INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

1. Introducción

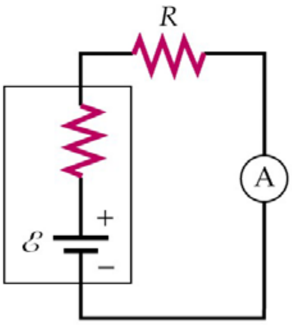
Sabemos que las corrientes eléctricas están constituidas por cargas eléctricas en movimiento, y que para que estas cargas se muevan, sobre ellas deberá actuar una fuerza que, de forma invariante para v<<c, viene dada por la Ley de Lorentz: $\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \wedge \vec{B}$. En lecciones previas hemos analizado cómo se produce una corriente eléctrica como consecuencia de campos electrostáticos coulombianos, E_C, cuya fuente son las cargas eléctricas en reposo. A lo largo de esta lección trataremos de comprobar si existen otras maneras de generar corriente eléctrica.

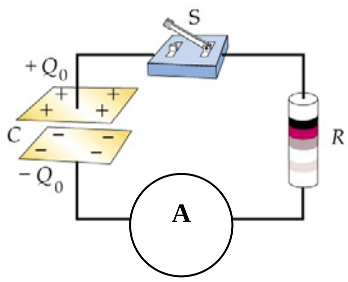
2. ¿Es posible generar corriente eléctrica por la acción de fuerzas no coulombianas?

A.1 ¿En cuál de las siguientes situaciones crees que el amperímetro señalará valores no nulos?

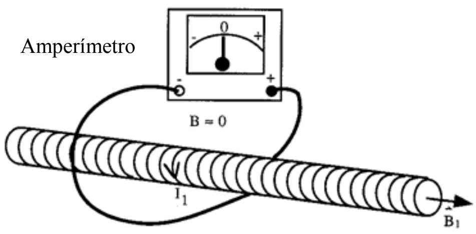
a) Circuito de resistencia R conectado a los bornes de una batería.

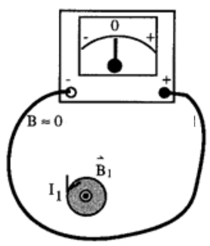
b) Circuito de resistencia R conectado a las placas de un condensador.

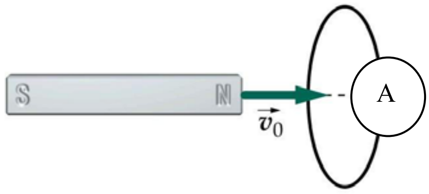




c) Circuito de resistencia R que rodea a un solenoide por el que circula una corriente I.







d) Circuito de resistencia R al que se le acerca un imán. ¿Y, si el que se mueve es el circuito y el imán permanece fijo? (en ambos casos, vistos por un observador inercial en reposo fuera del sistema)

Comentario:

El objetivo de esta actividad es que el estudiante se enfrente, por primera vez en este curso, a la creación de una corriente eléctrica debida a una fuente distinta al de un campo eléctrico ‘coulombiano’ (E_C). También se trataría de repasar algunas situaciones en las que la fuente fuera dicho E_C. Así, en las cuestiones a) y b) la fuente es un campo eléctrico coulombiano, mientras que en el apartado c) la experiencia demuestra que sólo cuando la corriente varía con el tiempo (y por lo tanto el campo magnético que genera) se induce una corriente (la fuente sería la variación de B con t → $\frac{dB}{dt}$). Finalmente, en el apartado d), la experiencia demuestra, que para un observador inercial en reposo, se induce corriente eléctrica tanto el que se mueva sea el imán (en cuyo caso la fuente será la $\frac{dB}{dt}$) como cuando quién lo haga sea el circuito (en cuyo caso, como se verá más adelante, la fuente que desencadena el fenómeno de inducción, tendrá un carácter magnético). En todos los casos en los que se ha producido el denominado ‘fenómeno de inducción electromagnética’, existe, como también se analizará a lo largo de la lección, una variación del flujo magnético con el tiempo.

A.2 Imaginemos un solenoide largo por el que circula una corriente I. ¿Cómo y cuál es el campo magnético creado por él?

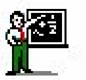
Si al situar una carga en reposo tanto en el interior como en el exterior de un solenoide recorrido por una corriente constante, observamos que continua en reposo, ¿a qué será debido?

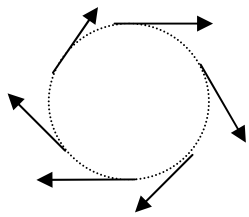
Si al situar una carga en reposo tanto en el interior como en el exterior del solenoide recorrido ahora por una corriente que varía en el tiempo, observamos que se mueve, ¿a qué será debido?

Comentario:

Con esta actividad se trataría de observar, de nuevo, cómo los ‘campos’ actúan sólo sobre sus fuentes. De esta manera, y recordando que el campo magnético en el exterior de un solenoide es, básicamente cero, y en su interior en el centro y sus aledaños, constante, los estudiantes deberían llegar a la conclusión de que, en el caso a), no hay fuerza eléctrica porque no existe campo eléctrico y no hay fuerza magnética porque la carga está en reposo. En lo que se refiere al apartado b), como la carga está en reposo, la única fuerza que la ha podido mover es de carácter eléctrico y ésta se ha producido como consecuencia de la variación

de B con t, en el interior del solenoide, que ha inducido un campo eléctrico no coulombiano.





A.3 ¿Podemos distinguir de alguna manera el campo coulombiano creado por cargas puntuales en reposo y este campo? Recuerda la actividad relativa a campo eléctrico donde se comprobaba que no podía existir una configuración de cargas eléctricas tal que el patrón de campo eléctrico fuera el de la figura:

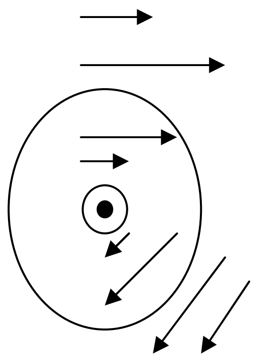
Circulación del campo eléctrico. Variación del campo eléctrico inducido en el interior y exterior de un solenoide.

Teorema de Gauss para campos eléctricos en presencia de campo inducido por variación del campo magnético.

Comentario:

La finalidad más importante de esta actividad es mostrar la diferencia entre los campos eléctricos generados por cargas eléctricas estáticas (campos eléctricos ‘coulombianos’ o ‘conservativos’: E_C) y los inducidos como consecuencia de la variación de un campo magnético con el tiempo (campos eléctricos ‘no coulombianos’ o ‘no conservativos’: E_{NC}).

La experiencia demuestra que el ‘patrón’ de campo eléctrico no coulmbiano que se genera, tanto en el exterior como en el interior de un solenoide en el que la corriente esta variando con el tiempo de manera que el campo magnético asociado crece hacia fuera, es el que se representa en la siguiente figura:



Es decir las líneas de campo, ahora, son cerrada, rodeando al agente que lo ha creado, a diferencia del patrón de líneas de campo creadas por cargas eléctricas estáticas que tenían su origen en las propias cargas y, en muchos casos, eran abiertas.

En el caso actual el campo, en el interior del solenoide es proporcional a la distancia a la que nos situemos del centro (r) y cuando estamos en el exterior decrece con dicha distancia. En todo caso la circulación de dicho campo, a lo largo de una línea cerrada nunca podrá ser cero, dadas las direcciones que el vector campo y el tangente a la línea de circulación tienen, por lo que dicho campo, a diferencia del creado por cargas estáticas no es conservativo:

$$\oint \vec{E}_{NC} \cdot d\vec{l} \neq 0$$

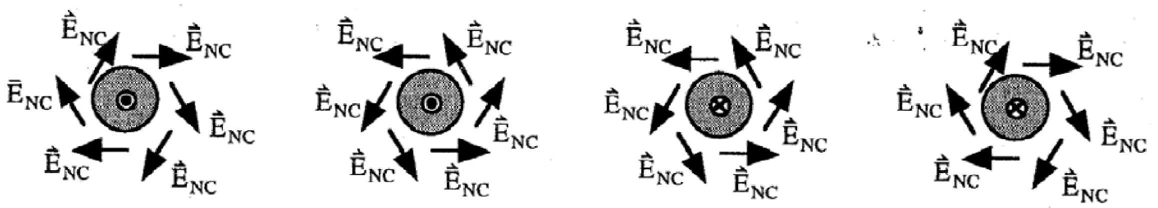
La última cuestión que aquí analizamos es si la ley de Gauss del campo eléctrico se modificaría como consecuencia de la aparición de una nueva fuente de campos eléctricos. Dicha ley, ahora, se tendría que enunciar así:

$$\oiint \left(\vec{E}_C + \vec{E}_{NC}\right) \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

Esa integral se podría descomponer en dos integrales; la correspondiente al campo eléctrico no conservativo siempre daría nula, dad la definición de flujo y teniendo en cuenta que las líneas de campo eléctrico no coulombiano son siempre cerradas. Así que la ley de Gauss, correspondiente al campo eléctrico, no se modificaría en absoluto.

A.4 Explica la dirección señalada en cada una de las siguientes figuras para el campo inducido (no coulombiano) conocida la dirección del campo magnético y su aumento o disminución con el tiempo.

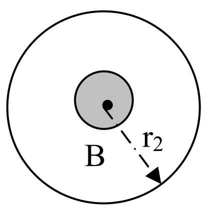
Campo B hacia fuera Crece con el tiempo	Campo B hacia fuera Decrece con el tiempo	Campo B hacia dentro Crece con el tiempo	Campo B hacia dentro Decrece con el tiempo



Comentario:

Así como en las actividades precedentes se ha abordado, desde un punto de vista experimental lo que más adelante se 'modelizará' a través de la ley de Faraday, con esta cuestión se pretende abordar, de una forma equivalente lo que luego se denominará regla de Lenz. En ese sentido, se observa que no siempre el campo eléctrico inducido es contrario al campo B (ver figuras 2ª y 4ª); pero sí, siempre, a cómo varía B con el tiempo.

A.5 Consideremos nuestro solenoide largo en donde el campo magnético saliente creado en su interior debido a la corriente que circula en sus espiras aumenta con el tiempo. Imaginemos que el solenoide se encuentra rodeado por un conductor circular de radio r_2.



Dibuja sobre el conductor el campo eléctrico inducido (no coulombiano E_{NC}).

Si la fem inducida es el trabajo por unidad de carga dado a una partícula para desplazarla a lo largo de una trayectoria cerrada, ¿cuánto vale entonces dicha fem en términos del E_{NC}, omitiendo cualquier otra posible fuente?

¿Y, si elegimos como conductor circular otro de radio $2r_2$? ¿Qué podemos concluir al comparar ambos resultados?

Comentario:

Con esta actividad tratamos de conseguir varios objetivos: por un lado encontrar una relación que ligue el campo eléctrico inducido con la fuerza electromotriz asociada a él. Por otro, empezar a distinguir entre fenómeno de inducción y efectos del fenómeno de inducción.

