Aplicaciones

El concepto de aplicación –que es un caso particular de otro más general, el de correspondencia– es básico para la teoría de conjuntos y se basa en los conceptos de par ordenado y producto cartesiano.

Ejemplos clásicos de correspondencias y aplicaciones son las funciones reales de variable real que repasaremos en otro capítulo.

En este capítulo definiremos los principales tipos de aplicaciones: inyectivas, suprayectivas y biyectivas. Además hablaremos de la composición de aplicaciones, que nos ayudará a caracterizar las aplicaciones biyectivas y a introducir el concepto de inversa de una aplicación biyectiva.

Aplicación entre dos conjuntos A y B es una regla que hace corresponder a todos y cada uno de los elementos del conjunto A un único elemento <u>bien definido</u> del conjunto B.

$$\forall x \in A \quad \exists y \in B \,/\, y = f(x)$$ *y* **único**

dominio

conjunto final

$$\begin{array}{cccc} f: & A & \longrightarrow & B \\ & x & \longrightarrow & y = f(x) \end{array}$$

antimagen de *y* por *f*

imagen de *x* por *f*

Un elemento de *B* puede tener más de una antimagen

La imagen es **única**

Aplicación inyectiva

$$f(x) = f(y) \quad \Longrightarrow \quad x = y$$

Aplicación suprayectiva

$$\forall y \in B \quad \exists x \in A \;/\; y = f(x)$$

Aplicación biyectiva

Aplicación inyectiva y suprayectiva

$$\forall y \in B \quad \exists x \in A \;/\; y = f(x)$$ x **único**

Composición de aplicaciones

$$\begin{array}{ccccc} A & \xrightarrow{f} & B & \xrightarrow{g} & C \\ x & \longrightarrow & f(x) & \longrightarrow & g\left(f(x)\right) = h(x) \end{array}$$

$$h = g \circ f$$

La composición de aplicaciones **no** es, en general, **conmutativa**.

Inversa de una aplicación biyectiva

$$\begin{array}{rccc} f^{-1}: & B & \longrightarrow & A \\ & y & \longrightarrow & x \, / \, f(x) = y \end{array}$$

con $\quad f \circ f^{-1} = I_B \quad$ y $\quad f^{-1} \circ f = I_A$