

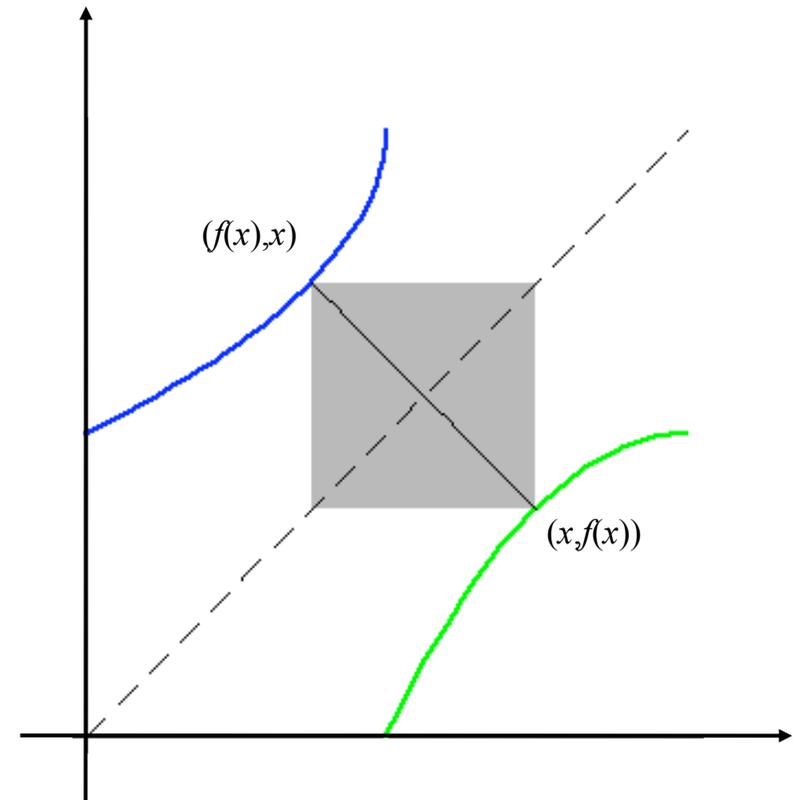
Funciones elementales

En este capítulo repasamos las funciones elementales: polinómicas, exponenciales, logarítmicas, trigonométricas y trigonométricas inversas. Utilizaremos la representación gráfica de estas funciones para recordar los aspectos más relevantes de las mismas: dominio, recorrido, continuidad, diferenciabilidad, asíntotas...

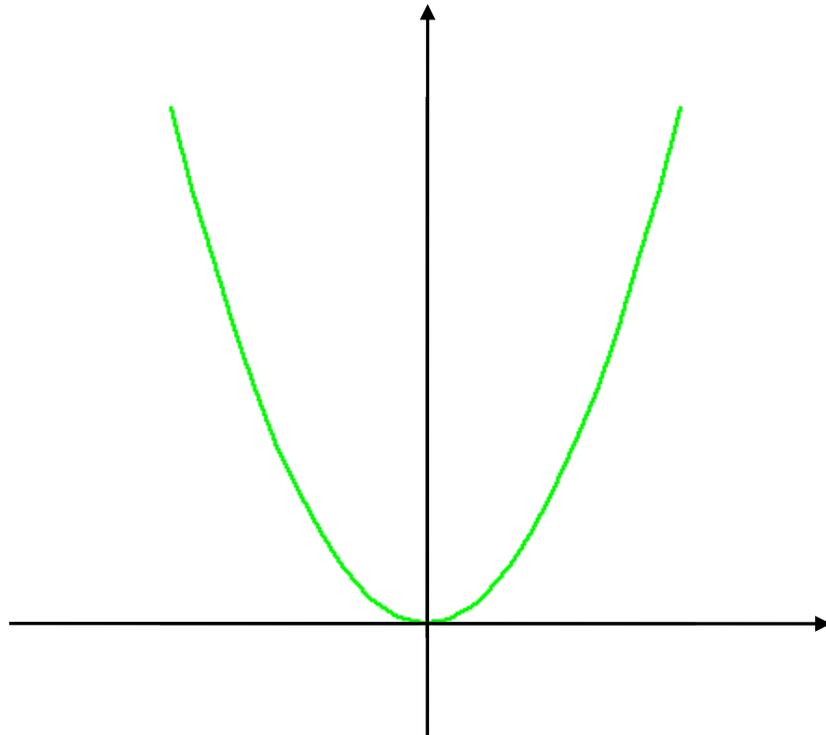
Representación gráfica de la gráfica de la inversa de una función biyectiva