Con respecto a la primera cuestión que se planteaba se correspondería con el caso a) de la actividad anterior.

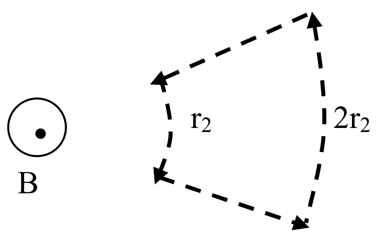
Para el apartado b), cuando $r = r_2$, tendríamos lo siguiente:

$$\varepsilon_{ind} = \frac{W}{q} = \oint \vec{F}_{NC} \cdot d\vec{l} \cdot \frac{1}{q} = \oint \vec{E}_{NC} \cdot d\vec{l} = E_{NC}\, 2\pi r_2$$

Cuando $r = 2r_2$ el valor de la fuerza electromotriz inducida no variaría ya que la disminución del campo se compensaría con el aumento de la longitud de la línea; esto significa que la 'fem' inducida en un circuito cerrado que rodea al solenoide, es independiente del tamaño del circuito.

En todo caso se debe constatar que el fenómeno de inducción consiste en la aparición de un campo eléctrico no coulombiano (se produce <u>siempre</u> que hay una variación de B con t); sin embargo, por ejemplo en este caso, no habría aparecido el efecto de la corriente inducida en el circuito si éste no hubiera sido de material conductor y no por ello se hubiese dejado de producir el fenómeno de inducción electromagnética.

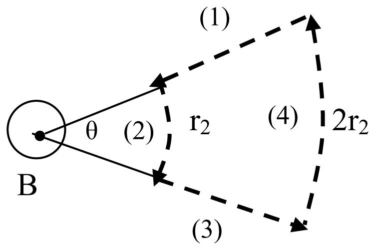
A.6 Consideremos para nuestro solenoide largo, en donde el campo magnético creado en su interior aumenta con el tiempo, una trayectoria cualquiera como la indicada en la figura. Dibuja el campo inducido en los cuatro tramos de la trayectoria.



Obtener la fem por integración del campo inducido (NC) para toda la trayectoria señalada. ¿Qué diferencias observas al comparar este caso y el descrito en la actividad anterior con relación a la fem, al campo inducido y a la corriente inducida? Haz una breve discusión generalizando el resultado.

Comentario:

Se trata aquí de completar la actividad previa en relación a distinguir el fenómeno de inducción de sus efectos. Observaremos, a continuación una experiencia en la que aun produciéndose el fenómeno de inducción electromagnética (variación de B con t y, en consecuencia, aparición de un campo eléctrico no coulombiano) no aparece fuerza electromotriz inducida neta. Demostrémoslo:



En la figura adjunta, hemos dividido el camino cerrado del circuito, que no rodea al solenoide, en cuatro tramos; en el (1) y (4) el campo $\vec{E}_{NC}$ y $d\vec{l}$ son perpendiculares y su producto escalar será cero. En el tramo (2) ambos vectores son paralelos, y en el tramo (4) son antiparalelos. Por lo tanto la ε_{ind} total valdrá lo siguiente:

$$\varepsilon_{ind} = \int_{(2)} \vec{E}_{NC} \cdot d\vec{l} + \int_{(4)} \vec{E}_{NC} \cdot d\vec{l} = E_{NC} \cdot \theta r_2 - \frac{E_{NC}}{2} \cdot \theta 2r_2 = 0$$

La conclusión ha la que hemos llegado es que si el circuito no rodea al agente en el que B varía con t no se genera fem inducida.

Así pues, que en una región haya E_{NC} no implica necesariamente la existencia de ε_{ind}; para ello el conductor debe encerrar la región donde varía B con t. A su vez para que haya corriente inducida además de lo anterior, el soporte material (el circuito) debe de ser de material conductor. En consecuencia, en una región donde haya un campo magnético que varíe con el tiempo, siempre se producirá el fenómeno de inducción electromagnética, pero se deberán dar una serie de condiciones para que ese fenómeno produzca el efecto de una corriente inducida.

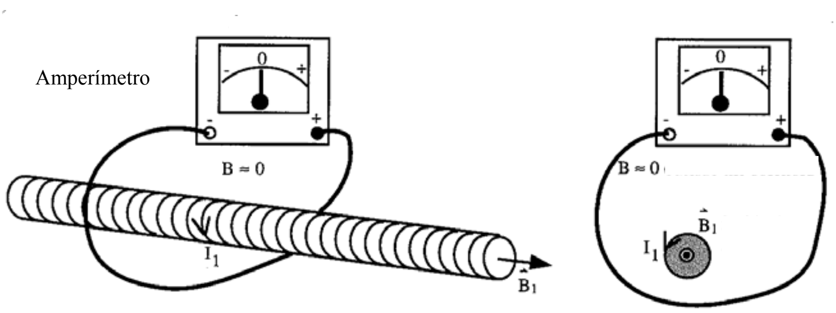
3. ¿Cómo podríamos relacionar los campos eléctricos inducidos no coulombianos con sus fuentes?

Los campos eléctricos sólo los podemos observar de manera indirecta a través de los efectos que producen sobre las cargas eléctricas. Por otro lado, resulta más sencillo medir la corriente en un circuito cerrado que seguir el movimiento de una única partícula cargada. Pasamos a valorar, por tanto, las corrientes causadas por campos eléctricos no coulombianos.

A.7 Supongamos que hacemos variar la corriente I_1 que circula por un solenoide muy largo de radio r_1 y que con un amperímetro medimos la corriente inducida, I_2, en el circuito exterior de resistencia R (ver figura). Si realizamos los cuatro experimentos señalados en el recuadro de la izquierda, razona cuál de las conclusiones a-d se pueden inferir de los citados experimentos:

Experimento 1: Mientras mantenemos creciendo la corriente I_1 en el solenoide, el amperímetro mide una corriente negativa, es decir, I_2 circula en sentido horario. Nota: El amperímetro da una lectura positiva cuando *la corriente a su través* va de la terminal positiva a la negativa.
Experimento 2: Mientras la corriente I_1 en el solenoide se mantiene constante, el amperímetro mide una corriente nula.
Experimento 3: Mientras mantenemos decreciendo la corriente I_1 en el solenoide (con un ritmo de crecimiento mitad que en el experimento 1), el amperímetro mide una corriente que es la mitad de la medida en el experimento 1 y positiva, es decir, I_2 circula en sentido antihorario.
Experimento 4: Si utilizamos un solenoide que en su interior cree el mismo campo magnético que el del experimento 1, pero cuya sección transversal sea el doble, se observa que I_2 se duplica.

a) El campo eléctrico no coulombiano (y por tanto la fem) inducido en el circuito exterior que rodea al solenoide es proporcional al ritmo de cambio del campo magnético en el interior del solenoide, dB/dt.
b) Un campo magnético estacionario no da lugar a campo eléctrico inducido no coulombiano.
c) El campo eléctrico no coulombiano inducido en el exterior del solenoide es proporcional al área de la sección transversal del solenoide.
d) Un campo magnético variable con el tiempo en el interior del solenoide induce un campo eléctrico no coulombiano (y por tanto una fem) en el circuito exterior que rodea al solenoide.

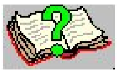


Comentario:

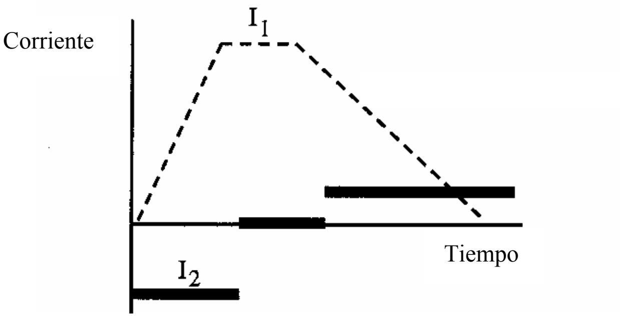
Se trata, de nuevo de acercarse a la ley de Faraday desde un punto de vista experimental para luego comprender el modelo matemático que cuantifica estos hechos a través de dicha ley.

Habrá que recordar, antes de contestar con criterio a esta actividad, determinados aspectos analizados en temas anteriores tales como: el valor del campo magnético de un solenoide; la relación de la fem inducida con el campo eléctrico no coulombiano inducido; ley de Ohm.

Las relaciones correctas son: 1→ d); 2 → b); 3 → a); 4 → c)



A.8 En relación con los experimentos y las conclusiones de ellos inferidas en la actividad anterior, explica razonadamente lo que expresa la siguiente gráfica:



Comentario:

Se trataría en esta actividad abordar, una vez más, uno de los objetivos 'transversales' de todo el curso, como es el analizar un problema a través del lenguaje gráfico.

En este caso se debería llegar a la conclusión de que:

1ª fase: Un incremento lineal de I_1, y por tanto de B_1, produce una corriente, I_2, constante y negativa.

2ª fase: Como I_1 se mantiene constante, y por tanto también B_1, no se induce corriente alguna.

3ª fase: Como I_1 disminuye linealmente con el tiempo, también lo hará B_1 y, en consecuencia se inducirá una corriente, I_2, constante y positiva

4. ¿Será posible conseguir una f.e.m. como consecuencia, exclusivamente, de mover un elemento conductor a través de una región donde existe un campo magnético constante?

Hemos visto en las primeras actividades de este tema, cómo cuando el campo magnético cambia con el tiempo, se induce una fuerza electromotriz (con las condiciones adecuadas). Trataremos, ahora, de analizar un caso en el cual dicha fem se produce debido a que un alambre conductor se mueve a través de un campo magnético fijo (o, se muevan partes de un circuito inmerso en un campo magnético constante).

A.9 a) Escribe la ley de fuerza de Lorentz incluyendo en ella todos los términos que puedan hacer moverse a las cargas. b) Escribe la fem entendida como el trabajo total realizado sobre la unidad de carga para desplazarla alrededor de una trayectoria cerrada e identifica cada uno de los términos obtenidos. ¿Aprecias alguno que aún no hemos valorado? ¿Lo relacionas con el párrafo introductorio previo a esta actividad?

Comentario:

Hasta el momento el fenómeno de inducción que hemos analizado se debía al fenómeno físico de la variación de un campo magnético con el tiempo. La cuestión que aquí nos vamos a plantear, y que completará el estudio del fenómeno de inducción electromagnética, es si para ese observador inercial que está en reposo, y con el que estamos evaluando los fenómenos desde el comienzo del tema, existirá otra caua física distinta a la analizada que también produzca el fenómeno de inducción.

