FUNDAMENTOS DE LA INGENIERÍA II

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Alumno		**Calificación**	

Contesta si son verdaderas (V) o falsas (F) las siguientes afirmaciones, sin justificar la respuesta. Los cuatro primeros fallos no se tendrán en cuenta, pero a partir del quinto fallo, por cada uno de ellos, se descontará un cuarto de la puntuación de un acierto. Si no hay ninguna respuesta marcada como correcta se entenderá que no se ha respondido la cuestión planteada. La forma de puntuar la prueba será la siguiente:

$$\frac{\text{Respuestas correctas} - 0.5 \times (\text{Respuestas incorrectas} - 4)}{2}$$

V	F		
		1.	Un sistema compatible determinado puede tener más incógnitas que ecuaciones.
		2.	Un sistema lineal homogéneo de 4 ecuaciones con 6 incógnitas siempre es compatible indeterminado.
		3.	No existen sistemas compatibles indeterminados con el mismo número de ecuaciones que de incógnitas.
		4.	Todo sistema lineal homogéneo tiene al menos una solución.
		5.	Si $A \cdot x = 0$ un sistema lineal compatible, entonces $A \cdot x = b$ también es compatible, $\forall b$.
		6.	Un sistema lineal de m ecuaciones lineales compatible con (m+1) incógnitas siempre tiene solución.
		7.	Si un sistema de ecuaciones lineales homogéneo es compatible determinado, el conjunto formado por sus soluciones tiene estructura de espacio vectorial.
		8.	Las soluciones, si es que existen, de un sistema compatible determinado con coeficientes enteros son números enteros.
		9.	Un sistema de m ecuaciones lineales con (m + 1) incógnitas siempre tiene solución.
		10.	Si $A \in \mathcal{M}_{3\times3}(\mathbb{R})$ con $\det A = 0$, el sistema de ecuaciones lineales $A \cdot x = 0$ tiene más de una solución.
		11.	Sean $A \in \mathcal{M}_{4\times3}(\mathbb{R})$, $b \in \mathcal{M}_{4\times1}(\mathbb{R})$ y $r(A) = r(AM) = 2$, donde AM es la matriz ampliada del sistema $A \cdot x = b$, entonces el sistema es compatible indeterminado y las infinitas soluciones del sistema dependen de 1 parámetro.
		12.	El rango de la matriz de coeficientes de un sistema de ecuaciones lineales nunca es superior al rango de la matriz ampliada del sistema.
		13.	Si $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$, $b \in \mathcal{M}_{n\times1}(\mathbb{R})$ y $\det A = 8$, entonces el sistema de ecuaciones lineales $A \cdot x = b$ tiene una única solución y es $x = A^{-1} \cdot b$.
		14.	Si un sistema de m ecuaciones lineales con n incógnitas es compatible determinado y el rango de la matriz de coeficientes del sistema es n, entonces el sistema es compatible determinado.

		15.	Un sistema lineal compatible determinado puede tener más ecuaciones que incógnitas.
		16.	Un sistema lineal de 4 ecuaciones y 3 incógnitas siempre es incompatible.
		17.	El conjunto de todsa las soluciones de un sistema de un sistema de ecuaciones lineales tiene estructura de espacio vectorial.
		18.	Un sistema lineal de 4 ecuaciones y 3 incógnitas siempre es incompatible.
		19.	Si $A \in \mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ es una matriz invertible, el sistema $A\cdot x = b$ sólo tiene infinitas soluciones.
		20.	Si un sistema de ecuaciones lineales es compatible determinado, entonces el sistema homogéneo asociado tienen infinitas soluciones.

EJERCICIO EXTRA (**2 puntos**):

Estudiar, según los distintos valores del parámetro $\alpha \in \mathbb{R}$, la dimensión del subespacio vectorial de $\mathbb{R}^3$:

$$\mathcal{S} = \left\{ \left(x, y, z \right) \in \mathbb{R}^3 \,/\, ax + y + z = 0, x + ay + z = 0, x + y + az = 0 \right\}$$

Razonar la respuesta.