Existe una relación muy interesante entre la gráfica de una función biyectiva y la gráfica de su función inversa (que sabemos existe). Cada gráfica es la imagen especular de la otra: la recta $y=x$ desempeña el papel de espejo.

En lugar de dar una definición formal, vamos a fijarnos en la figura adjunta. Como se sabe, la gráfica de la función f consta de puntos de la forma $(x, f(x))$. Puesto que f^{-1} tiene el valor x en $f(x)$, la gráfica de f^{-1} está constituida por puntos de la forma $(f(x), x)$. Tales puntos, $(x, f(x))$ y $(f(x), x)$ son vértices opuestos del cuadrado sombreado.

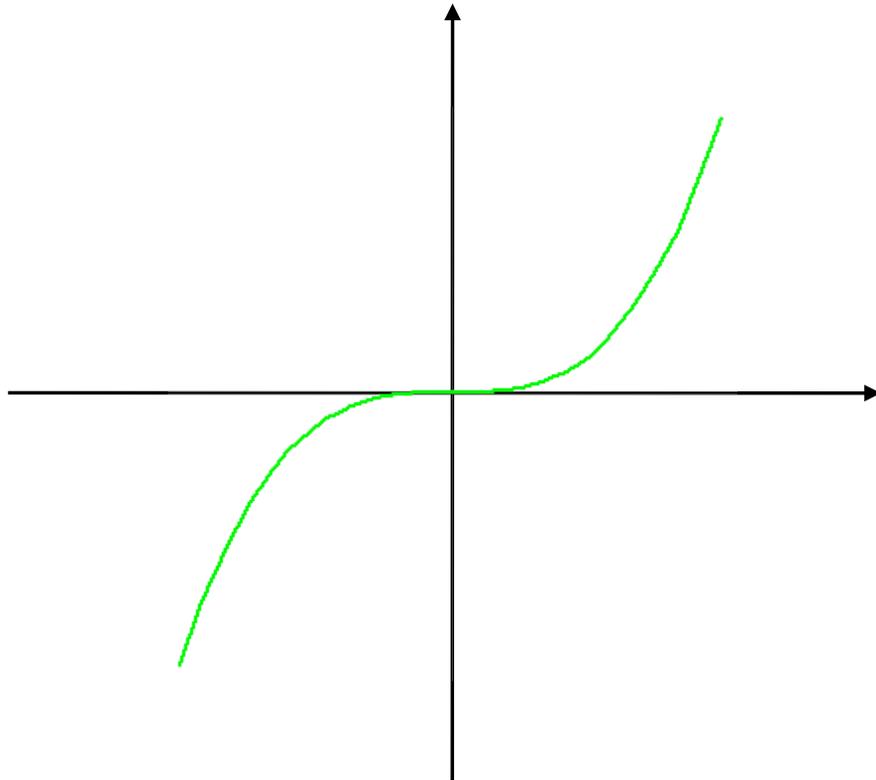


$$f(x) = x^{2n}, \quad n \geq 1$$



- **Dominio:** \mathbb{R}
 - **Recorrido:** $[0, +\infty)$
 - **Continuidad:** **SÍ**
 - **Diferenciabilidad:** **SÍ**
 - **Simetría:** **SÍ**
- Respecto del eje vertical:**
 $f(x) = f(-x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$
- **Asíntotas:** **NO**

