4. Gaia:SAREEN ANALISIA

4.0 HELBURUAK.

4.1 EBAZPEN METODOAK.

4.2 ITURRIEN ERALDAKETA.

- 4.2.1 ITURRI ERREALEN ERALDAKETA.
- 4.2.2 ITURRI IDEALEN ERALDAKETA.

4.3 ADARRAREN DEFINIZIO EKUAZIOA.

4.4 METODO ZIRKULARRAK.

- 4.4.1 OINARRIZKO ERAZTUNEN METODOA.
- 4.4.2 SAREEN METODOA.

4.5 METODO NODALAK.

- 4.5.1 OINARRIZKO EBAKIDURA-TALDEEN METODOA.
- 4.5.2 KORAPILOEN METODOA.

4.6 LOTURA MAGNETIKOAK DAUZKATEN ZIRKUITUAK.

4.7 MENDEKO ITURRIAK DAUZKATEN ZIRKUITUAK.

4.8 BIBLIOGRAFIA.

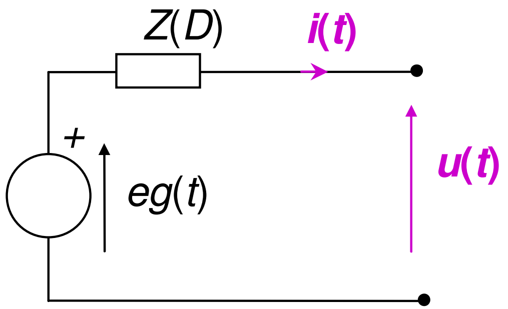
- "Zirkuituaren adar orokorraren" modeloa ezagutzea.
- Adar orokorraren definizio ekuazioa lortzen jakitea.
- Sareen analisirako metodo orokor ezberdinak ezagutzea.
- Analisi-metodo egokiena aukeratzen ikastea.
- Dimentsio txikiagoko sistema bat lortzeko metodo zirkularren eta metodo nodalen artean hautatzen jakitea.
- Zirkuitu konduktibo eta zirkuitu induktiboen arteko aldeak ulertzea.
- Iturri errealen eraldakuntzak zirkuituen ebazpena erraztu dezakeela ikusi.

4.1 EBAZPEN METODOAK

		Ekuazioa	Ezezagunak	Koefizienteen matrizearen dimentsioak	Zuhaitza definitu behar da?	Zirkuituko iturriak
Metodo zirkularrak K2L –an Oinarrituak	**Oinarrizko eraztunen** metodoa	$(Z^{oe})\cdot(I^{oe})=(Eg^{oe})$	Oinarrizko eraztunetako korronteak $\boldsymbol{I}^{oe}$	(r-n+1)x(r-n+1)	Bai	Tentsio iturriak
	Sareen metodoa	$(Z^{s})\cdot(I^{s})=(Eg^{s})$	Sareetako korronteak $\boldsymbol{I}^{s}$	(r-n+1)x(r-n+1)	Ez	Tentsio iturriak
Metodo nodalak K1L –an Oinarrituak	**Oinarrizko ebakidura taldeen** metodoa.	$(Y^{oet})\cdot(U^{oet})=(Ig^{oet})$	Oinarrizko ebakidura taldeetako tentsioak $\boldsymbol{U}^{oet}$	(n-1)x (n-1)	Bai	Korronte iturriak
	Korapiloen metodoa	$(Y^{k})\cdot(U^{k})=(Ig^{k})$	Korapiloen tentsioak $\boldsymbol{U}^{k}$	(n-1)x (n-1)	Ez, erreferentziako korapiloaren aukeraketa	Korronte iturriak

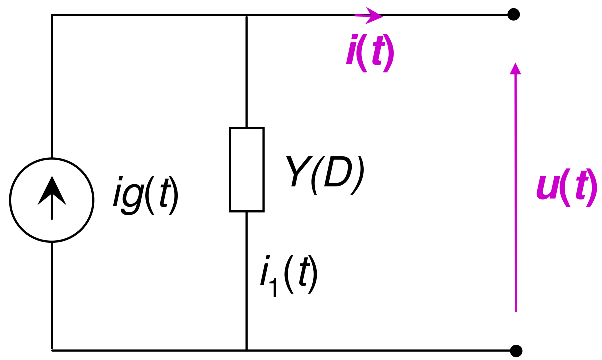
n: Zirkuituko korapilo kopurua
r: Zirkuituko adar kopurua

4.2 ITURRIEN ERALDAKETA (1)
4.2.1 ITURRI ERREALEN ERALDAKETA



$$u(t) = eg(t) - Z(D)\cdot i(t)$$

$$i(t) = \frac{1}{Z(D)}\,eg(t) - \frac{1}{Z(D)}\,u(t)$$



$$i(t) = ig(t) - Y(D)\cdot u(t)$$

$$u(t) = \frac{1}{Y(D)}\,ig(t) - \frac{1}{Y(D)}\,i(t)$$

Bi iturriak baliokideak izan daitezen (borneen artean tentsio $u(t)$ eta korronte $i(t)$ bera eduki dezaten), derrigorrez honako adierazpenak bete beharko dira:

(a) $$Z(D) = \frac{1}{Y(D)}$$

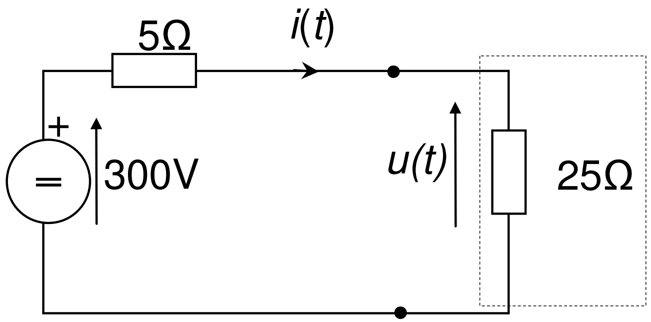
(b.1) $$i_g(t) = \frac{1}{Z(D)}\,eg(t) = Y(D)\cdot eg(t)$$

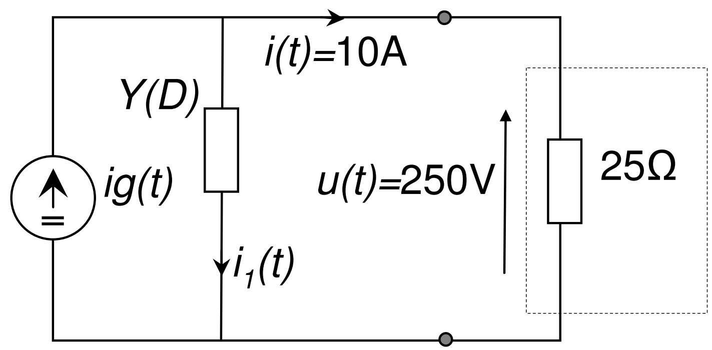
(b.2) $$eg(t) = \frac{1}{Y(D)}\,ig(t) = Z(D)\cdot ig(t)$$

4.2 ITURRIEN ERALDAKETA (2)
4.2.1 ITURRI ERREALEN ERALDAKETA

Baliokideak diren bi iturri edozein zirkuituan konektatuz gero, zirkuituak berdinak izango balira bezala ikusiko ditu, baina beren barne-jokabidea ez da berdina izango.

Horrela, baliokideak diren bi iturriren errendimendua ezberdina da. Jarraian adibide batean ikus daitekeen bezala:





$$\begin{cases} 300 = 30 \cdot i(t) \rightarrow i(t) = 10 \text{ A} \\ u(t) = 300 - 5 \cdot 10 = 250 \text{ V} \end{cases}$$

$$i(t) = ig(t) = \frac{eg(t)}{Z(\mathrm{D})} = \frac{300}{5} = 60\,\mathrm{A}$$

$$Y(\mathrm{D}) = \frac{1}{Z(\mathrm{D})} = \frac{1}{5}\ \mathrm{S}$$

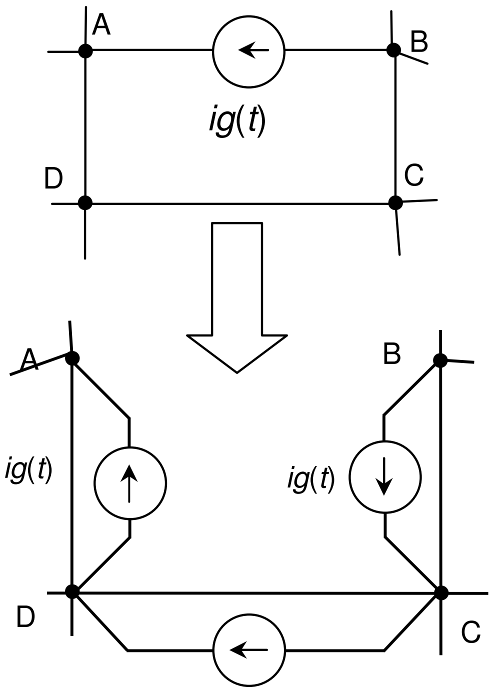
$$i_1(t) = Y(\mathrm{D}) \cdot u(t) = \frac{1}{5} \cdot 250 = 50\,\mathrm{A}$$

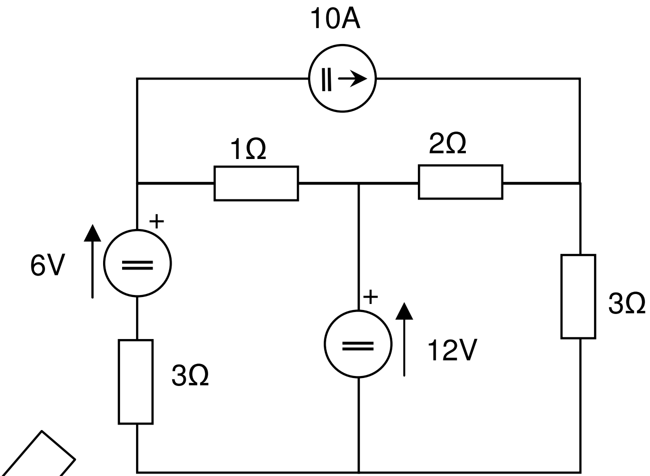
$$\eta = \frac{P_{erabilgarria}}{P_{sortua}} = \frac{U \cdot I}{E \cdot I} = \frac{U}{E} = \frac{250}{300} = \frac{5}{6} \approx \%84 \neq \eta = \frac{P_{erabilgarria}}{P_{sortua}} = \frac{I \cdot U}{I_g \cdot U} = \frac{I}{I_g} = \frac{10}{60} = \frac{1}{6} \approx \%17$$

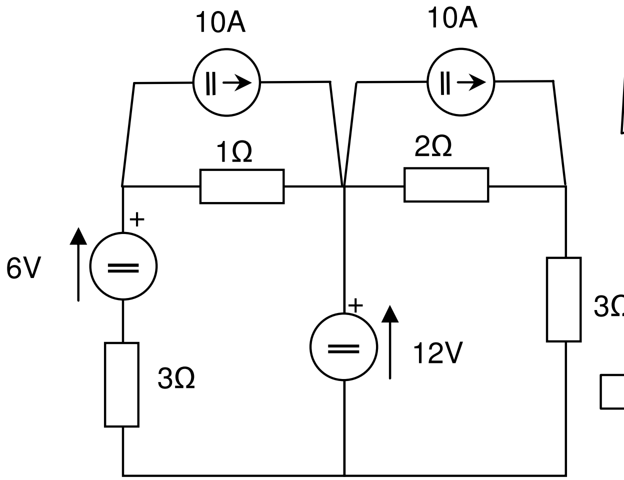
ITURRI IDEALAK ERALDATZEKO, **LEHENENGO, ZIRKUITUAREN GEOMETRIA ERALDATU BEHARKO DA**.

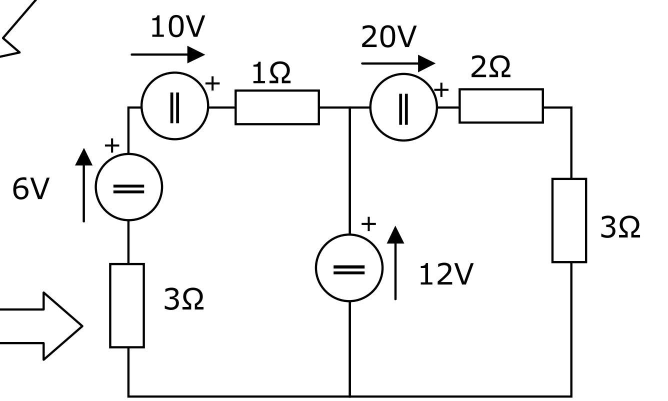
Korronte-iturri ideala

Iturriarekiko paraleloan inpedantziak ager daitezen zirkuituaren geometria eraldatu beharko da, kontuan hartuz gainera, gainontzeko zirkuitua ez duela eraldaketaren berri izan behar.





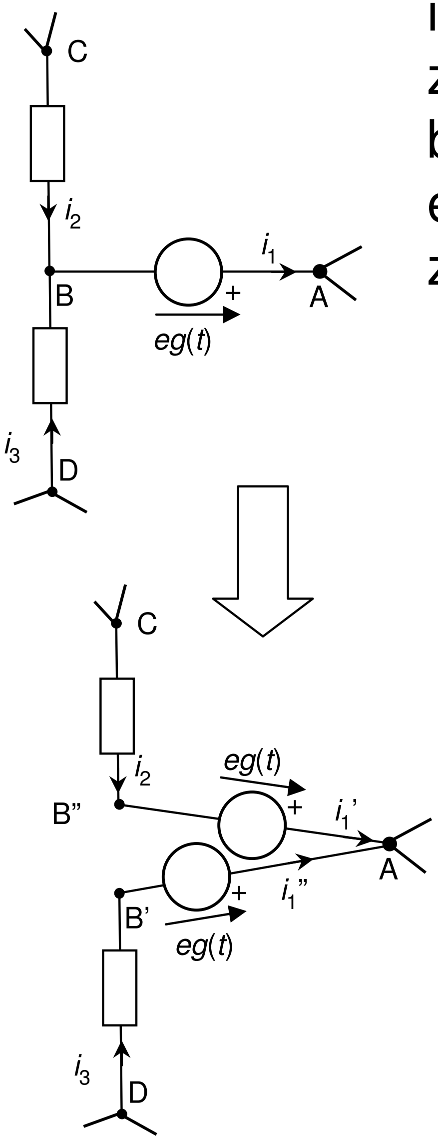


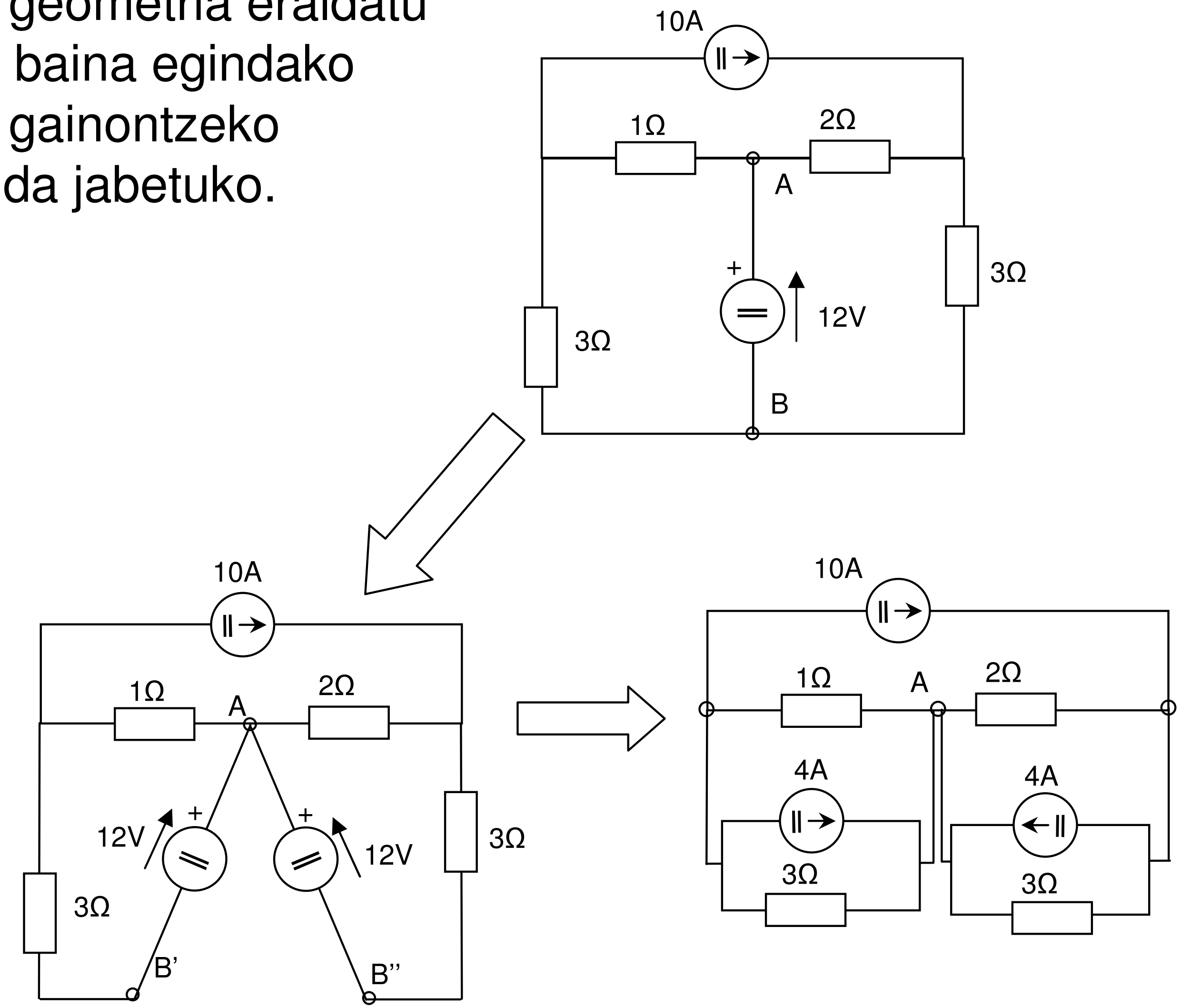


4.2 ITURRIEN ERALDAKETA (4)
4.2.2 ITURRI IDEALEN ERALDAKETA

Tentsio-iturri ideala:

Iturriarekiko seriean inpedantziak ager daitezen zirkuituaren geometria eraldatu beharko da, baina egindako eraldaketaz gainontzeko zirkuitua ez da jabetuko.

