Secciones cónicas

Consideremos ecuaciones de la forma:

$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0,$$

donde A, B, C, D y E son constantes y A y B no son ambas 0.

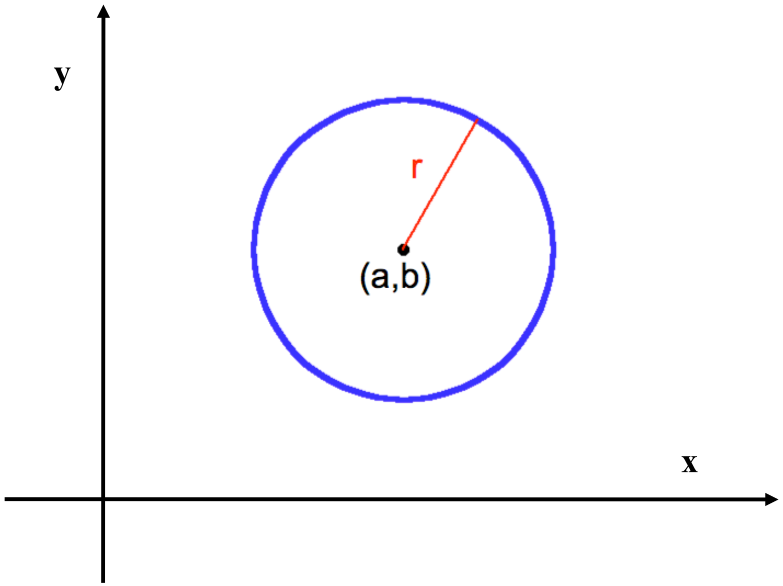
La gráfica de una ecuación de este tipo es, en general, una sección cónica (con los ejes paralelos a los ejes coordenados); es decir: una circunferencia, una elipse, una parábola o una hipérbola. Decimos "en general" porque hay casos especiales. Por ejemplo, la gráfica de $x^2 + y^2 = 0$ es un punto, (0,0); o podría no existir ninguna gráfica: no hay pares ordenados (x,y) que satisfagan la ecuación $x^2 + y^2 + 1 = 0$.