$$f(x) = x^{2n+1}, \quad n \geq 1$$



➤ **Dominio:** \mathbb{R}

➤ **Recorrido:** \mathbb{R}

➤ **Continuidad:** **SÍ**

➤ **Diferenciabilidad:** **SÍ**

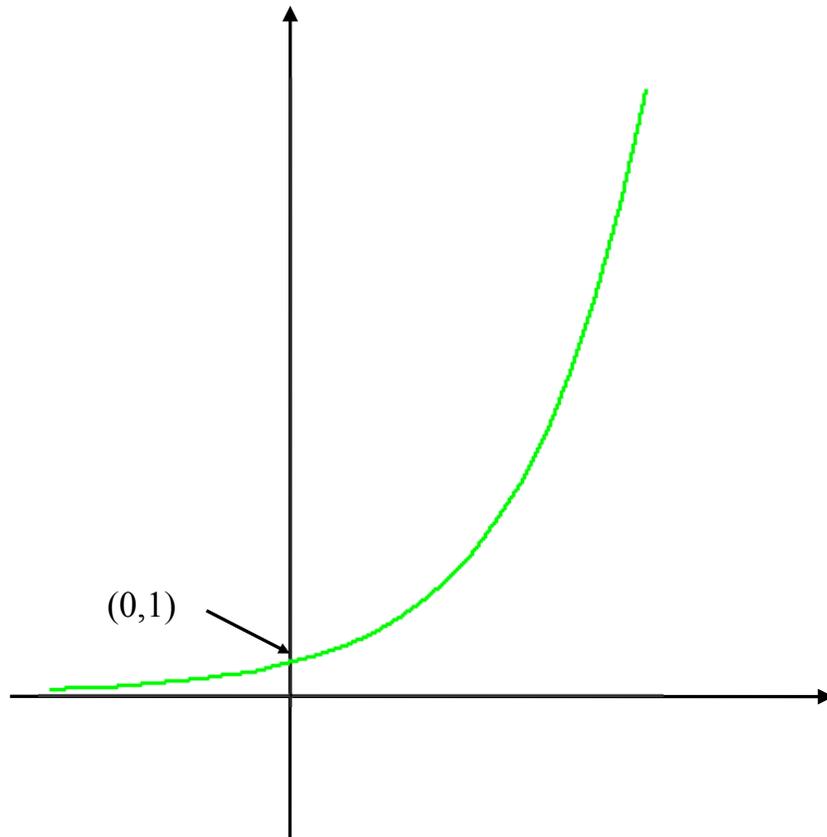
➤ **Simetría:** **SÍ**

**Respecto del origen de
coordenadas:**

$$f(x) = -f(-x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

➤ **Asíntotas:** **NO**

$$f(x) = e^x$$

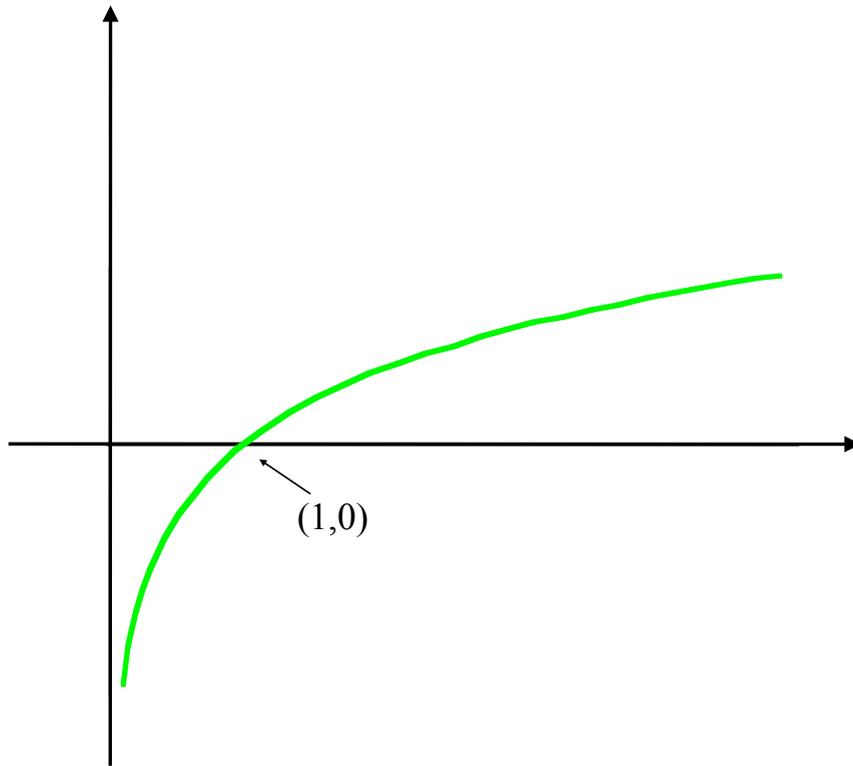


