eman ta zabal zazu

EUSKAL HERRIKO UNIBERTSITATEA
UNIVERSIDAD DEL PAIS VASCO

INDUSTRIA INGENIARITZA TEKNIKOKO UNIBERTSITATE ESKOLA
ESCUELA UNIVERSITARIA DE INGENIERIA TÉCNICA INDUSTRIAL

BILBAO

FUNDAMENTOS DE LA INGENIERÍA II

MATRICES INVERTIBLES

Alumno		**Calificación**	

Contesta si son verdaderas (V) o falsas (F) las siguientes afirmaciones, sin justificar la respuesta. Los cuatro primeros fallos no se tendrán en cuenta, pero a partir del quinto fallo, por cada uno de ellos, se descontará un cuarto de la puntuación de un acierto. Si no hay ninguna respuesta marcada como correcta se entenderá que no se ha respondido la cuestión planteada. La forma de puntuar la prueba será la siguiente:

$$\frac{\text{Respuestas correctas} - 0.5\times(\text{Respuestas incorrectas} - 4)}{2}$$

V	F		
X		**1.**	El producto de dos matrices invertibles del mismo orden es una matriz regular.
X		**2.**	La inversa de una matriz ortogonal es una matriz ortogonal.
X		**3.**	Si $\det(A)=5$ y $B=3(A^{-1})^2.A^T$, entonces $\det(B)=\frac{3}{5}$.
	X	**4.**	Si $A,B\in\mathcal{R}_{n\times n}(\mathbb{R})$, entonces $(A\cdot B)$ es una matriz regular y se cumple que $(A\cdot B)^{-1}=A^{-1}\cdot B^{-1}$.
X		**5.**	Los vectores fila de una matriz invertible de orden n forman una base del espacio vectorial $\mathbb{R}^n$.
	X	**6.**	Existen matrices ortogonales con determinante nulo.
X		**7.**	Si $A,B\in\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ son matrices singulares, entonces $(A\cdot B)$ no admite inversa.
X		**8.**	Si $A\in\mathcal{M}_{n\times n}(\mathbb{R})$ con $r(A)=n$, entonces A es una matriz regular.
X		**9.**	Si $A^4=\mathbb{I}_n$, entonces A no es una matriz singular y $A^{-1}=A^3$.
X		**10.**	La matriz $\begin{pmatrix} sen\,\alpha & cos\,\alpha & 0 \\ cos\,\alpha & -sen\,\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ es invertible $\forall\alpha\in\mathbb{R}$.
	X	**11.**	Existen matrices simétricas y ortogonales que no son involutivas.
X		**12.**	La transpuesta de toda matriz regular es una matriz invertible.
X		**13.**	Si las matrices A y B conmutan y A es una matriz invertible, entonces se cumple que $A^{-1}\cdot B=B\cdot A^{-1}$.
	X	**14.**	Si $A\in\mathcal{R}_{n\times n}(\mathbb{R})$ y $\alpha\in\mathbb{R}$, entonces $(\alpha\cdot A)^{-1}=\alpha\cdot A^{-1}$.
	X	**15.**	La suma de matrices invertibles del mismo orden es una matriz invertible.
	X	**16.**	Si $\det(A^2)=0$, entonces A es una matriz regular.
X		**17.**	Si el producto de dos matrices cuadradas A y B es una matriz regular, las dos matrices A y B son invertibles.

	X	**18.**	Si A y B son matrices reales invertibles y del mismo orden, entonces se cumple que $\det(A^{-1}+B^{-1})=\dfrac{\det(A+B)}{\det(A\cdot B)}$.
	X	**19.**	Sean A y B matrices reales con determinante no nulo y sean X y C matrices reales cuadradas tales que $(A+B)\cdot X=C$, entonces se tiene que la matriz X se calcula como $X=(A+B)^{-1}\cdot C$.
X		**20.**	Si A, B y P son matrices cuadradas tales que $A=P\cdot B\cdot P^{-1}$, entonces se tiene que $\det A=\det B$ y $\det A^m=\det B^m, \quad \forall m\in\mathbb{N}$.

EJERCICIO EXTRA (2 puntos):

Demostrar de forma razonada: Si A y B son matrices cuadradas del mismo orden y A es una matriz regular, se cumple que $(A+B)\cdot A^{-1}\cdot(A-B)=(A-B)\cdot A^{-1}\cdot(A+B)$, aunque el producto de matrices no sea conmutativo.

En efecto:

$$(A+B)A^{-1}(A-B)=(A+B)(A^{-1}A-A^{-1}B)=(A+B)(\mathbb{I}_n-A^{-1}B)=A-B+B+BA^{-1}B=$$
$$A-BA^{-1}B=A+AA^{-1}B-B-BA^{-1}B=(A-B)(\mathbb{I}_n+A^{-1}B)=(A-B)(A^{-1}A+A^{-1}B)=$$
$$=(A-B)A^{-1}(A+B) \qquad \text{c.q.d.}$$