

3.Gaia: TOPOLOGIA ETA DUALITASUNA

3.0 HELBURUAK.

3.1 INPEDANTZIA ETA ADMITANTZIA OPERAZIONALAK.

3.2 ZIRKUITUAREN ATALAK.

3.3 ZIRKUITUAREN TOPOLOGIA.

3.3.1 SARE FORMAKO GRAFIKOA.

3.3.2 ZIRKUITU LOTUA.

3.3.3 ERAZTUNA.

3.3.4 EBAKIDURA TALDEA.

3.3.5 ZIRKUITUAREN ZUHAITZA.

3.3.6 KATEBEGIA.

3.3.7 OINARRIZKO ERAZTUNA.

3.3.8 OINARRIZKO EBAKIDURA TALDEA.

3.3.9 ZIRKUITU LAUNA.

3.3.10 SAREA.

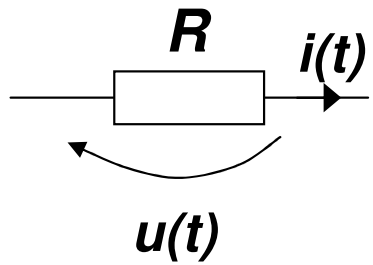
3.4 DUALITASUNA ZIRKUITUETAN.

3.5 BIBLIOGRAFIA.

3.0 HELBURUAK

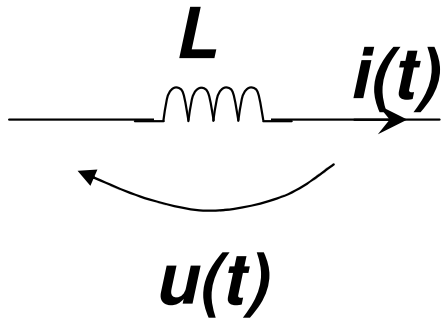
- $D=d/dt$ operadorea lineala baina ez-trukakorra delaz jabetzea, eta horren ondorioak behatu.
- Ekuazio lineal independenteen sistema bat lortzeko sareen topologiaren garrantzia hausnartu.
- Zirkuitu espaziala eta lauaren arteko aldea ezagutzea.
- Ulertu zergatik zirkuitu laueta bakarrik existitzen diren sareak.
- Sare baten kontzeptu topologiko ezberdinak eta erregulatzen dituen araua era unibokoan definitu.
- Zirkuitu analogo eta dualak ezberdindu.
- Emandako zirkuitu baten duala eraikitzen jakitea.

3.1 INPEDANTZIA ETA ADMITANTZIA OPERAZIONALAK (1)

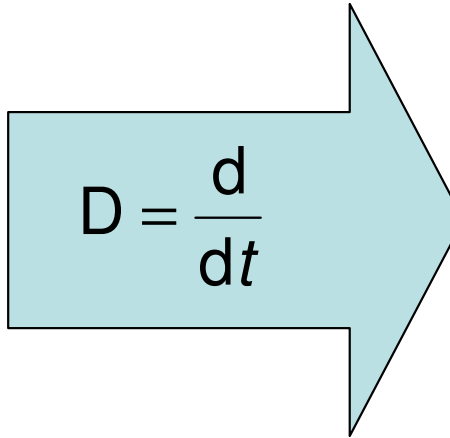


$$u(t) = R \cdot i(t)$$

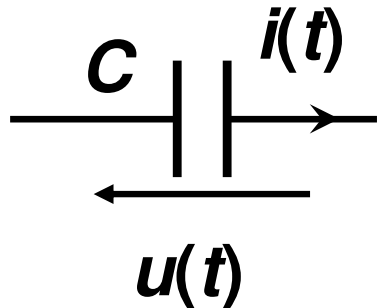
$$u(t) = R \cdot i(t)$$



$$u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

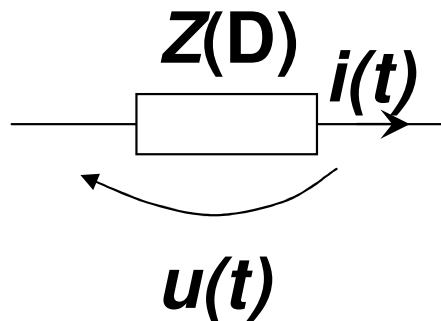


$$u(t) = LD \cdot i(t)$$



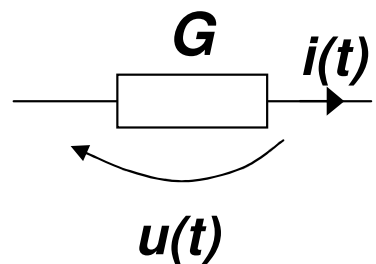
$$u(t) = \frac{1}{C} \cdot \int_{-\infty}^t i(t) \cdot dt$$

$$u(t) = \frac{1}{CD} \cdot i(t)$$



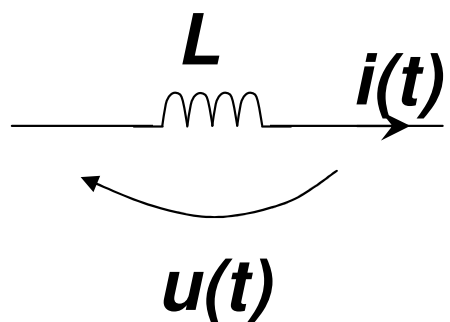
$$u(t) = Z(D) \cdot i(t) \Rightarrow Z(D) = \begin{cases} R \\ LD \\ \frac{1}{CD} \end{cases}$$

3.1 INPEDANTZIA ETA ADMITANTZIA OPERAZIONALAK (2)

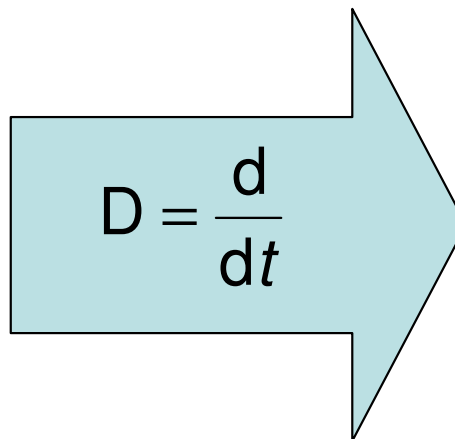


$$i(t) = G \cdot u(t)$$

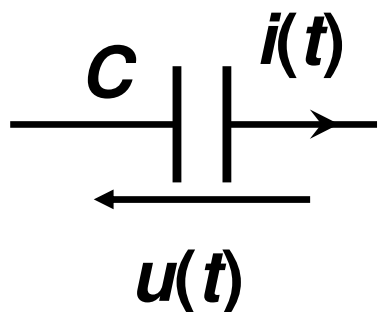
$$i(t) = G \cdot u(t)$$



$$i(t) = \frac{1}{L} \cdot \int_{-\infty}^t u(t) \cdot dt$$

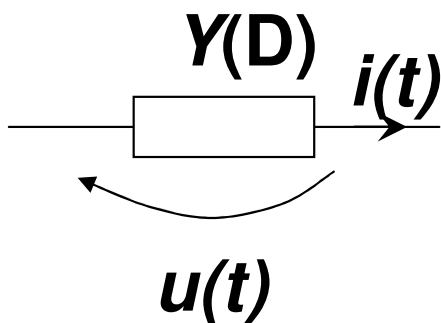


$$i(t) = \frac{1}{LD} \cdot u(t)$$



$$i(t) = C \cdot \frac{du(t)}{dt}$$

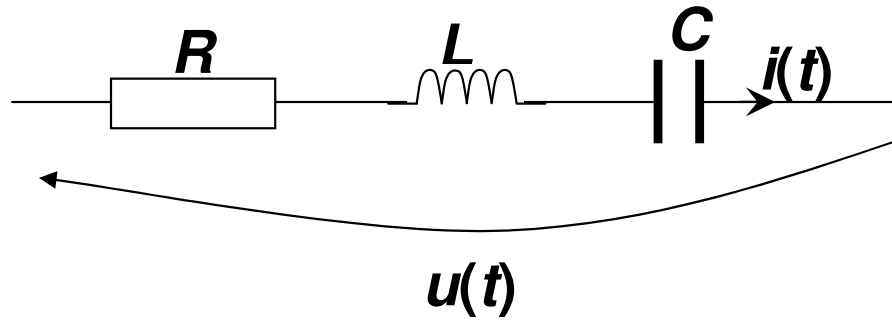
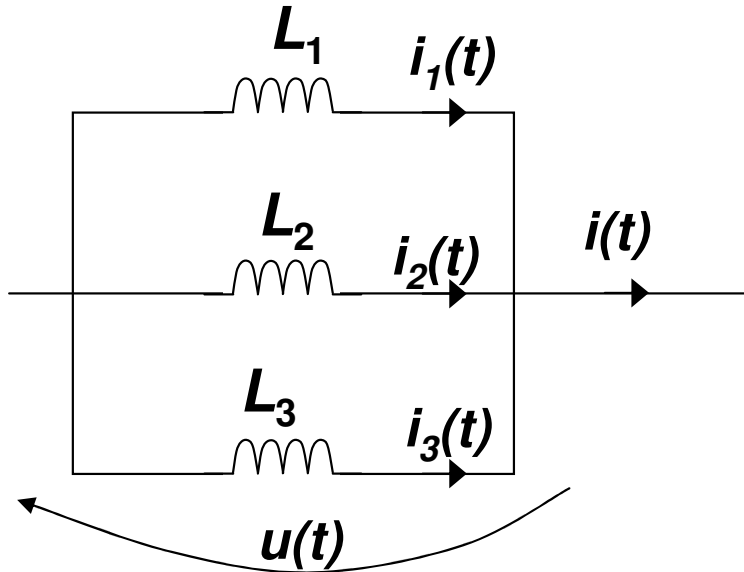
$$i(t) = CD \cdot u(t)$$