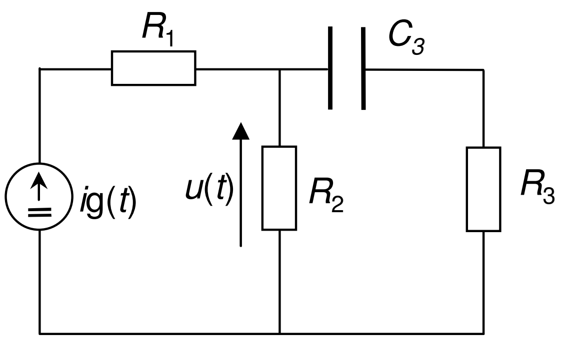


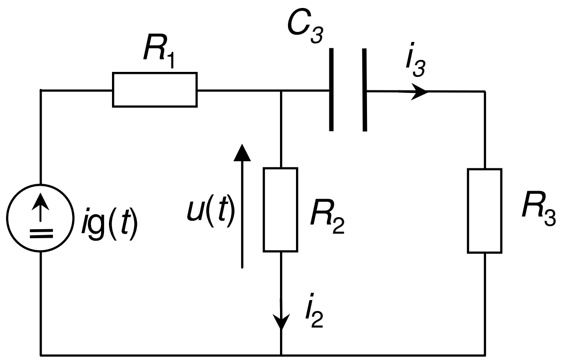


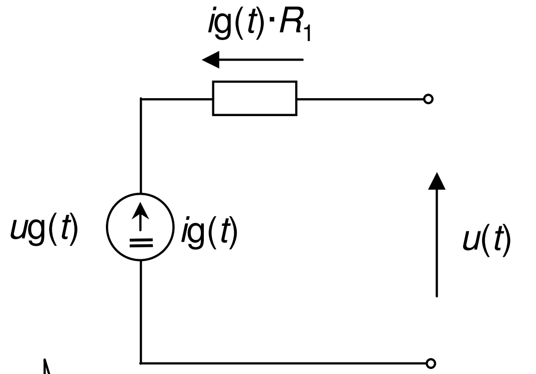
4.2 ITURRIEN ERALDAKETA (5)

4.2.2 ITURRI IDEALEN ERALDAKETA

Zirkuituko korronteak kalkulatzeko**, korronte iturri ideal batekiko seriean dagoen edozein elementu aktibo zein pasibo zirkuitutik ezaba daiteke.** Behin zirkuitua ebatzi denean, elementua berreskuratu beharko da iturriaren borneen arteko tentsioa kalkulatu ahal izateko.







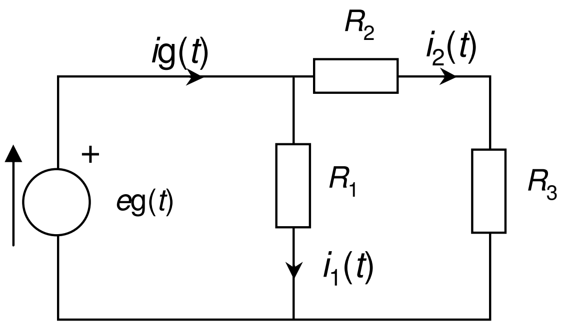
$$\left.\begin{aligned} i_2(t) + i_3(t) &= ig(t) \\ u(t) &= i_2(t) \cdot R_2 \end{aligned}\right\}$$

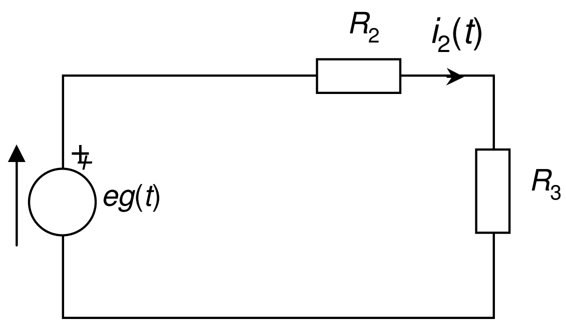
$u(t)$, $i_2(t)$ eta $i_3(t)$ ezagunak

$$ug(t) = u(t) - ig(t) \cdot R_1$$

4.2 ITURRIEN ERALDAKETA (6)
4.2.2 ITURRI IDEALEN ERALDAKETA

Tentsioak kalkulatzeko, **tentsio iturri ideal batekiko paraleloan dagoen edozein elementu aktibo zein pasibo ezaba daiteke.** Behin zirkuitua ebatzi denean, elementua berreskuratu beharko da korronteak kalkulatzeko.





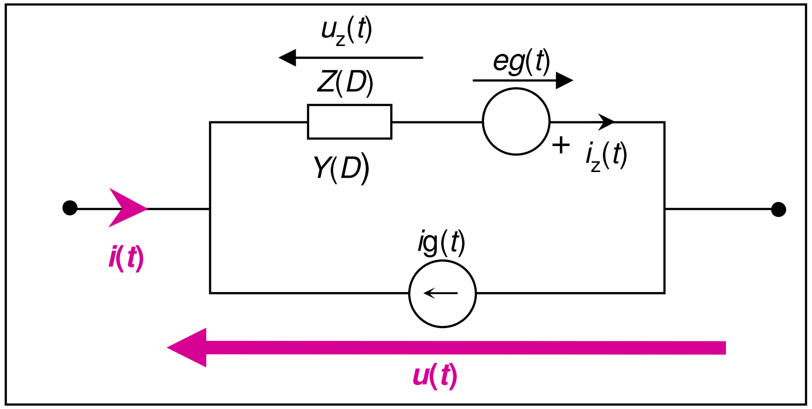
$$i_1(t) = \frac{eg(t)}{R_1}$$ eta $$i_2(t) = \frac{eg(t)}{R_2 + R_3}$$

Baina, kontuz! $$ig(t) = i_1(t) + i_2(t)$$

4.3 ADARRAREN DEFINIZIO EKUAZIOA

ADARRAREN EZEZAGUNAK BI DIRA: ADARREKO TENTSIOA $u(t)$ ETA ADARREKO KORRONTEA $i(t)$

ZIRKUITUKO ADAR OROKORRA: Bere baitan egon daitezkeen elementu mota guztiak dituen adarra. Eskema ondoko irudian agertzen dena da; adarraren definizio ekuazioak eskeman Kirchhoff-en legeak aplikatuz lortuko dira.

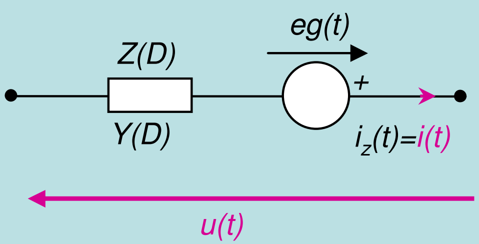
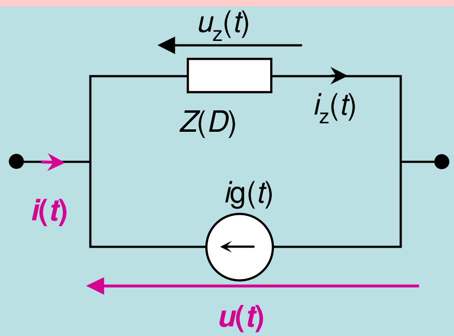
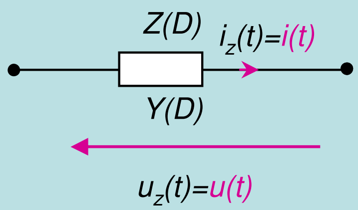


$$\left.\begin{aligned} u(t) &= u_Z(t) - eg(t) \\ u_Z(t) &= i_Z(t) \bullet Z(D) \\ i_Z(t) &= i(t) + ig(t) \end{aligned}\right\}$$

ADARRAREN DEFINIZIO EKUAZIOAK

$$u(t) = Z(D)[i(t) + ig(t)] - eg(t)$$
$$i(t) = Y(D)[u(t) + eg(t)] - ig(t)$$

Adarraren eskema orokorretik eta bere definizio ekuazioetatik adarren konfigurazio bereziak erator daitezke. Hartu adibidetzat:

$ig(t)$=0 bada	$eg(t)$=0 bada	$ig(t)$=$eg(t)$=0
		
TENTSIO-ITURRI ERREALA	KORRONTE-ITURRI ERREALA	ADAR PASIBOA

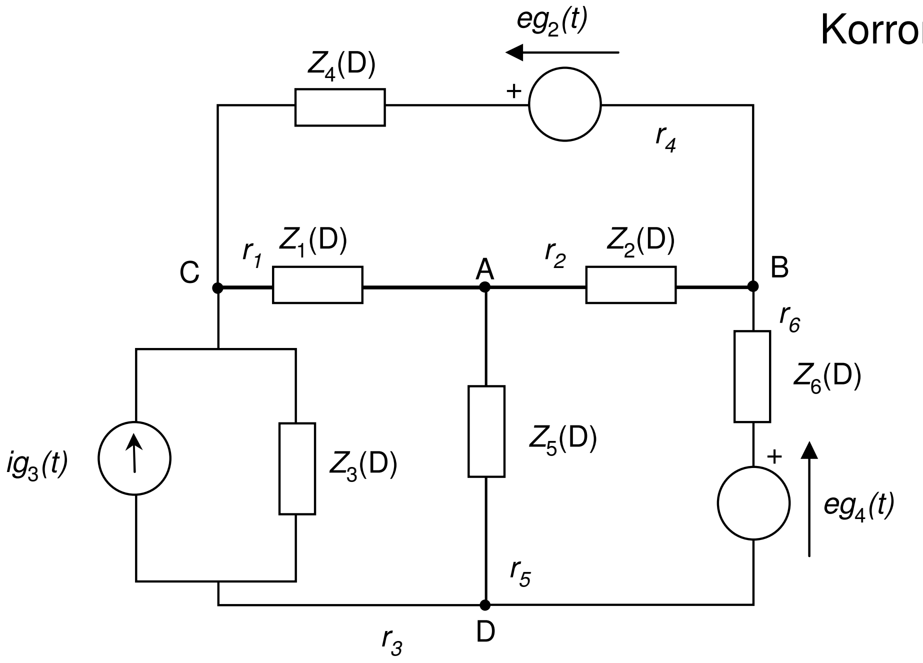
4.4 METODO ZIRKULARRAK

		Ekuazioa	Ezezagunak	Koefizienteen matrizearen dimentsioak	Zuhaitza definitu behar da?	Zirkuituko iturriak
Metodo zirkularrak K2L-an Oinarrituak	**Oinarrizko eraztunen** metodoa	$(Z^{oe})\cdot(I^{oe})=(Eg^{oe})$	Oinarrizko eraztunetako korronteak $\boldsymbol{I}^{oe}$	(r-n+1)x(r-n+1)	Bai	Tentsio iturriak
	Sareen metodoa	$(Z^{s})\cdot(I^{s})=(Eg^{s})$	Sareetako korronteak $\boldsymbol{I}^{s}$	(r-n+1)x(r-n+1)	Ez	Tentsio iturriak

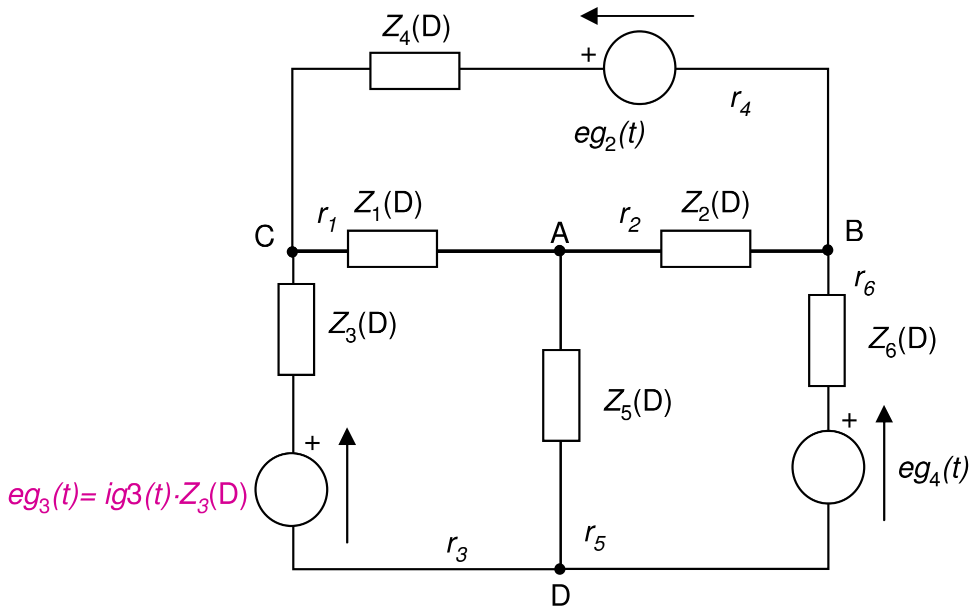
JARRAITU BEHARREKO URRATSAK:

- Korronte-iturriak beren tentsio-iturri baliokidetan eraldatu.
- Zirkuituko zuhaitza aukeratu (n-1 adar, irekia eta lotua).
- Oinarrizko eraztunak irudikatu.
- Oinarrizko eraztun bakoitzari ***eraztuneko korronte*** bat esleitu
- (katebegiko korrontearen noranzko berekoa).
- Matrize-sistema eraiki.
- Matrize-sistema ebatzi: i^{oe} korronteak lortu.
- Adarretako korronteak i^r lortu, adarretako korronteak eta oinarrizko eraztunetako korronteak erlazionatzen dituzten ekuazioak erabiliz.
- Adarretako tentsioak, u^r, lortu, adarren definizio-ekuazioak erabiliz.

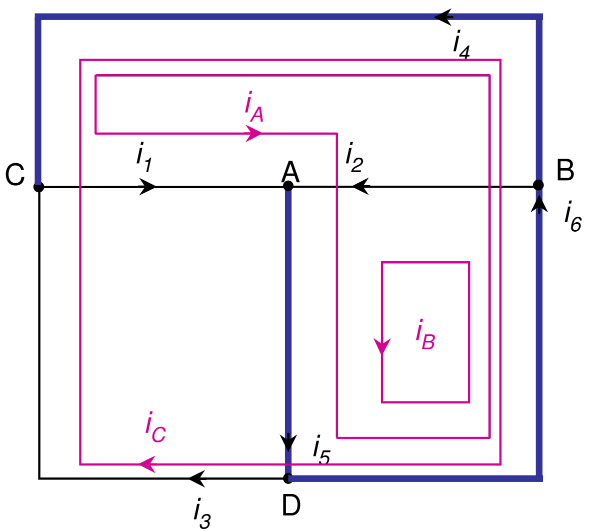
4.4.1 OINARRIZKO ERAZTUNEN METODOA (2)



Korronte-iturriak tentsio-iturri bihurtu:



Zuhaitza (urdina), oinarrizko eraztunak (arrosa) eta eraztunetako korronteak: i_A, i_B, i_C aukeratu:



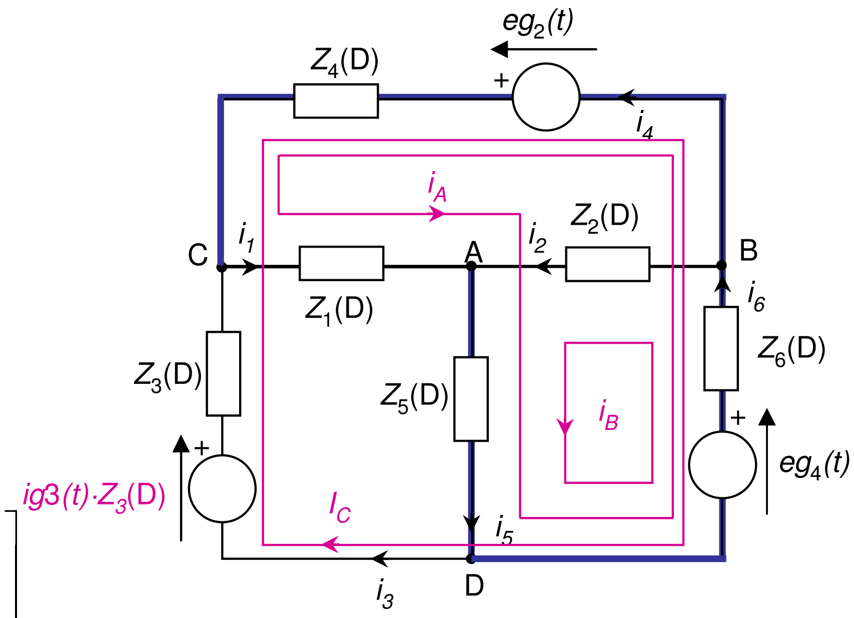
n=4; r=6;

r-n+1=6-4+1=3 oinarrizko eraztun kopurua

n-1=3 zuhaitzaren adar kopurua

Oharrak:

- Oinarrizko eraztun bakoitzak, katebegi bakarra du (ko-zuhaitzekoa).
- Eraztuneko korronteak katebegiko korrontearekin bat dator.
- Zuhaitzaren aukeraketa: Zenbait adar zehatzen korronteak ezagutu nahi badugu, utzi adar horiek katebegi bezala; hautatu zuhaitzeko adar bezala tentsio iturri idealak dauzkatenak, zeroak ager daitezen inpedantzien matrizean, diagonal nagusitik kanpo, sistemaren ebazpena erraztuz.