Para abordar esto partiremos de recordar la ley de Lorente así como la definición de fem y cotejar lo que aparece con lo que ya sabemos para poder sacar conclusiones, de forma razonada

$$\text{Ley de Lorentz: } \vec{F} = q\vec{E}_C + q\vec{E}_{NC} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

En consecuencia la fuerza electromotriz definida ya en la actividad: A5 valdría:

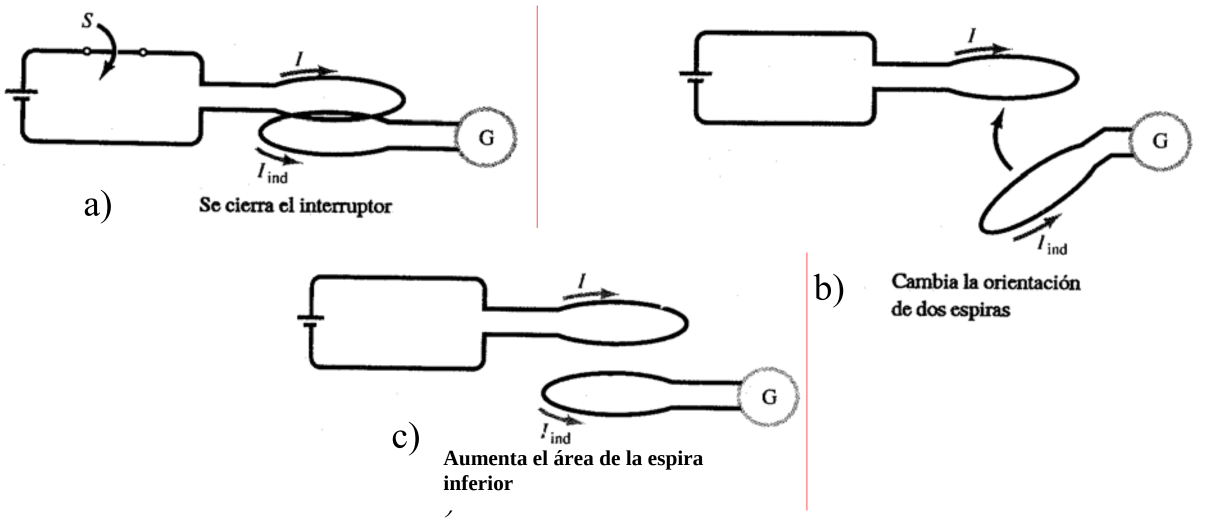
$$\varepsilon = \oint \vec{E}_C \cdot d\vec{l} + \oint \vec{E}_{NC} \cdot d\vec{l} + \oint (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

Analizando detenidamente esta última expresión, podemos deducir lo siguiente:

En la parte derecha de la igualdad, el primer término siempre es cero dado el carácter conservativo de ese campo; el segundo término (de ámbito eléctrico) es el estudiado en las actividades previas. Como se observa queda aún un tercer término no nulo de carácter magnético, para el observador inercial en reposo, que también da lugar a una fem inducida y que analizaremos más en profundidad.

De todo lo anterior se deduce que, para un observador inercial en reposo, existen dos fenómenos físicos distintos que producen el fenómeno de inducción electromagnética, a saber: una variación de un campo magnético con el tiempo (fenómeno de índole eléctrica) y/o movimiento de un conductor a través de un campo magnético constante (fenómeno de carácter magnético).

A.10 Razona si se inducirá corriente en las espiras para cada una de las siguientes situaciones, identificando, en cada caso, la fuente de fem:



Comentario:

Se presenta a los estudiantes tres experiencias en las que por motivos diferentes se obtiene una corriente inducida. En el primer caso por la variación de B, en el segundo por la variación de la orientación relativa de B y dS, y en el último caso, variando el área de la espira. Esto, en principio, debería ser una buena pista para plantear a los alumnos, más adelante, el fenómeno de la inducción en términos de flujo magnético, tal y como Faraday lo hizo.

También se puede aprovechar la actividad para analizar, en términos de tipos de fuerzas, el porque de la creación de la corriente inducida. En ese sentido, en el primer caso, el observador inercial diría que se ha debido a una fuerza de tipo eléctrico, (variación de B con t), mientras que en los dos casos siguientes sería de tipo magnético, (movimiento de un conductor en un B que lo podemos asimilar a un valor constante).

5. ¿Existirá alguna ley que cuantifique de forma única los dos fenómenos físicos observados anteriormente? Ley de Faraday-lenz

A.11 ¿Conoces alguna magnitud que englobe la intensidad del campo magnético, el área de una superficie y la orientación relativa de ambas? Calcula el valor de esa magnitud para la situación descrita en las actividades A.7 y A.10, y comprueba si su variación temporal coincide con la magnitud de la fem inducida en cada caso.

Comentario:

Como ya se había adelantado en la actividad anterior, el objetivo de estas últimas actividades es el de abordar la ley de Faraday de una forma razonada y crítica huyendo de una presentación meramente operativa de dicha ley.

Con respecto a la primera parte de la actividad, se debería llegar a la conclusión de que esa magnitud es el flujo magnético.

En lo que se refiere a la comprobación de la experiencia de la actividad A.7, veamos:

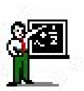
El flujo magnético que atraviesa el circuito que rodea al solenoide, coincide con el flujo que atraviesa el interior del solenoide pues el $B_{ext} = 0$. Concretamente el flujo valdría:

$$\Phi_B = B_1 \pi r_1^2;$$

Su variación temporal sería: $\frac{d\Phi_B}{dt} = \pi r_1^2 \frac{dB_1}{dt}$; esto implicaría lo siguiente:

Si dB_1/dt crece $\rightarrow$ $d\Phi_B/dt$ crece
Si $dB_1/dt = 0$ $\rightarrow$ $d\Phi_B/dt = 0$
Si r_1 crece $\rightarrow$ $d\Phi_B/dt$ crece

A la vista de lo anterior a la variación del flujo magnético, con respecto al tiempo, le sucede lo mismo que a la a la fuerza electromotriz inducida (fem): ε, que valorábamos y calculábamos en las primeras actividades del tema.



Ley de Faraday.

Comentario:
El objetivo de esta última parte de la actividad A.11, es que el profesor presente, analizado todo lo anterior, una de las leyes fundamentales del Electromagnetismo que es la denominada ley de Faraday (más tarde se completará con la regla de Lenz, para determinar el sentido de la 'fem').

Así pues, la ley de Faraday nos indica que la fem inducida en cualquier recorrido (circuito) material o virtual, viene cuantificada por la rapidez con que el flujo magnético está variando a través de dicho recorrido. Esto se refleja, matemáticamente de la siguiente forma:

$$|\varepsilon| = \left|\frac{d\Phi_B}{dt}\right|$$ donde el flujo magnético Φ_B tiene un valor: $\Phi_B = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S}$

De otra forma, se podría expresar: $\varepsilon = \varepsilon_{B(t)} + \varepsilon_{movimiento}$; estos términos de la derecha se corresponderían con los términos de la derecha 2º y 3º que aparecían en el comentario de la actividad A.9, así como con los dos sumandos que surgen al derivar el flujo magnético con respecto al tiempo.

En consecuencia, la ley de Faraday, para un observador inercial en reposo, da cuenta de si la variación del flujo magnético se debe a la variación del campo magnético con el tiempo o si es debido al área barrida por el circuito cuando se mueve a través de un campo B constante (o por ambas causas). Esta es la mayor virtualidad de la ley de Faraday, que es capaz de cuantificar la fem inducida, con una misma expresión matemática, de dos procesos, que para el observador aludido, son totalmente diferentes.

En relación con lo que acabamos de decir, se podría demostrar, analíticamente, que la parte de la fem debida al movimiento: $\varepsilon_{movimiento}$, que resultaría, cuando derivamos el flujo con respecto al tiempo, (en la expresión de la ley de Faraday): $B\frac{dS_m}{dt}$, tendría el mismo valor que: $\oint\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)\cdot d\vec{l}$; siendo S_m la superficie 'barrida' por el conductor cuando se mueve a través del campo magnético constante (en ocasiones esa superficie 'barrida' no coincide con la superficie que encierra el propio circuito, en el supuesto de que éste fuera cerrado)

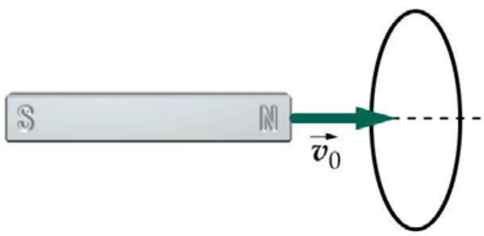
A.12 La ley de Faraday nos da cuenta de la magnitud de la fem inducida. Para reflejar la dirección de dicha 'fem' y, en su caso, del campo no coulombiano inducido, podemos imaginar un hilo conductor que rodee a la región de flujo cambiante tal que *"La fuerza electromotriz inducida daría lugar a una corriente en la dirección que produzca un campo magnético que trate de mantener el flujo constante (el efecto se opone a la causa)"* a) Contrasta la veracidad de esta regla (regla de Lenz) para todas las situaciones que hasta este punto hemos considerado.
b) Durante la corrección de un examen escrito el profesor constata el siguiente error: *"La fem inducida da lugar siempre a una corriente que produce un campo magnético que se opone al campo magnético aplicado"*. Utiliza un ejemplo que demuestre la limitada validez de dicha afirmación.

Comentario:

Se trata en esta actividad de cotejar la regla de Lenz con las experiencias realizadas en las actividades previas y, finalmente, llegar a la conclusión de la certidumbre de la denominada 'regla de Lenz'.

El apartado b) tiene por objetivo desmontar una de las ideas que muchos estudiantes tienen, mostrándoles algún contraejmplo como podrían ser las experiencias 2ª y 4ª de la actividad A.4.

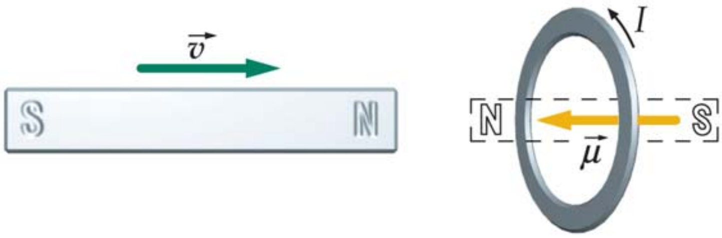
A.13 Supongamos que lanzamos con una pequeña velocidad el imán hacia la bobina de la figura. a) Razona de manera cualitativa la sucesión de procesos que se desencadenan, teniendo en cuenta el sentido de la corriente inducida y las consiguientes fuerzas entre el imán y la



espira. b) En base a lo anterior, ¿si el sentido de la corriente inducida fuera el contrario, se violaría el principio de conservación de la energía?

Comentario:

El objetivo de esta actividad es doble: por un lado, utilizar en una experiencia concreta la ley de Faraday, (en la figura siguiente se ilustra el problema del apartado a), y por otro, hacer especial hincapié que la regla de Lenz no es otra cosa, aplicada a la inducción magnética, que el Principio de Conservación de la Energía.



A.14 Ley de Faraday con la regla de Lenz.

