1.– Resuelve las siguientes ecuaciones reales:

$$2x-1+\sqrt{x}=0 \quad ; \quad 2^{3-x}=32 \quad ; \quad \ln(2x-1)+4=\ln 3$$

<u>*Solución*</u>

$$\begin{array}{ll} 2x-1+\sqrt{x}=0 & \text{Solución: } x=1/4 \\ 2^{3-x}=32 & \text{Solución: } x=-2 \\ \ln(2x-1)+4=\ln 3 & \text{Solución: } \dfrac{3}{2e^4}+\dfrac{1}{2} \end{array}$$

2.– Resuelve las siguientes inecuaciones:

$$-2x+3\leq 1 \quad ; \quad -x^2+3x-4\leq 0$$

$$\frac{(x-3)^7(x-2)^6(x^3+1)}{2x^3-3x^2+1}\leq 0 \quad ; \quad \left|x^2-2x-3\right|\geq x+2$$

<u>*Solución*</u>

$$\begin{array}{ll} -2x+3\leq 1 & \text{Solución: } x\geq \dfrac{3}{2} \\ -x^2+3x-4\leq 0 & \text{Solución: } \mathbb{R} \\ \dfrac{(x-3)^7(x-2)^6(x^3+1)}{2x^3-3x^2+1}\leq 0 & \text{Solución: } (-\infty,-1]\cup\left(-\frac{1}{2},1\right)\cup(1,3] \\ \left|x^2-2x-3\right|\geq x+2 & \text{Solución: } \left(-\infty,\dfrac{1}{2}(3-\sqrt{29}\right]\cup\left[\frac{1}{2}(1-\sqrt{5}),\frac{1}{2}(1+\sqrt{5})\right]\cup\left[\frac{1}{2}(3+\sqrt{29},\infty\right) \end{array}$$

3.– Realiza las siguientes operaciones:

a.– $(2+3x)^2$ <u>*Solución*</u>: $9x^2+12x+4$.

b.– $\left(x^2-3x^4\right)^3$ <u>*Solución*</u>: $-243x^{20}+405x^{18}-270x^{16}+90x^{14}-15x^{12}+x^{10}$.

c.– $\left(\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{1}{3}x^3\right)^5$ <u>*Solución*</u>: $-\dfrac{x^{15}}{243}+\dfrac{5x^{14}}{162}-\dfrac{5x^{13}}{54}+\dfrac{5x^{12}}{36}-\dfrac{5x^{11}}{48}+\dfrac{x^{10}}{32}$.

d.– $\left(x^3+x^2-2x+1\right)^2$ <u>*Solución*</u>: $x^6+2x^5-3x^4-2x^3+6x^2-4x+1$.

4.– Dados los polinomios:

$$p(x)=\frac{1}{4}x^4-x^2-1 \qquad \text{y} \qquad q(x)=x+2,$$

hallar dos polinomios $c(x)$ y $r(x)$ que cumplan:

$$p(x)=\left[(x+2)^2\right]\cdot c(x)+r(x)$$

<u>*Solución*</u> $c(x)=\dfrac{x^2}{4}-x+2 \quad r(x)=-4x-9.$

5.– Indicar si $q(x)$ es un divisor de $p(x)$. Justificar las respuestas y escribir en todos los casos el polinomio cociente y el resto.

a.– $p(x) = x^5 + 32 \qquad q(x) = x + 2.$

b.– $p(x) = x^4 + 81 \qquad q(x) = x + 3.$

c.– $p(x) = x^5 - 243 \qquad q(x) = x - 3.$

d.– $p(x) = x^4 - 81 \qquad q(x) = x - 3.$

e.– $p(x) = x^3 - 8 \qquad q(x) = x + 2.$

f.– $p(x) = x^3 + 8 \qquad q(x) = x - 2.$

g.– $p(x) = x^2 - 25 \qquad q(x) = x + 5.$

h.– $p(x) = x^4 + 16 \qquad q(x) = x - 2.$

Solución

a.– $p(x) = x^5 + 32 \qquad q(x) = x + 2.$ SI. $c(x) = x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x + 16 \quad r(x) = 0.$

b.– $p(x) = x^4 + 81 \qquad q(x) = x + 3.$ NO. $c(x) = x^3 - 3x^2 + 9x - 27 \quad r(x) = 162.$