Matrize-sistemaren eraikuntza:

•Dimentsioa: (r-n+1)x(r-n+1)=3x3

•Itxura: $\left(Z^{oe}\right)\left(I^{oe}\right)=\left(Eg^{oe}\right)$

Inpedantzien matrizea:

$$\begin{bmatrix} Z_1(D)+Z_5(D)+Z_6(D)+Z_4(D) & Z_5(D)+Z_6(D) & -Z_4(D)-Z_6(D) \\ Z_5(D)+Z_6(D) & Z_5(D)+Z_2(D)+Z_6(D) & -Z_6(D) \\ -Z_4(D)-Z_6(D) & -Z_6(D) & Z_3(D)+Z_6(D)+Z_4(D) \end{bmatrix}$$

Diagonal nagusiko elementuak, Z_{ii}(D), eraztun bakoitzeko adarren inpedantzien batura dira.
Diagonal nagusitik kanpoko elementuak, Z_{ij} (D), i eta j eraztun bietan dauden adarretako inpedantzien batura dira. Osagaiak positiboak izango dira eraztunetako korronte biak polaritate berekoak badira elementutik igarotzean, eta negatiboak, aurkatu polaritatea badute.
Matrizea simetrikoa da.

Tentsio-iturrien bektorea:

$$\begin{bmatrix} eg_2(t)+eg_4(t) \\ eg_4(t) \\ -eg_4(t)-eg_2(t)+ig_3(t)\cdot Z_3(D) \end{bmatrix}$$

Bektoreko osagai bakoitza, eraztun bakoitzeko tentsio-iturrien balioak batuz lotuko dugu. Zeinua positiboa izango da, eraztuneko korrontea iturriaren polaritatearekin bat datorrenean eta negatiboa ez badator bat.

Ezezagunen bektorea:

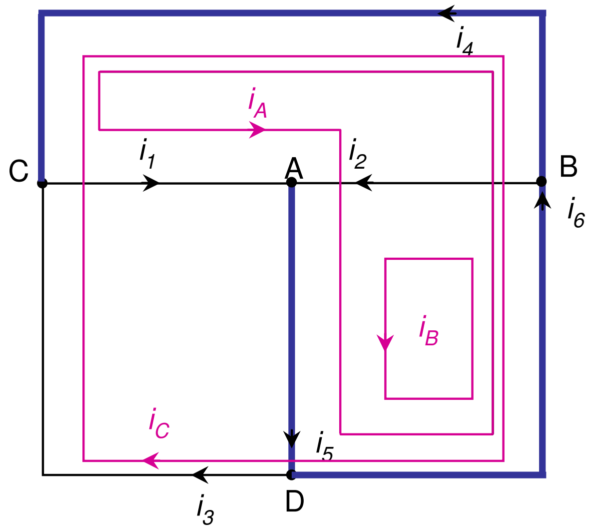
$$\begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix}$$

Eraztunetako korronteak dira.

Matrize-sistema:

$$\begin{bmatrix} Z_1(D)+Z_5(D)+Z_6(D)+Z_4(D) & Z_5(D)+Z_6(D) & -Z_4(D)-Z_6(D) \\ Z_5(D)+Z_6(D) & Z_5(D)+Z_2(D)+Z_6(D) & -Z_6(D) \\ -Z_4(D)-Z_6(D) & -Z_6(D) & Z_3(D)+Z_6(D)+Z_4(D) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} eg_2(t)+eg_4(t) \\ eg_4(t) \\ -eg_4(t)-eg_2(t)+ig_3(t)\cdot Z_3(D) \end{bmatrix}$$

Matrize sistema ebaztean, eraztunetako korronteak lortuko dira. Adarretako korronteak aldiz, adarretako korronteak eta eraztunetako korronteak erlazionatzen dituzten ekuazioak erabiliz lortuko dira, adibide honetarako, honakoak dira:



$$\begin{cases} i_1 = i_A \\ i_2 = i_B \\ i_3 = i_C \\ i_4 = i_A - i_C \\ i_5 = i_A + i_B \\ i_6 = i_A + i_B - i_C \end{cases}$$

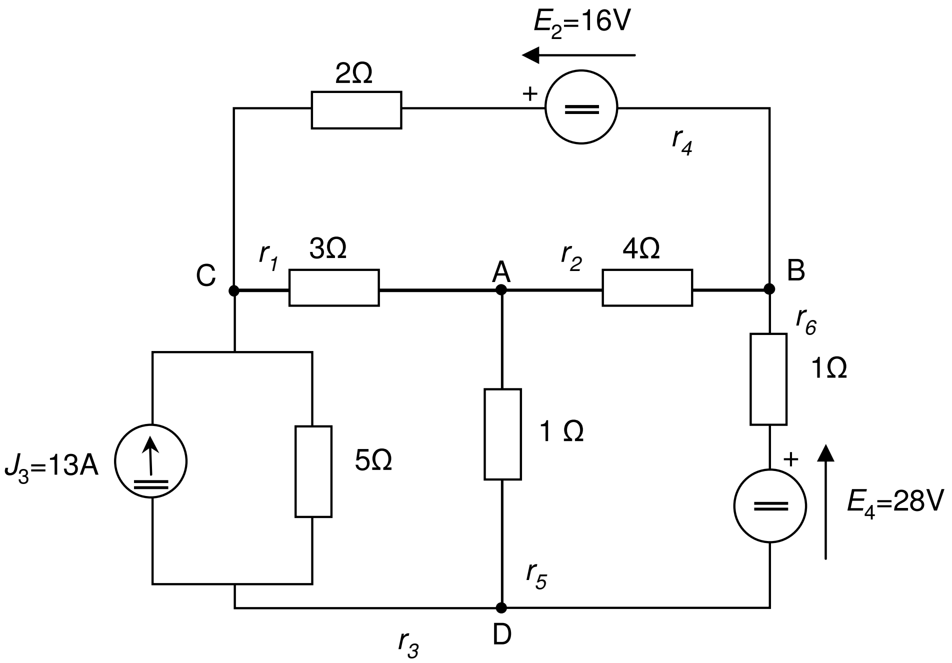
Adarraren korrontea adar hori bere baitan duten eraztunen korronteen batura edo kendura bezala lortuko da. Eraztuneko korrontea adarreko korrontearen polaritate berekoa bada, zeinu positiboa du ekuazioan, ez bada orduan zeinu negatiboa.

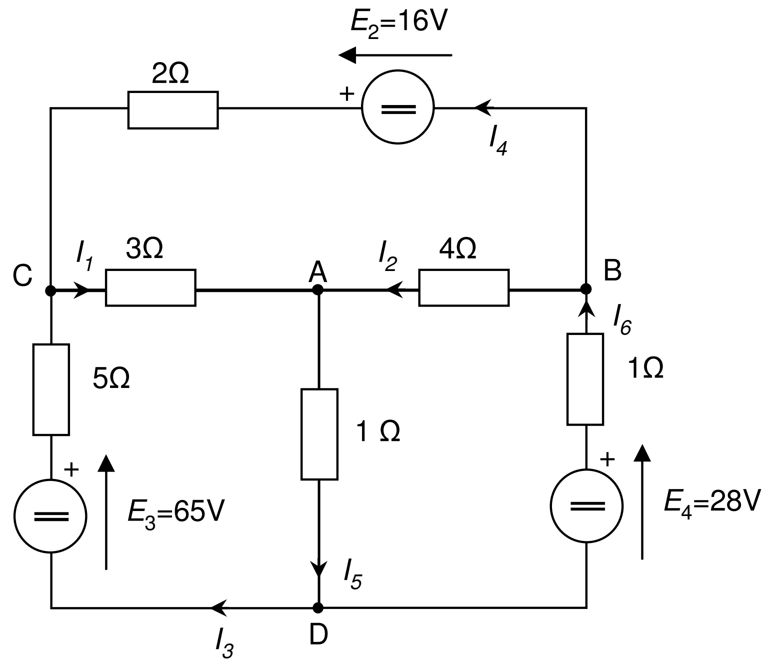
Katebegietako (zuhaitzekoak ez diren adarrak) korronteak matrize sistema ebaztean zuzenean lortzen dira; eraztunetako korronteak katebegietako korronteekin bat baitatoz.

Behin adar guztietako korronteak zehaztu direnean, adarretako tentsioak lortzeko adarren definizio ekuazioetara jo beharko dugu.

4.4.1 OINARRIZKO ERAZTUNEN METODOA (5)

Adibidea: Adibide moduan lehengo zirkuituko topologia bera duen zirkuitu bat erabiliko dugu, baina korronte zuzeneko iturriekin.

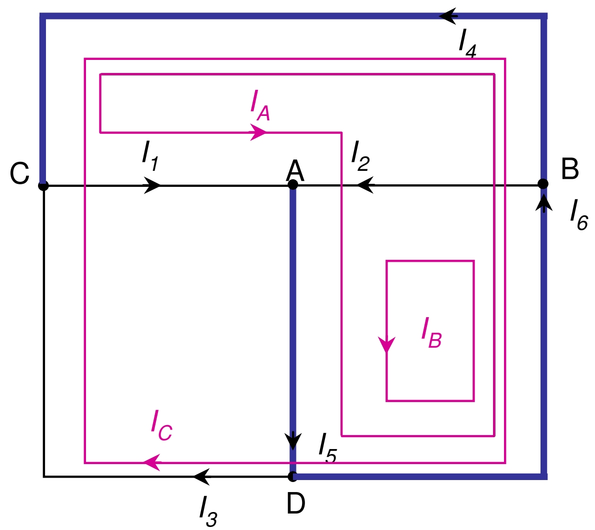




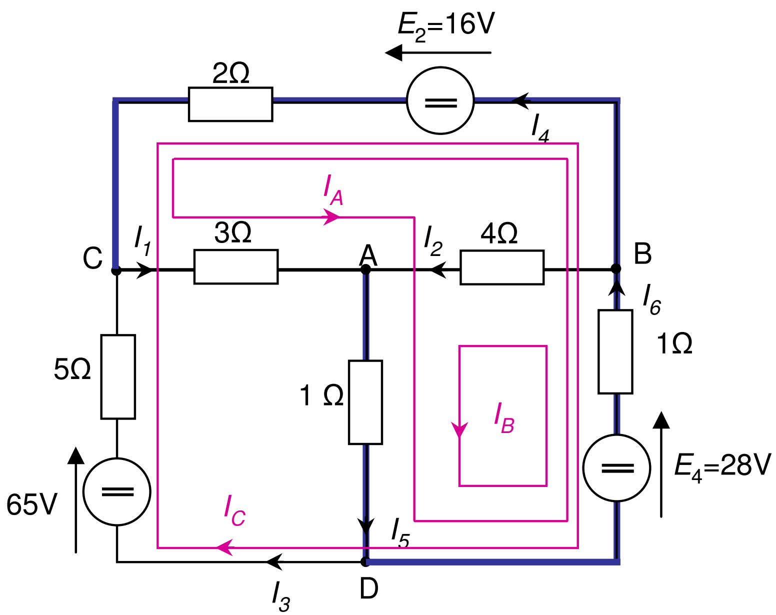
n=4; r=6;

r-n+1=6-4+1=3 oinarrizko eraztun kopurua.

n-1=3 zuhaitzeko adar kopurua.



$$
\begin{aligned}
I_1 &= I_A \\
I_2 &= I_B \\
I_3 &= I_C \\
I_4 &= I_A - I_C \\
I_5 &= I_A + I_B \\
I_6 &= I_A + I_B - I_C
\end{aligned}
$$



$$\begin{bmatrix} 7 & 2 & -3 \\ 2 & 6 & -1 \\ -3 & -1 & 8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 28+16 \\ 28 \\ 65-16-28 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 44 \\ 28 \\ 21 \end{bmatrix}$$

CRAMER erabiliz ebatziko dugu; eraztunetako korronteak lortuz.:

$$\Delta R = \begin{vmatrix} 7 & 2 & -3 \\ 2 & 6 & -1 \\ -3 & -1 & 8 \end{vmatrix} = 255$$

$$I_A = I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 44 & 2 & -3 \\ 28 & 6 & -1 \\ 21 & -1 & 8 \end{vmatrix}}{255} = 8\text{A}$$

$$I_B = I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 7 & 44 & -3 \\ 2 & 28 & -1 \\ -3 & 21 & 8 \end{vmatrix}}{255} = 3\text{A}$$

$$I_C = I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 7 & 2 & 44 \\ 2 & 6 & 28 \\ -3 & -1 & 21 \end{vmatrix}}{255} = 8\text{A}$$

Adarretako korronteak lortu:

$I_1 = \quad I_A \qquad\qquad\qquad = 8$ A

$I_2 = \qquad I_B \qquad\qquad = 3$ A

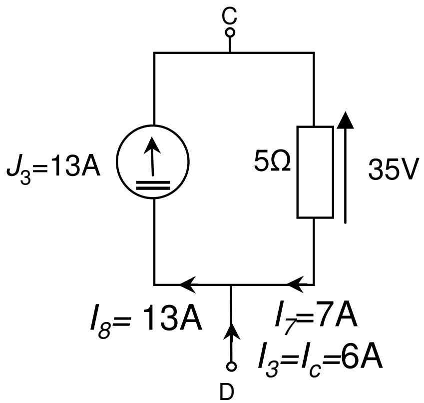
$I_3 = \qquad\qquad I_C \quad = 6$ A

$I_4 = \quad I_A \qquad I_C \quad = 2$ A

$I_5 = \quad I_A + I_B \qquad\quad = 11$ A

$I_6 = \quad I_A + I_B \quad I_C \quad = 5$ A

Intentsitate iturriaren eraldaketa desegin:



Adarretako tentsioak lortu:

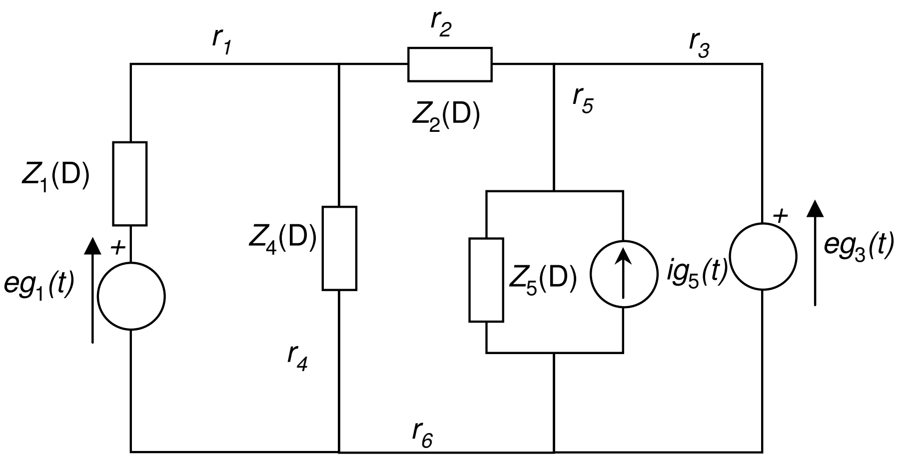
$$\begin{cases} U_1 = 3 \cdot 8 = 24\text{V} \\ U_2 = 3 \cdot 4 = 12\text{V} \\ U_3 = 65 - 5 \cdot 6 = 35\text{V} \\ U_4 = 16 - 2 \cdot 2 = 12\text{V} \\ U_5 = 1 \cdot 11 = 11\text{V} \\ U_6 = 28 - 1 \cdot 5 = 23\text{V} \end{cases}$$

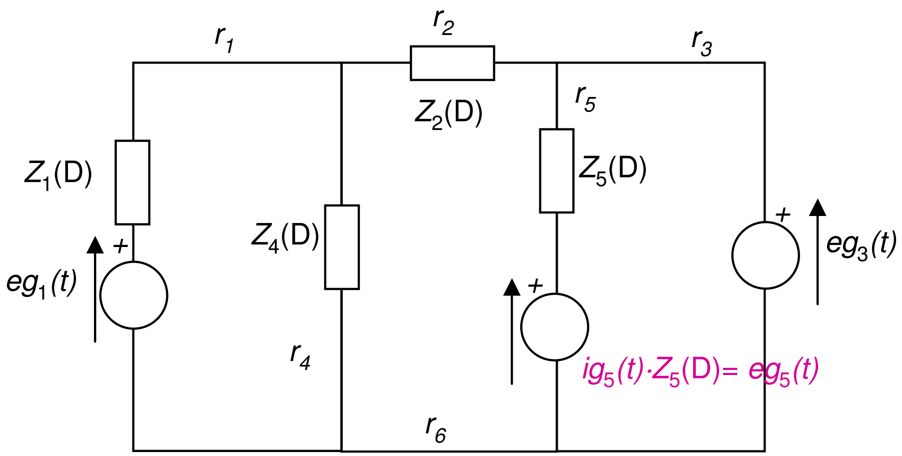
JARRAITU BEHARREKO URRATSAK:

- Korronte-iturriak tentsio-iturri bihurtu.
- Sareak irudikatu (bere barnean beste bat ez duten eraztunak). Sare kopurua=r-n+1
- Sare bakoitzari ***sareko korrontea esleitu***. Bi aukera daude: Sareko korronteei kanpo-adarren korronteen polaritatea ematea, edo sareko korronte guztiei noranzko bera ematea. Azkenekoa eginez gero, inpedantzien matrizeko diagonal nagusitik kanpoko elementu denak negatiboak izango dira.
- Matrize-sistema eraiki.
- Matrize-sistema ebatzi: i^s korronteak lortu.
- Adarretako korronteak lortu: i^r,adarretako korronteak eta sareetako korronteak erlazionatzen dituzten ekuazioak erabiliz.
- Adarretako tentsioak lortu; u^r adarren definizio ekuazioekin.

