

## Tema 2. Bases de Mecánica de Fluidos.

### 2.1. Consideraciones Generales

Esta asignatura pretende introducir nociones sobre el funcionamiento práctico de máquinas de fluidos partiendo de los conceptos básicos de mecánica de fluidos. En cuestiones de diseño, nos limitaremos a un diseño básico, sin profundizar en el diseño mecánico de los equipos. Dado lo extenso que podría resultar, en esta asignatura nos vamos a limitar a las máquinas de fluidos que operan con flujo incompresible.

Para poder fijar unas bases mínimas, en este tema se van a recordar, muy brevemente, los aspectos de mecánica de fluidos que se van a necesitar para comprender la asignatura y poder resolver los problemas, teniendo en cuenta que se supone un flujo estacionario.

### 2.2. Ecuación de Continuidad

Corresponde a la ecuación de conservación de la materia en un flujo, y es una de las ecuaciones fundamentales del flujo de fluidos, por lo que debe cumplirse siempre. Considerando un tubo de corriente limitado por dos secciones cualesquiera,  $S_1$  y  $S_2$ , perpendiculares al flujo, se puede escribir como:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \quad [\text{masa/tiempo}] \quad (2.1)$$

es decir, la masa de fluido que atraviesa la sección  $S_1$  por unidad de tiempo es igual a la que atraviesa la sección  $S_2$  por unidad de tiempo. Considerando que el flujo másico se puede expresar como el producto de la densidad por el caudal, la ecuación (1) podría escribirse como:

$$\rho_1 \cdot Q_1 = \rho_2 \cdot Q_2 \quad [\text{masa/volumen} \cdot \text{volumen/tiempo}] \quad (2.2)$$

Sobre esta ecuación general, se puede hacer alguna simplificación. Por ejemplo, en el caso particular de que se trate de un fluido incompresible,  $\rho_1 = \rho_2$ , de donde:

$$Q_1 = Q_2 \quad [\text{volumen/tiempo}] \quad (2.3)$$

que se reduce a la conservación del caudal (volumétrico). A su vez, el caudal puede expresarse como el producto de la velocidad media por la sección perpendicular al flujo, de donde la ecuación (2.3) quedaría:

$$v_1 \cdot S_1 = v_2 \cdot S_2 \quad [\text{longitud/tiempo} \cdot \text{superficie}] \quad (2.4)$$

en que la velocidad media en un flujo incompresible es inversamente proporcional a la sección.

### 2.3. Ecuación de Bernoulli Generalizada

Esta ecuación de conservación de la energía mecánica en un flujo, y es la segunda ecuación fundamental del flujo de fluidos. Tomando el mismo flujo que en el punto 2.2, en ausencia de rozamiento y para flujo incompresible, se puede escribir:

$$\frac{p_1}{\rho \cdot g} + z_1 + \frac{v_1^2}{2 \cdot g \cdot \alpha_1} = \frac{p_2}{\rho \cdot g} + z_2 + \frac{v_2^2}{2 \cdot g \cdot \alpha_2} \quad [\text{altura de fluido}] \quad (2.5)$$

que representa que la energía de presión, más la potencial, más la cinética, del fluido, se conserva. Emplear esta expresión, está restringiendo la aplicación a flujos incompresibles. Para flujos compresibles, simplemente habrá que considerar el tipo de flujo. En máquinas de fluidos, normalmente se considera un flujo adiabático a través de la máquina.

La ecuación (2.5) está expresada en unidades de alturas de fluido. Dependiendo de se aplicación, puede expresarse en otras unidades. En el caso concreto de máquinas de fluidos, suele ser útil trabajar en unidades de potencia, para lo cual sólo hay que multiplicar todos los términos por la densidad, la gravedad y el caudal ( $\rho \cdot g \cdot Q$ ). En la ecuación (2.5),  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  son factores de corrección para la energía cinética, teniendo en cuenta que se emplean valores de velocidad media para evaluarla.

En un flujo real, cuando se pierde energía por rozamiento (fricción), es necesario añadir un término para considerarla. De esta forma, la ecuación (2.5) quedaría:

$$\frac{p_1}{\rho \cdot g} + z_1 + \frac{v_1^2}{2 \cdot g \cdot \alpha_1} = \frac{p_2}{\rho \cdot g} + z_2 + \frac{v_2^2}{2 \cdot g \cdot \alpha_2} + h_{f1-2} \quad (2.6)$$

El término  $h_{f1-2}$  se evalúa, para tubos, mediante la expresión:

$$h_{f1-2} = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2 \cdot g} \quad (2.7)$$

derivada del análisis dimensional, donde el factor  $f$  es función del régimen de flujo ( $Re$ ) y de la rugosidad relativa del material (tubo) por el que fluye el fluido ( $\varepsilon/D$ ). Para más detalles sobre su estimación, se emplaza al estudiante a consultar cualquier libro sobre mecánica de fluidos, dado que éste no es un aspecto fundamental en su aplicación a máquinas de fluidos.

