1.– Sean X un conjunto y A, B dos subconjuntos no disjuntos de X. Demostrar que los subconjuntos $A \cap B$ y $A - B$ son disjuntos y tales que:

$$A = (A \cap B) \cup (A - B)$$

2.– Sean X un conjunto y A, B dos subconjuntos de X. Demostrar que:

$$\text{si } \ A \cap (X - B) = \emptyset, \ \text{ entonces } \ A \subset B$$

3.– Demostrar que $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$.

4.– Sean X un conjunto y A, B dos subconjuntos de X.

a.– Comprobar que $\overline{\overline{A}} = A$.

<u>*Solución*</u>

$$x \in \overline{\overline{A}} \quad \Longleftrightarrow \quad x \notin \overline{A} \quad \Longleftrightarrow \quad x \in A$$

b.– Comprobar que $(X - A) - (X - B) = B - A$.

<u>*Solución*</u>

$$(X - A) - (X - B) = \big(X \cap \overline{A}\big) - \big(X \cap \overline{B}\big) = \overline{A} - \overline{B} = \overline{A} \cap \overline{\overline{B}} \overset{\overline{\overline{B}}=B}{\overset{\downarrow}{=}} \overline{A} \cap B = B \cap \overline{A} = B - A$$

5.– Sean X un conjunto y A, B dos subconjuntos de X. Demostrar que:

a.– Si $A \subset B$, entonces $X - B \subset X - A$.

<u>*Solución*</u>

$$x \in X - B = X \cap \overline{B} = \overline{B} \quad \Longleftrightarrow \quad x \notin B \quad \overset{A\subset B}{\overset{\downarrow}{\Longrightarrow}} \quad x \notin A \quad \Longleftrightarrow \quad x \in \overline{A} = X \cap \overline{A} = X - A$$

b.– Si $X - B \subset X - A$, entonces $B \cup (X - A) = X$.

<u>*Solución*</u>

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ \ X = B \cup \overline{B} \ \overset{X-B\subset X-A}{\overset{\downarrow}{\subset}} \ B \cup \overline{A} = B\,(X - A) \\[2ex] \bullet\ \ \left.\begin{array}{l} B \subset X \\ X - A \subset X \end{array}\right\} \Longrightarrow \ B \cup (X - A) \ \overset{\text{Ejercicio 6.a}}{\overset{\downarrow}{\subset}} \ X \cup X = X \end{array}\right\} \Longrightarrow \quad B \cup (X - A) = X$$

c.– Si $B \cup (X - A) = X$, entonces $A \cap (X - B) = \emptyset$.

6.– Si A, B, C y D son subconjuntos de X, demostrar que:

a.– Si $A \subset C$ y $B \subset D$, entonces $A \cup B \subset C \cup D$.

b.– Si $A \subset C$ y $B \subset D$, entonces $A \cap B \subset C \cap D$.

7.– Demostrar las leyes de Morgan.