

Secciones cónicas

Consideremos ecuaciones de la forma:

$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0,$$

donde A, B, C, D y E son constantes y A y B no son ambas 0.

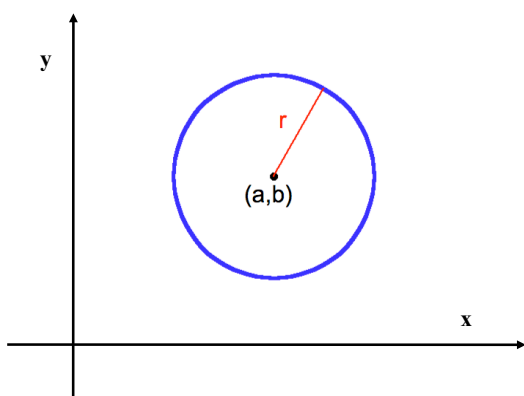
La gráfica de una ecuación de este tipo es, en general, una sección cónica (con los ejes paralelos a los ejes coordenados); es decir: una circunferencia, una elipse, una parábola o una hipérbola. Decimos “en general” porque hay casos especiales. Por ejemplo, la gráfica de $x^2 + y^2 = 0$ es un punto, $(0,0)$; o podría no existir ninguna gráfica: no hay pares ordenados (x,y) que satisfagan la ecuación $x^2 + y^2 + 1 = 0$.

1

$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0,$$

Círculo

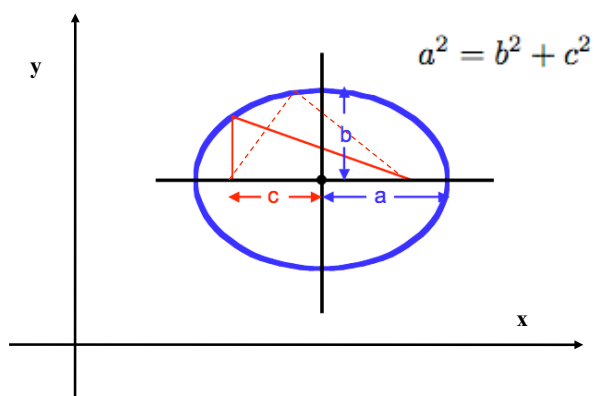
$$A = B$$
$$Ax^2 + Ay^2 + Cx + Dy + E = 0$$



$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

Elipse

$$A, B \text{ mismo signo, } A \neq B$$
$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$$



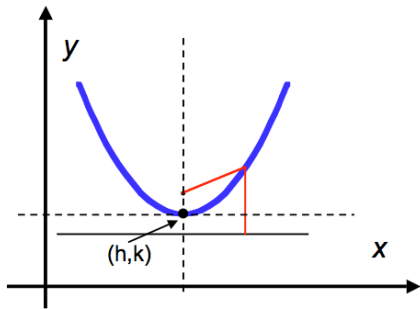
$$\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$

2

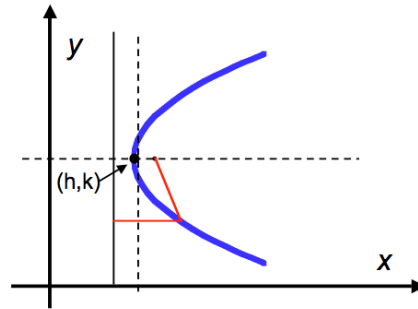
$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0,$$

Parábola

$$A = 0 \text{ o } B = 0; \quad By^2 + Cx + Dy + E = 0, \quad B \neq 0 \quad \text{o bien} \\ Ax^2 + Cx + Dy + E = 0, \quad A \neq 0$$



$$(x - h)^2 = 4c(y - k)$$



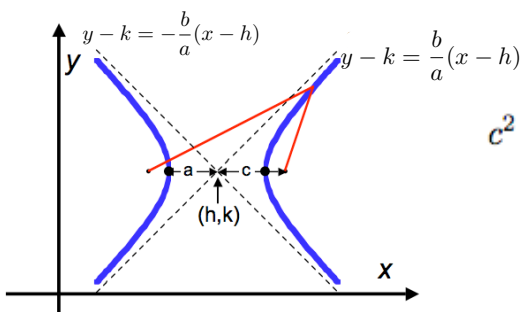
$$(y - k)^2 = 4c(x - h)$$

3

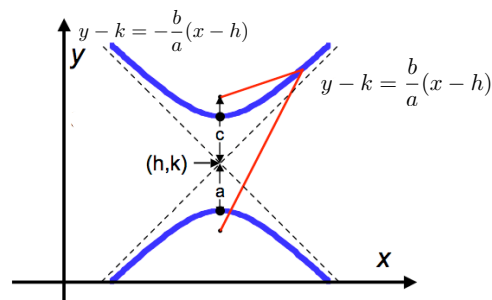
$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0,$$

Hipérbola

$$A, B \neq 0 \text{ y tienen signos opuestos} \\ Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$$



$$c^2 = a^2 + b^2$$



$$\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{(y - k)^2}{b^2} - \frac{(x - h)^2}{a^2} = 1$$

4