Si, además, entre  $S_1$  y  $S_2$  hay máquinas de fluidos, generadoras (que aportan energía al fluido) o motoras (que toman energía del fluido), habrá que considerarlas en un término adicional:

$$\frac{p_1}{\rho \cdot g} + z_1 + \frac{v_1^2}{2 \cdot g \cdot \alpha_1} + \sum h_g - \sum h_m = \frac{p_2}{\rho \cdot g} + z_2 + \frac{v_2^2}{2 \cdot g \cdot \alpha_2} + h_{f1-2} \quad (2.8)$$

donde  $\sum h_g$  y  $\sum h_m$  se refiere a la energía cedida al fluido o tomada del fluido, respectivamente, por todas las máquinas de fluidos que se encuentren entre  $S_1$  y  $S_2$ .

## 2.4. Teorema del Impulso o de la Cantidad de Movimiento

El teorema del impulso o de conservación de la cantidad de movimiento en un flujo es la tercera ecuación fundamental del flujo de fluidos. Se deriva de la segunda ley de Newton, es una ecuación vectorial, por lo que para evaluarla hay que descomponerla en sus componentes, y sirve para determinar la fuerza que ejerce un fluido sobre un conducto o viceversa. De forma general, se puede enunciar como que la aceleración que experimenta un flujo entre dos puntos (o, por decirlo de otro modo, la variación de su cantidad de movimiento) se debe a la resultante de las fuerzas externas que actúan sobre él. Tomando las dos secciones 1 y 2 de los puntos anteriores, se puede escribir de forma simplificada:

$$\sum \vec{F} = \dot{m} \cdot (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = \rho \cdot Q \cdot (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \quad [\text{Fuerza}] \quad (2.9)$$

Estrictamente, la ecuación (2.9) requeriría de un factor  $\beta_1$  multiplicando al vector  $v_1$  y de un factor  $\beta_2$  multiplicando al vector  $v_2$ , para corregir por el empleo de velocidades medias. Sin embargo, estos factores son suficientemente cercanos a la unidad como para poder obviarlos en aplicaciones prácticas. Por otro lado, se puede extender a bifurcaciones, por ejemplo, del flujo, sin más que considerar el flujo másico por cada una. Generalizando, se podría escribir:

$$\sum \vec{F} = \sum_i^{\text{Salida}} (\dot{m}_i \cdot \vec{v}_i) - \sum_i^{\text{Entrada}} (\dot{m}_i \cdot \vec{v}_i) \quad (2.10)$$

Para poder hablar propiamente de fuerzas "exteriores", es necesario definir qué se considera el sistema. En este caso, el sistema lo constituye el fluido, limitado por las secciones  $S_1$  y  $S_2$  y el conducto por el que fluye. El conducto es exterior al sistema. Aceleración del flujo se produce tanto cuando cambia el módulo de la velocidad media entre el punto 1 y el punto 2, como cuando cambia la dirección (cambian los módulos de cada una de las componentes). La Figura 2.1 muestra la aceleración en estas dos situaciones, que se podrían asimilar a la presencia de un estrechamiento en la conducción (o una boquilla, cambio del módulo de la velocidad) y a la presencia de un codo (cambio en la dirección). En ambos casos se produce una fuerza.

La ecuación (2.9) se emplea para estimar la fuerza que ejerce el fluido sobre el conducto, o viceversa, considerando todas las fuerzas exteriores al sistema, entre la que se incluye la que ejerce el sólido sobre el fluido. Sirve para cualquier situación en que se produzca contacto entre un flujo de fluido y un sólido y, a partir de ella, se puede deducir la ecuación fundamental de funcionamiento de las turbomáquinas, como veremos más adelante.

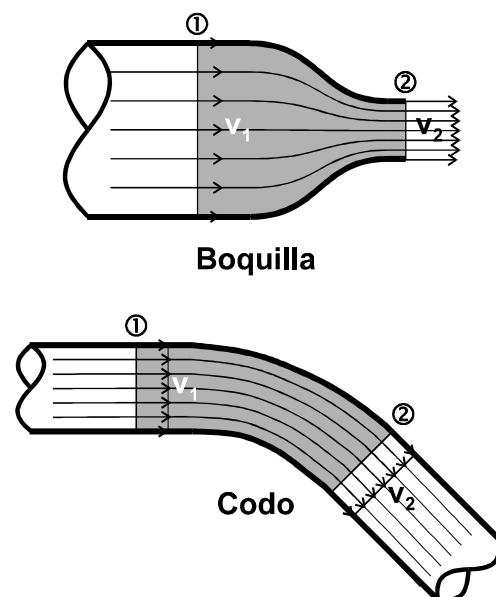


Figura 2.1. Aceleración del flujo en boquilla y en codo.