- **Dominio:** \mathbb{R}
- **Recorrido:** $(0, +\infty)$
- **Continuidad:** **SÍ**
- **Diferenciabilidad:** **SÍ**
- **Simetría:** **NO**
- **Asíntotas:** **SÍ**

Asíntota horizontal:

$$y = 0$$

$$f(x) = \ln x$$

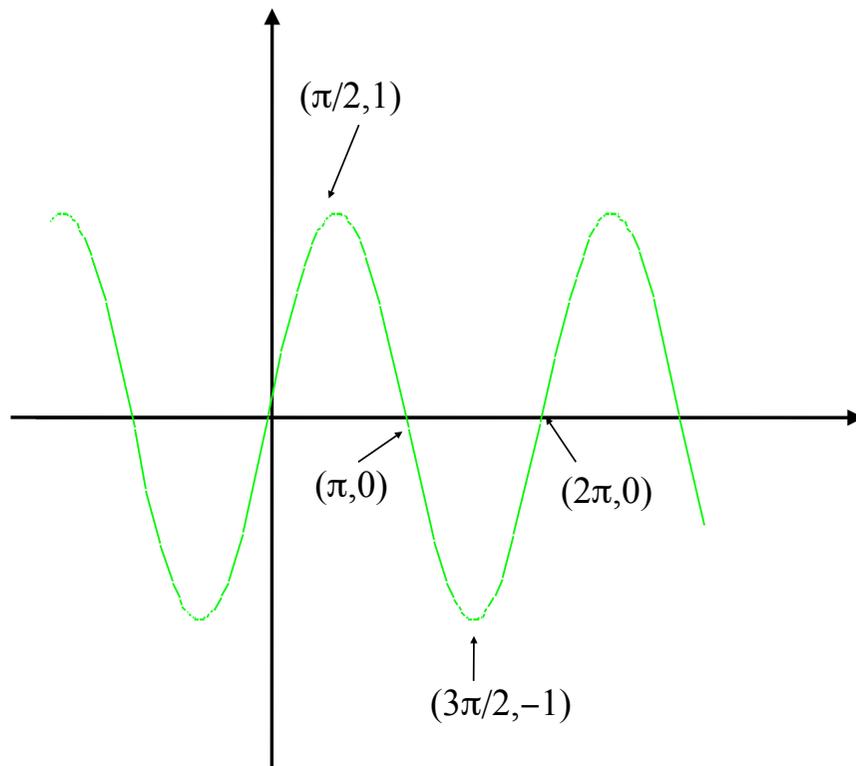


- **Dominio:** $(0, +\infty)$
- **Recorrido:** \mathbb{R}
- **Continuidad:** **SÍ**
- **Diferenciabilidad:** **SÍ**
- **Simetría:** **NO**
- **Asíntotas:** **SÍ**