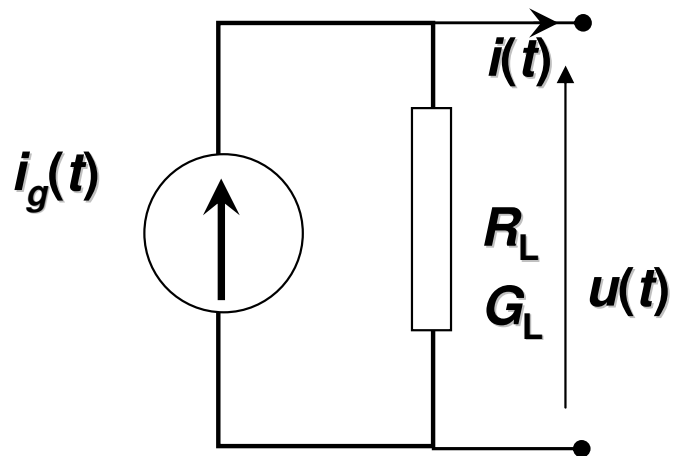
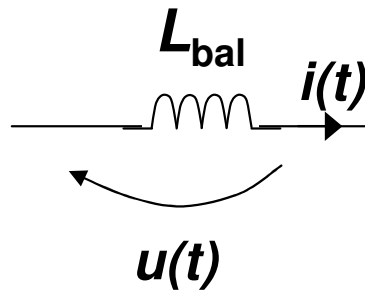
$$i(t) = Y(D) \cdot u(t) \Rightarrow Y(D) = \begin{cases} G \\ CD \\ \frac{1}{LD} \end{cases}$$

3.2 ZIRKUITUAREN ATALAK (1)

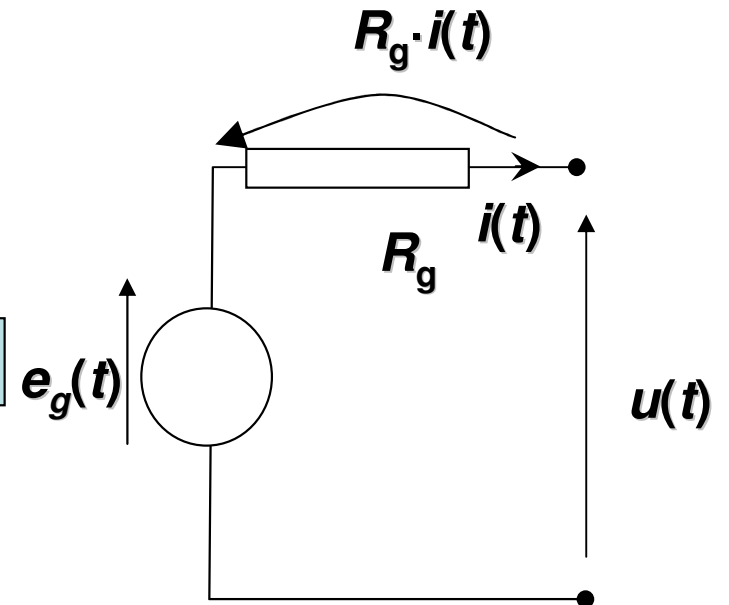
ADARRA r_i



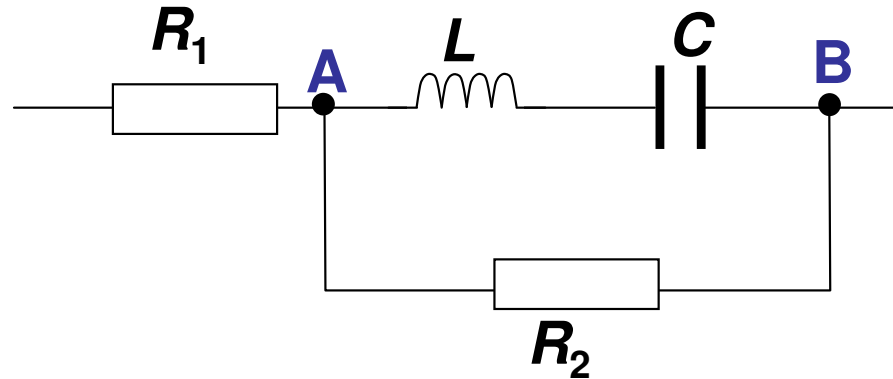
ADAR PASIBOA



ADAR AKTIBOAK



KORAPILOA

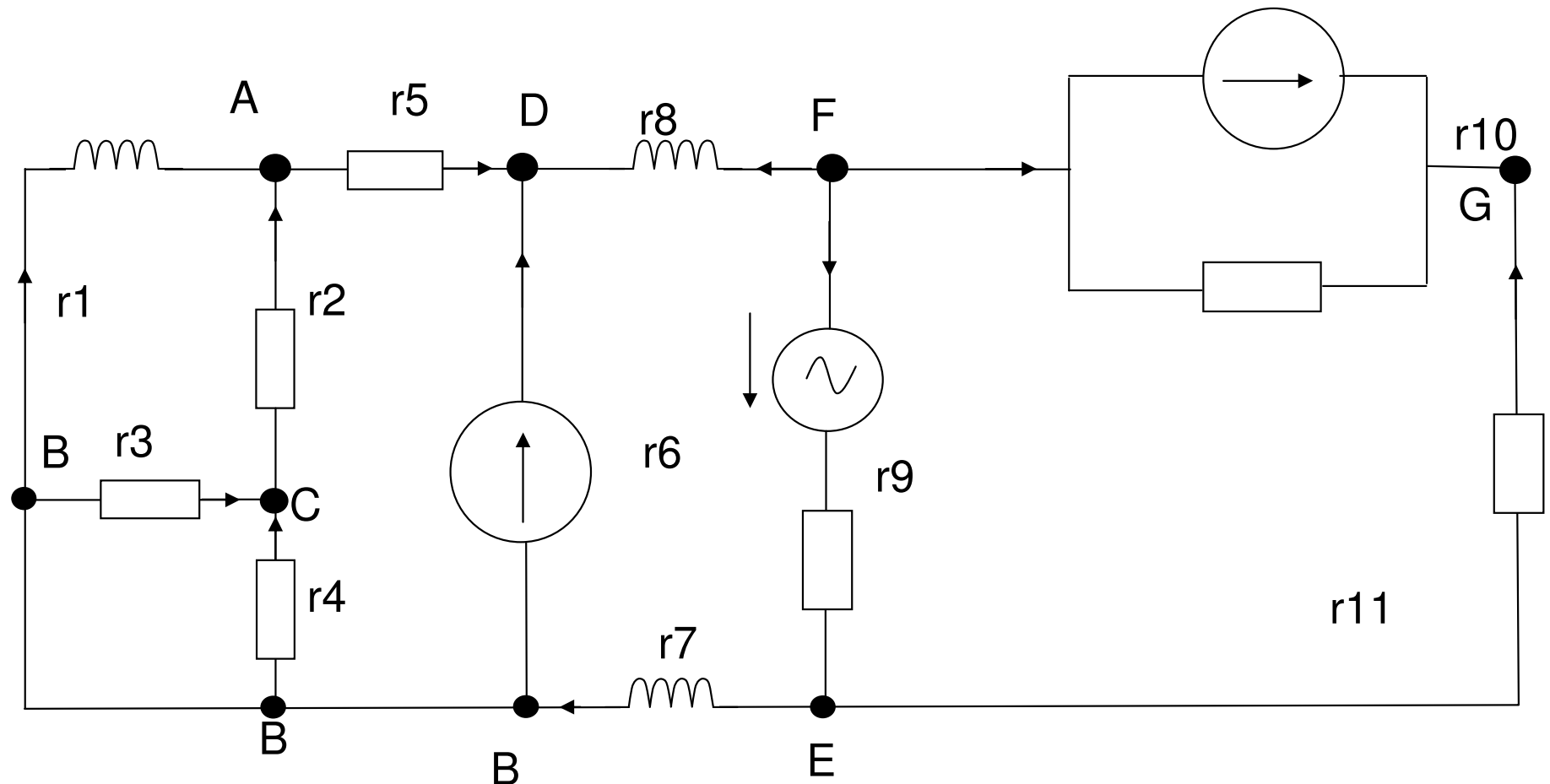


Hiru adar edo gehiagoren lotura puntua. Letra larriz izendatzen dira.

