa izan daitekeen;

Kasu hau aurreko kasura murriztu daiteke horretarako, lehenik eta behin, $\underline{Z}_{Th} = R_{Th} + jX_{Th}$ eta X bildu, eta $\underline{Z}' = R_{Th} + j(X_{Th} \pm X)$ adierazpena lortuko dugu. Horrela kargako inpedantzia izaera erresistibo hutsa (R) duen karga bihurtu dugu, eta aurreko kasua bezala azter daiteke non $\underline{Z} = Z\angle\varphi = R\angle 0º$ den. Beraz aurreko kasukoa kontuan hartuz: $R = |\underline{Z}'|$





$$R = \sqrt{R_{Th}^2 + (X_{Th} \pm X)^2}$$

- V.M. Parra Prieto eta beste hainbat, Teoría de Circuitos, Universidad Nacional de Educación a Distancia. Madril 1990. XIII, XIV eta XV Gaiak.
- E. Alfaro Segovia, Teoría de Circuitos y Electrometría. Autorea, Madril 1970.
  Kapitulua, 12, 13 eta 14 ikasgasgaiak.
- J.W. Nilsson, Circuitos Eléctricos, Addison-Wesley Iberoamericana, Wilmington 1995.
  10 eta 11 kapituluak
- Z. Aginako eta beste hainbat, Zirkuituen Teoriako 100 Ariketa, Elhuyar, Usurbil 2006.
  1. atala.
- A. Gómez, J.A. Olivera, Problemas resueltos de Teoría de Circuitos, Paraninfo, Madril 1990. 1 eta 5 kapituluak.
- A. Gómez Expósito eta beste hainbat, Teoría de Circuitos, Ejercicios de autoevaluación, Thomson, Madril 2005. 2 eta 3 kapituluak.
- L.I. Eguiluz, Pruebas objetivas de Ingeniería Eléctrica, Alambra, Madril 1986.
  1: C atala eta 1: D atala.
- P. Sánchez Barrios eta beste hainbat, Teoría de Circuitos, Pearson Educación, Madril 2007. 1 Kapitulua
- UNE-EN 60059: 2000 Valores normalizados CEI para la intensidad de corriente eléctrica.
- UNE 21302-131. 131 Atala: Teoría de Circuitos.