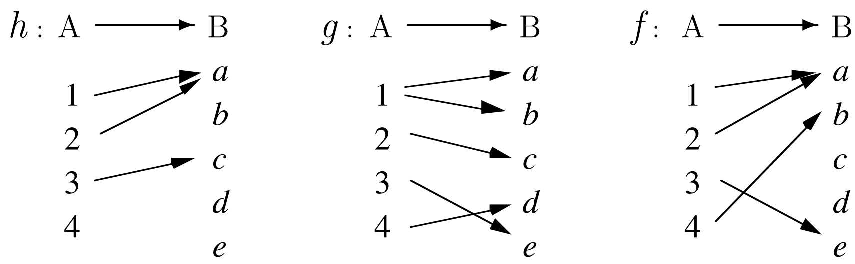
**1.**– Razonar cuáles de las siguientes correspondencias entre los conjuntos

$$A = \{1, 2, 3, 4\} \quad \text{y} \quad B = \{a, b, c, d, e\}$$

son aplicaciones y cuáles no:




Para las correspondencias que sean aplicaciones justificar cuál o cuáles son inyectivas, suprayectivas y/o biyectivas.

<u>*Solución*</u>

- $h$ no es aplicación.
- $g$ no es aplicación.
- $f$ sí es aplicación, pero no es ni inyectiva, ni suprayectiva ni biyectiva.

---

**2.**– Consideremos las aplicaciones:

$$f(x) = 3x^2 + 4 \quad \text{y} \quad g(x) = 2x - 5$$

Construir las aplicaciones $(g \circ f)(x)$ y $(f \circ g)(x)$

<u>*Solución*</u>

$$(g \circ f)(x) = 6x^2 + 3 \qquad\qquad (f \circ g)(x) = 12x^2 - 60x + 79$$

Observar que la composición de aplicaciones no es necesariamente conmutativa.

---

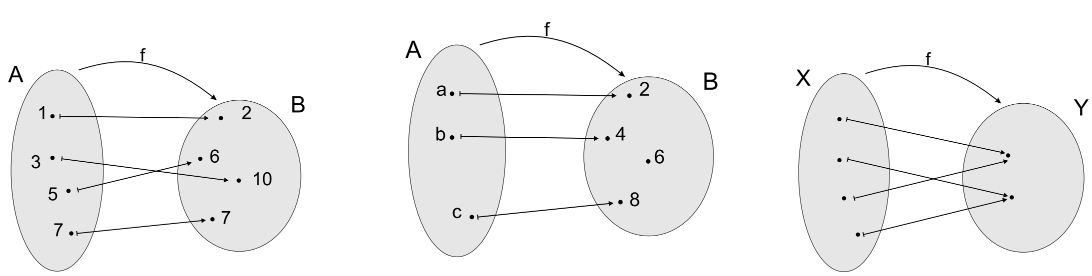
**3.**– Calcular la aplicación inversa de $f : \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{3}\right\} \longrightarrow \mathbb{R} - \{0\}$ definida por:

$$f(x) = \frac{1}{3x - 1} \quad \forall\, x \in \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{3}\right\}$$

<u>*Solución*</u> $\quad f^{-1}(x) = \dfrac{1 + x}{3x} \quad \forall\, x \in \mathbb{R} - \{0\}$

---

**4.**– Para cada una de las aplicaciones cuyas gráficas aparecen en las figuras adjuntas, hallar su dominio e imagen. Justificar si son inyectivas, suprayectivas o biyectivas.



*Solución*

- $\mathrm{Dom}_{f_1} = \{1, 3, 5, 7\}$, $\mathrm{Im}_{f_1} = \{2, 6, 7, 10\}$, $f_1$ es inyectiva, suprayectiva y biyectiva.
- $\mathrm{Dom}_{f_2} = \{a, b, c\}$, $\mathrm{Im}_{f_2} = \{2, 4, 8\}$, $f_2$ es inyectiva, no es suprayectiva y no es biyectiva.
- $\mathrm{Dom}_{f_3} = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$, $\mathrm{Im}_{f_3} = \{y, y_2\}$, $f_3$ no es inyectiva, es suprayectiva y no es biyectiva.

---

**5.**– Sean las funciones reales de variable real siguientes:

$$f(x) = 1 - x \qquad g(x) = \frac{1}{x} \qquad h(x) = \frac{x}{1-x}$$

Hallar los campos de existencia o dominios de las funciones $h \circ (f \circ g)$, $g \circ (f \circ h)$ así como sus fórmulas.

*Solución*

- $f_1(x) = h\left(f\left(g(x)\right)\right) = -\dfrac{1}{x}$, $\mathrm{Dom}_{f_1} = \mathbb{R} - \{0\}$, $\mathrm{Im}_{f_1} = \mathbb{R} - \{0\}$.
- $f_1(x) = g\left(f\left(h(x)\right)\right) = 1 - x$, $\mathrm{Dom}_{f_2} = \mathbb{R} - \{1\}$, $\mathrm{Im}_{f_2} = \mathbb{R}$.

---

**6.**– Construir las inversas, si es posible, de las siguientes funciones reales de variable real:

$$f(x) = x^2 - 4x + 3 \qquad g(x) = \frac{2x+2}{x-3} \qquad h(x) = \frac{x}{1-x}$$

*Solución*

- $f$ no es inyectiva, luego no admite inversa.
- $g^{-1}(x) = \dfrac{3x+2}{x-2}$.
- $h^{-1}(x) = \dfrac{x}{1+x}$.

---

**7.**– Para cada una de las siguientes funciones reales de variable real, hallar el dominio, el conjunto imagen y justificar si son inyectivas, suprayectivas o biyectivas.

$$f(x) = x^2 \qquad g(x) = \frac{x}{x-1} \qquad h(x) = \sqrt{2}$$

*Solución*

- $\mathrm{Dom}_f = \mathbb{R}$, $\mathrm{Im}_f = [0, \infty)$, $f$ no es ni inyectiva ni suprayectiva ni biyectiva
- $\mathrm{Dom}_g = \mathbb{R} - \{1\}$, $\mathrm{Im}_g = \mathbb{R} - \{1\}$, $g$ si es inyectiva, no es suprayectiva y si es biyectiva.
- $\mathrm{Dom}_h = \mathbb{R}$, $\mathrm{Im}_h = \{\sqrt{2}\}$, $g$ no es ni inyectiva ni suprayectiva ni biyectiva

---

**8.**– Comprobar que la función:

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\} & \longrightarrow & \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\} \\ & x & \longrightarrow & f(x) = \dfrac{x-3}{1+2x} \end{array}$$

es una aplicación biyectiva y calcular su inversa.

*Solución* $f^{-1}(x) = \dfrac{x+3}{1-2x}$.