3.3 ZIRKUITUAREN TOPOLOGIA (1)

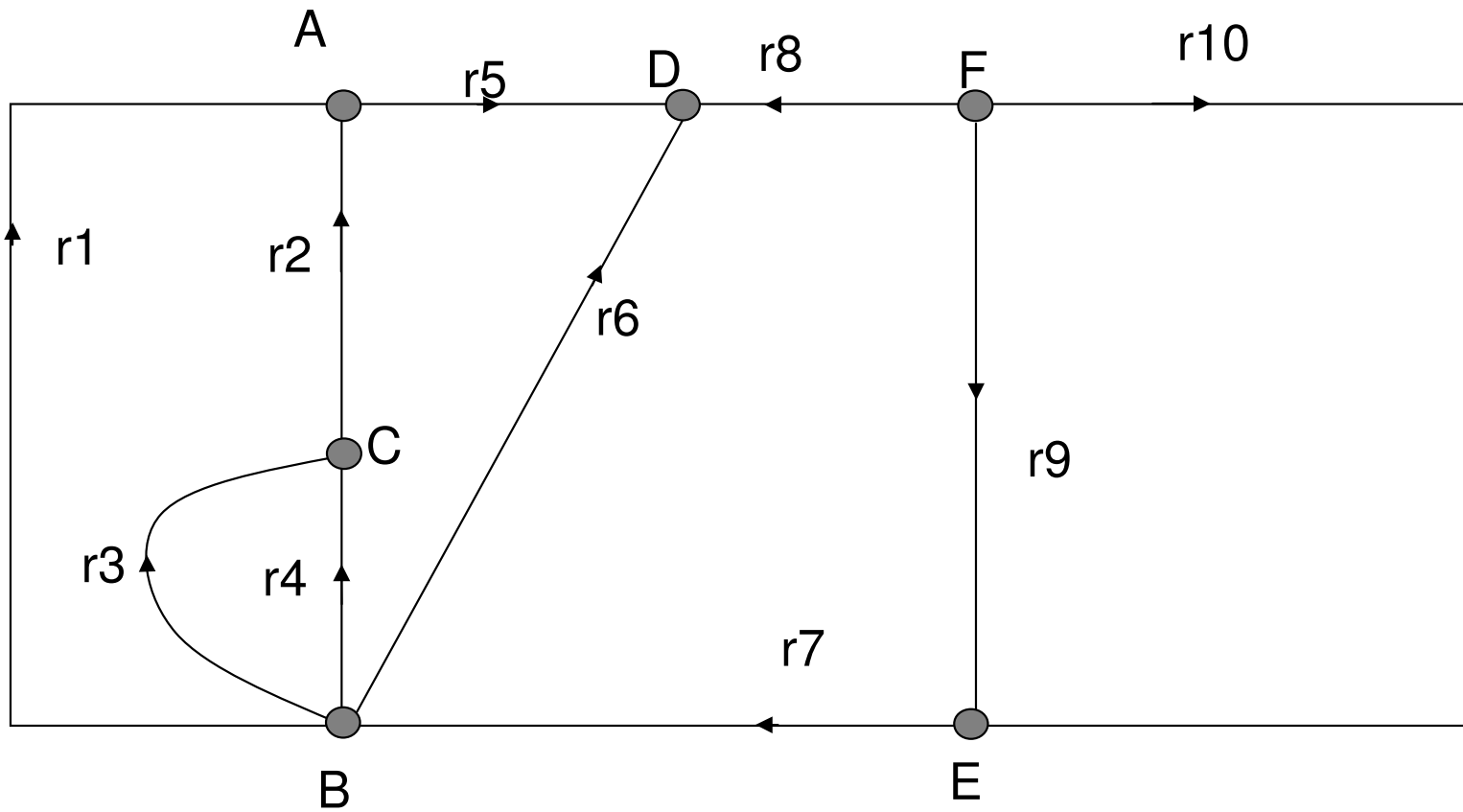
3.3.1 SARE FORMAKO GRAFIKOA

ZIRKUITUAREN ADIERAZPEN BAT DA, NON, ADARRAK ORIENTAZIOA DUTEN SEGMENTUEZ ORDEZTU DIREN. ORIENTAZIOA JATORRIZKO ZIRKUITUAREN ADARRETAKO KORRONTEEN NORABIDE BEREKOAK IZANGO DIRA.