Comentario:

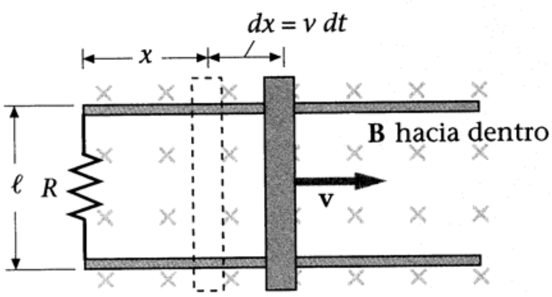
Esta actividad pone el colofón al conjunto de actividades abordadas hasta el momento, que tenían un objetivo básico: analizar la denominada ley de Faraday-Lenz, que en su forma integral (que es la que estudia en este nivel) adquiere la siguiente forma:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Donde el signo menos ‘modeliza’ la regla de Lenz.

Recordamos que las fuentes de esa fem pueden ser: variación de B con t; movimiento de un conductor a través de un B constante; ambas a la vez. En el primer caso no hace falta presencia de materia; en el segundo sí.

A.15 En la figura está representada una barra conductora, que se impulsa hacia la derecha con una velocidad v. Dicha barra se apoya en un rail conductor con forma de ‘U’. Utilizando la ley de Faraday-Lenz calcula, razonadamente, tanto el sentido como el valor de la fuerza electromotriz inducida. ¿Qué sucedería si la barra no se apoyase en dicho rail?



Comentario:

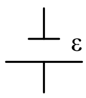
Con esta actividad empezamos un conjunto de ellas que tienen como objetivo fundamental, aplicar la ley de Faraday-Lenz.

En este caso el fenómeno de inducción se debe al movimiento de un conductor a través de un campo magnético constante.

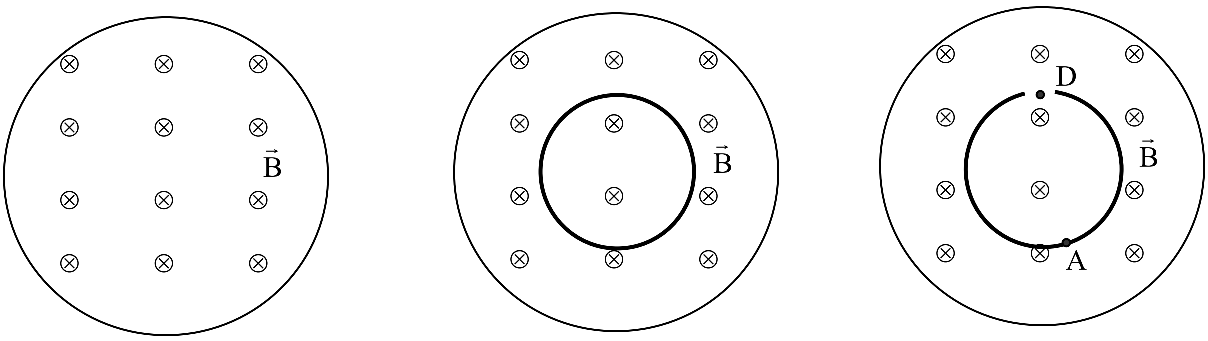
El área barrida por la barra en un dt es: ldx; como B es constante, la rapidez de cambio del flujo magnético será: $\frac{d\Phi}{dt} = Bl\frac{dx}{dt} = Blv$; siendo v la velocidad que lleva la barra.

En cuanto al sentido de la fem y de la corriente inducida, teniendo en cuenta la ley de Lenz será 'horario'.

Si la barra se mueve sin estar apoyada en los raíles, los libros de texto suelen abordar el asunto , exclusivamente, aplicando la ley de Lorenz, dando la sensación de que la ley de Faraday no es adecuada; esto no es así. El planteamiento es análogo a lo anterior: mientras la barra se mueve, va barriendo un área y se induce una fem (del mismo valor que antes: Blv) en dicha barra, que hace que se muevan las cargas; ahora bien como el circuito es abierto (virtual) aparecerán unas densidades de carga, positivas en la parte de abajo y negativas en la parte de arriba de la barra. Si dicha barra se colocara más tarde sobre los raíles se comportaría como una batería con la siguiente polaridad (en este caso):



A.16 El campo magnético en el interior de un solenoide aumenta con rapidez constante dB/dt=α. a) Determinar el campo eléctrico inducido dentro del solenoide. ¿Existirá corriente inducida en esta región? b) Si introducimos en el interior del solenoide una espira conductora de radio r y resistencia R concéntrica con él, valora el módulo y sentido de la corriente



a) b) c)

inducida, si la hay. c) Si a la espira metálica del apartado anterior le hacemos una pequeña rendija (ver figura): ¿Será estable la corriente inducida, si la hay?

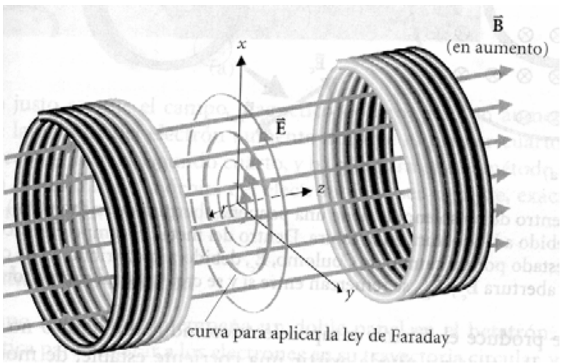
Una vez alcanzado el equilibrio electrostático calcula el campo eléctrico en el punto D y en el punto A de la figura.

Comentario:

Con esta actividad s pretenden varias cosas: en primer lugar distinguir entre fenómeno de inducción y efecto de ese fenómeno; además aplicar la ley de Faraday a una situación concreta y, finalmente, hacer un recordatorio de determinada propiedad que tienen los materiales conductores.

En lo que se refiere al apartado a), el fenómeno de inducción se produce, induciéndose un campo eléctrico no coulombiano: E_{NC}; ahora bien para que dé lugar a una corriente inducida deberemos tener un medio conductor, como sucede en el apartado b).

En esta actividad el sentido del campo eléctrico, así como la fem inducida y la corriente (en su caso) son antihorario (ver figura)



Para calcular el módulo del campo recurriremos a la ley de Faraday:

$$\varepsilon = \oint \vec{E}_{NC} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \text{ donde el flujo magnético es: } \Phi_B = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

En este caso: $\Phi_B = B\pi r^2 \rightarrow d\Phi_B/dt = \pi r^2 dB/dt = \pi r^2 \alpha$; por otro lado la 'circulación' del campo E_{NC} es igual a : $E_{NC}\ 2\pi r$; igualando, el módulo del campo valdrá: $E_{NC} = \alpha r/2$. Para calcular la corriente inducida, en el apartado b), bastaría con aplicar la ley de Ohm.

En el apartado c) también se produciría el fenómeno de inducción, apareciendo un campo eléctrico no conservativo en todos los puntos donde ponemos la espira conductora con la rendija en D → se moverían las cargas, pero al ser circuito abierto, en el lado derecho de D (en la espira) se crearía una densidad de cargas positivas y en la izquierda una densidad de cargas negativas, de manera que en el punto D habría un gran campo eléctrico, dirigido hacia la izquierda, suma de dos campos, uno no conservativo, producido por la variación del campo magnético en la zona y otro conservativo, generado por las densidades de carga eléctrica que han surgido en los extremos de la rendija de la espira.

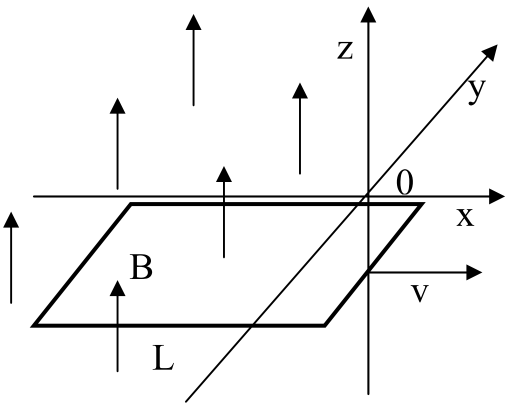
En el punto A de la espira, y una vez alcanzado el equilibrio electrostático, el campo neto debería ser cero...y lo es. En ese punto hay dos campos, uno no conservativo, dirigido hacia la derecha y otro, debido a la redistribución de cargas en la espira, dirigido hacia la izquierda y del mismo módulo.

A.17 El flujo que atraviesa una espira viene dado por $\phi = \left(t^2 - 4t\right).10^{-1} T.m^2$, donde t se mide en segundos. Representar gráficamente las funciones $\phi_B(t)$ y $\varepsilon(t)$ e interpretar dichos gráficos de acuerdo con las leyes de la inducción magnética.

Comentario:

El objetivo fundamental que se pretende con esta actividad, que desde el punto de vista formal es eminentemente matemática, es trabajar el lenguaje gráfico y saber pasar del lenguaje analítico al gráfico y viceversa. En todo caso como se observa por el icono es una actividad que es de autoevaluación y no se realiza en el aula.

A.18 a) Un campo magnético constante sólo tiene componente *z*, B, en la región x<0, y es cero cuando x>0. Una espira cuadrada metálica de lado L se orienta en el plano *xy*, y se tira de ella a través del campo con velocidad uniforme $\vec{v} = v\vec{u}_x$. Si la resistencia total de la espira es R, calcular la corriente inducida en la espira, suponiendo que el lado delantero del cuadrado cruza la línea x=0 cuando t=0.



b) En la simulación 'Movimiento de una espira a través de un campo magnético', puedes contrastar determinadas valoraciones hechas en el apartado anterior.

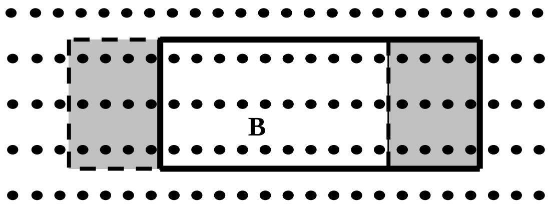
Comentario:

Esta es una situación problemática, que con más o menos variantes, se propone en la mayoría de los libros de texto y/o de problemas de primeros ciclos universitarios, pues bien la mayoría de ellos, tal como los resuelven, podrían, entendemos, inducir a confusión a los estudiantes; es precisamente analizar esta forma de abordar la actividad, y mostrar la alternativa, el objetivo fundamental de esta situación problemática.

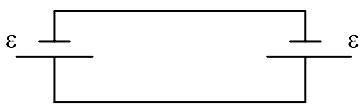
Veamos, en primer lugar, aunque aquí no se pregunte explícitamente qué sucedería cuando la espira viaja (toda ella) en la zona en la que existe el campo magnético...