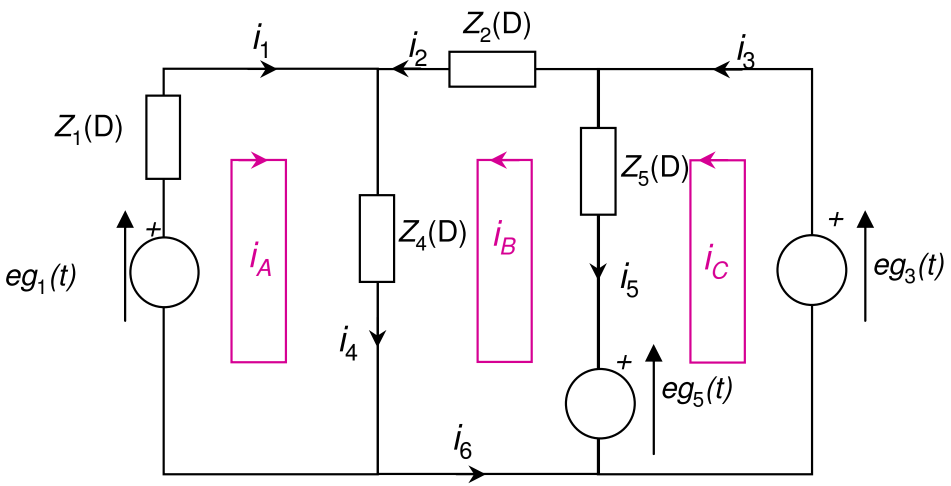
4.4.2 SAREEN METODOA (2)

Korronte iturriak tentsio iturri bihurtu





Sareak hautatu; bere barnean beste eraztunik ez duten eraztunak dira sareak. Zirkuituko leihatilekin bat datoz, eta beren kopurua hauxe da: r-n+1=6-4+1=3



Sareetako korronteak zirkuituko kanpo-adarren korronteekin bat datoz. Sareko korrontearen polaritatea sarea definitzen duen adarraren korrontearen polaritate berarekin hautatzen dugu.

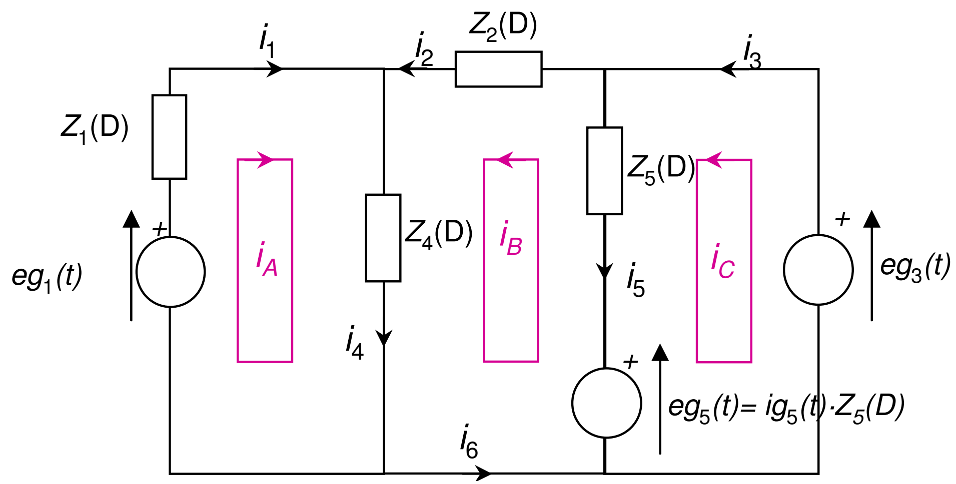
Sareen metodoa egokia da zirkuituko kanpo-adarren korronteak ezagutu nahi direnerako. Izan ere, zuzenean lortzen baitira matrize-sistema ebaztean.

4.4.2 SAREEN METODOA (3)

Matrize sistemaren eraikuntza:

•Dimentsioa: (r-n+1)x(r-n+1)=3x3

•Itxura: $(Z^s)(I^s)=(Eg^s)$



Inpedantzien matrizea:

$$\begin{bmatrix} Z_1(D)+Z_4(D) & Z_4(D) & 0 \\ Z_4(D) & Z_4(D)+Z_2(D)+Z_5(D) & -Z_5(D) \\ 0 & -Z_5(D) & Z_5(D) \end{bmatrix}$$

***Diagonal nagusiko elementuak, Z_{ii}*(D),** sare bakoitzaren adarren inpedantzien batura da.
***Diagonal nagusitik kanpoko elementuak Z_{ij}* (D)** i eta j sare bietan dauden adarren inpedantzien batura dira. Gaiak positiboak izango dira sareko korronte biak polaritate berekoak badira inpedantziatik igarotzean, eta negatiboak aurkako kasuan. Sareko korronte denak noranzko berean hautatuz gero, diagonal nagusitik kanpoko elementu denak negatiboak izango dira.
Matrizea simetrikoa da.
Sareek adarrak ez badituzte partekatzen, diagonal nagusitik kanpo zeroak agertuko dira, beraz metodo ona da adibidean bezalako eskailera formako zirkuituak ebazteko, non A eta C sareek adarrak ez dituzten partekatzen.

Tentsio-iturrien bektorea:

$$\begin{bmatrix} eg_1(t) \\ ig_5(t)\cdot Z_5(D) \\ eg_3(t)-ig_5(t)\cdot Z_5(D) \end{bmatrix}$$

Bektorearen osagaiak, sare bakoitzaren tentsio-iturrien batura eginez lortzen dira. Zeinua positiboa izango dute sareko korrontea iturriaren polaritatearekin bat badator, eta negatiboa, bat ez badatoz.

Ezezagunen bektorea:

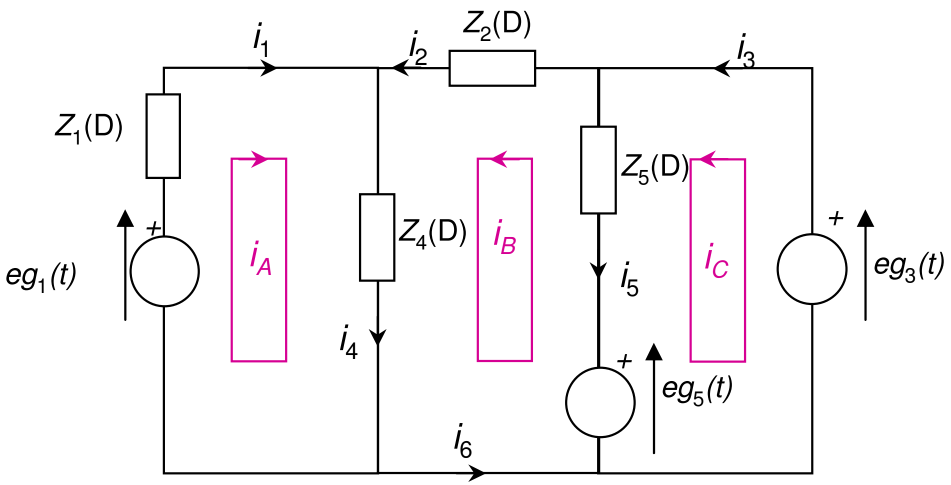
$$\begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix}$$

Sareko korronteak dira.

Matrize-sistema:

$$\begin{bmatrix} Z_1(D)+Z_4(D) & Z_4(D) & 0 \\ Z_4(D) & Z_4(D)+Z_2(D)+Z_5(D) & -Z_5(D) \\ 0 & -Z_5(D) & Z_5(D) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} eg_1(t) \\ ig_5(t) \cdot Z_5(D) \\ eg_3(t) - ig_5(t) \cdot Z_5(D) \end{bmatrix}$$

Matrize-sistema ebaztean, sareetako korronteak lortzen dira. Adarretako korronteak lortzeko sareen korronteak eta adarretako korronteak erlazionatzen dituzten ekuazioak erabiliko dira, adibide honetarako hauek dira ekuazio horiek:



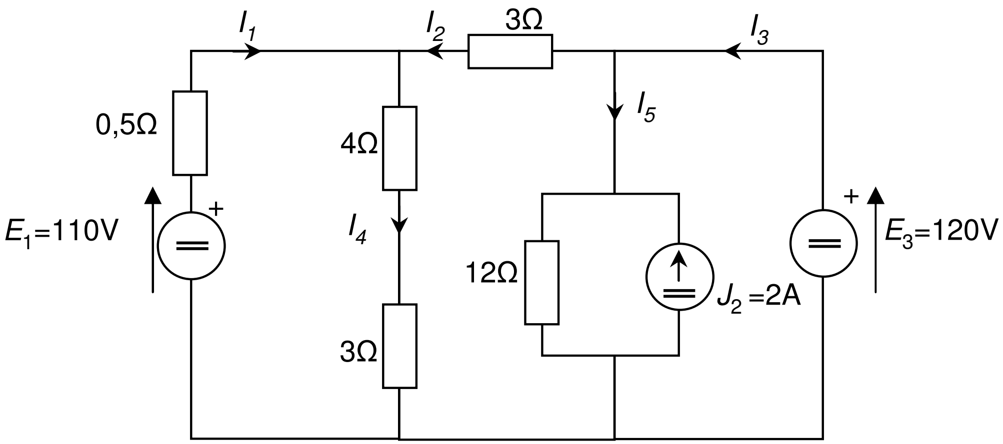
$$\begin{cases} i_1 = i_A \\ i_2 = i_B \\ i_3 = i_C \\ i_4 = i_A + i_B \\ i_5 = i_C - i_B \\ i_6 = i_2 = i_B \end{cases}$$

Adarraren korrontea adar hori bere baitan duten sareen korronteen batura edo kendura eginez lortuko da. Sareko korrontea adarreko korrontearen polaritate berekoa bada, zeinu positiboa du ekuazioan, eta ez bada zeinu negatiboa dauka.

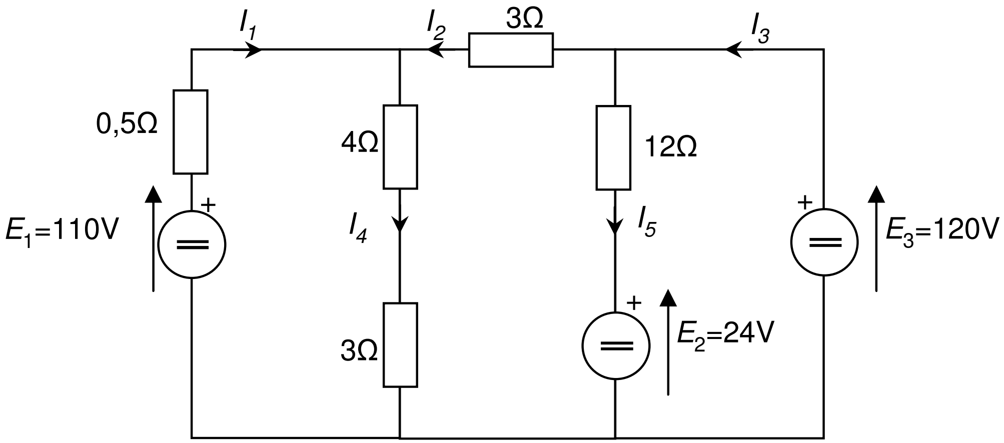
Adarretako korronteak zehaztu direnean, adarretako tentsioak zehaztu daitezke, adarretako ekuazioak erabiliz.

4.4.2 SAREEN METODOA (5)

Adibidea: Adibide moduan lehengo zirkuituko topologia bera duen zirkuitu bat erabiliko dugu, baina korronte zuzeneko iturriekin.

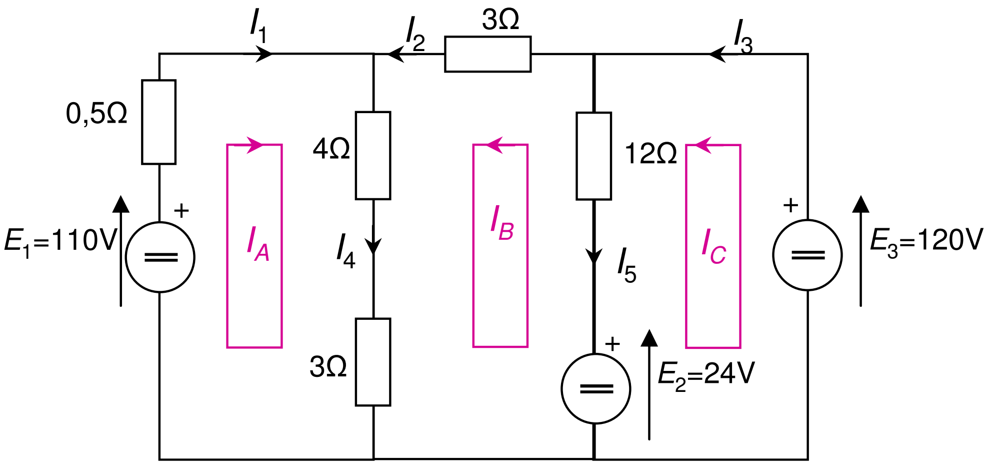


Korronte-iturria tentsio-iturri bihurtu:



Sareak hautatu, sare kopurua:

r-n+1=6-4+1=3



Sareetako korronteak zirkuituko kanpo adarren korronteekin bat datoz:

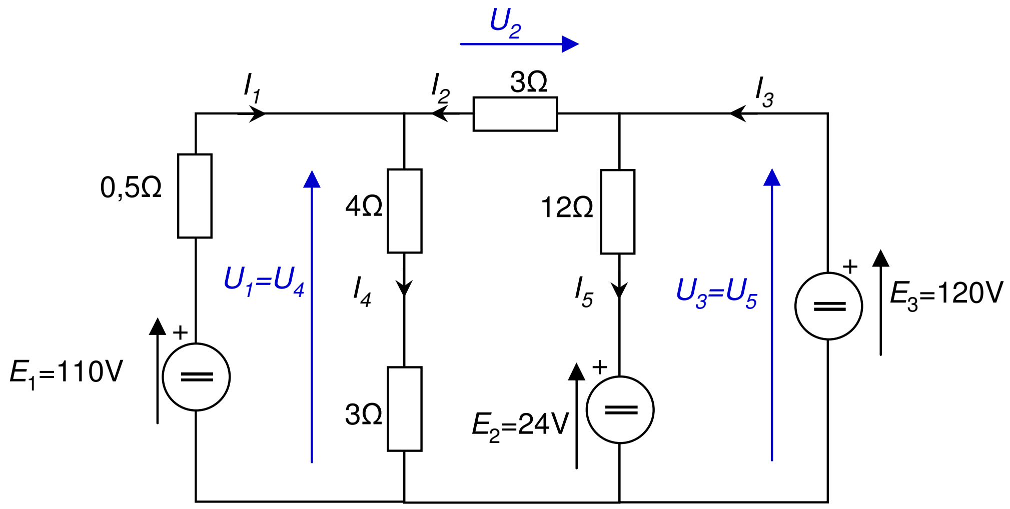
$I_3=I_C,\ I_1=I_A, I_B=I_2$

$$\begin{bmatrix} 7{,}5 & 7 & 0 \\ 7 & 22 & -12 \\ 0 & -12 & 12 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 110 \\ 24 \\ 120-24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 110 \\ 24 \\ 96 \end{bmatrix}$$

4.4.2 SAREEN METODOA (6)

CRAMER erabiliz I_B ebatziko dugu:

$$I_B = I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 7{,}5 & 110 & 0 \\ 7 & 24 & -12 \\ 0 & 96 & 12 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7{,}5 & 7 & 0 \\ 7 & 22 & -12 \\ 0 & -12 & 12 \end{vmatrix}} = 5\text{A}$$