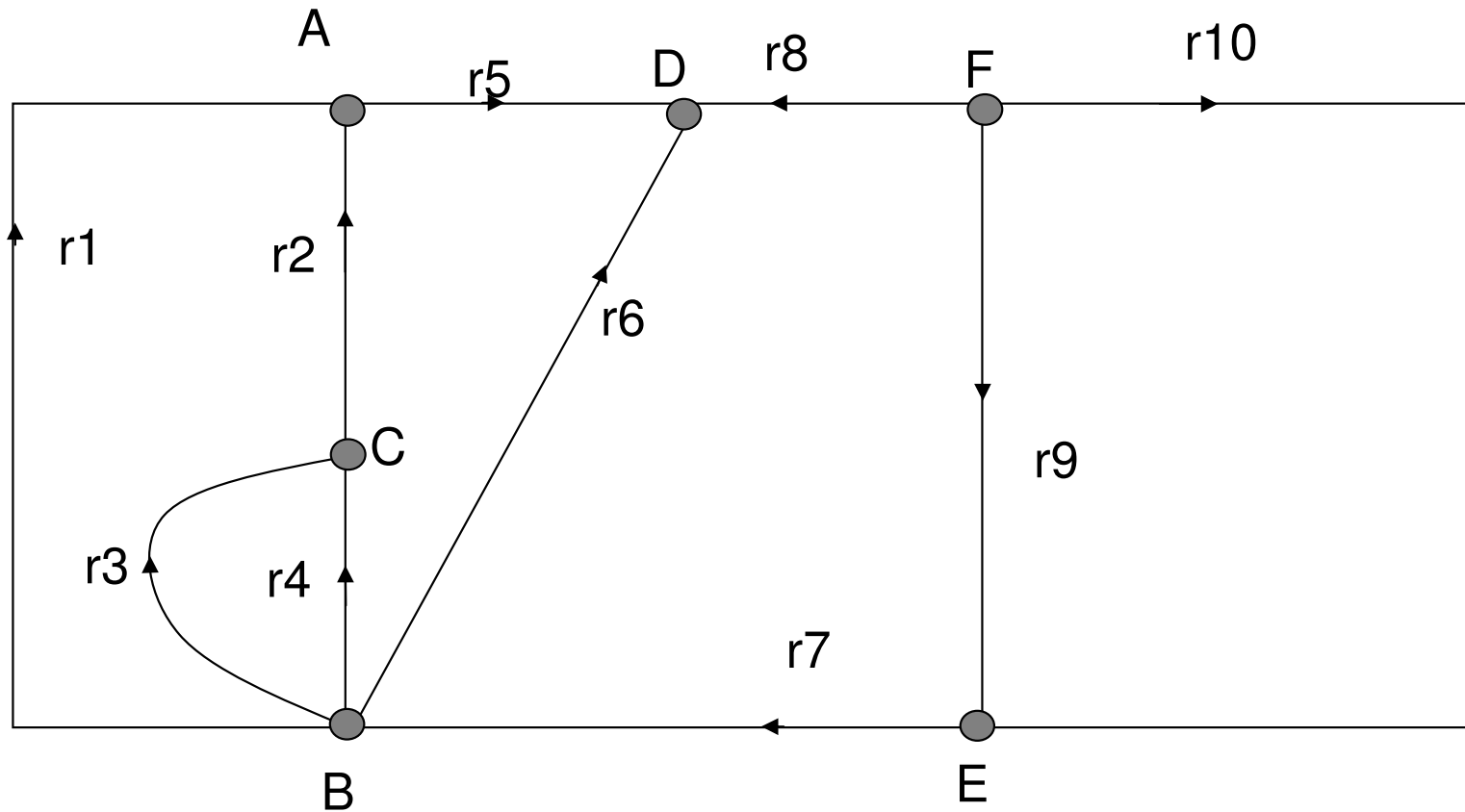


3.3 ZIRKUITUAREN TOPOLOGIA (2)

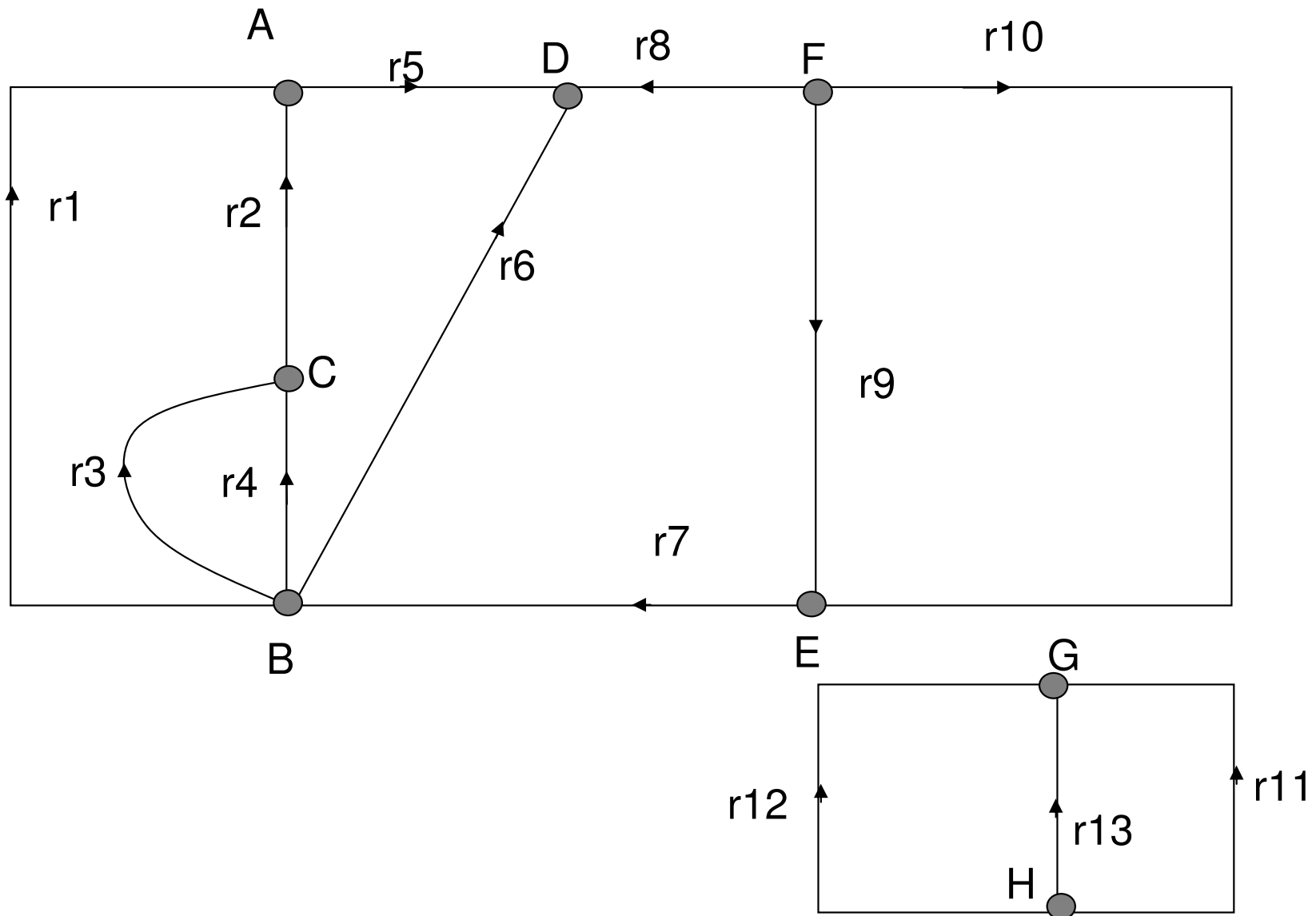
3.3.1 SARE FORMAKO GRAFIKOA



ZIRKUITUA LOTUA DELA ESANGO DUGU, ZIRKUITUKO EDOZEIN KORAPILO BATETIK BESTE EDOZEINERA, ZIRKUITUKO ADARRETATIK ZEHAN JOAN GAITEZKEENEAN.



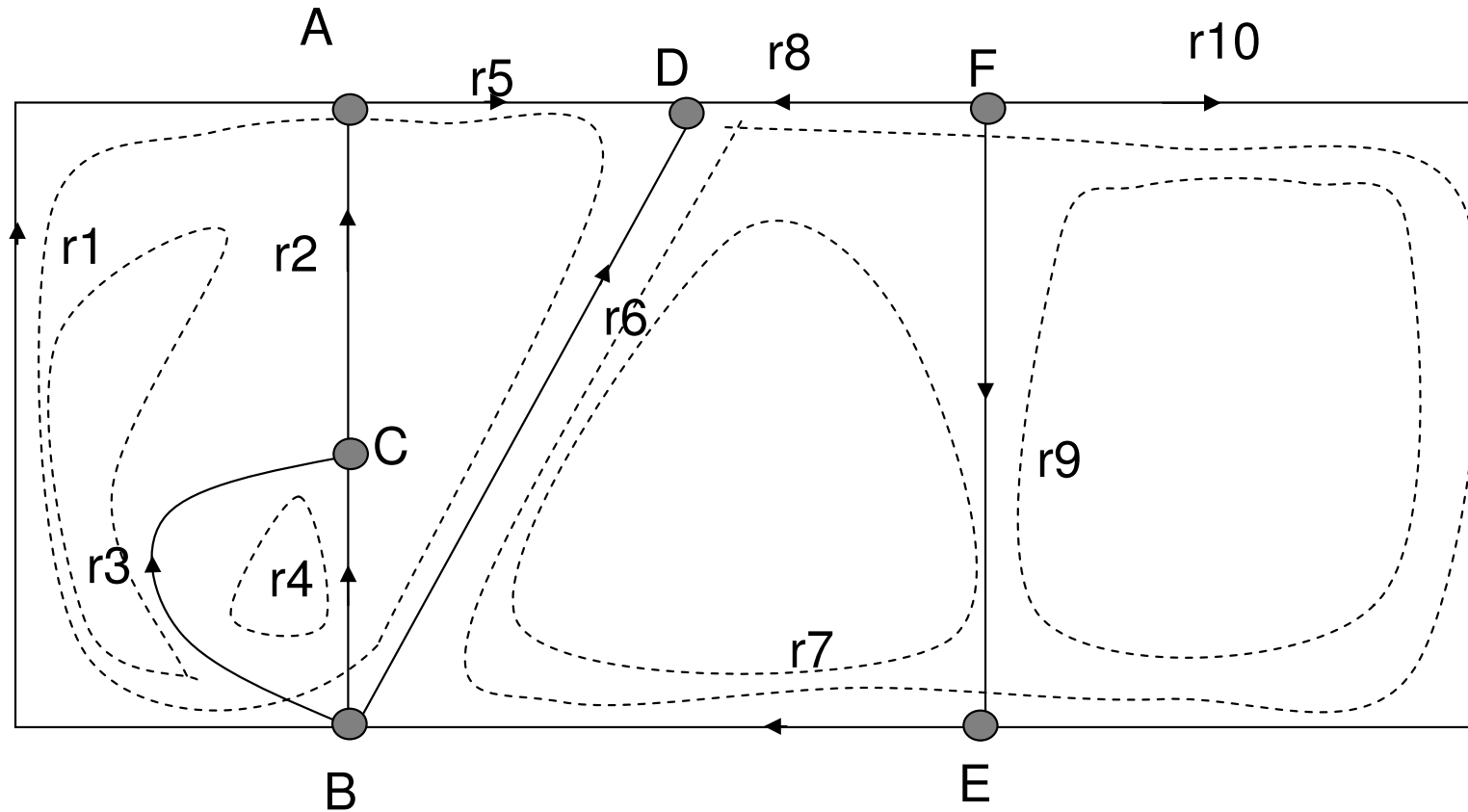
ZIRKUITUA LOTUA EZ DELA ESANGO DUGU, ZIRKUITUKO EDOZEIN KORAPILO BATETIK BESTE EDOZEINERA, ZIRKUITUKO ADARRETATIK ZEHAN JOAN EZIN GARENEAN.



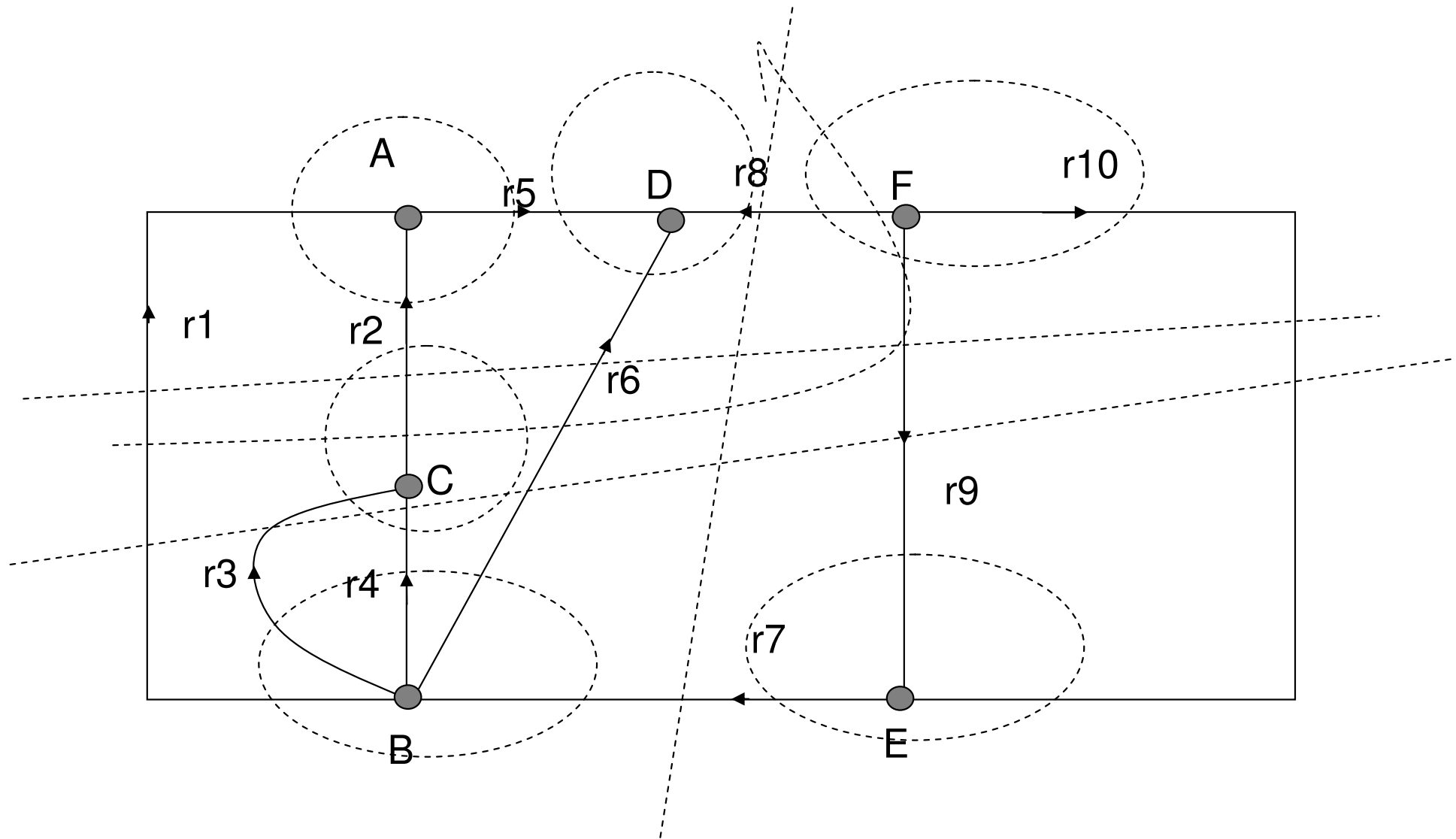
3.3 ZIRKUITUAREN TOPOLOGIA (5)

3.3.3 ERAZTUNA

BIDE ITXIA OSATZEN DUEN EDOZEIN ADAR BILDUMA NON KIRCHHOFF-EN BIGARREN LEGEA APLIKA DAITEKEEN.