Cuando la espira se mueve completamente dentro de la región donde hay campo magnético, la mayoría de los libros de texto explican que la fem inducida en la espira vale cero pues no existe variación de flujo magnético a través del área de la misma, $|\varepsilon| = \dfrac{d\Phi_B}{dt} = 0$. En consecuencia, podría entenderse que no se produce el fenómeno de inducción; pero, por otro lado, se podría argumentar que si hay movimiento de un conductor a través de un campo magnético perpendicular a él, la fuerza de Lorentz asegura la existencia de fem inducida, ¿existe, por tanto, alguna contradicción o incoherencia física en el análisis anterior?...la respuesta es no, veamos:

En el supuesto de una espira moviéndose dentro de un campo magnético constante, la ley de Faraday explica que hay un fenómeno de inducción en la parte 'delantera' de la espira y en la 'trasera'. Esto es debido a que se valora el área barrida por la espira en su movimiento y no el área de la espira misma (ver figura siguiente, que es la espira vista desde arriba y proyectada en la hoja vertical.

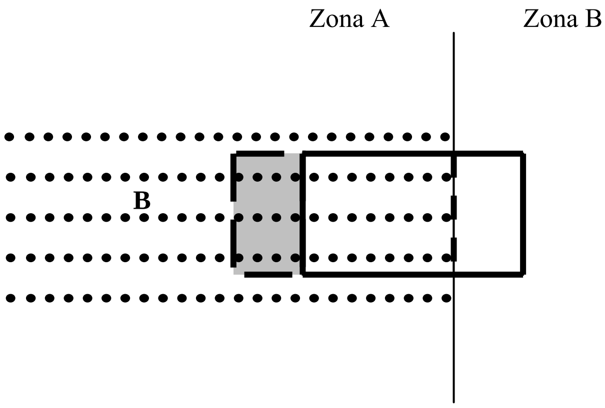


En dicha figura se representa a la espira en una determinada posición (trazo discontinuo) y luego al cabo de un cierto tiempo (trazo continuo); las áreas sombreadas son las que ha barrido la espira; en ambas hay una variación de flujo no nula y aparece una fem, debido al movimiento, en el lado derecho e izquierdo de la espira. Las dos variaciones de flujo se contrarrestan y la variación de flujo neto (y la fem inducida neta) es nulo. La espira se comporta como si tuviéramos un circuito como el representado en la figura de abajo.

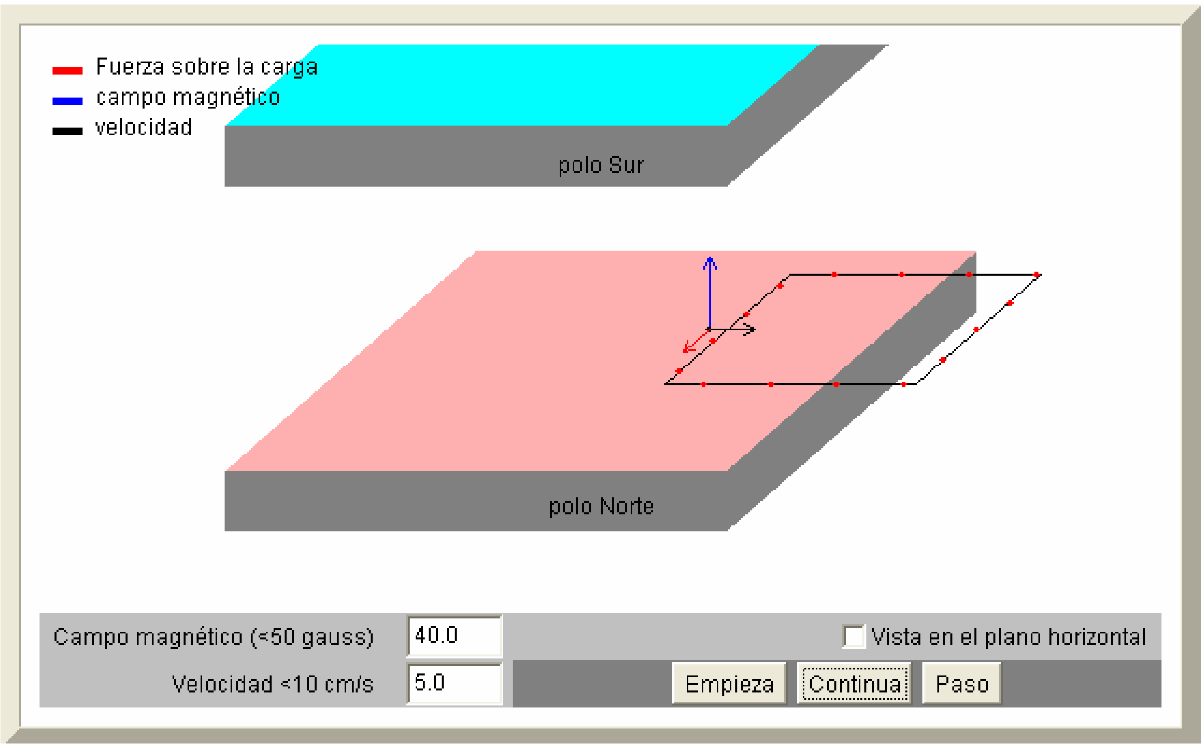


Evidentemente por ese circuito no fluiría corriente eléctrica alguna, pero ello no significa que carezca de fuentes de alimentación; existen dos, pero al ser del mismo valor y estar en 'oposición' generarán una fuerza electromotriz neta nula.

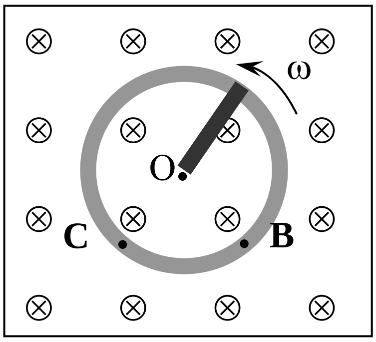
En lo que se refiere propiamente nuestra actividad, la mayoría de los libros de texto de Física General (Fishbane et al. 1996, Tipler y Mosca 2005, Serway, 1992) analizan la experiencia anterior considerando el período de tiempo en que la espira está saliendo (o entrando) de la zona donde existe campo magnético (zona A en la figura siguiente) a la zona en la que ya no hay campo magnético alguno (zona B en dicha figura). La explicación habitual es que aparece una fuerza electromotriz en la espira que coincide, numéricamente, con la variación del flujo magnético a través del área no sombreada de la Zona A de esa figura cuya valor es L(L-vt) . Sin embargo, de acuerdo con la ecuación de la ley de Faraday, el área que se debe tomar es la barrida por la espira dentro del campo magnético. Es decir el área adecuada es la que está sombreada a su izquierda (ver figura), cuyo valor es Lvt. Al derivar respecto del tiempo para obtener el valor de la fem inducida, ambas expresiones dan el mismo resultado numérico (en valor absoluto), aunque la interpretación sólo es correcta cuando se tiene en cuenta el área Lvt. Ahora la cosa funcionaría como si en la parte de izquierda de la espira hubiera la batería que antes indicábamos, pero en la zona delantera ninguna, pues ya está fuera de la zona donde existe campo magnético; esto provocaría en la espira, mientras está saliendo, una corriente inducida en sentido 'antihorario', coherente con la regla de Lenz.



En el último apartado de la actividad se plantea a los estudiantes un 'fislet' en el que se pretende que lo utilicen como análisis de los resultados que han obtenido en la primera parte de dicha actividad.



A.19 Una varilla metálica de longitud ***l*** se hace girar con velocidad angular **ω** constante en torno a un eje que pasa por su extremo O, mientras que el otro extremo se apoya sobre una espira conductora circular de radio ***l***. El sistema se encuentra inmerso en un campo magnético uniforme perpendicular al plano de la espira y entrante, como se aprecia en la figura.



Si el sistema actúa como un pequeño generador del que pretendemos extraer corriente eléctrica y cuya resistencia es despreciable: a) Razona cualitativamente en que posición conectarías, para la extracción de corriente, un circuito externo de resistencia **R**, en OB o en CB. Para ello valora previamente si se induce corriente en la espira, en la varilla o en ambas y considera la consiguiente redistribución de cargas. b) Obtén la expresión matemática de la corriente extraída del generador al circuito externo.
Dato: El área de una sección circular de radio l: $S=1/2(\theta.l^2)$.

Comentario:

Se presenta en esta actividad una situación equivalente a la que ya se analizó en la actividad A.15, (movimiento de una barra en un campo magnético), con la salvedad de que ahora el movimiento del conductor es de rotación en vez de traslación.

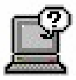
Uno de los objetivos fundamentales de esta actividad es utilizar los resultados obtenidos para poder abordar con criterio la actividad siguiente, que la mayoría de los autores sólo la analizan utilizando la fuerza de Lorentz y casi nunca la ley de Faraday-Lenz como nosotros haremos a continuación para resolver esta actividad.

La barra cuando va girando, barre un área, que es un sector circular, y se induce en ese circuito virtual, y en consecuencia en la barra, una fuerza electromotriz en sentido, en este caso, 'antihorario'; como el circuito es abierto, provocará que en la parte de la barra que se apoya en la espira circular aparezca una densidad de carga negativa y, por lo tanto, en la zona de la barra unida a O una densidad de carga positiva. Como consecuencia de la aparición de la densidad de carga negativa en el extremo de la barra que se apoya en la espira conductora circular, ésta, por contacto, se cargará negativamente, así que sus puntos C y B estarán al mismo potencial (en este caso negativo), de manera que para conseguir ese pequeño generador deberemos unir puntos que estén a diferente potencial, po lo tanto los puntos O y B.

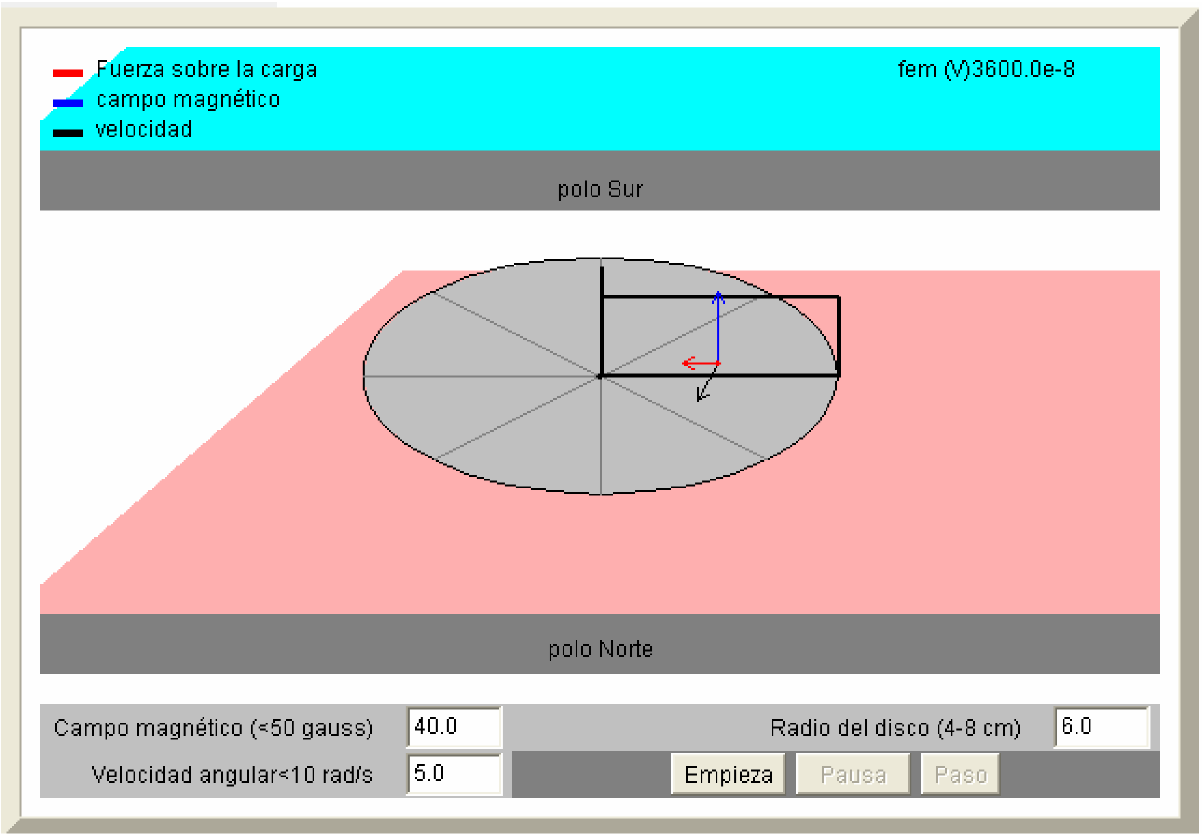
Desde el punto de vista cuantitativo (utilizando la ley de Faraday) tendremos:

$$\Phi = \tfrac{1}{2} B\theta l^2 \rightarrow d\Phi/dt = \tfrac{1}{2} B\omega l^2$$

Para calcular la corriente inducida, I_m, bastará con aplicar la ley de Ohm y, en consecuencia, dividir la variación del flujo, (valor absoluto de la fem: ε) por la resitencia R.



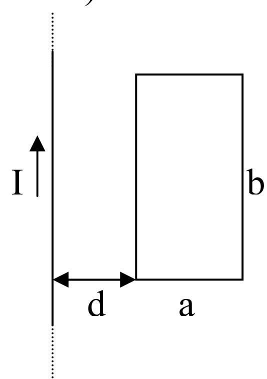
A.20 Utiliza la simulación 'Inducción homopolar' para contrastar que la ley de Faraday-Lenz es capaz de explicar la fuerza electromotriz inducida en la experiencia denominada: "Disco de Faraday", a pesar de la aparente invariancia del flujo magnético en dicha experiencia.



Comentario:

Como ya se ha comentado anteriormente utilizaremos el fislet para, entre otras cosas, ver una situación experimental, muy estudiada, de aplicación de la actividad anterior.

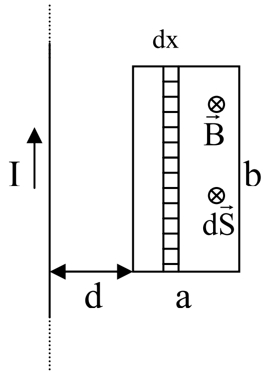
A.21 Un alambre largo y rectilíneo transporta la corriente I. a) Obtener la expresión del flujo magnético a través de la espira rectangular de la figura, así como la fem inducida, cuando esta se encuentra en reposo. b) Evaluar la respuesta para a=5cm, b=10cm, d=2cm e I=20A. c) Obtener la expresión de la fem inducida si la espira comienza a alejarse horizontalmente del hilo con velocidad constante, desde la posición del apartado anterior.



Comentario:

Esta actividad es complementaria a otra propuesta en el tema de 'fuentes del campo magnético', de hecho los apartados a) y b) ya se analizaron entonces, casi en su totalidad. Es la resolución del apartado c) el que se inscribe en el contexto de este tema. En todo caso, en el apartado a) se hace especial hincapié en que en la ley de inducción de Faraday, la fem inducida es consecuencia de la variación del flujo magnético respecto del tiempo y no respecto del espacio

En el apartado a) calculamos primero el diferencial del flujo a través de la 'franja' rayada de la figura y luego el total a través de la integral de superficie (teniendo en cuenta que el campo creado por un hilo 'muy largo', no es constante).



$$\Phi_B = \frac{\mu_0 Ib}{2\pi}\int_d^{d+a}\frac{dx}{x} \Rightarrow \Phi_B = \frac{\mu_0 Ib}{2\pi}\ln\left(1+\frac{a}{d}\right) \quad \Rightarrow$$ no se induce fem alguna pues el flujo no depende de t.

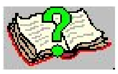
Con los datos numéricos se obtiene: $\Phi_B = 5'01 \text{x}\ 10^{-7}$ Wb.

En el aprtado c) la espira se aleja con v = cte. y para t = 0 $\Rightarrow$ x_0=d; entonces la distancia d' en cualquier instante será: d' = d+vt. Bastará, pues, en la expresión anterior del flujo, sustituir el límite inferior por: d+vt y el superior por: d+vt+a; resolviendo la integral quedaría:

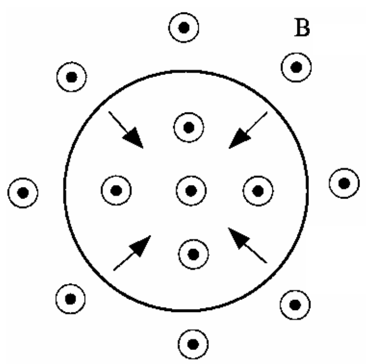
$$\Phi_B = \frac{\mu_0 Ib}{2\pi}\ln\left(\frac{d+vt+a}{d+vt}\right).$$ Aplicando, ahora, la ley de Faraday (derivando respecto al tiempo el flujo, obtendremos el valor absoluto de la fem inducida)

$$|\varepsilon| = \frac{\mu_0 Ib}{2\pi}\left(\frac{v}{d+vt+a} - \frac{v}{d+vt}\right) = \frac{\mu_0 Ibva}{2\pi(d+vt+a)(d+vt)}$$

El sentido, utilizando la regla de Lenz, será, en este caso, 'horario'.



A.22 Supongamos una región del espacio donde existe un campo magnético, cuya dirección y sentido se indica en la figura, (•) y cuyo módulo varía con el tiempo, <u>creciendo</u>, de la forma siguiente: $\frac{dB}{dt}$. En dicha región colocamos un anillo elástico de metal, el cual lo estiramos, conservando su forma circular. Cuando lo dejamos en libertad el anillo se contrae, (ver figura),



disminuyendo su radio según: $\frac{dr}{dt}$. a) Si la resistencia óhmica del anillo es R, ¿cuál es la expresión del valor de la corriente inducida I? b) ¿Qué condición debería producirse para que la fem inducida en el anillo fuese nula?
c) Haz una discusión acerca del sentido de la corriente inducida en el anillo cuando la fem inducida en aquél no sea nula.

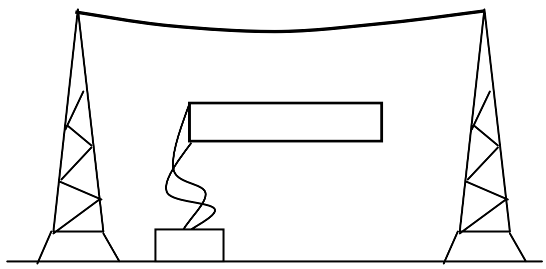
Comentario:

El objetivo de esta actividad, es plantear un experiencia en la que se den, a la vez, las dos 'fuentes' de inducción: la vista por el observador inercial en reposo como de índole eléctrica (variación de B con t y aparición de un campo eléctrico no conservativo), y la observada como de ámbito magnético (movimiento de un conductor en B constante; en este caso el decrecimiento del tamaño de la espira). En los dos casos cuantificada, a través de la ley de Faraday-Lenz, como la rapidez de variación del flujo magnético.

En este caso, y así lo hemos diseñado, se producía una doble inducción que, por ser contrapuesta, eventualmente, podía dar lugar a una fem inducida nula.

Tal como indica el icono de la actividad es una situación que se plantea como una autoevaluación que se hará por grupos.

A.23 Un campesino avispado ha sido descubierto robando corriente de las líneas de alta tensión que pasan por sus tierras y por las que circula corriente alterna según $I=I_0 \operatorname{sen}\omega t$. Para ello utilizaba un dispositivo como el que se esquematiza en la figura. ¿Cuál es la fem extraída?

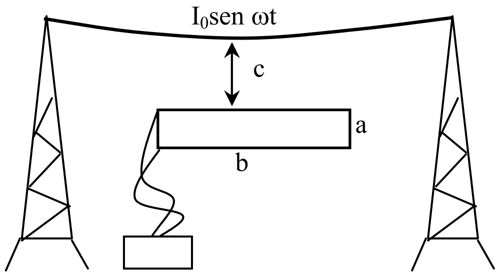


Comentario:

Aunque su resolución se ajusta a los parámetros de los problemas habituales de inducción electromagnética, el enunciado pretende incluir una cierta dosis de humor que pueda ayudar a que los estudiantes aborden el problema con mayor ánimo. La inclusión, a posteriori, de datos numéricos que se ajustan a la realidad, permite valorar la eficacia del método y especular sobre su posible mejora e inconvenientes. Desde el punto de vista de las estrategias de resolución, destaca la dificultad que supone el que el campo magnético, además de ser variable con el tiempo, también varíe con la posición. Veamos cómo aborda la situación.

¿Cómo podemos interpretar el método empleado por el campesino para extraer corriente de las líneas de alta tensión?

Al ser la corriente alterna, su intensidad es variable con el tiempo y esto hace que el flujo del campo magnético que esta corriente crea en su entorno, a través de cualquier superficie delimitada por una espira conductora, sea también variable con el tiempo. Este flujo variable da lugar a una fem inducida en la espira que es la que, a través de las conexiones pertinentes, el campesino extrae para su beneficio.



En el esquema se nos indica que se utiliza una espira rectangular próxima a los hilos de alta tensión, que no son rectilíneos, aunque si consideramos la espira lo suficientemente próxima a ellos, podremos actuar como si lo fueran y simplificar así los posteriores cálculos.

¿Cómo deberá diseñar su dispositivo el aldeano para maximizar la fem extraída?

La fem extraída deberá depender de todos aquellos factores que alteren la variación temporal del flujo magnético a través de la espira conductora utilizada. Es decir, dependerá de aspectos característicos de la línea de alta tensión (los cuales el campesino no podrá modificar) y de variables relativas a la propia espira conductora y su posición relativa respecto a los cables de corriente (sobre las que sí podrá actuar).

Entre los primeros tenemos:

La intensidad I_0 que circula por la línea que, cuanto mayor sea, mayor campo creará en su entorno dando lugar a una mayor variación temporal del flujo.
La frecuencia angular $\omega=2\pi f$ que, cuanto mayor sea, mayor será el ritmo de cambio de la intensidad que circula por los cables y mayor la variación temporal del flujo magnético que crea a través de la espira.