Beste korronte biak matrize-sistemaren lehen eta hirugarren lerroak garatuz, erraz lor daitezke:

$$\begin{bmatrix} 7{,}5 & 7 & 0 \\ 7 & 22 & -12 \\ 0 & -12 & 12 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 110 \\ 24 \\ 120-24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 110 \\ 24 \\ 96 \end{bmatrix}$$

$$7{,}5 \cdot I_A + 7 \cdot I_B = 110 \rightarrow I_A = \frac{110 - 7 \cdot 5}{7{,}5} = 10\text{A}$$

$$-12 \cdot I_B + 12 \cdot I_C = 96 \rightarrow I_C = \frac{96 + 12 \cdot 5}{12} = 13\text{A}$$

Adarretako korronteak sareen korronteak erabiliz lortuko ditugu:

$$\begin{cases} I_1 = I_A & = 10\text{A} \\ I_2 = I_B & = 5\text{A} \\ I_3 = I_C & = 13\text{A} \\ I_4 = I_A + I_B & = 15\text{A} \\ I_5 = I_C - I_B & = 8\text{A} \\ I_6 = I_2 = I_B = 5\text{A} & \end{cases}$$

Adarretako tentsioak adarren definizio ekuazioetatik lortzen dira.

$$\begin{cases} U_1 = 110 - 10 \cdot 0{,}5 = 105\text{V} \\ U_2 = 3 \cdot 5 = 15\text{V} \\ U_3 = 120\text{V} \\ U_4 = U_1 = 7 \cdot 15 = 105\text{V} \\ U_5 = U_3 = 24 - 12 \cdot 12 = -120\text{V} \\ U_6 = 0\text{V} \end{cases}$$

4.5 METODO NODALAK

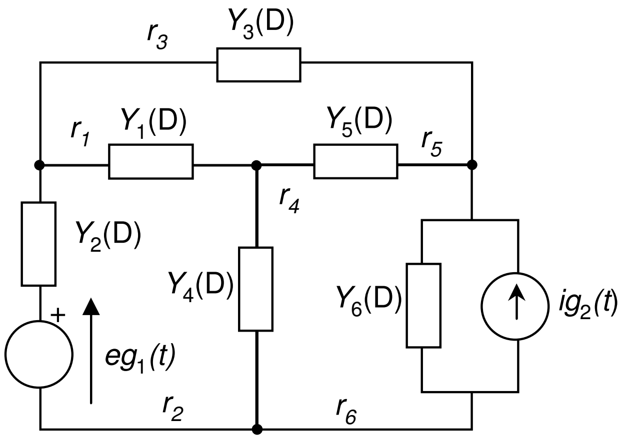
		Ekuazioa	Ezezagunak	Koefizienteen matrizearen dimentsioak	Zuhaitza definitu behar da?	Zirkuituko iturriak
Metodo nodalak K1L –an Oinarrituak	**Oinarrizko ebakidura taldeen** metodoa.	$\left(Y^{oet}\right)\cdot\left(U^{oet}\right)=\left(Ig^{oet}\right)$	Oinarrizko ebakidura taldeetako tentsioak $\boldsymbol{U}^{oet}$	(n-1)x (n-1)	Bai	Korronte iturriak
	Korapiloen metodoa	$\left(Y^{k}\right)\cdot\left(U^{k}\right)=\left(Ig^{k}\right)$	Korapiloen tentsioak $\boldsymbol{U}^{k}$	(n-1)x (n-1)	Ez, erreferentziako korapiloaren aukeraketa	Korronte iturriak

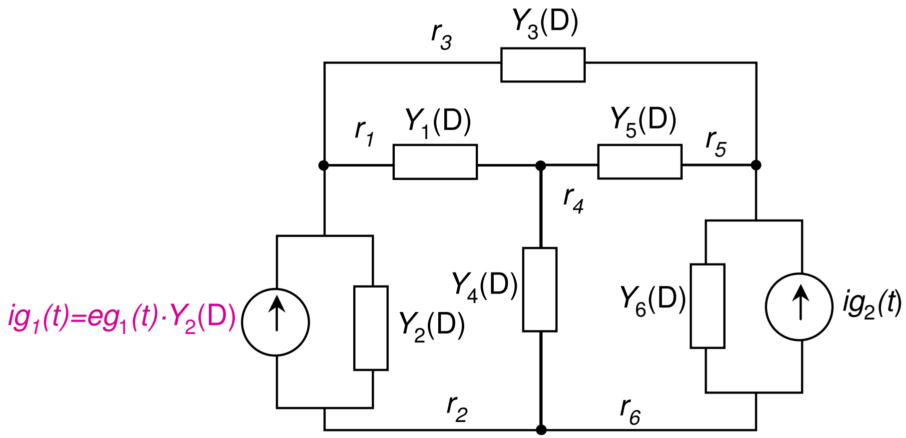
JARRAITU BEHARREKO URRATSAK:

- Tentsio-iturriak korronte-iturri bihurtu.
- Zuhaitza hautatu (n-1 adarrekin, irekia eta lotua).
- Hautatutako zuhaitzarekiko oinarrizko ebakidura-taldeak irudikatu: Zuhaitzeko adar bakarra mozten duten ebakidura taldeak dira, mozten dituzten gainontzeko adarrak katebegiak direlarik.
- Oinarrizko ebakidura talde bakoitzari ***ebakidura-taldeko tentsioa*** esleitu (noranzkoa: zuhaitzeko adarraren tentsioaren berdina)
- Matrize-sistema eraiki.
- Matrize-sistema ebatzi: u^{oet} tentsioak lortu.
- Adarretako tentsioak lortu: u^{r} oinarrizko ebakidura-taldeen tentsioak eta adarretako tentsioak erlazionatzen dituzten ekuazioak erabiliz.
- Adarretako korronteak i^{r} lortu; adarren definizio-ekuazioak erabiliz.

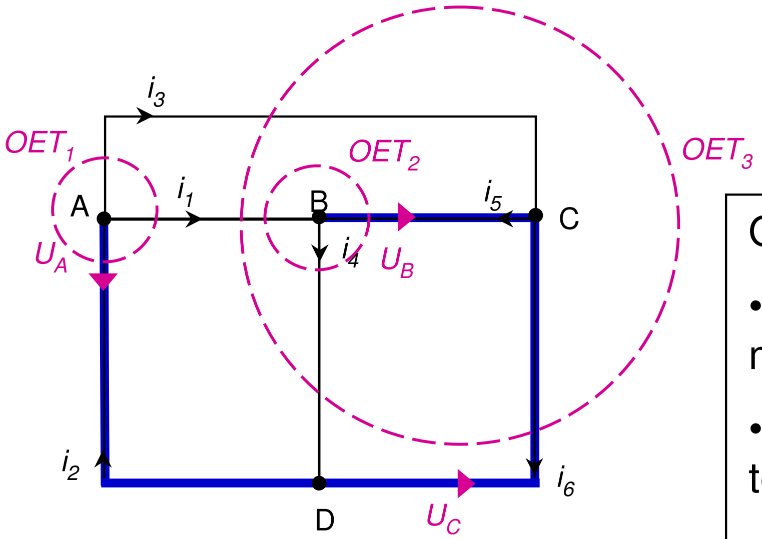
4.5.1 OINARRIZKO EBAKIDURA TALDEEN METODOA (2)

Iturrien eraldaketa: tentsio-iturriak korronte-iturri bihurtu.





Zuhaitza (urdina) eta oinarrizko ebakidura taldeak (arrosa) hautatu, eta ondoren, ebakidura taldeen tentsioak: u_A, u_B y u_C



n=4; r=6;

n-1=3= zuhaitzaren adar kopurua=oinarrizko ebakidura- talde kopurua

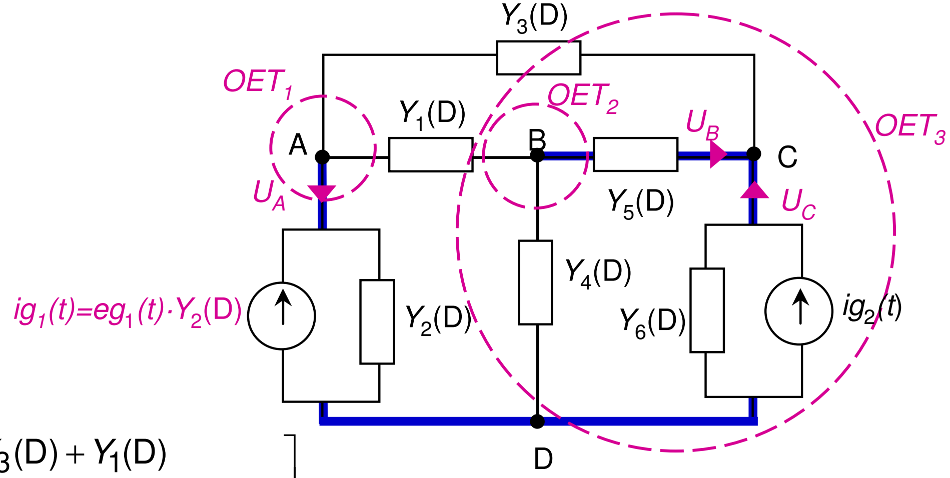
Oharrak:

• Oinarrizko ebakidura talde bakoitzak zuhaitzeko adar bakarra moztuko du.

• Ebakidura-taldeko tentsioa mozten duen zuhaitzeko adarraren tentsioarekin bat dator.

• Zuhaitzaren hautaketa: Zenbait adarren tentsioak ezagutu nahi baditugu hautatu horiek zuhaitzeko adarrak bezala; Ko-zuhaitzeko adarrak korronte-iturri idealak bakarrik dauzkatenak hautatuz gero, admitantzien matrizean zeroak lortzen dira diagonal nagusitik kanpo.

4.5.1 OINARRIZKO EBAKIDURA TALDEEN METODOA (3)



Matrize-sistemaren eraikuntza:

- Dimentsioa: (n-1)x(n-1)=3x3
- Itxura: $\left(Y^{oet}\right)\cdot\left(U^{oet}\right)=\left(Ig^{oet}\right)$

Admitantzien matrizea:

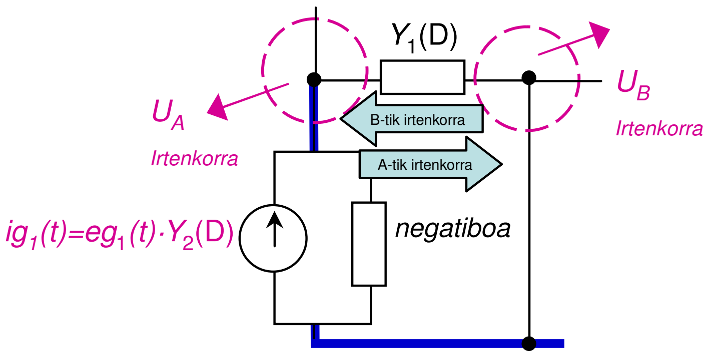
$$\begin{bmatrix} Y_3(D)+Y_1(D)+Y_2(D) & -Y_1(D) & Y_3(D)+Y_1(D) \\ -Y_1(D) & Y_1(D)+Y_5(D)+Y_4(D) & -Y_1(D)-Y_4(D) \\ Y_3(D)+Y_1(D) & -Y_1(D)-Y_4(D) & Y_1(D)+Y_4(D)+Y_6(D)+Y_3(D) \end{bmatrix}$$

Admitantzien matrizearen idazketa:

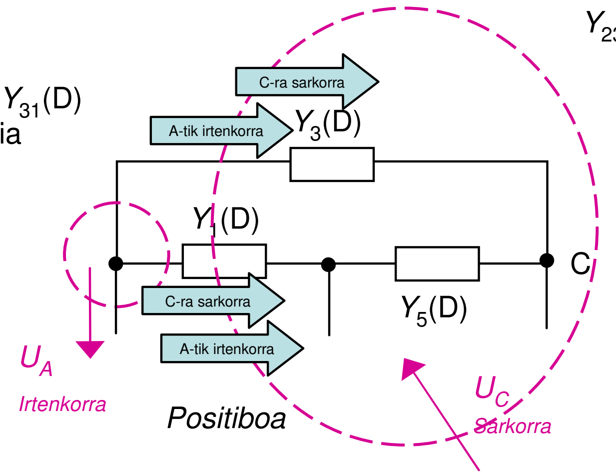
Diagonal nagusiko elementuak ***$Y_{ii}(D)$*** OET bakoitzak, mozten dituen adarren admitantzien batura izango da.

Diagonal nagusitik kanpoko $Y_{ij}(D)$ elementuak, i eta j OET-ek aldi berean mozten dituzten adarren admitantzien batura da. Admitantziaren zeinua positiboa da, admitantziaren gainean adarra mozten duten bi OET-en hautazko tentsioen polaritate beraz (sarkorrak edo irtenkorrak), marraztutako bi gezien noranzkoak bat datozenean. Eta negatiboak bi gezi horiek bat ez badatoz.

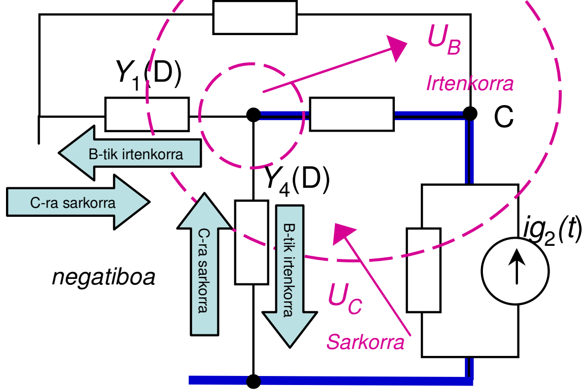
$Y_{12}(D)=Y_{21}(D)$
Gaia



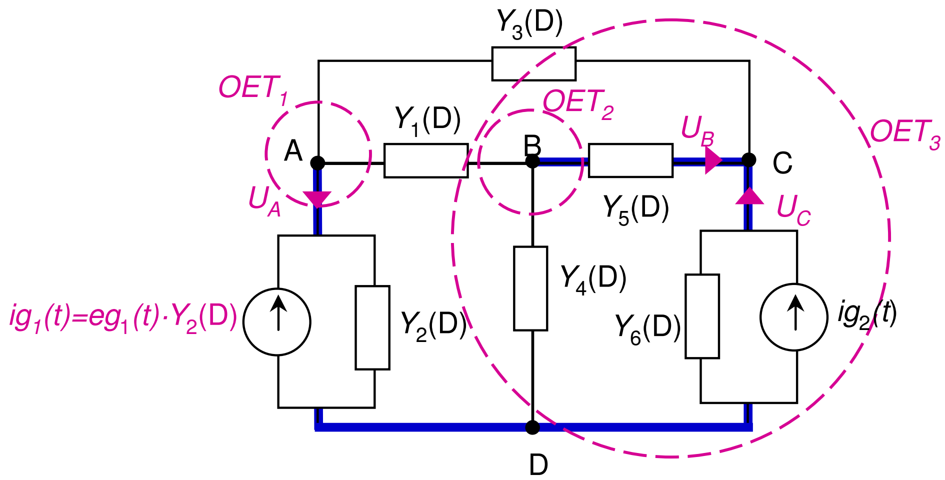
$Y_{13}(D)=Y_{31}(D)$
Gaia



$Y_{23}(D)=Y_{32}(D)$
Gaia



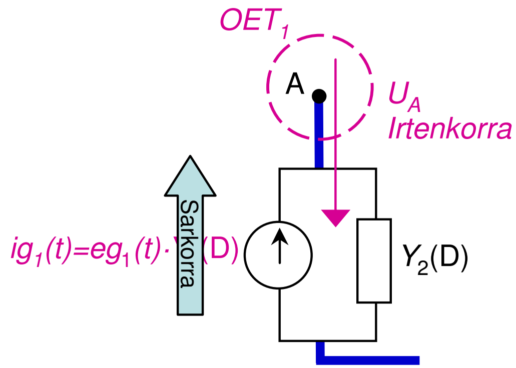
4.5.1 OINARRIZKO EBAKIDURA TALDEEN METODOA (4)



Korronte-iturrien bektorea:

$$\begin{bmatrix} -eg_1(t)\cdot Y_2(\mathrm{D}) \\ 0 \\ ig_2(t) \end{bmatrix}$$

OET bakoitzak moztutako adarretan dauden korronte iturrien batura eginez lortzen dira bektorearen osagaiak. Iturriaren zeinua positiboa izango da, iturriaren korrontea ebakidura taldearen erreferentzia-tentsioarekin bat datorrenean (irtenkorra edo sarkorra OET-rekiko)