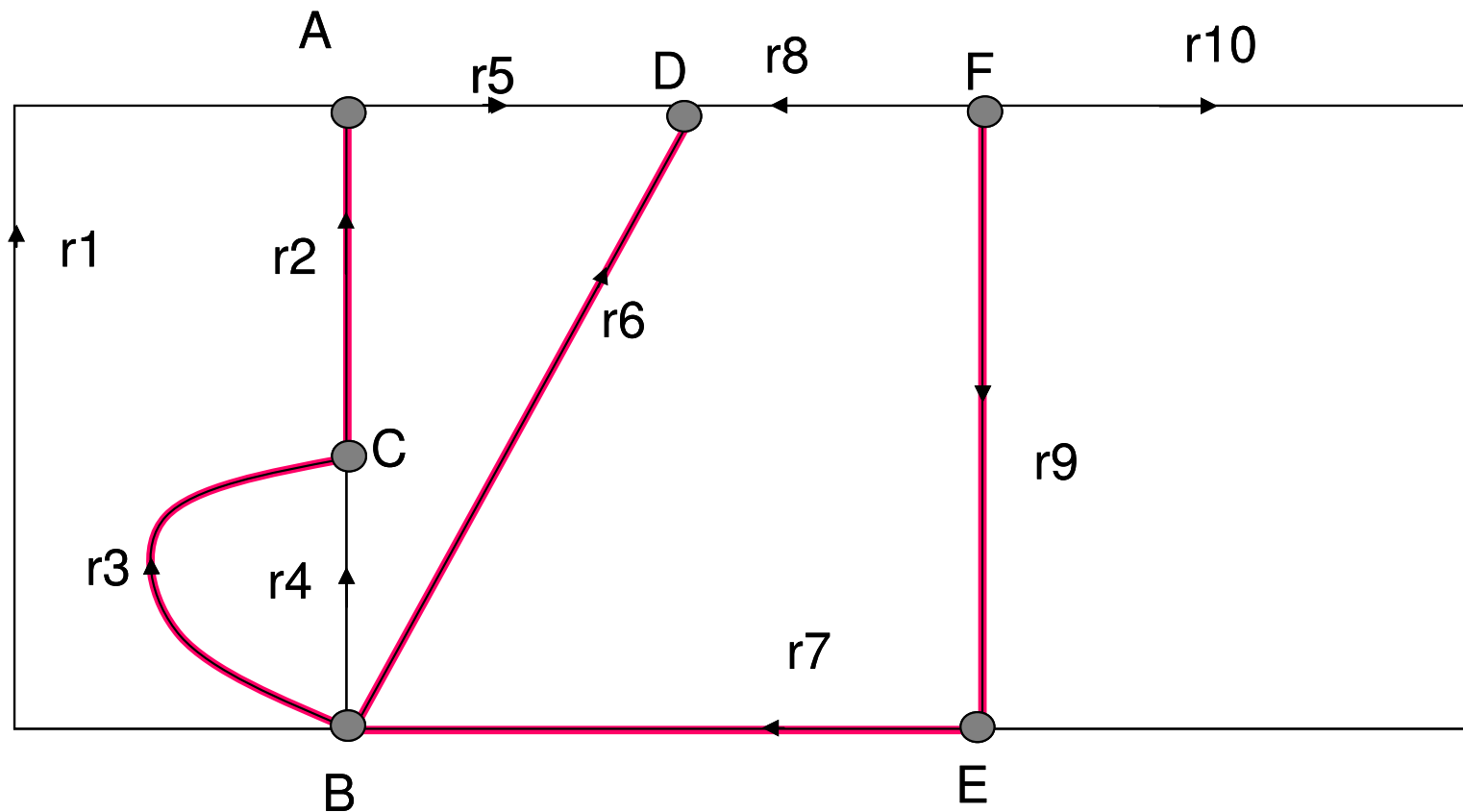
EDOZEIN ADAR BILDUMA NON KIRCHHOFF-EN LEHENENGO LEGE OROKORTUA APLIKA DAITEKEEN.



3.3 ZIRKUITUAREN TOPOLOGIA (7)

3.3.5 ZIRKUITUAREN ZUHAITZA

ZIRKUITU LOTUENTZAKO DEFINITZEN DA, ZIRKUITUKO KORAPILO GUZTIAK BERE BAITAN DITUEN ADAR BILDUMA IREKIA ETA LOTUA IZANGO DA. ZIRKUITUAK n KORAPILO BADITU ZUHAITZAREN ADAR KOPURUA $(n-1)$ IZANGO DA.



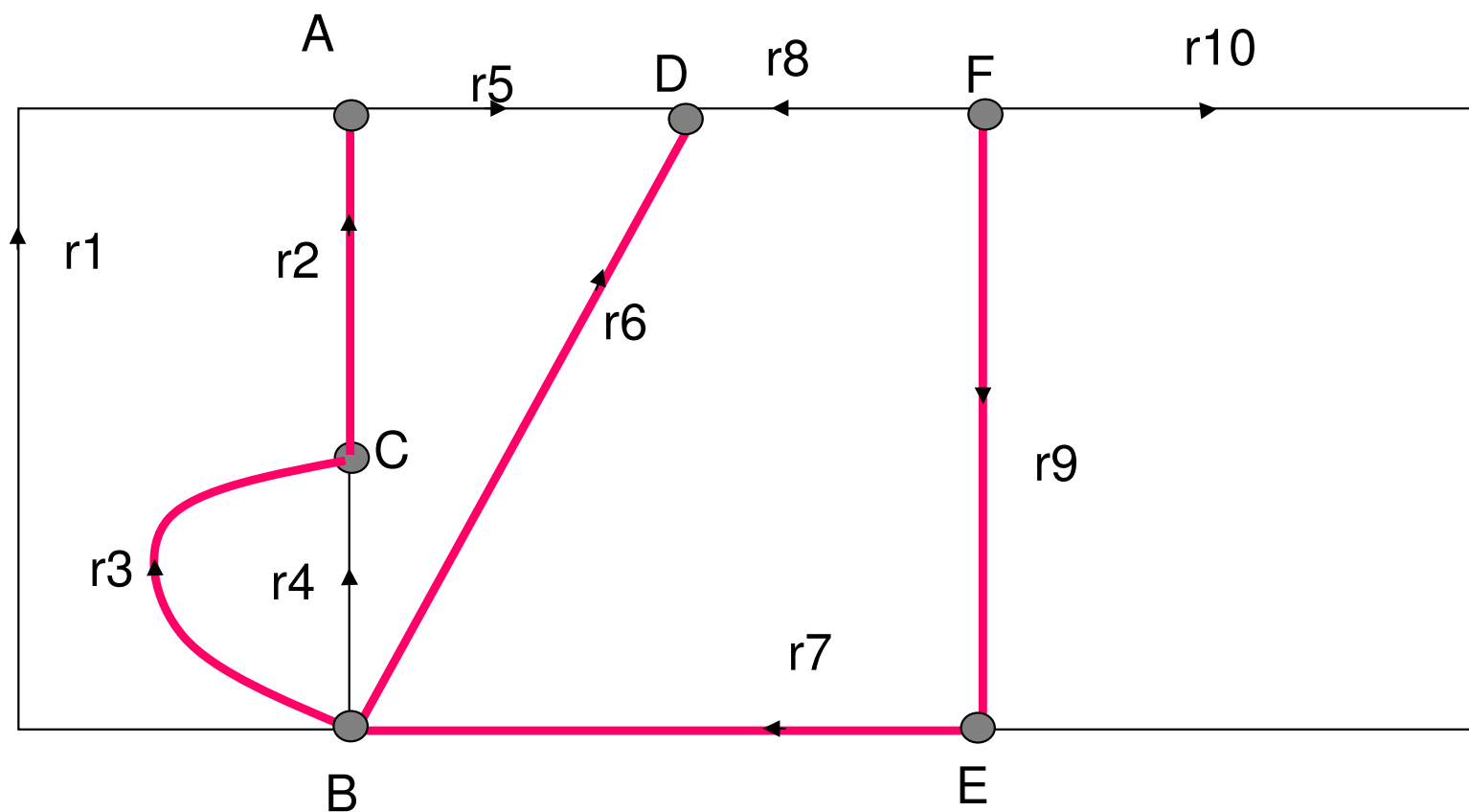
6 KORAPILO, BERAZ, $6-1=5$, ZUHAITZAK 5 ADAR EDUKIKO DITU

3.3 ZIRKUITUAREN TOPOLOGIA (8)

3.3.6 KATEBEGIA

ZIRKUITU BATEAN, KATEBEGIAK ZUHAITZ BATEKIKO DEFINITZEN DIRA. KATEBEGIAK ZUHAITZEKOAK EZ DIREN ZIRKUITUAREN ADARRAK DIRA; **KO-ZUHAITZA** KATEBEGI GUZTI HORIEN BILDUMA DA.