Tenemos que desarrollar la ecuación (2.9) para despejar la fuerza que ejerce el fluido sobre el sólido (la conducción en este caso), a la que vamos a llamar  $F$ . Para ello, hay que considerar todas las fuerzas exteriores que se ejercen sobre el sistema (el fluido, limitado por la línea azul en la Figura 2.2).

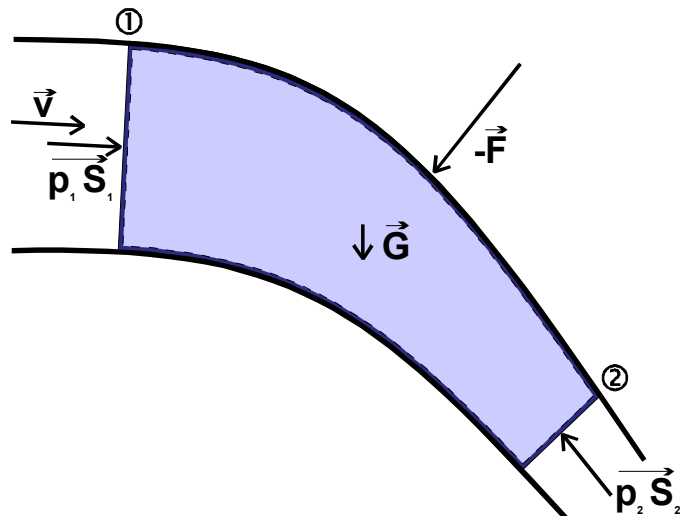


Figura 2.2. Fuerzas externas ejercidas sobre un sistema en flujo. El sistema lo constituye el fluido, limitado por la conducción (exterior) y las secciones 1 y 2.

Las fuerzas exteriores que se consideran son las siguientes: el peso del fluido ( $G$ ), la presión que ejerce el resto del fluido sobre la sección 1 ( $p_1 \cdot S_1$ ), la presión del fluido sobre la sección 2 ( $p_2 \cdot S_2$ ), y la que ejerce la conducción sobre el fluido ( $-F$ ). En la Figura 2.2 se han representado todas estas fuerzas, indicando la dirección y sentido en que se producen. Sustituyéndolas en la ecuación (2.9), y despejando  $F$ , se llega a:

$$\vec{F} = p_1 \cdot \vec{S}_1 + p_2 \cdot \vec{S}_2 + \vec{G} - \rho \cdot Q \cdot (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \quad (2.11)$$

donde se ha tomado como criterio de signos que son positivas todas las fuerzas que se ejercen desde el exterior sobre el sistema.

La ecuación (2.11) es vectorial, por lo que requerirá, para aplicaciones prácticas, de una descomposición en cada una de sus componentes.

## 2.5. Consideraciones sobre Nomenclatura

Tal como se ha planteado el teorema del impulso, las presiones  $p_1$  y  $p_2$  deben considerarse como sobrepresión con relación a la presión exterior a la conducción. De otro modo, sería necesario considerar la presión de fluido que rodea a la conducción sobre el sistema. Sin embargo, dado que esta presión se ejerce en todas las direcciones del espacio, la resultante sobre el sistema se anula. Y anularla implica también restarla de los términos de presión sobre las superficies  $S_1$  y  $S_2$ . Esto produce una disfunción con relación a la nomenclatura empleada en la ecuación de Bernoulli (2.8), donde suele hablarse de  $p_1$  y  $p_2$  como presiones absolutas. Sin embargo, dado que la ecuación de Bernoulli establece una comparación entre las energías en dos puntos, la base tomada como comparación es arbitraria. En todo lo relacionado con esta asignatura,  $p_1$  y  $p_2$  son presiones relativas.

Por otro lado, en el planteamiento de aplicaciones reales a fluidos, es bastante habitual hablar de la "carga" del fluido en un punto determinado. Esta carga es la suma de la energía total del fluido en ese punto, expresada en unidades de altura de fluido, y calculada como suma de la carga de presión relativa ( $p/(\rho \cdot g)$ ) y la carga de velocidad ( $v^2/(2 \cdot g \cdot \alpha)$ ), ya que se toma esa posición como origen de alturas ( $z = 0$ ).