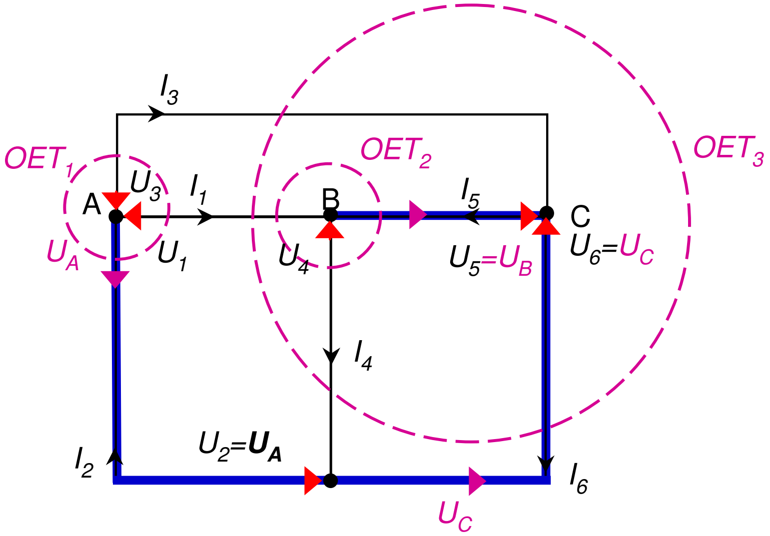
OET-en tentsioen bektorea:

$$\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix}$$

Matrize-sistema:

$$\begin{bmatrix} Y_3(D)+Y_1(D)+Y_2(D) & -Y_1(D) & Y_3(D)+Y_1(D) \\ -Y_1(D) & Y_1(D)+Y_5(D)+Y_4(D) & -Y_1(D)-Y_4(D) \\ Y_3(D)+Y_1(D) & -Y_1(D)-Y_4(D) & Y_1(D)+Y_4(D)+Y_6(D)+Y_3(D) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -eg_1(t)\cdot Y_2(D) \\ 0 \\ ig_2(t) \end{bmatrix}$$

Behin sistema ebatzita, OET-en tentsioak ezagunak izango dira. Adarretako tentsioak lortzeko adarren tentsioak eta oinarrizko ebakidura-taldeen tentsioak erlazionatzen dituzten ekuazioak erabili beharko dira.



$$u_1 = u_B - u_A - u_C$$
$$u_2 = u_A$$
$$u_3 = -u_C - u_A$$
$$u_4 = -u_B + u_C$$
$$u_5 = u_B$$
$$u_6 = u_C$$

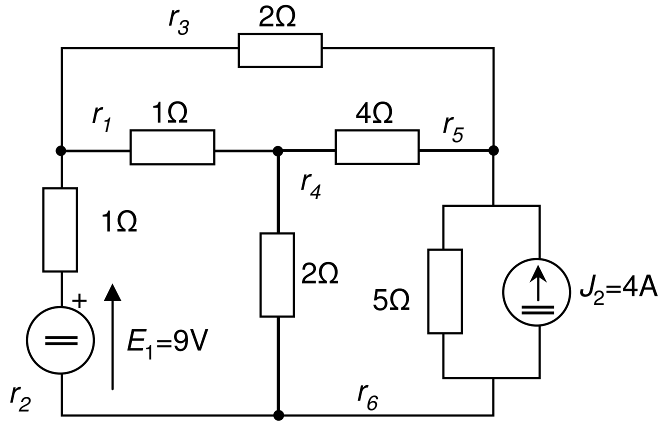
Adarretako tentsioak eta oinarrizko ebakidura taldeen tentsioak erlazionatzen dituzten ekuazioak horrela lortzen dira: Adarraren tentsioa adarra mozten duten oinarrizko ebakidura-taldeen tentsioen batura eta kendura da. Adarraren tentsio eta ebakidura taldearen tentsioa noranzko bera badute ebakidura taldearekiko, zeinu positiboa jarri behar zaio oinarrizko ebakidura taldearen tentsioari, bestela, negatiboa. Adibidez, bat adarraren tentsiorako. Adar hori 1, 2 eta 3 ebakidura taldeek mozten dute, beraz, adar horren tentsioa honako hiru tentsioen konbinazioa izango da: U_A, U_B, U_C; U_1 sarkorra da OET_1-ekiko, baina ebakidura taldearen tentsioa , U_A, irtenkorra da beraz, U_A-k zeinu negatiboa edukiko du; U_1 OET_2-rekiko irtenkorra da, ebakidura taldeko U_B tentsio bezala, beraz U_B-k zeinu positiboa du; Azkenik, U_1 irtenkorra da OET_3-rekiko, honek tentsioa (U_C) sarkorra duelarik, beraz U_C-k zeinu negatibo darama.

Eta U_1 tentsioaren ekuazioa honakoa izango da: $U_1=-U_A+U_B-U_C$;

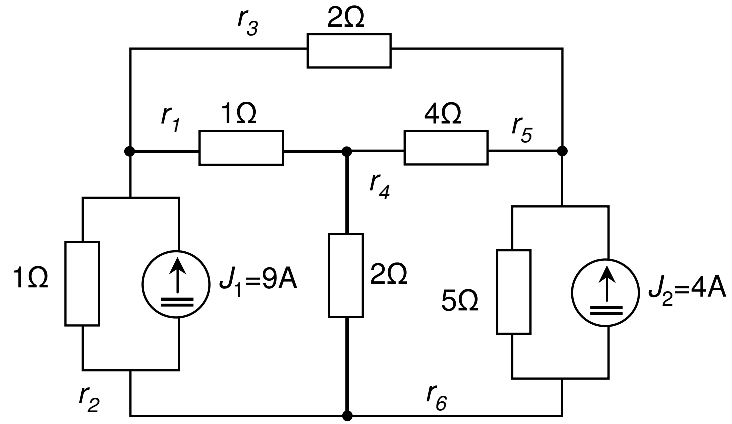
Era horretan eraikiko dira adarretako tentsioak eta ebakidura taldeetako tentsioak erlazionatuko dituzten ekuazioak.

4.5.1 OINARRIZKO EBAKIDURA TALDEEN METODOA (6)

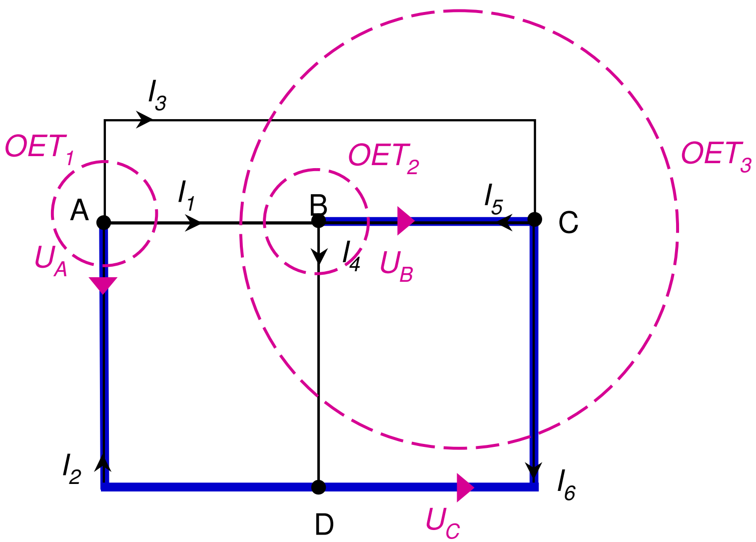
Adibidea: Adibide moduan lehengo zirkuituko topologia bera duen zirkuitu bat erabiliko dugu, baina korronte zuzeneko iturriekin.



Tentsio-iturriak korronte-iturri bihurtzen dira:

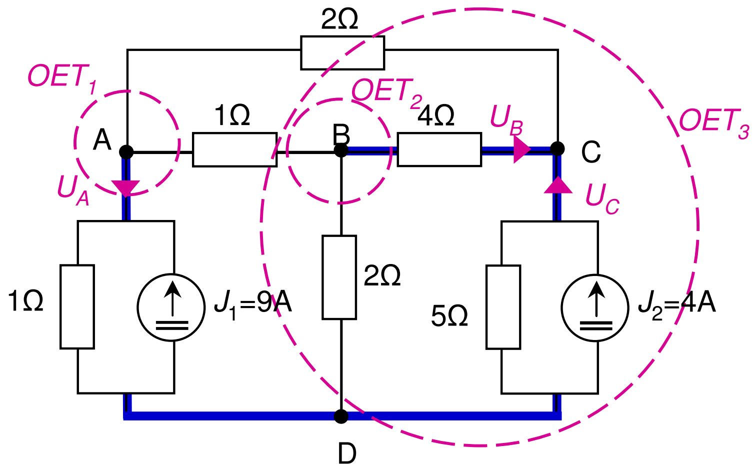


n-1=4-1=3 adar edukiko dituen zuhaitza aukeratzen da. Jarraian eta zuhaitzarekiko oinarrizko ebakidura taldeak hautatzen dira, gogoan hartu zuhaitzeko adar bakarra moztuko dutela. Amaitzeko, ebakidura talde bakoitzari tentsio bat esleitzen zaio, orokorrean, mozten duen zuhaitzeko adarraren polaritate berekoa. Matrize-sistema ebaztean lortzen diren tentsioak zuhaitzeko adarraren tentsioak dira, hain zuzen ere.



4.5.1 OINARRIZKO EBAKIDURA TALDEEN METODOA (7)

Matrize-sistemaren eraikuntza:



$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2}+1+1 & -1 & \frac{1}{2}+1 \\ -1 & \frac{1}{4}+\frac{1}{2}+1 & -\left(\frac{1}{2}+1\right) \\ \frac{1}{2}+1 & -\left(\frac{1}{2}+1\right) & \frac{1}{2}+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{5} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 2{,}5 & -1 & 1{,}5 \\ -1 & 1{,}75 & -1{,}5 \\ 1{,}5 & -1{,}5 & 2{,}2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Ebazten da, demagun CRAMER erabiliz ebazten dela:

$$\Delta Y = \begin{vmatrix} 2{,}5 & -1 & 1{,}5 \\ -1 & 1{,}75 & -1{,}5 \\ 1{,}5 & -1{,}5 & 2{,}2 \end{vmatrix} = 2{,}3625 \text{ S}$$

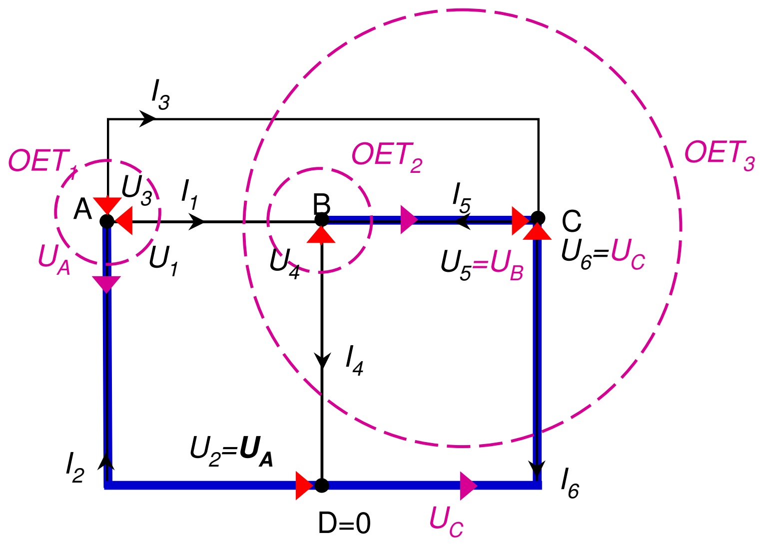
$$U_A = \frac{\begin{vmatrix} -9 & -1 & 1{,}5 \\ 0 & 1{,}75 & -1{,}5 \\ 4 & -1{,}5 & 2{,}2 \end{vmatrix}}{\Delta Y} = \frac{-18{,}9}{2{,}3625} = -8\text{V}$$

$$U_B = \frac{\begin{vmatrix} 2{,}5 & -9 & 1{,}5 \\ -1 & 0 & -1{,}5 \\ 1{,}5 & 4 & 2{,}2 \end{vmatrix}}{\Delta Y} = \frac{9{,}45}{2{,}3625} = 4\text{V}$$

$$U_C = \frac{\begin{vmatrix} 2{,}5 & -1 & -9 \\ -1 & 1{,}75 & 0 \\ 1{,}5 & -1{,}5 & 4 \end{vmatrix}}{\Delta Y} = \frac{23{,}625}{2{,}3625} = 10\text{V}$$

4.5.1 OINARRIZKO EBAKIDURA TALDEEN METODOA (8)

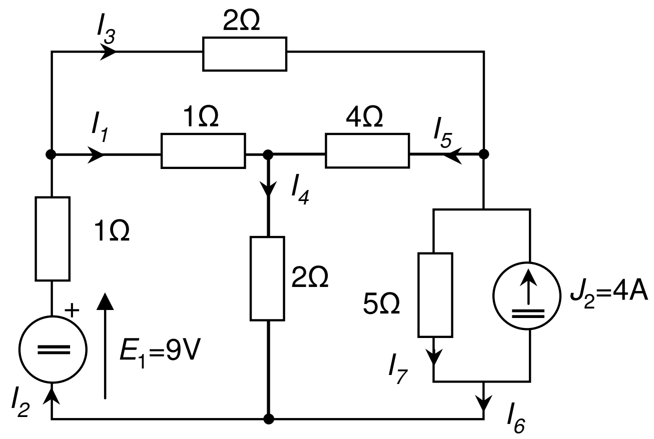
Oinarrizko ebakidura-taldeetako tentsioetatik adarretako tentsioak lortzen dira:



$$U_1 = U_B - U_A - U_C = 4 + 8 - 10 = 2V$$
$$U_2 = U_A = -8V$$
$$U_3 = -U_C - U_A = -10 + 8 = -2V$$
$$U_4 = -U_B + U_C = -4 + 10 = 6V$$
$$U_5 = U_B = 4V$$
$$U_6 = U_C = 10V$$

Azkenik, adarretako korronteak zehazteko, adarretako ekuazioetara jotzen dugu:

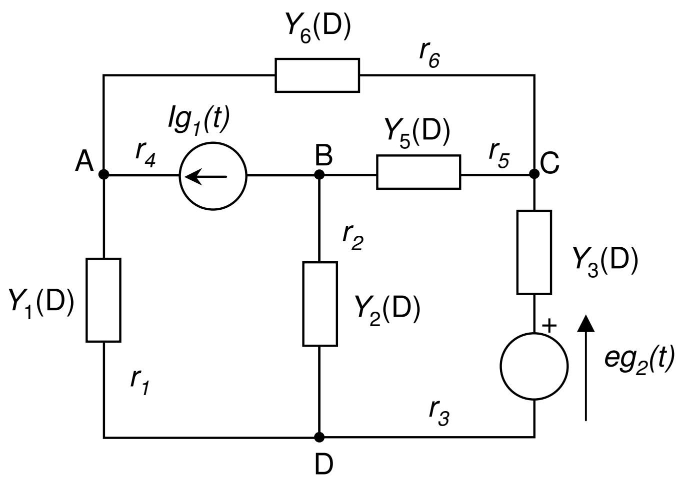
$$\begin{cases} I_1 = U_1 \cdot 1 = 2 \cdot 1 = 2A \\ I_2 = (U_2 + E_1) \cdot 1 = (-8+9) \cdot 1 = 1A \\ I_3 = U_3 \cdot 0{,}5 = -2 \cdot 0{,}5 = -1A \\ I_4 = U_4 \cdot 0{,}5 = 6 \cdot 0{,}5 = 3A \\ I_5 = U_5 \cdot 0{,}25 = 4 \cdot 0{,}25 = 1A \\ I_6 = I_7 - J_2 = U_6 \cdot \frac{1}{5} - 4 = 10 \cdot \frac{1}{5} - 4 = -2A \end{cases}$$



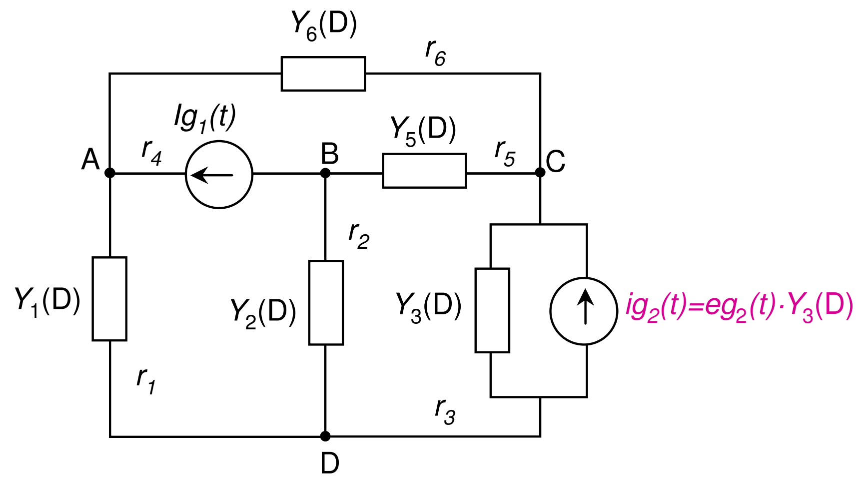
JARRAITU BEHARREKO URRATSAK:

- Tentsio-iturriak korronte-iturri bihurtu.
- Erreferentzia-korapilo bat hautatu.
- ***Korapiloetako tentsioak*** marraztu: erreferentziako korapiloa eta gainontzeko beste korapiloen arteko tentsioak dira. Erreferentzia korapiloarekiko denak sarkorrak edo denak irtenkorrak marraztea, erabilgarriena izango da.
- Matrize-sistema eraiki.
- Matrize-sistema ebatzi: u^k korapiloen tentsioak lortu.
- Adarretako tentsioak lortu: u^r korapiloetako tentsioak eta adarretako tentsioak erlazionatzen dituzten ekuazioak erabiliz.
- Adarretako korronteak lortu: i^r, adarretako definizio-ekuazioak erabiliz.