KATEBEGI KOPURUA=ZIRKUITUKO ADAR KOPURUA-ZUHAITZEKO ADAR KOPURUA= $r-(n-1)$



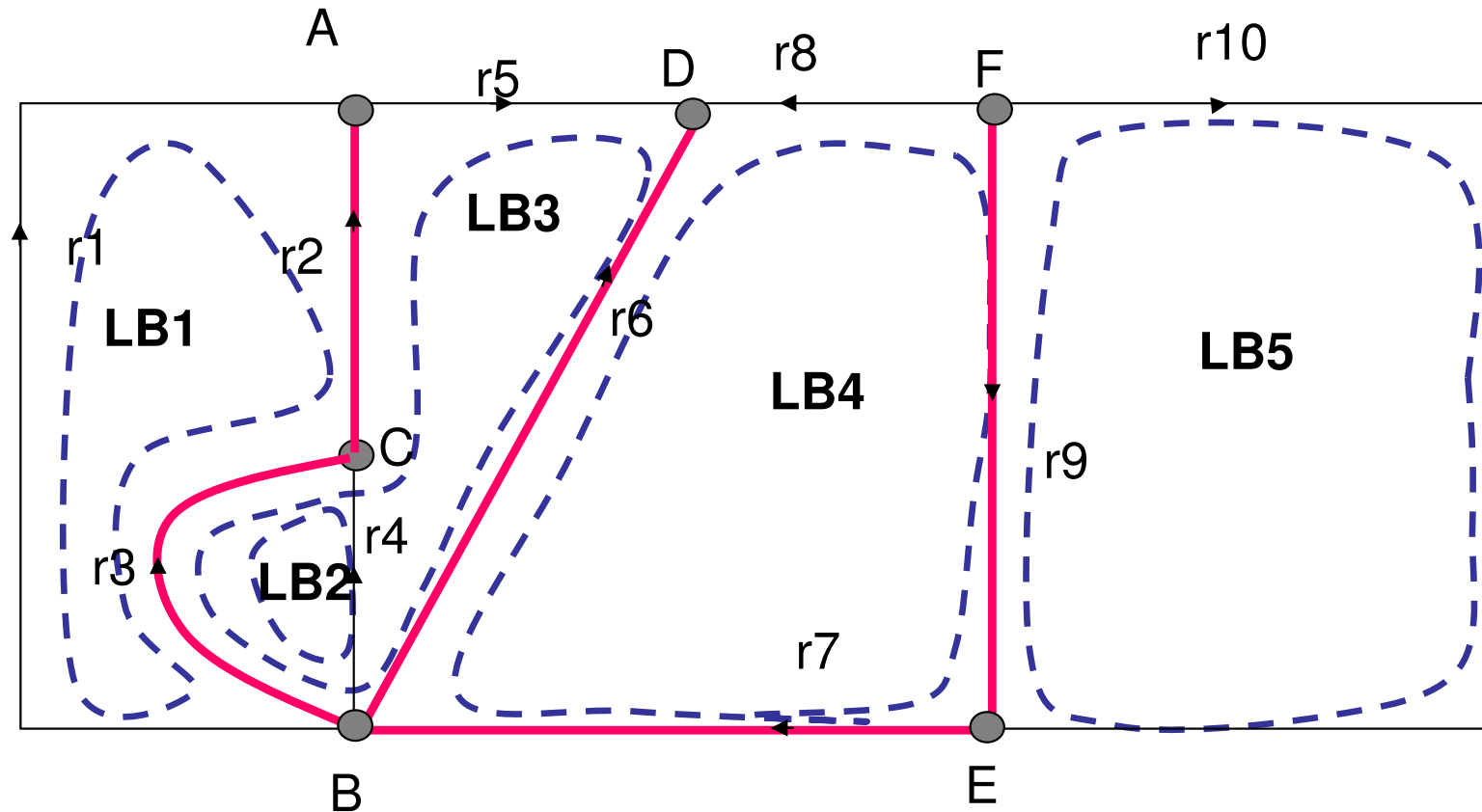
$$r=10; n=6; \text{KATEBEGI KOPURUA} = r-n+1=10-6+1=5$$

$$\text{KATEBEGIAK: } \{r_1, r_4, r_5, r_8, r_{10}\}$$

3.3 ZIRKUITUAREN TOPOLOGIA (9)

3.3.7 OINARRIZKO ERAZTUNA

OINARRIZKO ERAZTUNA, ZUHAITZ BATEKIKO DEFINITUKO DA, KATEBEGI BAKARRA DUEN ERAZTUNA IZANGO DELARIK; OINARRIZKO ERAZTUN KOPURUA KATEBEGIEN KOPURUAREKIN BAT DATOR: O.E.kopurua= $r - (n-1) = r-n+1$



OINARRIZKO ERAZTUN KOPURUA=KATEBEGI KOPURUA = $r-n+1=10-6+1=5$

OE1 {r₁, r₂, r₃}

OE2 {r₄, r₃}

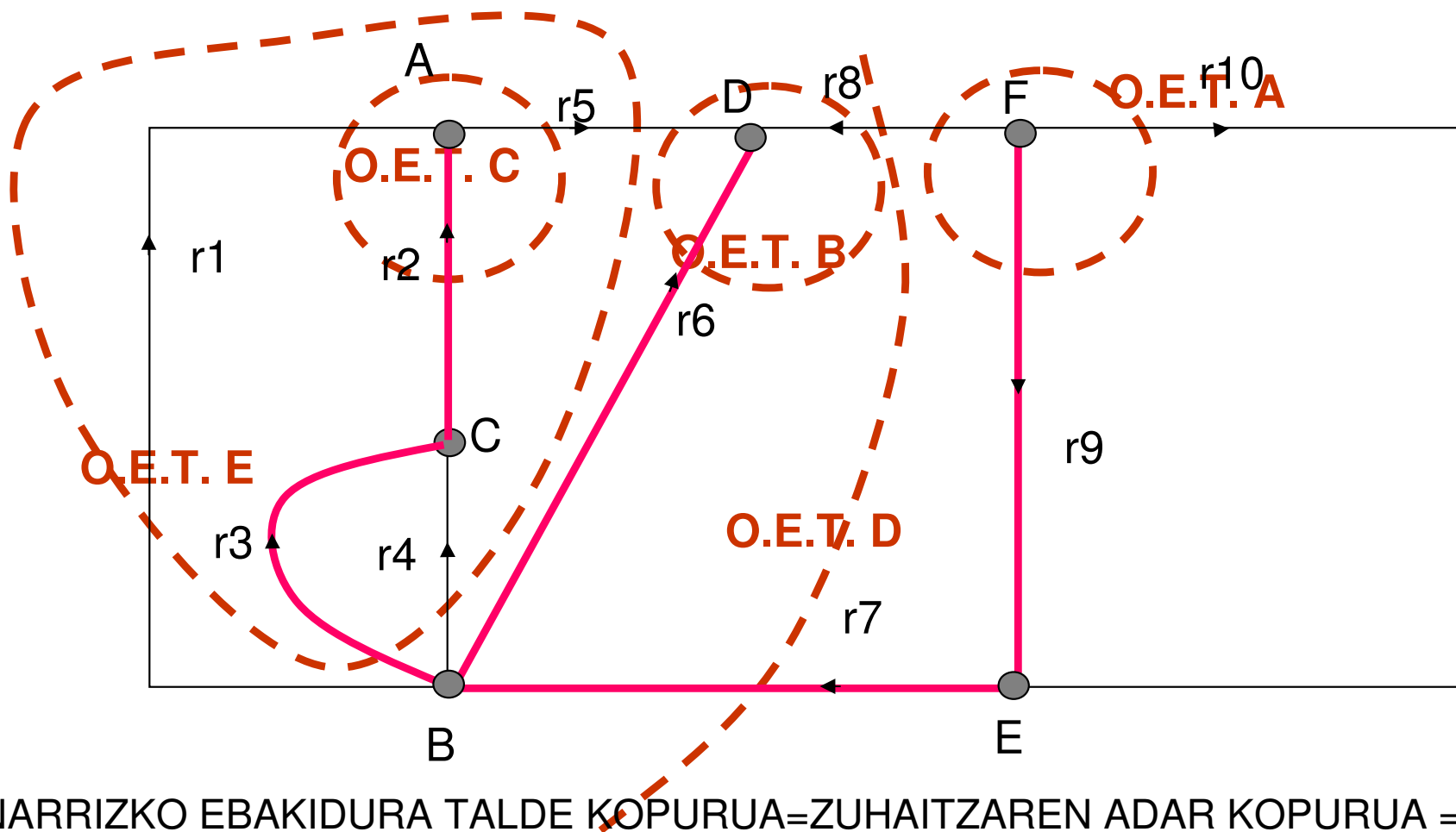
OE3 {r₅, r₃, r₆}

OE4 {r₈, r₆, r₇, r₉}

OE5 {r₁₀, r₁₁}

3.3 ZIRKUITUAREN TOPOLOGIA (10)
 3.3.7 OINARRIZKO EBAKIDURA-TALDEA

ZUHAITZ BATEKIKO DEFINITZEN DA ETA ZUHAITZEKO ADAR BAKARRA MOZTEN DUEN EDOZEIN EBAKIDURA-TALDE IZANGO DA. HORREGATIK O.E.T. KOPURUA BAT DATOR ZUHAITZAREN ADAR KOPURUAREKIN. BERAZ: $O.E.T. kopurua = (n-1)$