c.– $p(x) = x^5 - 243 \qquad q(x) = x - 3.$ SI. $c(x) = x^4 + 3x^3 + 9x^2 + 27x + 81 \quad r(x) = 0.$

d.– $p(x) = x^4 - 81 \qquad q(x) = x - 3.$ SI. $c(x) = x^3 + 3x^2 + 9x + 27 \quad r(x) = 0.$

e.– $p(x) = x^3 - 8 \qquad q(x) = x + 2.$ NO. $c(x) = x^2 - 2x + 4 \quad r(x) = -16.$

f.– $p(x) = x^3 + 8 \qquad q(x) = x - 2.$ NO. $c(x) = x^2 + 2x + 4 \quad r(x) = 16.$

g.– $p(x) = x^2 - 25 \qquad q(x) = x + 5.$ SI. $c(x) = x + 5 \quad r(x) = 0.$

h.– $p(x) = x^4 + 16 \qquad q(x) = x - 2.$ NO. $c(x) = x^3 + 2x^2 + 4x + 8 \quad r(x) = 32.$

6.– Resolver las siguientes inecuaciones:

a.– $\dfrac{2x-3}{x+2} > 0$

b.– $\dfrac{2x+3}{3x-1} < 2$

c.– $\dfrac{x^2-3x-10}{2x+6} > 0$

d.– $\dfrac{x^2-4x-5}{x^2+2x-3} > 0$

e.– $\dfrac{x^2-8x}{-x^2+5x+6} \leq 0$

f.– $\sqrt{\dfrac{3x-9}{2x+4}} \geq 1$

g.– $\left|34 + 21x - x^2\right| \leq -1$

h.– $\dfrac{3}{x-9} > \dfrac{2}{x+2}$

i.– $\left|\dfrac{x+2}{2x-3}\right| < 4$

j.– $\left|\dfrac{6-5x}{3+x}\right| \leq \dfrac{1}{2}$

k.– $\left|\dfrac{x^2+3x+4}{x+2}\right| < 2$

l.– $\left|x^2+x-2\right| - |1-x| < 0$

m.– $(1+x)^2 \geq \left|1-x^2\right|$

n.– $\dfrac{|x-1|}{x} \leq 0$

Solución

a.– $(-\infty,-2)\cup\left(\frac{3}{2},\infty\right)$

b.– $\left(-\infty,\frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{5}{4},\infty\right)$

c.– $(-3,-2)\cup(5,\infty)$

d.– $(-\infty,-1)\cup(5,\infty)$

e.– $(-\infty,-1)\cup[0,6]\cup[8,\infty)$

f.– $(-\infty,-2)\cup[13,\infty)$

g.– $\emptyset$

h.– $(-24,-2)\cup(9,\infty)$

i.– $\left(-\infty,\frac{10}{9}\right)\cup(2,\infty)$

j.– $\left(\frac{9}{11},\frac{5}{3}\right)$

k.– $(-1,0)$

l.– $(-3,-1)$

m.– $\{-1\}\cup[0,\infty)$

n.– $(-\infty,0)\cup\{1\}$

7.– Justificar cuáles de las siguientes igualdades son correctas y cuáles no:

a.– $|-3|=3$ VERDADERO.

b.– $|27|=27$ VERDADERO.

c.– $\left|a^2\right|=a$ FALSO.

d.– $|-a|=a$ FALSO.

e.– $|a|=a$ FALSO.

g.– $\sqrt{a^2}=a$ FALSO.

h.– $\sqrt{a^2}=|a|$VERDADERO.

i.– $\left|a^2\right|=a^2$ VERDADERO.

j.– $\sqrt[3]{a^3}=a$ VERDADERO.

k.– $\left|\sqrt{2}+\sqrt{3}-3\right|=\sqrt{2}+\sqrt{3}-3$ VERDADERO.

8.– Descomponer el polinomio $p(x)=x^4+x^3-x^2+2x$ en factores irreducibles en $\mathbb{R}$.
Solución $\quad p(x)=x(x+2)(x^2-x+1)$.

9.– Indicar si las siguientes identidades son ciertas. En caso negativo señalar y corregir el error o los errores cometidos:

a.– $\left(2^2\cdot 2^{-3}\cdot 2^5\right)^2=\left(2^4\right)^2=2^{16}$ FALSO.

