

PRUEBA SISTEMAS

1. Consideremos el sistema de ecuaciones lineales cuya matriz ampliada es:

$$AM = \left(\begin{array}{cccc|c} 2 & a & 1 & 0 & 4 \\ 1 & a & 1 & 1 & b \\ 1 & 2a & 1 & 0 & -1 \\ b & a & 0 & 0 & b \end{array} \right)$$

- Clasificar el sistema en función de los parámetros $a, b \in \mathbb{R}$.
- Resolver el sistema siempre que sea compatible indeterminado.
- Resolver el sistema en el caso $a = 1$ y $b = 2$.

2. Clasificar el sistema de ecuaciones lineales cuya matriz ampliada es:

$$AM = \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & \alpha & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2\alpha & 2 & 1 \\ \alpha & 3 & 2 & \alpha & \beta \end{array} \right)$$

en función de sus parámetros reales $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Resolverlo siempre que el sistema sea compatible indeterminado.

3. Consideremos el sistema de ecuaciones lineales siguiente:

$$\begin{aligned} ax + by + z &= 1 \\ x + aby + z &= b \\ x + by + az &= 1 \end{aligned}$$

- Clasificarlo en función de los parámetros $a, b \in \mathbb{R}$.
- Resolverlo cuando $a = -1$ y $b = 1$.
- Resolverlo siempre que el sistema sea compatible indeterminado.

4. Si AM es la matriz ampliada de cierto sistema de ecuaciones lineales, siendo:

$$AM = \left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 2 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & a & b+1 \\ 2 & -2 & 6 & b+1 \end{array} \right)$$

- Clasificar el sistema en función de los parámetros $a, b \in \mathbb{R}$.
- Resolver el sistema cuando sea posible.

5. Consideremos el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned} m^2x + n^2y + z &= m^3 - n^2 + 1 \\ mx + ny + z &= m^2 - n + 1 \\ x + y + z &= m \end{aligned}$$

- Clasificarlo en función de los parámetros $m, n \in \mathbb{R}$.
- Resolverlo cuando $m = 2$ y $n = -2$.
- Resolverlo siempre que el sistema sea compatible indeterminado.

6. Clasificar el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned} mx + y + z + t &= m \\ x + my + z + t &= m \\ x + y + mz + t &= m \\ x + y + z + mt &= m \end{aligned}$$

en función del parámetro real m .

Resolver el sistema en los casos en los que tenga más de una solución.

¿Cuál es la solución del sistema para $m = 0$? ¿Y para $m = 2$?

7. Consideremos el sistema de ecuaciones lineales cuya matriz ampliada es:

$$AM = \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & b & a & b & a+b+1 \\ 1 & 3b & a & 2b & 3a+2b+1 \\ 2 & b & 2a & 2b & 2b+2 \\ 1 & 2b & 0 & 2b & a+2b \end{array} \right)$$

Clasifica y resuelve, cuando sea posible, el sistema en función de los parámetros $a, b \in \mathbb{R}$.

8. Consideremos el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned} 2mx + ny + 2z &= 1 \\ 2mx + (2n-1)y + 3z &= 1 \\ 2mx + ny + (n+3)z &= 2n-1 \end{aligned}$$

- Clasificarlo en función de los parámetros $m, n \in \mathbb{R}$.
- Resolverlo cuando sea posible.

9. Consideremos la matriz real:

$$AM = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & p & 0 \\ 0 & -1 & q & -q \\ p & 1 & p^2 & q+1 \end{array} \right)$$

- Clasificar el sistema cuya matriz ampliada es AM según los valores de los parámetros $p, q \in \mathbb{R}$.
- Resolver el sistema cuando tenga más de una solución.

10. Clasifica y resuelve, en función de los parámetros $a, b \in \mathbb{R}$, el sistema de ecuaciones homogéneo cuya matriz de coeficientes es:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -a & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & -b \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Clasifica y resuelve, cuando sea posible, el sistema:

$$A \cdot (x, y, z) = (-1, 0, 1, 1)$$

11. Consideremos el sistema de ecuaciones lineales:

$$x_1(1, 0, 1, 1) + x_2(1, 1, 1, 2) + x_3(1, 0, \alpha + 1, 1) = (0, 1, \alpha, \beta)$$

- Clasificar el sistema según los valores de los parámetros reales α y β .
- Resolver el sistema cuando sea posible.
- Clasificar y resolver el sistema homogéneo cuya matriz de coeficientes coincide con la matriz ampliada del sistema del enunciado.

12. Sea el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 0 \\ m & m^2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & -1 & -1 \\ 6 & 3m & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ n \end{pmatrix}$$

- Clasificar el sistema anterior en función de los parámetros reales m y n .
- Resolverlo en los casos en que el sistema admita más de una solución.
- Clasificar y resolver el sistema homogéneo asociado en función del parámetro real m .

13. Sea el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{array}{cccccc} (\alpha - 1)x + & y & + & z & + & t & = & 0 \\ x & + (\alpha - 1)y + & z & + & t & = & \beta + 1 \\ x & + & y & + (\alpha - 1)z + & t & = & (\beta + 1)^2 \\ x & + & y & + & z & + (\alpha - 1)t = & 0 \end{array}$$

- Clasificar dicho sistema según los valores de $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.
- Resolver el sistema en los casos en que sea compatible indeterminado.

14. Sea la matriz $AM \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ definida por

$$AM = \left(\begin{array}{cc|c} \alpha & 2 + \alpha & 1 \\ 2\alpha & 2 + 2\alpha & 1 + \alpha \\ 2 & \alpha & 2 \end{array} \right)$$

- Hallar el rango de la matriz AM según los distintos valores de $\alpha \in \mathbb{R}$.
- Clasificar y resolver el sistema de ecuaciones lineales cuya matriz ampliada es AM .
- Clasificar y resolver el sistema homogéneo cuya matriz de coeficientes es AM