OINARRIZKO EBAKIDURA TALDE KOPURUA=ZUHAITZAREN ADAR KOPURUA = $n-1=6-1=5$

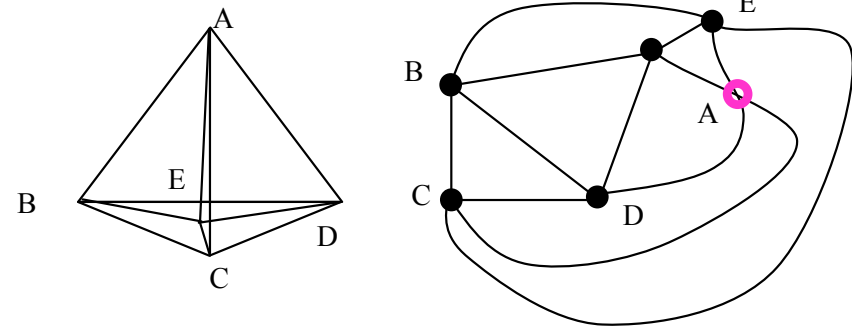
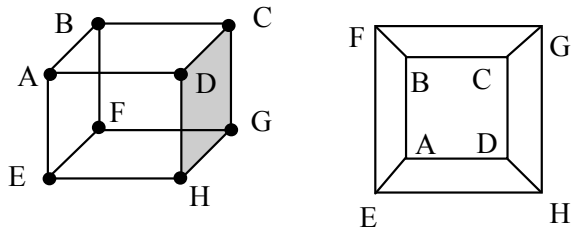
- OET A** { r_9, r_8, r_{10} }
- OET B** { r_6, r_5, r_8 }
- OET C** { r_2, r_1, r_5 }
- OET D** { r_7, r_8 }
- OET E** { r_3, r_1, r_4, r_5 }

3.3 ZIRKUITUAREN TOPOLOGIA (11)

3.3.7 ZIRKUITU LAUNA

PLANO BATEAN IRUDIKATZERAKOAN ADARRAK KORAPILOTAN BAKARRIK ELKAR MOZTEN DUTENeko EDOZEIN ZIRKUITU DA.

Espaziala dirudi . . . baina . . . laua da



Espaziala dirudi eta horrela da.

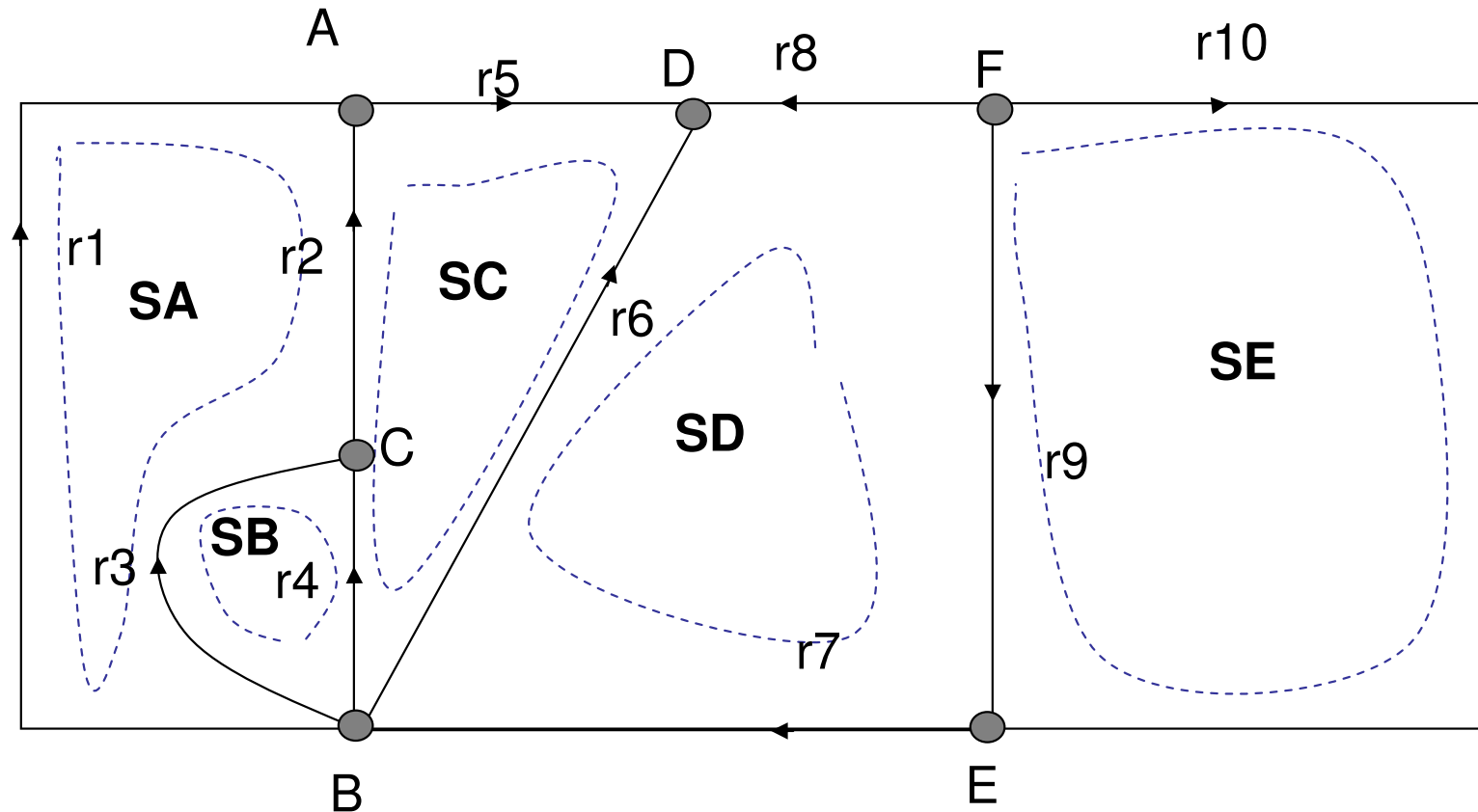
3.3 ZIRKUITUAREN TOPOLOGIA (12)

3.3.7 SAREA

ZIRKUITU LAU BATERAKO DEFINITZEN DA. BERE BARRUAN BESTE ERAZTUNIK EZ DUEN EDOZEIN ERAZTUN IZANGO DA.

ZIRKUITU BATEN SARE KOPURUA ETA OINARRIZKO ERAZTUN KOPURUA BERA DA.

$$\text{SARE kopurua} = r - (n-1) = r - n + 1$$

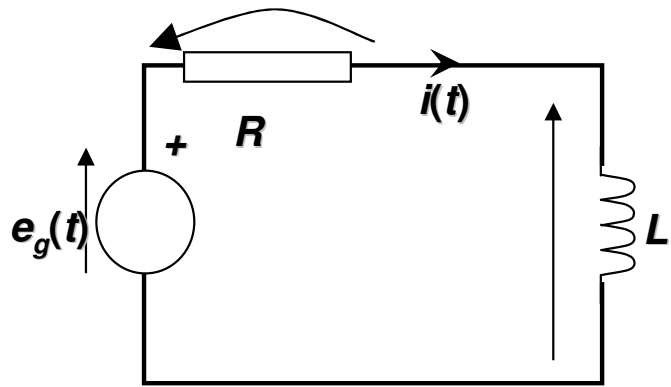


$$\text{SARE KOPURUA} = \text{OINARRIZKO ERAZTUN KOPURUA} = n - 1 = 6 - 1 = 5$$

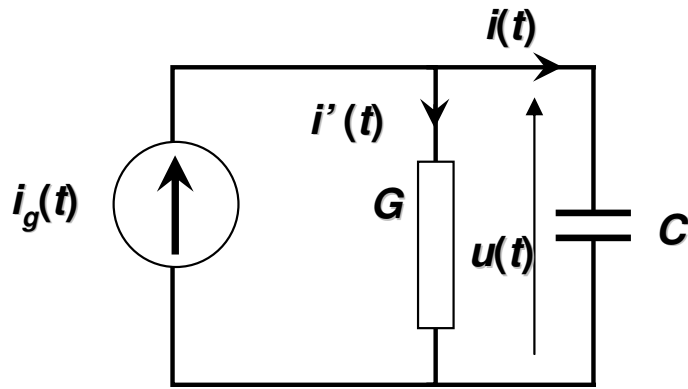
$$\begin{array}{l} \text{SA } \{r_1, r_2, r_3\} \quad \text{SB } \{r_3, r_4\} \quad \text{SC } \{r_4, r_2, r_5, r_6\} \\ \text{SD } \{r_6, r_7, r_8, r_9\} \quad \text{SE } \{r_9, r_{10}\} \end{array}$$

ZIRKUITU ANALOGOAK

ZIRKUITU BI ANALOGOAK IZANGO DIRA, BIEK, EREDU MATEMATIKO BERARI JARRAITZEN DIOTEN DEFINIZIO EKUAZIOAK BADITUZTE.