Asíntota vertical:

$$x = 0$$

$$f(x) = \sin x$$



➤ **Dominio:** \mathbb{R}

➤ **Recorrido:** $[-1, 1]$

➤ **Continuidad:** **SÍ**

➤ **Diferenciabilidad:** **SÍ**

➤ **Simetría:** **SÍ**

**Respecto del origen de
coordenadas:**

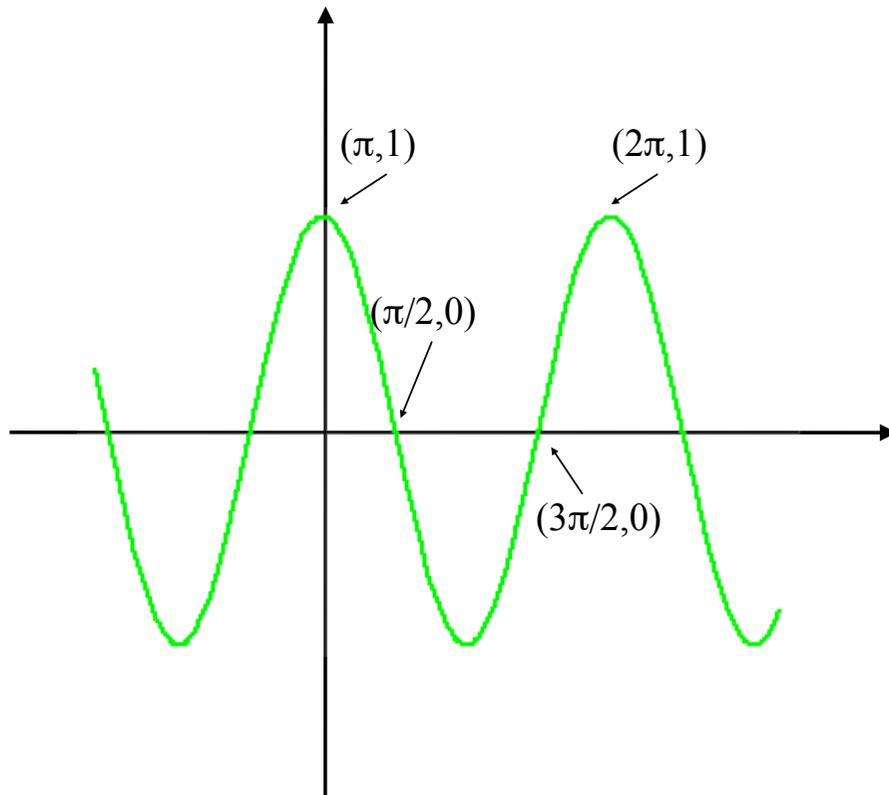
$$f(x) = -f(-x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

➤ **Asíntotas:** **NO**

➤ **Periodicidad:**

Periódica de período 2π

$$f(x) = \cos x$$



➤ **Dominio:** \mathbb{R}

➤ **Recorrido:** $[-1, 1]$

➤ **Continuidad:** **SÍ**

➤ **Diferenciabilidad:** **SÍ**

➤ **Simetría:** **SÍ**

Respecto del eje vertical:

