2.1.–

1. Sea la matriz real:
$$A = \begin{pmatrix} 1 & m & m^2 & m^3 \\ m & m^2 & m^3 & 1 \\ m^2 & m^3 & 1 & m \\ m^3 & 1 & m & m^2 \end{pmatrix}$$
   - Calcular el determinante de la matriz A.
   - Calcula la inversa de A, cuando exista.
   - Obtener todos los menores de orden 2 de la matriz A. Escribir una lista con los menores de orden 2 distintos, utilizando la función `Union`.
   - Calcular el rango de la matriz A según los valores del parámetro $m \in \mathbb{R}$.

2. Se considera la matriz real:
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & a \\ a & 0 & 1 \\ 1 & a & 0 \end{pmatrix}$$
   Encontrar el valor o valores de $a \in \mathbb{R}$ para el cual se cumple $\det A = 0$.

   Para esos valores de $a \in \mathbb{R}$ calcular la matriz $A^2 + A^T$.

Es conveniente intercalar comentarios para explicar el procedimiento que estamos siguiendo y para justificar la respuesta al ejercicio.

2.2.–

1. Discutir el rango de la matriz real
$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & \alpha+1 & \alpha \\ 1 & -2 & 1 & \beta \end{pmatrix}$$
   según los valores de los parámetros $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

2. Sean las matrices reales:
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 6 & -3 & -4 \\ -3 & 2 & 1 \\ -4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$
   Hallar, si es que existe, la solución de la ecuación matricial:
$$(A - \lambda I_3)^2 = B$$

Es conveniente intercalar comentarios para explicar el procedimiento que estamos siguiendo y para justificar la respuesta al ejercicio.

2.3.–

1. Calcular A^n, $\forall\, n \in \mathbb{Z}$, siendo A la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

   ¿Tiene la matriz A alguna característica que destaque?

2. Calcular el rango de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & a & 2 \\ -1 & 0 & -1 & 3 \\ 5 & a+4 & -4 & -3 \end{pmatrix}$$

   según los valores del parámetro real $a \in \mathbb{R}$.

Es conveniente intercalar comentarios para explicar el procedimiento que estamos siguiendo y para justificar la respuesta al ejercicio.

Ejercicio extra.–

1. Consideremos la matriz real:

$$A = \begin{pmatrix} a & a & 2a & a \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & b & -1 & b \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & b \end{pmatrix}$$

   Calcular el rango de la matriz A en función de los parámetros reales a, b.

2. Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \qquad \text{y} \qquad B = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

   - ¿Se cumple la igualdad $\mathrm{r}\,(A \cdot B) = \mathrm{r}\,(A) \cdot \mathrm{r}\,(B)$?
   - Encontrar todas las matrices $X \in \mathcal{M}_{2\times 3}(\mathbb{R})$ tales que $X \cdot A = I_2$.
   - Hallar, si es que existen, todas las matrices $Y \in \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ tales que $A \cdot Y = B^T$.

Es conveniente intercalar comentarios para explicar el procedimiento que estamos siguiendo y para justificar la respuesta al ejercicio.