**1.**– Construir las tablas de verdad de las siguientes expresiones:

a.– no–(si A entonces B)

<u>*Solución*</u>

| A | B | no–(A $\Longrightarrow$ B) |
|---|---|---|
| V | V | F |
| V | F | V |
| F | V | F |
| F | F | F |

b.– no–(A o B)

| A | B | no–(A $\vee$ B) |
|---|---|---|
| V | V | F |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | V |

---

**2.**– Demostrar por inducción la siguiente igualdad:

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

---

**3.**– Construir las tablas de verdad de las siguientes expresiones:

a.– no–(A y B)

b.– no–A o no–B

c.– no–A y no–B

d.– no–(A y no–B)

<u>*Solución*</u>

| A | B | no–(A y B) |
|---|---|---|
| V | V | F |
| V | F | V |
| F | V | V |
| F | F | V |

| A | B | no–A o no–B |
|---|---|---|
| V | V | F |
| V | F | V |
| F | V | V |
| F | F | V |

| A | B | no–A y no–B |
|---|---|---|
| V | V | F |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | V |

| A | B | no–(A y no–B) |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | V |
| F | F | V |

---

**4.**– Comprobar, construyendo las tablas de verdad, que las siguientes expresiones son leyes lógicas (es decir, solamente toman valores verdaderos para cualesquiera valores de las expresiones elementales que la constituyen.)

a.– (A $\Longrightarrow$ B) $\Longleftrightarrow$ (no–B $\Longrightarrow$ no–A)

b.– no–(A o B) $\Longleftrightarrow$ no–A y no–B

---

**5.**– Demostrar por inducción las siguientes igualdades:

a.– $\sum_{k=1}^{n}(2k-1)=n^2$

b.– $\sum_{k=1}^{n}k(k+1)=\dfrac{n(n+1)(n+2)}{3}$

c.– $\sum_{k=1}^{n}k^3=\dfrac{n^2(n+1)^2}{4}$

d.– $\sum_{k=1}^{n}k\cdot(k!)=(n+1)!-1$

e.– $\sum_{k=1}^{n}\dfrac{1}{k(k+1)}=1-\dfrac{1}{n+1}$

---

**6.**– Utilizar alguna de las fórmulas del ejercicio anterior para demostrar que el cubo de cualquier número entero es la diferencia de los cuadrados de dos números enteros.

---

**7.**– Calcular la solución de la ecuación

$$(x^2+x+1)+(x^2+2x+3)+(x^2+3x+5)+\cdots+(x^2+20x+39)=4500$$

*Indicación*: usar las fórmulas del ejercicio **5.**–.

*Solución* Para resolver el ejercicio necesitamos:

$$\sum_{k=1}^{n}k \qquad \text{y} \qquad \sum_{k=1}^{n}(2k-1)$$

---

**8.**– ¿Cuántos subconjuntos tiene un conjunto de $n$ elementos?

*Solución* $2^n$.

---

**9.**– Mi hermano me lleva ocho años. Si hace tres años su edad era el triple que la mía, ¿dentro de cuántos años su edad será el doble que la mía?

*Solución* Dentro de 1 año.

---

**10.**– Demostrar por reducción al absurdo que no existe ningún número racional cuyo cuadrado sea 2. (Lo que estamos demostrando es que $\sqrt{2}$ es un número irracional).