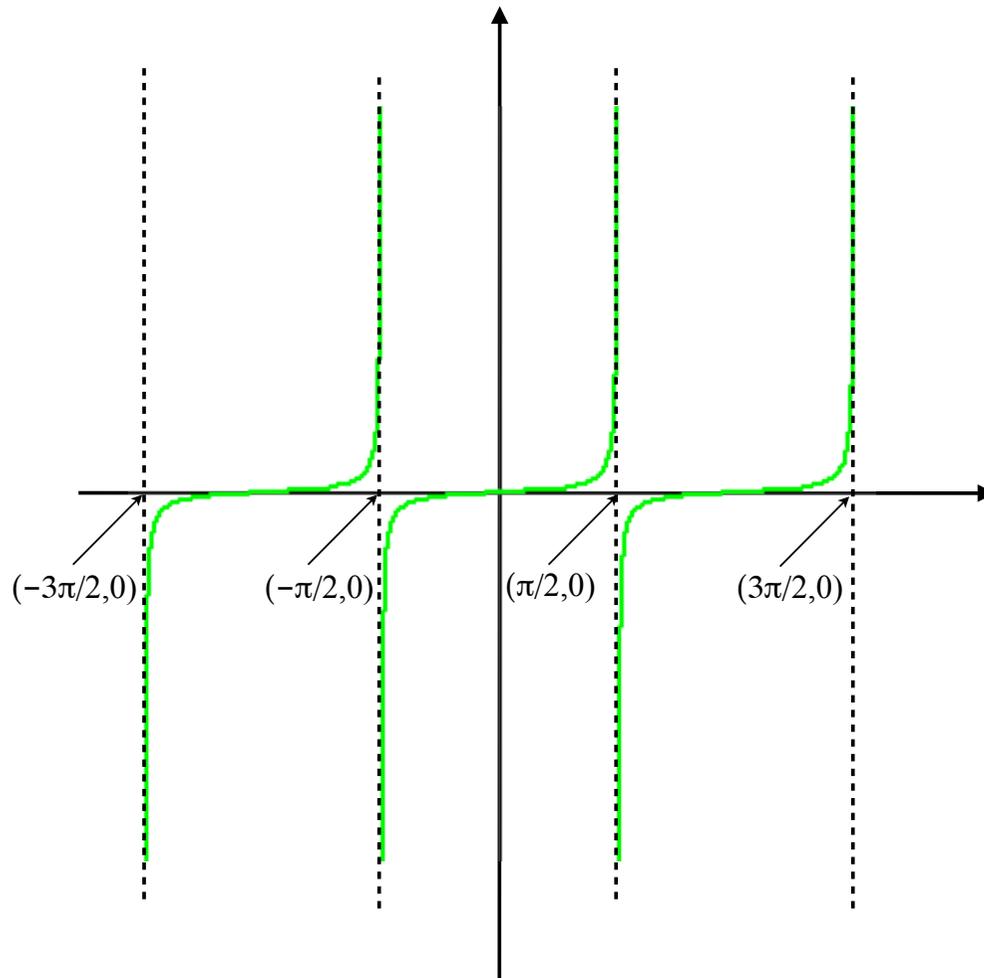
$$f(x) = f(-x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