$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0,$$

Círculo

$A = B$

$Ax^2 + Ay^2 + Cx + Dy + E = 0$

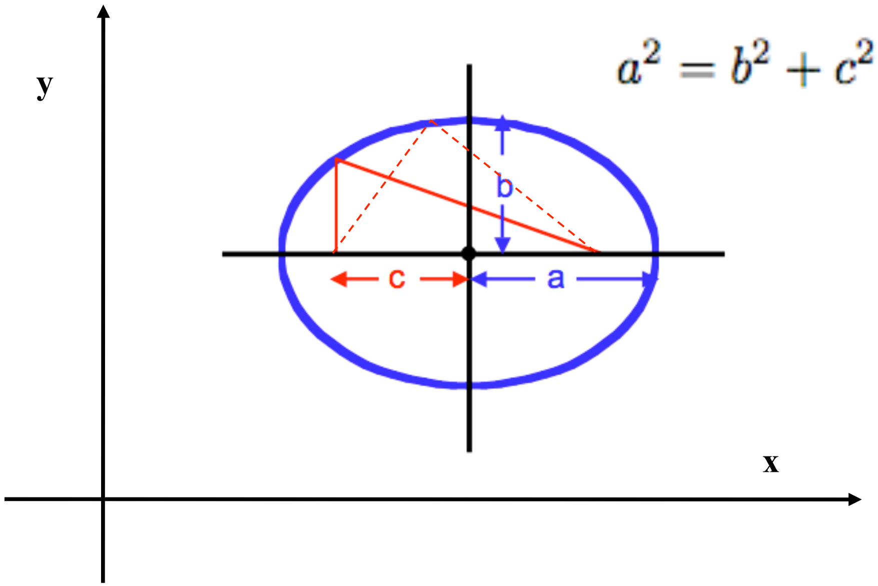


$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

Elipse

A, B mismo signo, $A \neq B$

$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$

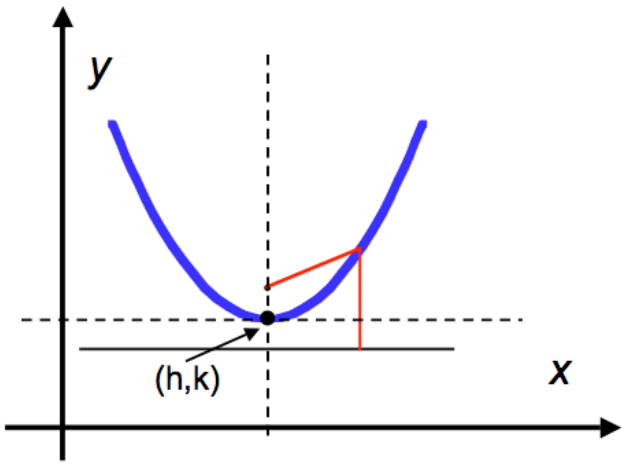


$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

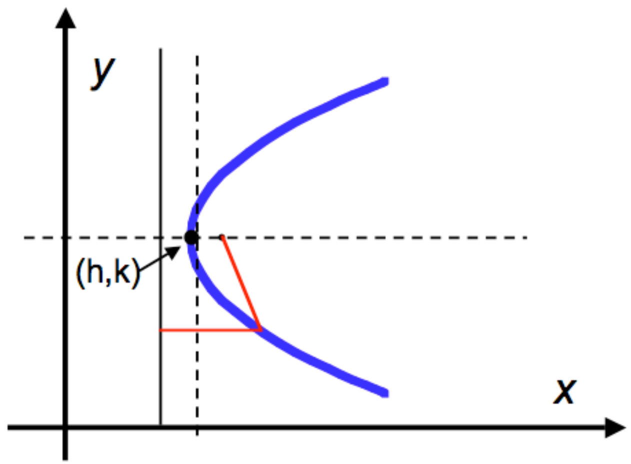
$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0,$$

Parábola

$$A = 0 \text{ o } B = 0; \quad \begin{array}{ll} By^2 + Cx + Dy + E = 0, & B \neq 0 \quad \text{o bien} \\ Ax^2 + Cx + Dy + E = 0, & A \neq 0 \end{array}$$



$$(x - h)^2 = 4c(y - k)$$



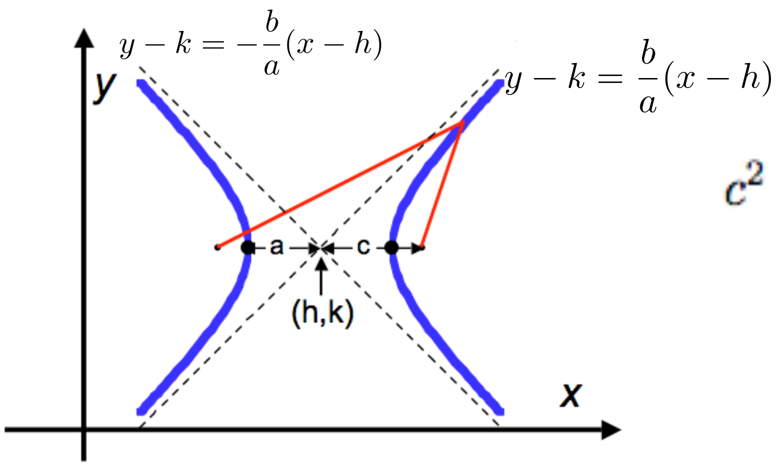
$$(y - k)^2 = 4c(x - h)$$

$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0,$$

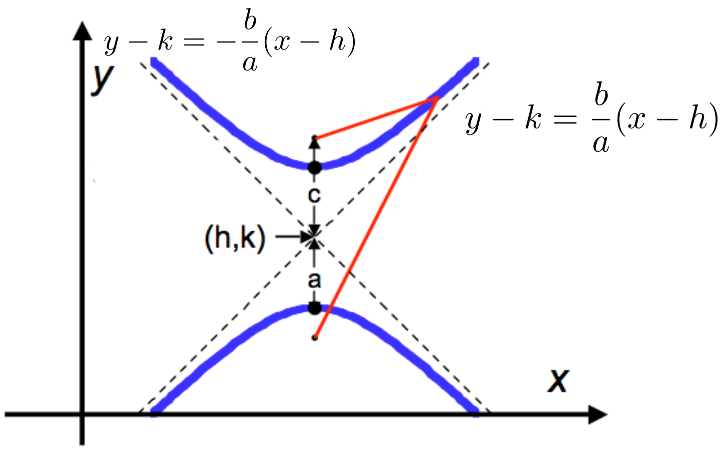
Hipérbola

$A, B \neq 0$ y tienen signos opuestos

$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$



$$c^2 = a^2 + b^2$$



$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{(y-k)^2}{b^2} - \frac{(x-h)^2}{a^2} = 1$$