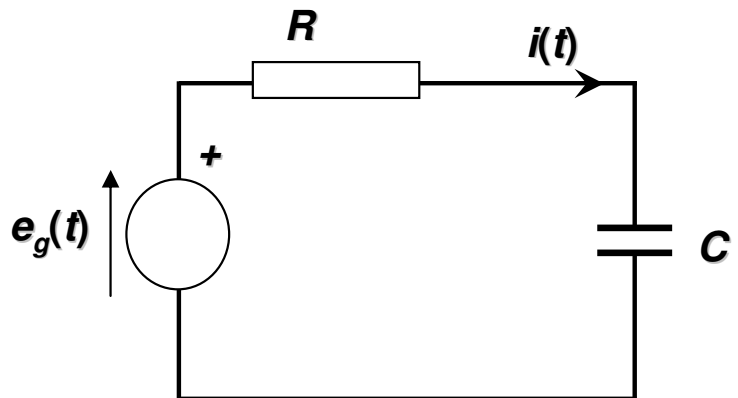


$$e_g(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$



$$i_g(t) = G \cdot u(t) + C \cdot \frac{du(t)}{dt}$$

$$f(y) = a \cdot g(y) + b \cdot \frac{dg(y)}{dy}$$

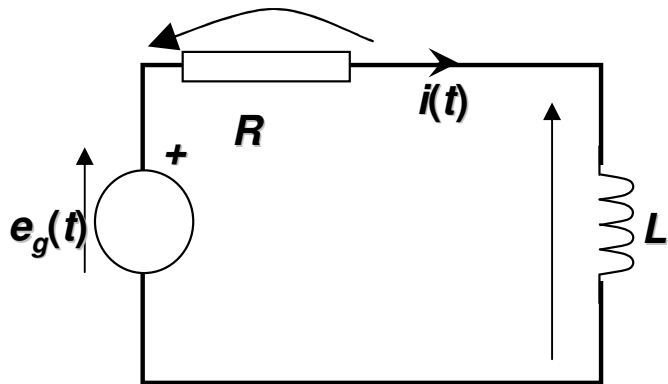


$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

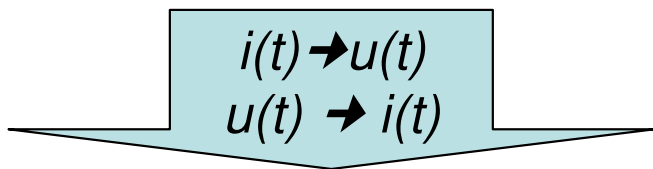
$$e_g(t) = R \cdot \frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{C} \cdot q(t)$$

ZIRKUITU DUALAK

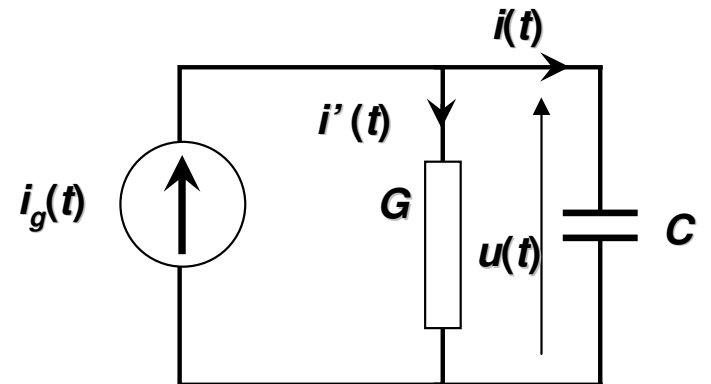
ZIRKUITU BI DUALAK DIRELA ESANGO DUGU, ANALOGOAK IZATEAZ GAIN, BATEN DEFINIZIO EKUAZIOTIK BESTEAREN DEFINIZIO EKUAZIORA IGARO GAITEZKEENEAN DEFINIZIOETAKO HITZ BATZUK TRUKATUZ BESTERIK GABE, ETA HAU EGIN ONDOREN EKUAZIOAK BAKARRIK KONSTANTEEN BALIOETAN ETA SINBOLOREN BATEAN BEREIZIKO DIRA JATORRIZKO EKUAZIOTIK. ZIRKUITUEN TEORIAN TRUKATUKO DIREN HITZAK TENTSIOA ETA KORRONTEA IZANGO DIRA.



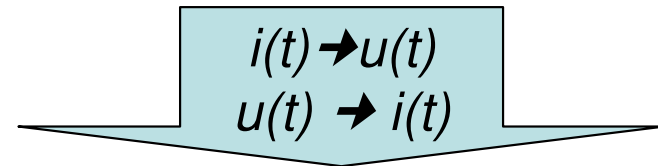
$$e_g(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$



$$i_g(t) = R \cdot u(t) + L \cdot \frac{du(t)}{dt}$$



$$i_g(t) = G \cdot u(t) + C \cdot \frac{du(t)}{dt}$$



$$e_g(t) = G \cdot i(t) + C \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

3.4 DUALITASUNA ZIRKUITUETAN (3)

DUALITATEARI ESKER, ZIRKUITUEN TEORIAN, PROPOSAMEN, TEOREMA EDO LEGE BAT DEMOSTRATU EGITEN BADUGU, BERE DUALA DEMOSTRATURIK GELDITUKO DA.

ADIBIDEZ: KIRCHHOFF-EN LEGEAK:

- ✓ K1L.: EDOZEIN ALDIUNEAN KORAPILO BATERA HELDUTAKO KORRONTEEN BATURA NULUA DA $\sum i_i=0$
- ✓ K2L.: EDOZEIN ALDIUNEAN SARE BATEAN ZEHARREKO TENTSIOEN BATURA NULUA IZANGO DA. $\sum u_i=0$

DUALITASUNA DAGO, BERAZ, TENTSIOA ETA KORRONTEAREN ARTEAN ETA SAREA ETA KORAPILOAREN ARTEAN.

3.4 DUALTASUNA ZIRKUITUETAN (4)

ELEMENTU DUALAK ZIRKUITUEN TEORIAN

ELEMENTU BI EUREN ARTEAN DUALAK IZANGO DIRA, BALDIN ETA BEREN DEFINIZIO EKUAZIOAK DUALAK BADIRA.

ERRESISTENTZIAREN $u(t) = R \cdot i(t)$, ELEMENTU DUALAK ONDOKO D.E. BEHARKO LUKE: $i(t) = K \cdot u(t)$, KONDUKTANTZIAREN EKUAZIOAREKIN BAT DATORRENA, BERAZ ERRESISTENTZIA ETA *KONDUKTANTZIA* DUALAK DIRA.

HARILAREN DEFINIZIO EKUAZIOA ONDOKOA DA: $u(t) = L \cdot (di(t)/dt)$, BERE DUALAK BERAZ ONDOKO DEFINIZIO EKUAZIOA BEHARKO LUKE: $i(t) = K' \cdot (du(t)/dt)$, *KONDENTSADOREAREN* DEFINIZIO EKUAZIOAREKIN BAT DATORRENA, BERAZ HARILA ETA *KONDENTSADOREA* ELEMENTU DUALAK DIRA.

TENTSIO-ITURRI IDEALAREN KASUAN, NON DEFINIZIO EKUAZIOA: $eg(t) = u(t)$ DEN , DUALAREN ITXURA $ig(t) = i(t)$, IZANGO DA. *KORRONTE-ITURRI IDEALAREN* D.E-REKIN BAT DATORRENA.

ZIRKUITULABURRA BALIO NULUA DUEN TENTSIO-ITURRITZAT HARTZEN BADUGU, NON D.E $eg(t) = 0$ DEN. ELEMENTU DUALAK $ig(t) = 0$ ADIERAZPENA EDUKIKO DU. ZEINA *ZIRKUITU IREKIAREKIN* BAT DATORREN EDO 0A EMANGO DUEN *KORRONTE-ITURRIAREKIN*.

INPEDANTZIA OPERAZIONALAREN D.E. $Z(D) = u(t)/i(t)$ DA. BERAZ ELEMENTU DUALAK ONDOKO EKUAZIOA EDUKIKO DU: $i(t)/u(t)$, ADMITANTZIA OPERAZIONALAREN DEFINIZIO EKUAZIOA, ALEGIA.

PROPOSAMEN DUALAK ZIRKUITUEN TEORIAN

TENTSIOA $u(t)$	KORRONTEA $i(t)$
ERRESISTENTZIA R	KONDUKTANTZIA G
INDUKTANTZIA L	KAPAZITATEA C
KARGA ELEKTRIKOA $q(t)$	FLUXU MAGNETIKOA $\phi(t)$
INPEDANTZIA OPERAZIONALA $Z(D)$	ADMITANTZIA OPERAZIONALA $Y(D)$
KIRCHHOFFEN 1. LEGEA (K1L) $\sum i_i=0$	KIRCHHOFF2. LEGEA (K2L) $\sum u_i=0$
SERIE ELKARKETA	PARALELO ELKARKETA
SARE BAT OSATZEN DUTEN ADARRAK	KORAPILO BATEAN LOTZEN DIREN ADARRAK
SARE KOPURUA	KORAPILO KOPURUA
TENTSIO ITURRI IDEALA	KORRONTE ITURRI IDEALA
ZIRKUITULABURTUTAKO ZIRKUITUA	ZIRKUITU IREKIA
KATEBEGIA	ZUHAITZEKO ADARRA
OINARRIZKO ERAZTUANA	OINARRIZKO EBAKIDURA TALDEA.

3.5 BIBLIOGRAFIA

- V.M. Parra Prieto eta beste hainbat, Teoría de Circuitos, Universidad Nacional de Educación a Distancia. Madrid 1990. VI. Gaia
- E. Alfaro Segovia, Teoría de Circuitos y Electrometría. El autor, Madrid 1970. IV. Kapituluak, 11. irakasgaia.
- J.W. Nilsson, Circuitos Eléctricos, Addison-Wesley Iberoamericana, Wilmington 1995. 5.Kapitulua
- UNE-EN 60375 Convenios relativos a circuitos eléctricos magnéticos.
- UNE-EN 60027-1: 2009 Símbolos literales utilizados en Electrotecnia. 1. Atala
- UNE 21302-131 Vocabulario electrotécnico. 131. Atala: Teoría de Circuitos.
- UNE 21302-151: 2004 Vocabulario Electrotécnico. 151. Atala: dispositivos eléctricos y magnéticos.