➤ **Asíntotas:** **NO**

➤ **Periodicidad:**

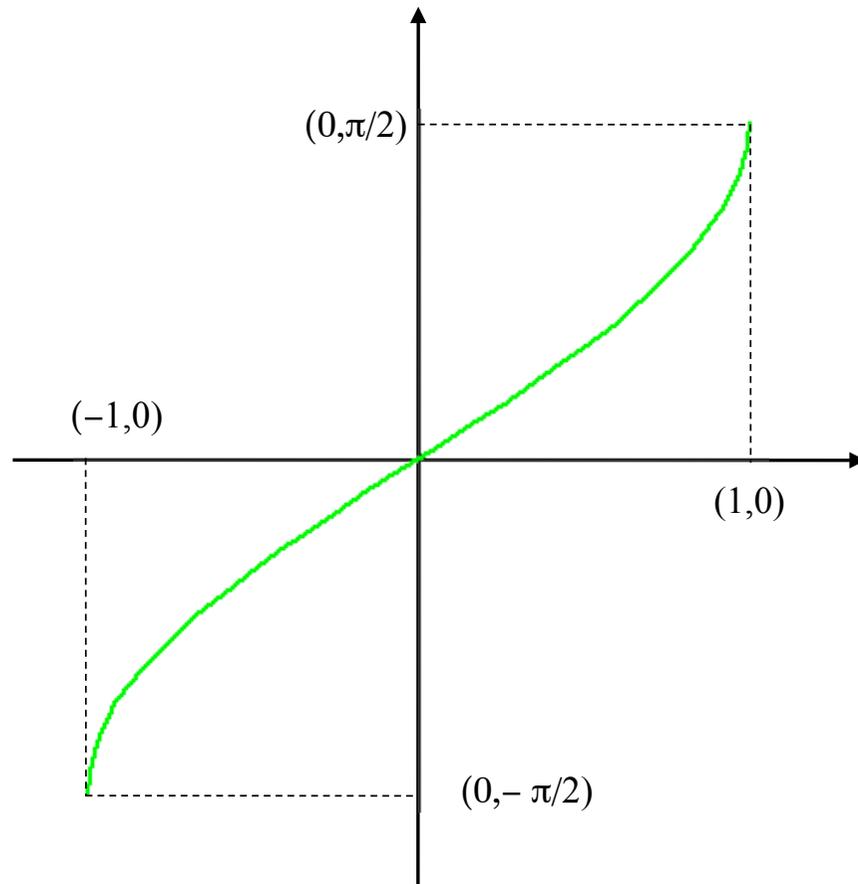
Periódica de período 2π

$$f(x) = \tan x$$



- **Dominio:**
 $\mathbb{R} - \{\pi/2 + k \cdot \pi / k \in \mathbb{Z}\}$
- **Recorrido:** \mathbb{R}
- **Continuidad:**
Continua en su dominio.
En los puntos
 $\{\pi/2 + k \cdot \pi / k \in \mathbb{Z}\}$
presenta discontinuidades infinitas
- **Diferenciabilidad:**
Diferenciable en su dominio
- **Simetría:** **SÍ**
Respecto del origen de coordenadas:
 $f(x) = -f(-x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$
- **Asíntotas:** **SÍ**
Asíntotas verticales:
 $x = \pi/2 + k \cdot \pi \quad k \in \mathbb{Z}$
- **Periodicidad:**
Periódica de período π