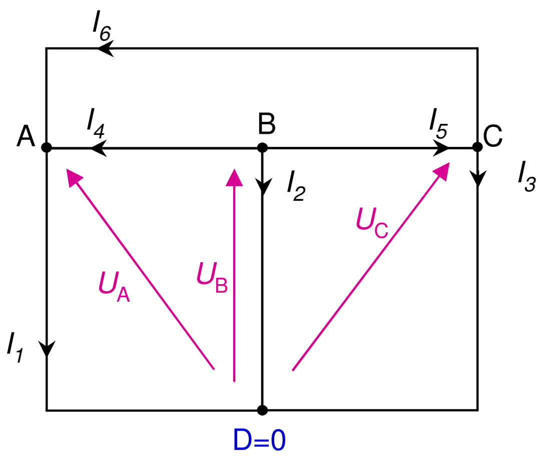
4.5.2 KORAPILOEN METODOA (2)



Iturrien eraldaketa: Tentsio-iturriak korronte-iturri bihurtu



Erreferentzia korapilo hautatu (urdina), jarraian korapiloetako tentsioak (arrosa) irudikatzen dira, erreferentzia korapiloa eta gainontzekoen artean, korapiloetako tentsioen kopurua: n-1=4-1=3 izango da eta u_A, u_B eta u_C izenez, izendatuko ditugu.



Oharrak:

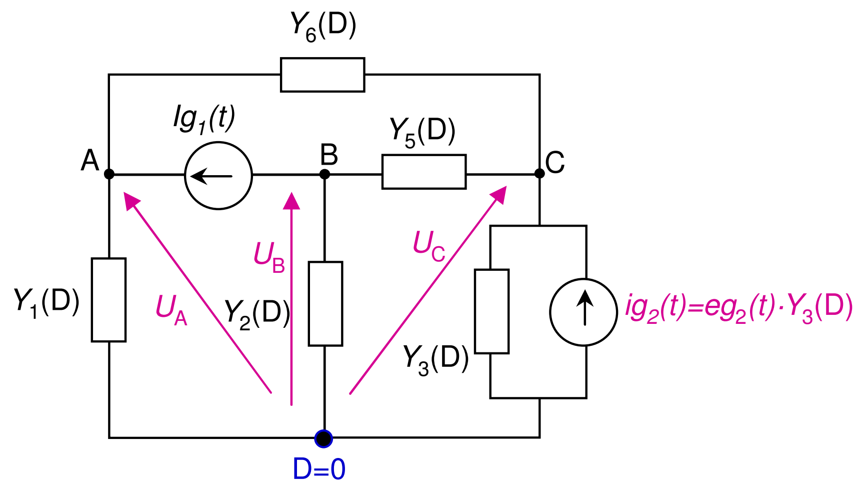
•Korapiloetako tentsioak, erreferentzia korapiloa eta gainontzeko korapiloen artean dauden tentsioak izango dira. Matrize-sistema ebaztean lortzen diren tentsioak izango dira. Eta beraz, ezagutu nahi ditugun tentsioak zuzenean lortzeko, korapiloa behar bezala hautatzea baino ez dugu.

•Tentsioen noranzkoak hautatzeko bi ebazpide ditugu: Adarren tentsioen polaritateekin bat etor arazi, edo, denak sarkorrak edo irtenkorrak irudikatu erreferentzia korapiloarekiko. Denak noranzko berekoak hautatuz, admitantzien matrizearen eraikuntza sinplifikatu egingo da diagonal nagusitik kanpoko gai guztiak negatiboak izango direlako.

Matrize-sistemaren eraikuntza:

•Dimentsioa: (n-1)x(n-1)=3x3

•Itxura: $\left(Y^k\right)\left(U^k\right)=\left(Ig^k\right)$



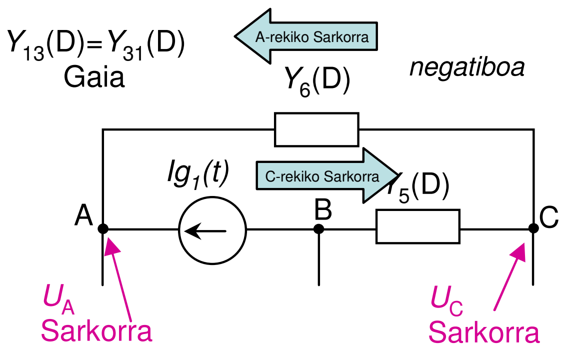
Admitantzien matrizea:

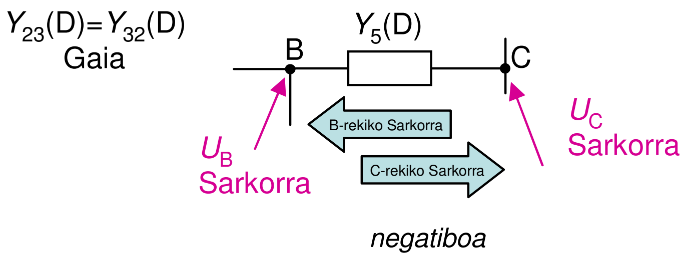
$$
\begin{bmatrix}
Y_1(D)+Y_6(D) & 0 & -Y_6(D) \\
0 & Y_2(D)+Y_5(D) & -Y_5(D) \\
-Y_6(D) & -Y_5(D) & Y_6(D)+Y_5(D)+Y_3(D)
\end{bmatrix}
$$

Diagonal nagusiko elementuak $Y_{ii}(D)$ korapilora heltzen diren adarren admitantzien batura da.

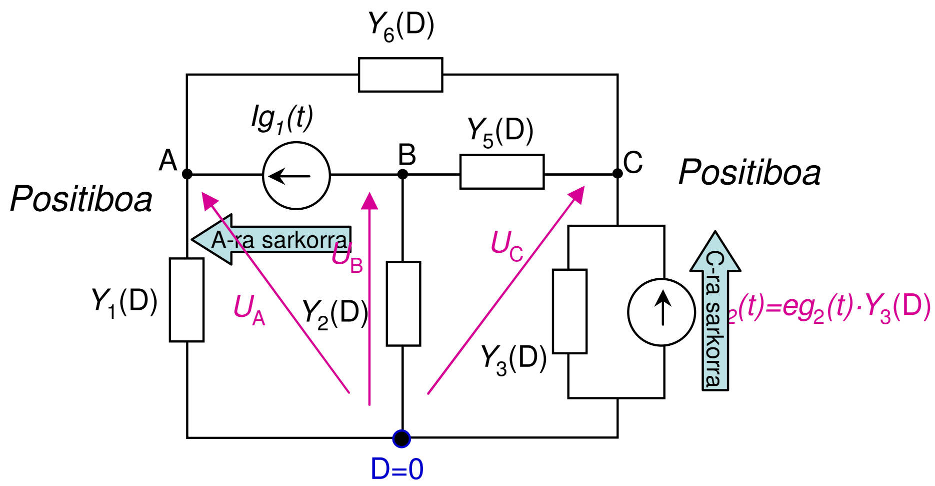
ij eta ji posiziotako elementuak, $Y_{ij}(D)$ i eta j bi korapiloen arteko adarretako admitanzien batura dira. Admitantziaren zeinua positiboa da, admitantziaren gainean adarraren bi korapiloen korapiloetako tentsioen polaritate beraz (sarkorrak edo irtenkorrak) marraztutako bi geziren noranzkoak bat datozenean. Eta negatiboak bi gezi horiek bat ez badatoz.

Baina korapiloetako tentsio denak erreferentzia korapiloarekiko sarkorrak edo irtenkorrak marrazten badira, Y_{ij}(D) admitantzia denak negatiboak izango dira eta ez da zeinuaren azterketa egin beharko.





Korronte-iturrien bektorea:



$$\begin{bmatrix} ig_1(t) \\ 0 \\ eg_2(t)\cdot Y_3(D) \end{bmatrix}$$

Bektorearen osagaiak, korapilora heltzen diren adarren korronte iturrien batura eginez lortzen dira. Iturriaren korrontearen zeinua positiboa da, iturriaren korrontea korapiloaren tentsioa bezalakoa bada (sarkorra edo irtenkorra korapiloarekiko).

Korapiloetako Tentsioen bektorea:

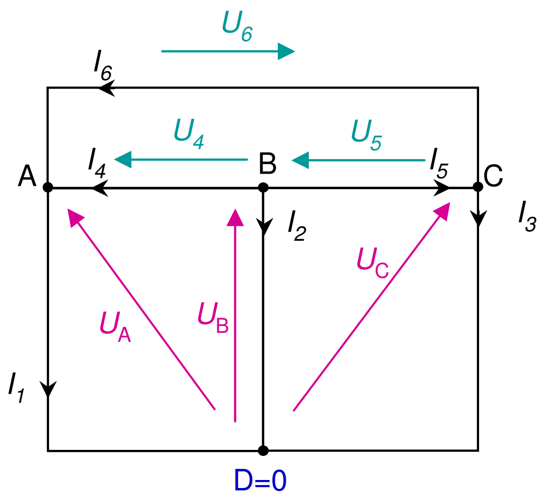
$$\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix}$$

Matrize-sistema:

$$\begin{bmatrix} Y_1(D)+Y_6(D) & 0 & -Y_6(D) \\ 0 & Y_2(D)+Y_5(D) & -Y_5(D) \\ -Y_6(D) & -Y_5(D) & Y_6(D)+Y_5(D)+Y_3(D) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ig_1(t) \\ 0 \\ eg_2(t)\cdot Y_3(D) \end{bmatrix}$$

4.5.2 KORAPILOEN METODOA (5)

Behin matrize sistema ebatzi denean, korapiloetako tentsioak ezagunak izango dira. Adarretako tentsioak lortzeko adarretako tentsioak eta korapiloetako tentsioak erlazionatzen dituzten ekuazioetara jo beharko dugu. Ekuazio horiek lortzeko Kirchhoff-en bigarren legea aplikatzea baino ez dugu, zirkuituko hainbat bide itxietan zehar.

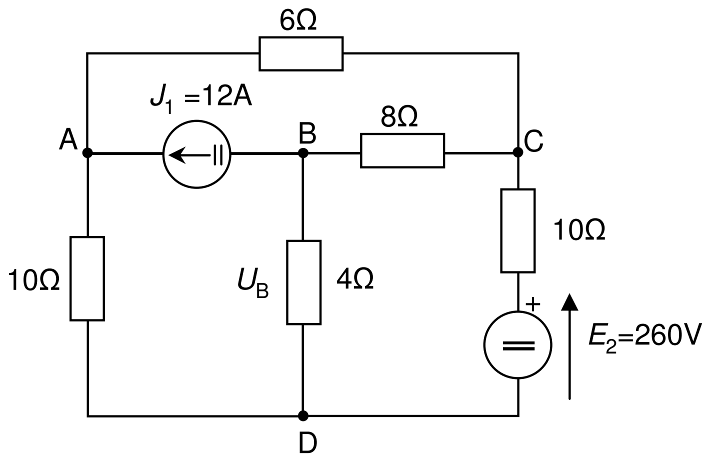


$$U_4 = U_A - U_B$$
$$U_5 = U_B - U_C$$
$$U_6 = U_C - U_A$$

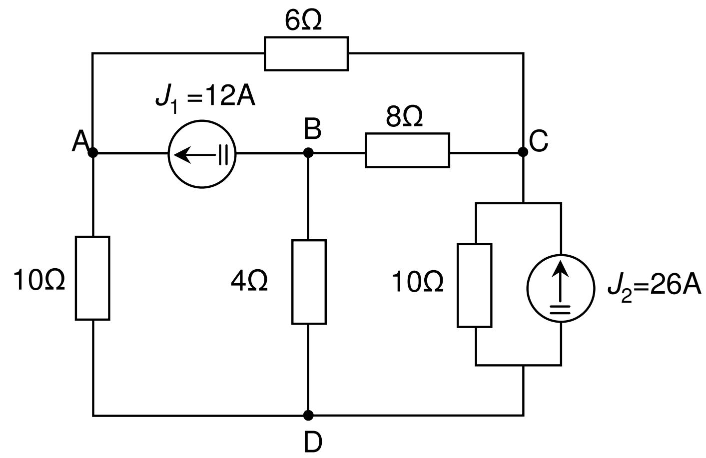
Adarretako korronteak lortzeko adarren definizio ekuazioetara jotzea baino ez dugu.

4.5.2 KORAPILOEN METODOA (6)

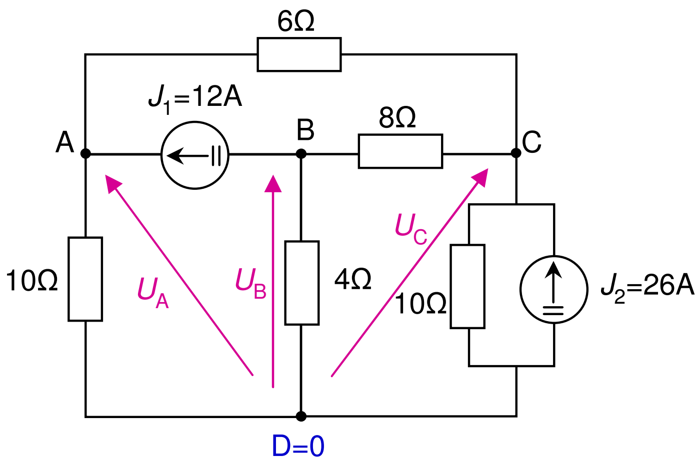
Adibidea: Adibide moduan lehengo zirkuituko topologia bera duen zirkuitu bat erabiliko dugu, baina korronte zuzeneko iturriekin.



Tentsio-iturriak korronte-iturri bihurtuko ditugu:

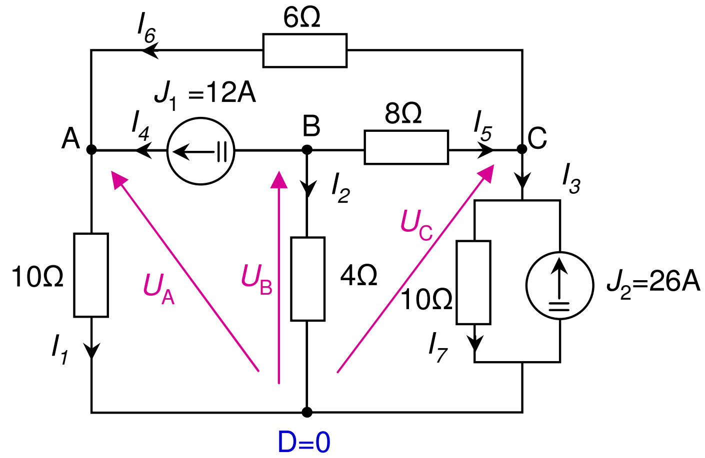


Erreferentzia-korapiloa hautatzen da. Jarraian erreferentzia-korapiloa eta gainontzeko korapiloen arteko n-1=4-1=3 korapiloko tentsio zehazten dira. Denak noranzko berekoak hautatuz (sarkorrak edo irtenkorrak erreferentzia korapiloarekiko), admitantzien matrizearen eraikuntza sinplifikatu egingo da diagonal nagusitik kanpoko gai guztiak negatiboak izango direlako. Adibidean denak irtenkorrak hautatuak dira:



$$
\begin{bmatrix}
\frac{1}{10}+\frac{1}{6} & 0 & -\frac{1}{6} \\
0 & \frac{1}{4}+\frac{1}{8} & -\frac{1}{8} \\
-\frac{1}{6} & -\frac{1}{8} & \frac{1}{8}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}
\end{bmatrix}
\cdot
\begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} 12 \\ -12 \\ 26 \end{bmatrix}
$$

4.5.2 KORAPILOEN METODOA (7)



Matrize-sistemaren ebazpena CRAMER erabiliz:

$$\Delta Y = |Y| = \begin{vmatrix} \left(\frac{1}{10}+\frac{1}{6}\right) & 0 & -\frac{1}{6} \\ 0 & \left(\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\right) & -\frac{1}{8} \\ -\frac{1}{6} & -\frac{1}{8} & \left(\frac{1}{8}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}\right) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{8}{30} & 0 & -\frac{1}{6} \\ 0 & \frac{3}{8} & -\frac{1}{8} \\ -\frac{1}{6} & -\frac{1}{8} & \frac{94}{240} \end{vmatrix} = \frac{177}{7200}$$

$$U_A = \frac{\begin{vmatrix} 12 & 0 & -\frac{1}{6} \\ -12 & \frac{3}{8} & -\frac{1}{8} \\ 26 & -\frac{1}{8} & \frac{94}{240} \end{vmatrix}}{\frac{177}{7200}} = 120\text{V} \qquad U_B = \frac{\begin{vmatrix} \frac{8}{30} & 12 & -\frac{1}{6} \\ 0 & -12 & -\frac{1}{8} \\ -\frac{1}{6} & 26 & \frac{94}{240} \end{vmatrix}}{\frac{177}{7200}} = 8\text{V} \qquad U_C = \frac{\begin{vmatrix} \frac{8}{30} & 0 & 12 \\ 0 & \frac{3}{8} & -12 \\ -\frac{1}{6} & -\frac{1}{8} & 26 \end{vmatrix}}{\frac{177}{7200}} = 120\text{V}$$

Korapiloetako tentsioen balioetatik adarretako tentsioak lortu dira. Kirchhoff-en bigarren legea erabiliz.