Los parámetros sobre los que el aldeano podrá incidir son:

La distancia c de la espira al hilo que, cuanto mayor sea, menor será el campo magnético en la región ocupada por la espira y menor el flujo a su través. Además, si pretendemos considerar el hilo como rectilíneo e infinito no deberíamos alejar la espira mucho de él.

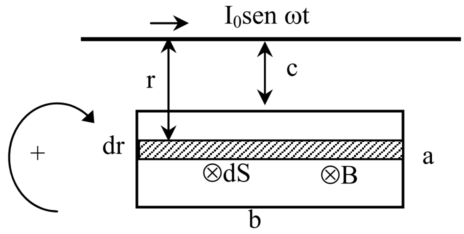
Las propias dimensiones a y b de la espira que, cuanto mayores sean, mayor será el flujo a su través.

También influye la orientación de la espira respecto del cable de alta tensión. En el presente caso viene dada en la figura y se corresponde con la orientación de máximo flujo y, por tanto, la más favorable.

Un último factor que incidirá, distinto de los dos tipos antes citados, es la permeabilidad del medio que altera el campo. En nuestro caso consideraremos el aire y, por tanto, constante.

Como la corriente es alterna, la fem inducida variará de forma análoga con el tiempo. Su valor máximo ε_0 vendrá dado por $\varepsilon_0=\varepsilon_0\,(I_0, \omega, a, b, c, \mu_0)$.

¿Cómo podremos obtener la expresión matemática del campo magnético creado por la lámina?



Para obtener la fem inducida deberemos calcular la variación temporal del flujo magnético a través de la superficie definida por la espira de corriente. Como el campo creado por el hilo de alta tensión varía con la distancia a él, el flujo lo calcularemos dividiendo la espira en franjas diferenciales y luego sumando mediante una integral definida:

$$\Phi = \int_S \vec{B} \bullet d\vec{S} = \int_c^{c+a} \frac{\mu_0 I}{2\pi} b \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln\left(\frac{c+a}{c}\right)$$

Como $I = I_0 \text{sen}\omega t$, la fem inducida:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{\mu_0 I_0 b\omega}{2\pi} \ln\left(\frac{c+a}{c}\right)\cos\omega t$$, con sentido alterno en el tiempo.

Su valor máximo, en valor absoluto, será:

$$\varepsilon_0 = \frac{\mu_0 I_0 b\omega}{2\pi} \ln\left(\frac{c+a}{c}\right)$$

¿Es coherente el resultado con respecto a las hipótesis emitidas?

Se comprueba que, tanto los factores relativos a la intensidad de la corriente de alta tensión, como los referentes a la geometría de la espira y al medio, figuran en la expresión obtenida tal y como habíamos previsto. Para analizar la variación de la distancia c, es conveniente escribir el resultado como:

$$\varepsilon_0 = \frac{\mu_0 I_0 b\omega}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{a}{c}\right)$$

El resultado, se comprueba que es dimensionalmente homogéneo:

$$\frac{N}{A^2} \cdot A \cdot m \cdot \frac{1}{s} = \frac{N \cdot m}{\frac{C}{s} \cdot s} = \frac{N \cdot m}{C} = V$$

¿Es realmente eficaz el método propuesto por el aldeano?

Para valorar esta cuestión podemos pedir a nuestros estudiantes que calculen la dimensión b de la espira que habría que colocar si la línea de alta tensión transportara una corriente de I_0=10kA y f=60Hz y si el campesino pretendiera obtener una fem de valor máximo de 170V (típico para una corriente alterna de 120V) y si suponemos que coloca la espira, de ancho a=0.5m, a c=5m de la línea.

Despejando la dimensión que queremos obtener, queda: $b = \dfrac{\varepsilon_0 2\pi}{\mu_0 I_0 \omega \ln\left(\dfrac{c+a}{c}\right)}$

Y, sustituyendo valores, se tiene que sería necesaria una espira de 2.7km de largo, lo que, desde luego, no hace que el sistema empleado sea muy operativo.

En las actividades previas hemos analizado dos fuentes de fem distintas al campo eléctrico coulombiano: el campo eléctrico no coulombiano inducido por campos magnéticos variables, E_{NC}, y el término $\vec{v} \wedge \vec{B}$ consecuencia del movimiento del conductor en un campo magnético. Nos planteamos, a continuación el siguiente interrogante:

6. ¿Representan E_{NC}, y el término $\vec{v} \wedge \vec{B}$ dos aspectos de un mismo fenómeno, o por el contrario son de naturaleza independiente?

A.24 a) ¿Qué tipo de fuerza actúa sobre las cargas eléctricas cuando se da el fenómeno de inducción como consecuencia de un campo magnético variable? ¿Y, cuando la inducción se debe al movimiento del conductor en un campo magnético? b) Razona si estás de acuerdo con la siguiente afirmación: *La parte de la fem que proviene del campo* E_{NC} *no depende de la existencia de un alambre físico, por el contrario, la que procede del término* $\vec{v} \wedge \vec{B}$ *necesita de un medio conductor.*

Comentario:

Es una actividad de autoevaluación que ya ha sido abordada en actividades anteriores en este tema.

A.25 En numerosas ocasiones cuando a lo largo del presente curso hemos valorado el sentido de la corriente eléctrica producida por campos coulombianos hemos razonado que las cargas positivas se mueven hacia zonas de menor potencial, pues el campo E_C tiene siempre el sentido de los potenciales decrecientes. ¿Podremos hacer uso de esta misma referencia cuando tratemos con corrientes inducidas por campos magnéticos variables? ¿Y, si la inducción se debe al movimiento? Razónalo.

Comentario:

La energía potencial, y por tanto el potencia, están asociados siempre, y sólo, al trabajo de fuerzas conservativas. En tanto que la fuerza magnética no lo es y los campos eléctricos inducidos por la variación de un campo magnético con el tiempo, tampoco lo son, en ninguno de lo casos propuestos en esta actividad tiene sentido hablar en términos de potencial eléctrico. Sin embargo, sí es correcto considerar a las fuerzas aludidas en esta cuestión como una fuente de 'fem', para lo cual no tienen por qué ser conservativas.

A.26 Completa la siguiente tabla:

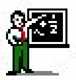
	Campo E_C	**Campo E_{NC}**	$\vec{v} \wedge \vec{B}$
Fuente			
fem			
Fuerza			
Potencial			

Comentario:

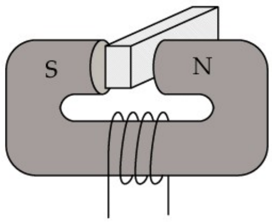
Con esta actividad se finaliza este conjunto de situaciones problemáticas donde se ha tratado de valorar las dos fuentes del fenómeno de inducción y que a los ojos del observador inercial en reposo son de carácter distinto: una es de carácter eléctrico (variación de B con t) y otra, en principio, de carácter magnético (movimiento de un conductor en una rgión donde existe un B constante)

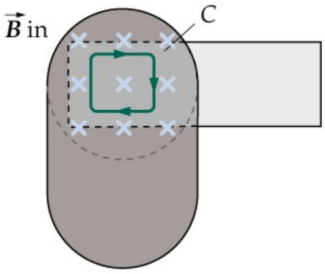
7. ¿Tiene interés práctico a nivel tecnológico e industrial la inducción electromagnética?

Hasta este punto hemos estudiado las causas del fenómeno de inducción electromagnética y las leyes que lo rigen. A continuación vamos a valorar algunas de las repercusiones que desde el punto de vista de las aplicaciones prácticas ofrece este fenómeno físico. Esta aproximación trata de superar visiones demasiado descontextualizadas con las que, a veces, se presenta la Ciencia.



A.27 Consideremos un núcleo de hierro entre los polos de un electroimán como indica la figura. Si la corriente que circula por el electroimán varía con el tiempo: a) Razona si se inducirá corriente en el núcleo conductor. b) ¿Qué camino conductor seguirá la corriente inducida?



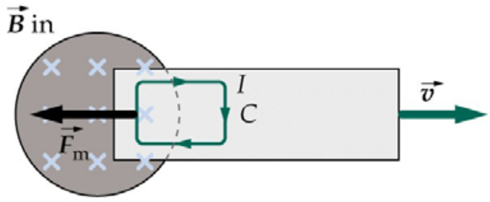


Comentario:

Se trata, en las siguientes actividades, de presentar situaciones prácticas de aplicación de la ley de Faraday-Lenz. En este caso, junto con la tres actividades siguientes, veremos las denominadas corrientes de Foucault o 'turbillonarias', así como las desventajas que esto, a veces representa, pero también las aplicaciones prácticas y ventajosas que tienen dichas corrientes.

Estas corrientes se inducirán en cualquier curva cerrada en el interior del 'tocho' del material conductor, (siguiendo la ley de Faraday-Lenz), cuando sobre él actúa un campo magnético variable con el tiempo. Evidentemente esas corrientes inducidas, por efecto Joule desprenderán energía calorífica, y también, y a la vez, sobre esas corrientes actuarán fuerzas magnéticas debidas a la aplicación de campos magnéticos.

A.28 En la figura se representa una demostración de cátedra de un freno magnético. Explica razonadamente desde el punto de vista cualitativo el porqué del frenado de la lámina metálica cuando esta se saca de entre los polos de un imán permanente.



Comentario:

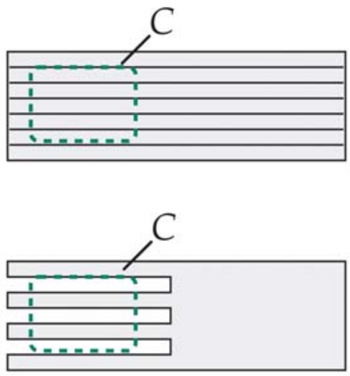
Aquí se presenta una situación muy típica de aplicación de las corrientes de Foucault utilizándolas como 'freno magnético'. Desde el punto de vista teórico, se repasarían las leyes de Laplace y de Faraday-Lenz para analizar, de forma crítica, el porqué la lámina de la figura es frenada cuando ésta se intenta sacar de entre los polos del imán permanenete.

A.29 En ocasiones las corrientes de Foucault son perjudiciales debido a que el calor producido por efecto Joule supone una pérdida de energía y además hay que refrigerar el sistema para disiparlo. ¿Se te ocurre alguna manera de reducir estas corrientes en un bloque de metal?

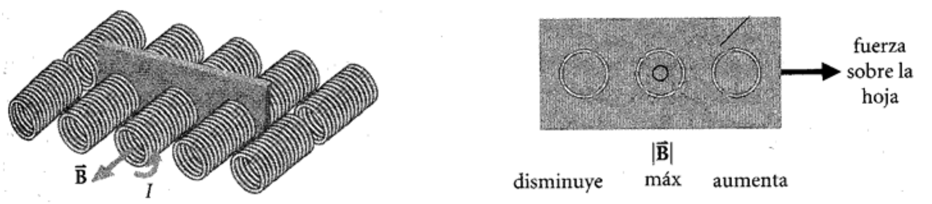
Comentario:

Las corrientes de Foucault, como consecuencia del efecto Joule, presentan la desventaja de una disipación de energía no deseada (por ejemplo en los transformadores de corriente eléctrica). El objetivo de esta actividad es mostrar algunas soluciones técnicas de fácil comprensión.