$$f(x) = \arcsin x$$



➤ **Dominio:** $[-1, 1]$

➤ **Recorrido:** $[-\pi/2, \pi/2]$

➤ **Continuidad:** **SÍ**

➤ **Diferenciabilidad:**

Diferenciable en $(-1, 1)$

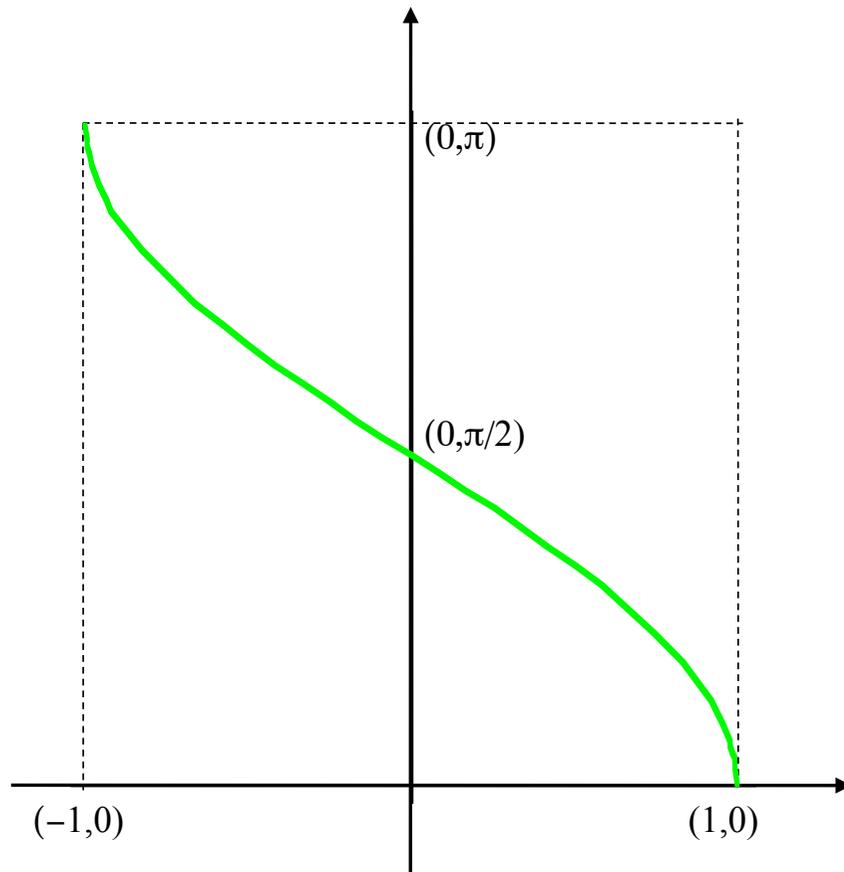
➤ **Simetría:** **SÍ**

**Respecto del origen de
coordenadas:**

$$f(x) = -f(-x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

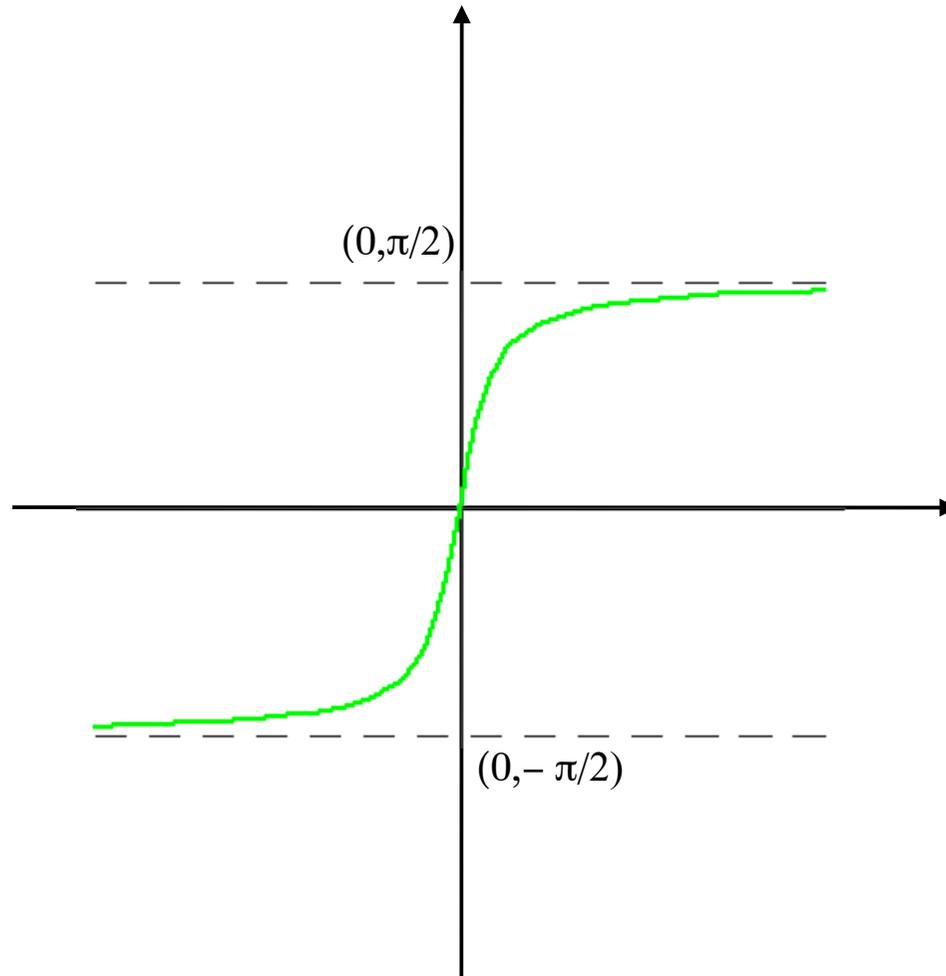
➤ **Asíntotas:** **NO**

$$f(x) = \arccos x$$



- **Dominio:** $[-1, 1]$
- **Recorrido:** $[0, \pi]$
- **Continuidad:** **SÍ**
- **Diferenciabilidad:**
Diferenciable en $(-1, 1)$
- **Simetría:** **SÍ**
Respecto al punto $(0, \pi/2)$
- **Asíntotas:** **NO**

$$f(x) = \arctan x$$



- **Dominio:** \mathbb{R}
- **Recorrido:** $(-\pi/2, \pi/2)$
- **Continuidad:** **SÍ**
- **Diferenciabilidad:** **SÍ**
- **Simetría:** **SÍ**
- **Asíntotas:** **SÍ**

Asíntotas horizontales:

$$y = -\pi/2$$

$$y = \pi/2$$