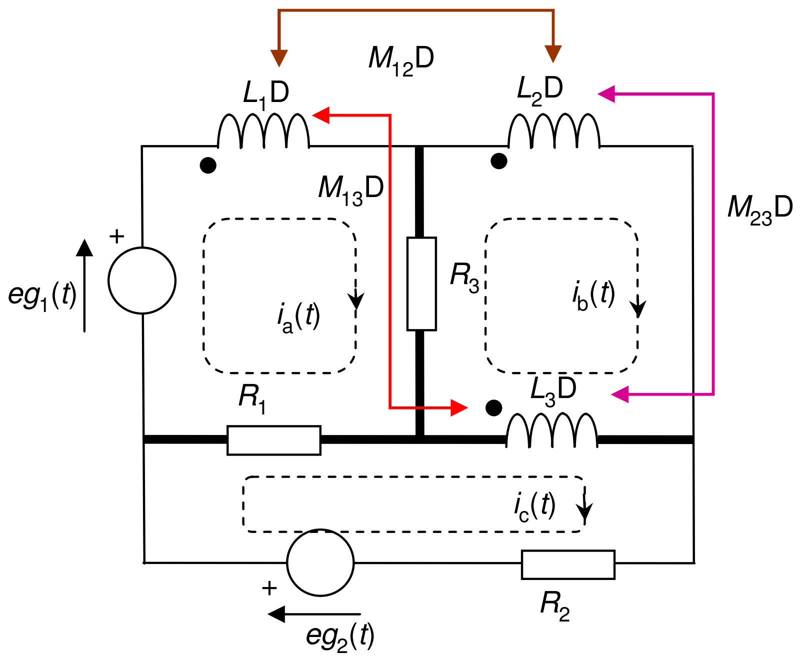
$$U_{AB} = U_A - U_B = 120 - 8 = 112\text{V}$$
$$U_{CA} = U_C - U_A = 120 - 120 = 0\text{V}$$
$$U_{BC} = U_B - U_C = 8 - 120 = -112\text{V}$$

Adarren definizio ekuazioak erabiliz adarretako korronteak lortuko ditugu:

$$\begin{cases} I_1 = U_A \cdot \frac{1}{10} = 120 \cdot \frac{1}{10} = 12\text{A} \\ I_2 = U_B \cdot \frac{1}{4} = -8 \cdot \frac{1}{4} = 2\text{A} \\ I_3 = -26 + I_7 = -26 + \frac{1}{10} \cdot 120 = -14\text{A} \\ I_4 = J_2 = 12\text{A} \\ I_5 = U_{BC} \cdot \frac{1}{8} = -112 \cdot \frac{1}{8} = -14\text{A} \\ I_6 = U_{AC} \cdot \frac{1}{6} = 0\text{A} \end{cases}$$

4.6 LOTURA MAGNETIKOAK DITUZTEN ZIRKUITUAK (1)

Metodo zirkularrak erabiliz ebazten dira. Zirkuitua ebazteko eman beharko diren urratsak, sareen metodoan edo oinarrizko eraztunen metodoan ikusi ditugun berdinak dira.
Ala ere, zirkuituaren inpedantzien matrizea idazterako orduan hainbat berezitasun eduki beharko ditugu kontuan. Berezitasun horiek guztiak honako adibidearen bidez azalduko ditugu.



Inpedantzien matrizearen idazketa:

M_{ij}(D)-ren itxurako gaiak agertzen dira. Magnetikoki lotuta dauden harilak dauzkaten i eta j adarren arteko lotura magnetikoa adierazten dutenak.

i eta j adarretako tentsioek honako itxura dute:

$$U_i(t) = L_i \mathrm{D} i_i(t) \pm M \mathrm{D} i_j(t)$$
$$U_j(t) = \pm M \mathrm{D} i_i(t) + L_j \mathrm{D} i_j(t)$$

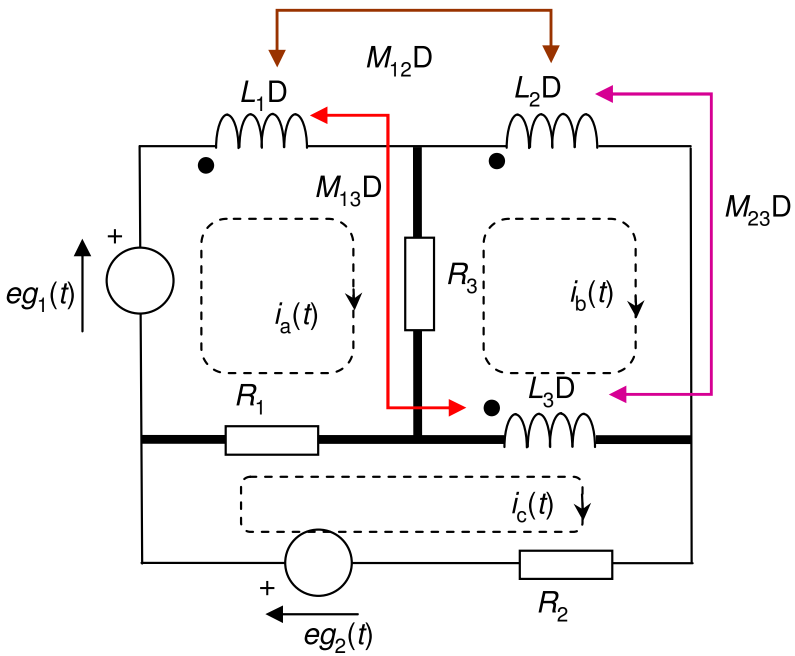
Non **$\pm M_{ij}$D** gaiek **loturaren elkarrekiko inpedantzia operazionala** adierazten duten.

- Gaiak + dira, korronteak (sarekoak edo eraztunekoak) bi hariletara elkarrekiko puntuetatik sartzen badira (puntu homologoak), edo bi hariletatik elkarrekiko puntuetatik irteten badira.
- Gaiak - dira, korronteetako bat puntu homologotik sartzen bada eta bestea irten.

$$\begin{bmatrix} Z_{aa}(\mathrm{D}) & Z_{ab}(\mathrm{D}) & Z_{ac}(\mathrm{D}) \\ Z_{ba}(\mathrm{D}) & Z_{bb}(\mathrm{D}) & Z_{bc}(\mathrm{D}) \\ Z_{ca}(\mathrm{D}) & Z_{cb}(\mathrm{D}) & Z_{cc}(\mathrm{D}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} eg_a(t) \\ eg_b(t) \\ eg_c(t) \end{bmatrix}$$

Sareko inpedantziak:

$$\begin{cases} Z_{aa}(D) = L_1D + R_3 + R_1 \\ Z_{bb}(D) = R_3 + L_2D + L_3D - 2M_{23}(D) \\ Z_{cc}(D) = R_1 + R_2 + L_3D \end{cases}$$



Sareek elkarbanatutako inpedantziak:

$Z_{ab}(D) = -R_3 + M_{12}(D) - M_{13}(D)$

M_{12} positiboa da sareko korronteak bi hariletan elkarrekiko puntuetatik sartzen direlako.

M_{13} negatiboa da sareko korronteak ez direlako bi hariletan elkarrekiko puntuetatik sartzen.

$Z_{ac}(D) = -R_1 + M_{13}(D)$

M_{13} positiboa da sareko korronteak bi hariletan elkarrekiko puntuetatik sartzen direlako.

$Z_{bc}(D) = -L_3D + M_{23}(D)$

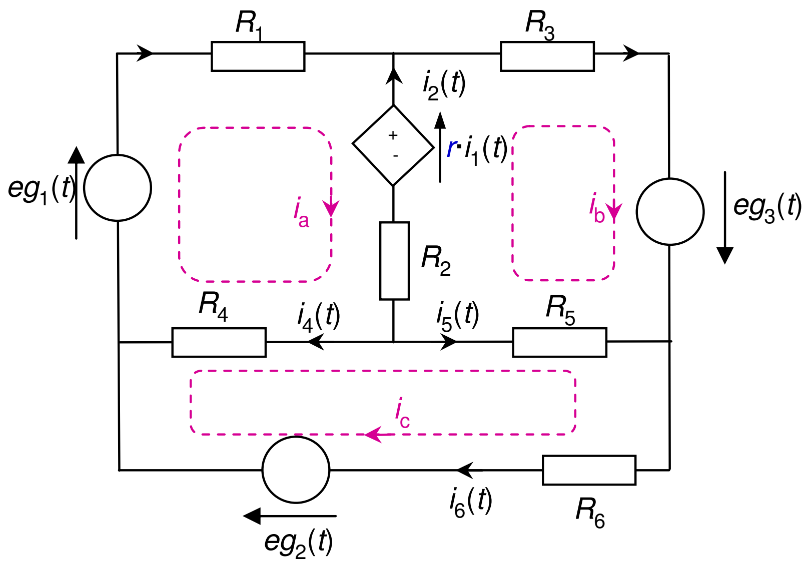
M_{23} positiboa da sareko korronteak bi hariletan elkarrekiko puntuetatik sartzen direlako.

Matrize-sistema:

$$\begin{bmatrix} L_1D + R_3 + R_1 & -R_3 + M_{12}D - M_{13}D & -R_1 + M_{13}D \\ -R_3 + M_{12}D - M_{13}D & R_3 + L_2D + L_3D - 2M_{23}D & -L_3D + M_{23}D \\ -R_1 + M_{13}D & -L_3D + M_{23}D & R_1 + R_2 + L_3D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} eg_1(t) \\ 0 \\ eg_2(t) \end{bmatrix}$$

Ikusitako edozein metodoren bidez ebatzi daitezke. Jarraian matrize-ekuazioaren eraldaketa egingo dugularik:

KORRONTEAREN MENDEKOA DEN TENTSIO-ITURRIA (*r* =TRANSERRESISTENTZIA)



$$\begin{bmatrix} R_1+R_2+R_4 & -R_2 & -R_4 \\ -R_2 & R_2+R_3+R_5 & -R_5 \\ -R_4 & -R_5 & R_4+R_5+R_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} eg_1(t)-r\cdot i_1(t) \\ eg_3(t)+r\cdot i_1(t) \\ eg_6(t) \end{bmatrix}$$

Tentsioen bektorea eraldatuko dugu:

$$\begin{bmatrix} eg_1(t)-r\cdot i_1(t) \\ eg_3(t)+r\cdot i_1(t) \\ eg_6(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} eg_1(t) \\ eg_3(t) \\ eg_6(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r\cdot i_a(t) \\ -r\cdot i_a(t) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} eg_1(t) \\ eg_3(t) \\ eg_6(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r & 0 & 0 \\ -r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

Aldaketa horiek matrize-ekuaziora eramanez:

$$\begin{bmatrix} R_1+R_2+R_4 & -R_2 & -R_4 \\ -R_2 & R_2+R_3+R_5 & -R_5 \\ -R_4 & -R_5 & R_4+R_5+R_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} eg_1(t) \\ eg_3(t) \\ eg_6(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r & 0 & 0 \\ -r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

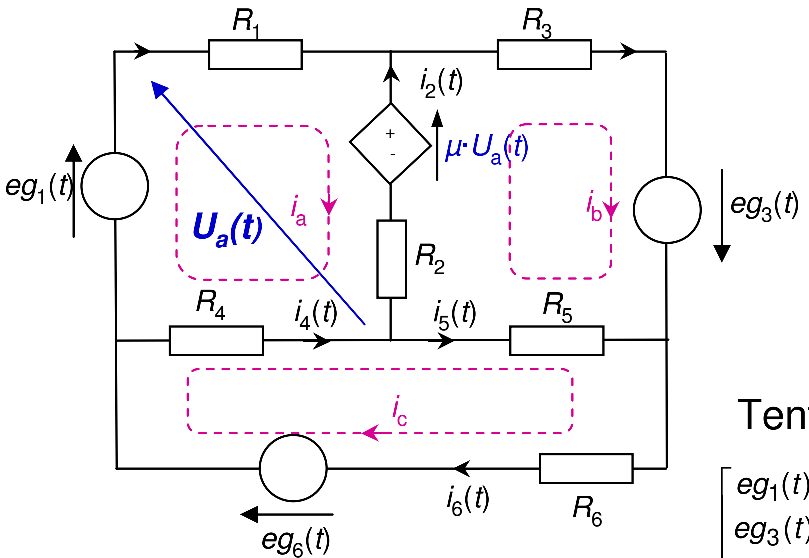
Bigarren atala lehen atalera igaroz:

$$\begin{bmatrix} R_1+R_2+R_4 & -R_2 & -R_4 \\ -R_2 & R_2+R_3+R_5 & -R_5 \\ -R_4 & -R_5 & R_4+R_5+R_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r & 0 & 0 \\ -r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} eg_1(t) \\ eg_3(t) \\ eg_6(t) \end{bmatrix}$$

Korronteen bektorea biderkatzaile komuna bezala ateraz:

$$\begin{bmatrix} R_1+R_2+R_4+r & -R_2 & -R_4 \\ -R_2-r & R_2+R_3+R_5 & -R_5 \\ -R_4 & -R_5 & R_4+R_5+R_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} eg_1(t) \\ eg_3(t) \\ eg_6(t) \end{bmatrix}$$

TENTSIO BATEN MENDEKO DEN TENTSIO-ITURRIAREN KASURAKO (μ : proportzionaltasun konstantea)



$$\begin{bmatrix} R_1+R_2+R_4 & -R_2 & -R_4 \\ -R_2 & R_2+R_3+R_5 & -R_5 \\ -R_4 & -R_5 & R_4+R_5+R_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} eg_1(t)-\mu \cdot U_a(t) \\ eg_3(t)+\mu \cdot U_a(t) \\ eg_6(t) \end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{array}{l} U_a(t) = eg_1(t) + R_4 \cdot i_4(t) \\ i_4(t) = -i_a + i_c \end{array}\right\} U_a(t) = eg_1(t) - R_4 \cdot i_a(t) + R_4 \cdot i_c$$

Eta:

$$\mu \cdot U_a(t) = \mu \cdot eg_1(t) - \mu \cdot R_4 \cdot i_a(t) + \mu \cdot R_4 \cdot i_c$$

Tentsioen bektoreak hartuko duen itxura:

$$\begin{bmatrix} eg_1(t) - \mu \cdot eg_1(t) + \mu \cdot R_4 \cdot i_a - \mu \cdot R_4 \cdot i_c \\ eg_3(t) + \mu \cdot eg_1(t) - \mu \cdot R_4 \cdot i_a + \mu \cdot R_4 \cdot i_c \\ eg_6(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} eg_1(t)-\mu \cdot eg_1(t) \\ eg_3(t)+\mu \cdot eg_1(t) \\ eg_6(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\mu \cdot R_4 & 0 & \mu \cdot R_4 \\ \mu \cdot R_4 & 0 & -\mu \cdot R_4 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

Ekuazio sistemara eramanez eta 2. ataleko batugai negatiboa, 1. atalera ekarriz:

$$\begin{bmatrix} R_1+R_2+R_4 & -R_2 & -R_4 \\ -R_2 & R_2+R_3+R_5 & -R_5 \\ -R_4 & -R_5 & R_4+R_5+R_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\mu \cdot R_4 & 0 & \mu \cdot R_4 \\ \mu \cdot R_4 & 0 & -\mu \cdot R_4 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} eg_1(t)-\mu \cdot eg_1(t) \\ eg_3(t)+\mu \cdot eg_1(t) \\ eg_6(t) \end{bmatrix}$$

Korronteen bektorea biderkatzaile komuna bezala ateraz:

$$\begin{bmatrix} R_1+R_2+R_4-\mu \cdot R_4 & -R_2 & -R_4+\mu \cdot R_4 \\ -R_2+\mu \cdot R_4 & R_2+R_3+R_5 & -R_5-\mu \cdot R_4 \\ -R_4 & -R_5 & R_4+R_5+R_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} eg_1(t)-\mu \cdot eg_1(t) \\ eg_3(t)+\mu \cdot eg_1(t) \\ eg_6(t) \end{bmatrix}$$

4.7 BIBLIOGRAFIA

- V.M. Parra Prieto eta beste hainbat, Teoría de Circuitos, Universidad Nacional de Educación a Distancia. Madril 1990. VII.Gaia
- E. Alfaro Segovia, Teoría de Circuitos y Electrometría. El autor, Madrid 1970. IV. Kapitulua, 8, 9, eta 10 ikasgaiak.
- R.L. Boylestad, Análisis Introductorio de Circuitos, Prentice Hall 1995. 9.Gaia
- A. Bruce Carlson, Teoría de Circuitos, Thomson, Madril 2002. 4.Kapitulua
- A. Gómez, J.A. Olivera, Problemas resueltos de Teoría de Circuitos, Paraninfo, Madril 1990. 2. Kapitulua
- J.A. Edminister, M. Nahvi, Circuitos Eléctricos (Problemas resueltos) McGraw Hill, Madril 1997. 4.Kapitulua
- UNE 21302-131 Vocabulario Electrotécnico. 131. atala: Teoría de Circuitos.