$\left(2^2\cdot 2^{-3}\cdot 2^5\right)^2=\left(2^4\right)^2=2^8$

b.– $\dfrac{\left(19^2\right)^4}{\left(19^{-3}\right)^2}=\dfrac{19^6}{19^6}=1$ FALSO.

$\dfrac{\left(19^2\right)^4}{\left(19^{-3}\right)^2}=\dfrac{19^8}{19^{-6}}=19^{14}$

c.– $\dfrac{5^4\cdot\left(5^2\right)^6}{\left(5^9\right)^2}=\dfrac{5^4\cdot 5^{12}}{5^{18}}=5^{-2}=(-5)^2=25$ FALSO.

$\dfrac{5^4\cdot\left(5^2\right)^6}{\left(5^9\right)^2}=\dfrac{5^4\cdot 5^{12}}{5^{18}}=5^{-2}=\dfrac{1}{5^2}=\dfrac{1}{25}$

d.– $(3-7)^0+8^0=1$ FALSO. $(3-7)^0+8^0=1+1=2$

10.– Realiza las siguientes operaciones:

a.– $\dfrac{\left(3\cdot 3^{n+1}+3^{n+2}\right)^3}{\left(3^{n+2}\right)^3}=8=2^3$

b.– $\dfrac{\left(10\cdot 2^{n+1}\right)^3}{\left(2^{n+1}\right)^3}=1000=10^3=2^3\cdot 5^3$

c.– $2^{2-n}\cdot\left(2\cdot 2^{n+1}+2^{n+2}\right)=32=2^5$

d.– $\dfrac{\left(1-\frac{3}{2}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{4}\right)^2}{\left(\frac{1}{3}-1\right)+\left(\frac{2}{5}-2\right)^2}=-\dfrac{5^2}{2^2\cdot 3\cdot 71}$

e.– $\dfrac{1-\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{3}-\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}}{\left(\frac{1}{3}-1\right)^2+\frac{2}{3}-2^2}=\dfrac{8}{13}$

f.– $\dfrac{\left[\left(1-\frac{3}{2}\right)^2\right]^{-4}}{\frac{1}{27}}+1=2^8\cdot 3^3+1=6913$

11.– Racionaliza y simplifica las siguientes expresiones suprimiendo las raíces del denominador:

a.– $\dfrac{4-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}-1$

b.– $\dfrac{\sqrt{2}}{6-\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}+1}{17}$

c.– $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{27}}{\sqrt{3}-\sqrt{27}}=-2$

12.– Resuelve las siguientes ecuaciones:

a.– $x^3-9x^2=15-23x$

b.– $\sqrt{2x-5}=1+\sqrt{x-3}$

c.– $2^x+2^{x+1}-24=0$

d.– $x^4-10x^2+9=0$

e.– $\sqrt{-x+2}-1=0.5\sqrt{x+6}$

f.– $2\ln x-\ln(x-16)=2$

<u>*Solución*</u>

a.– $x=1,3,5$

b.– $x=3,7$

c.– $x=3$

d.– $x=-3,-1,1,3$

e.– $x=-2$

f.– No hay soluciones reales.

13.– Resuelve el siguiente test justificando las respuestas. Sólo una de las 4 respuestas indicadas es la correcta. Marca con una cruz la respuesta que creas correcta.

a.– $\ln 125=$			
○ $\ln 25\cdot\ln 5$	○ $100\cdot\ln 1.25$	○ $5\cdot\ln 3$	⊗ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

b.– $\ln\dfrac{a}{b} + \ln\dfrac{b}{c} + \ln\dfrac{c}{d} - \ln\dfrac{ay}{dx} =$			
$\otimes$ $\ln\dfrac{x}{y}$	$\bigcirc$ $\ln\dfrac{a^2y}{d^2x}$	$\bigcirc$ 1	$\bigcirc$ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

c.– $(\log_{10} 5 \log_{10} 100)^2 =$			
$\bigcirc$ $\log_{10} 50$	$\bigcirc$ 10	$\otimes$ 1	$\bigcirc$ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

d.– La solución de la ecuación logarítmica $\log_2(\log_3(\log_4 x)) = 0$ es:			
$\otimes$ 64	$\bigcirc$ 0	$\bigcirc$ 12	$\bigcirc$ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta