

Aplicaciones

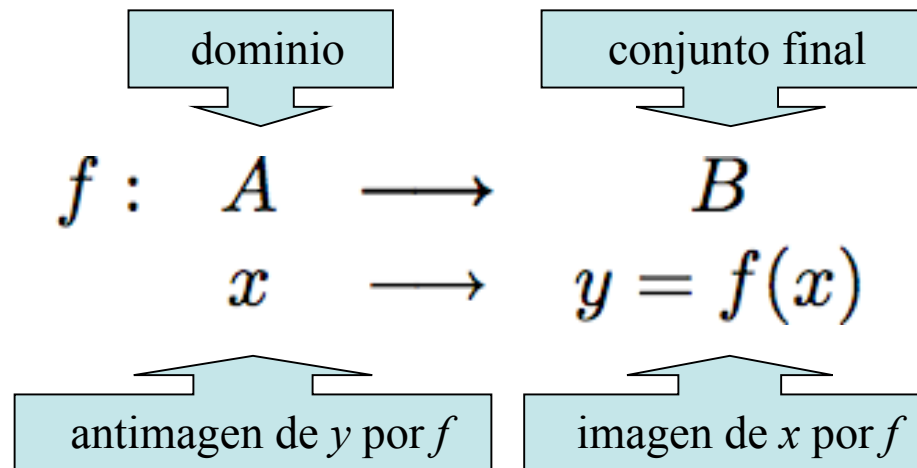
El concepto de aplicación –que es un caso particular de otro más general, el de correspondencia– es básico para la teoría de conjuntos y se basa en los conceptos de par ordenado y producto cartesiano.

Ejemplos clásicos de correspondencias y aplicaciones son las funciones reales de variable real que repasaremos en otro capítulo.

En este capítulo definiremos los principales tipos de aplicaciones: inyectivas, suprayectivas y biyectivas. Además hablaremos de la composición de aplicaciones, que nos ayudará a caracterizar las aplicaciones biyectivas y a introducir el concepto de inversa de una aplicación biyectiva.

Aplicación entre dos conjuntos A y B es una regla que hace corresponder a todos y cada uno de los elementos del conjunto A un único elemento bien definido del conjunto B .

$$\forall x \in A \quad \exists y \in B / y = f(x) \quad \text{y } \mathbf{\acute{u}nico}$$



Un elemento de B puede tener más de una antimagen

La imagen es **única**

Aplicación inyectiva

$$f(x) = f(y) \implies x = y$$

Aplicación suprayectiva

$$\forall y \in B \quad \exists x \in A / y = f(x)$$

Aplicación biyectiva

Aplicación inyectiva y suprayectiva

$$\forall y \in B \quad \exists x \in A / y = f(x) \quad x \text{ \textbf{ú}nico}$$

Composición de aplicaciones

$$\begin{array}{ccccc} A & \xrightarrow{f} & B & \xrightarrow{g} & C \\ x & \longrightarrow & f(x) & \longrightarrow & g(f(x)) = h(x) \end{array}$$

$\underbrace{\hspace{15em}}_{h = g \circ f}$

La composición de aplicaciones **no** es, en general, **conmutativa**.

Inversa de una aplicación biyectiva

$$\begin{array}{ccc} f^{-1} : & B & \longrightarrow & A \\ & y & \longrightarrow & x / f(x) = y \end{array}$$

con $f \circ f^{-1} = I_B$ y $f^{-1} \circ f = I_A$