En las siguientes figuras se presentan dos soluciones, técnicamente distintas, pero con un mismo objetivo 'minimizar' las corrientes 'turbillonarias', en un caso dividiendo la lámina en láminas más estrechas pegadas por un pegamento de alta resistividad, y, en otro, haciendo cortes a las láminas.



A.30 La figura muestra un esquema simplificado de lo que es un impulsor de masa. Se colocan una serie de electroimanes a lo largo de una vía de manera que una hoja metálica pase entre sus polos. La corriente en cada bobina magnética aumenta, partiendo de cero, a medida que el borde delantero de la hoja se acerca, alcanza su máximo cuando pasa por la parte media de la hoja, y vuelve a disminuir a cero cuando ha pasado el borde trasero. El campo magnético se mueve así más rápido que la hoja. Justifica cualitativamente en base a las leyes de la inducción electromagnética por qué es acelerada la lámina.



Comentario:

En esta actividad se aborda una situación práctica que será presentada por el profesor.

En cada par de bobinas, la corriente se 'enciende' y se 'apaga' avanzando de izquierda a derecha: las bobinas actúan como si tuviéramos un imán que se mueve hacia la derecha. La corriente en cada bobina magnética aumenta, partiendo de cero, a medida que el borde delantero de la hoja metálica se acerca, alcanza un máximo cuando pasa la parte media de la hoja y luego disminuye hasta anularse cuando ha pasado el borde trasero; por lo tanto, va creciendo el campo por delante de la placa, y es como si se moviera más rápido que la placa. En consecuencia, el conductor respecto al campo se desplaza hacia la izquierda, y de acuerdo con la regla de Lenz, las fuerzas resultantes se oponen a este movimiento y aceleran la placa hacia la derecha.

Los impulsores de uso experimental, actualmente, alcanzan aceleraciones de 1.800 g.

A.31 Según la ley de Faraday la fem es igual en valor absoluto a la derivada del flujo magnético respecto del tiempo. a) ¿Cómo habrá que hacer variar el flujo para obtener una corriente constante en el tiempo? b) ¿Consideras, de acuerdo con este resultado, que la inducción electromagnética es una buena manera de producir corriente continua de manera estable?

Comentario:

Aquí se trata de ver que un proceso puede ser físicamente factible, pero técnicamente poco adecuado.

Así, y respondiendo al apartado a), teniendo en cuenta la ley de Faraday y la de Ohm, el flujo, desde el punto de vista matemático, deberá ser un polinomio de primer grado de la forma siguiente:

$$|\Phi| = \frac{I}{R}t + C$$

Donde C es cualquier constante, la I la corriente que pasaría por el conductor y R la resistencia óhmica de éste. En consecuencia, y en relación al apartado b), si quisiéramos mantener la corriente inducida durante un tiempo prolongado, el flujo debería crecer indefinidamente y, por lo tanto, alcanzar valores muy elevados, por lo que no resulta una buena manera de producir corriente continua de manera estable.

A.32 Generadores y motores de corriente alterna.

Comentario:

He aquí una aplicación fundamental, en el ámbito de la tecnología e ingeniería, de la ley de Faraday-Lenz que es contemplada en todos los libros de texto del primer ciclo universitario. Sin embargo, nos parece que dado que al menos en las escuelas de ingeniería este asunto se estudia en profundidad en otras asignaturas de carácter más tecnológico, será cada profesor quien decida, según el contexto en que trabaje, si la aborda o no.

A.33 Explica con tus propias palabras, y de forma breve, cuál sería la base del funcionamiento de:

- Una cocina vitrocerámica.
- Un detector de metales.
- El proceso de reproducción de una grabadora.
- El funcionamiento de micrófonos y altavoces.
- Cualquier otro proceso que consideres de interés y que esté basado en la Inducción Magnética.

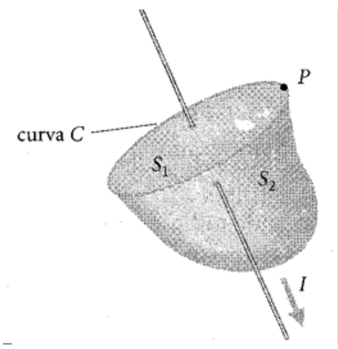
Comentario:

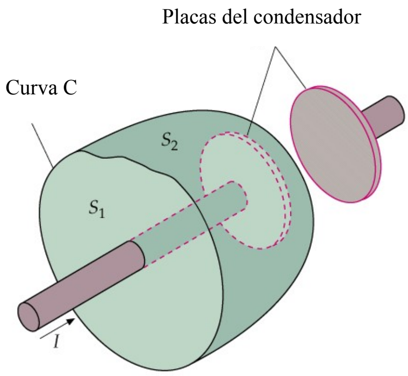
Es esta una actividad que se puede encomendar a los equipos para que hagan un trabajo y lo presenten al profesor en horas de tutoría, o bien se plantee como una actividad docente tipo 'seminario'. En todo caso se trataría de contextualizar la Ciencia en el ámbito de la Técnica y la Sociedad.

La ley de Ampère y la ley de Faraday son extrañamente asimétricas. Un campo magnético cambiante crea un campo eléctrico: la Ley de Faraday relaciona la circulación del campo eléctrico con el cambio de flujo magnético (no aparece el término corriente porque no hay corrientes magnéticas); la Ley de Ampère relaciona la circulación del campo magnético con la corriente eléctrica, pero no aparece en ella el cambio de flujo eléctrico. Al respecto nos planteamos el siguiente interrogante:

8. ¿Será necesario considerar el término relativo a la variación de flujo eléctrico para que la ley de Ampère en determinadas situaciones sea consistente consigo misma?

A.34 a) Consideremos un hilo conductor por el que circula una corriente estable de manera continua. Aplica la ley de Ampère a las superficies S_1 y S_2 limitadas por la misma curva C de la figura. ¿Encuentras alguna inconsistencia para la ley?





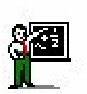
b) Consideremos un condensador de placas paralelas que se esta cargando. Aplica la ley de Ampère a las superficies S_1 y S_2 limitadas por la misma curva C de la figura. ¿Encuentras alguna inconsistencia para la ley?

Comentario:

En esta actividad, se plantea a los estudiantes la posibilidad de que la denominada ley de Ampère presente algún caso de incoherencia física no detectado hasta el momento. Esto nos servirá como antesala para buscar una solución que nos la proporcionará, finalmente la ley de Ampére-Maxwell (hay que decir que desde el punto de vista histórico los hechos no sucedieron de esta forma).

Recordemos que la ley de Ampère decía: $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{int}$ donde este último sumatorio representaba la suma algebraica de todas las corrientes que atravesaban cualquier superficie que se apoyara en la línea amperiana elegida para aplicar dicha ley. (En adelante al sumatorio anterior: ΣI_{int} lo denominaremos simplemente: I)

En ese sentido, en el primer ejemplo en esta actividad no surge ambigüedad alguna pues en todos los casos la circulación del campo magnético es la misma y vale: $\mu_0 I$. No es así, sin embargo en el caso del condensador, en el que dependiendo de la superficie que elijamos para aplicar la ley de Ampère, llegamos a resultados distintos; si elegimos la superficie S_1, la circulación de B valdría: $\mu_0 I$, mientras que si la superficie elegida es la S_2, la circulación saldría cero, ya que dicha superficie no es atravesada por corriente alguna. En definitiva vemos que cuando las corrientes no son 'estables' la ley de Ampère presenta algún défict.



A.35 Corriente de desplazamiento. Ley de Ampère-Maxwell.

Comentario:

Esta actividad tiene como objetivo fundamental, explicar la ley de Ampère-Maxwell, la cual es capaz de superar las ambigüedades que, en determinados casos, presentaba, tal como se ha visto en la actividad anterior, la ley de Ampère.

Además, una vez obtenida la ley de Ampère- Maxwell, estaremos en disposición de observar la belleza de la simetría existente entre dicha ley y la de Faraday-Lenz.

Vamos a continuación a abordar la demostración de esta ley, utilizando para ello el último ejemplo de la actividad anterior.

Durante la carga del condensador, el flujo eléctrico, Φ_E, entre las placas de aquél cambia a medida que se carga. Si A es el área de las placas y σ su densidad de carga en cada momento, entonces:

$$\Phi_E = \iint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = EA;\ \text{donde } E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0};\ \sigma = \frac{q}{A}\ \text{y, por lo tanto, } \Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

De lo anterior se deduce que $\varepsilon_0\Phi_E = q$ donde q es la carga que en cada momento tienen las placas del condensador mientras éste se está cargando (por lo tanto es un valor que es variable con el tiempo y que hace que Φ_E también lo sea).

La variación temporal del flujo eléctrico valdrá: $\frac{d\Phi_E}{dt} = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{dq}{dt}$, esta última variación de la carga respecto del tiempo equivale a una corriente, aunque en este caso, no sea una corriente de 'conducción'; se llama corriente de 'desplazamiento': $I_d = \frac{dq}{dt} = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = I$

Hemos igualado dicha corriente de desplazamiento a la corriente de conducción que circula por el exterior del condensador, mientras éste se está cargando, porque en ambos casos su valor es el mismo: $\frac{dq}{dt}$.

Así pues, si reemplazamos la I de la ley de Ampère por: $I + \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = I + I_d$, dicha ley quedará satisfecha para cualquier superficie y se denominará de Ampère-Maxwell.

En definitiva, la corriente que atraviesa dos superficies con frontera común puede ser distinta, pero sólo a condición de que la carga en el interior cambie lo que da lugar a I_d. Como esta última se origina por la variación de las cargas, $I_d = I = dq/dt$. La cantidad: $I+I_d$ es igual para todas las superficies.

Así que la ley de Ampère-Maxwell se expresa de la siguiente manera:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0\left(I + \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}\right) = \mu_0\left(I + I_d\right)$$

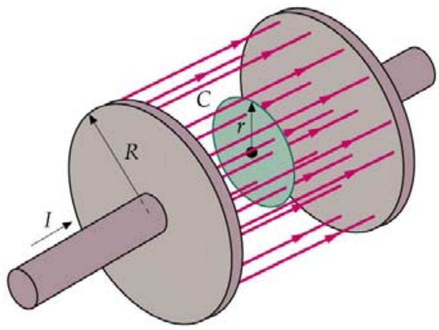
Remitiéndonos a la actividad anterior, en lo que tiene que ver con el apartado b), si se utiliza la superficie S_1, el término I_d, de la ley de Ampère-Maxwell valdrá cero, mientras que si la elegida es la superficie S_2, quien será cero será la I, de manera que, en cualquier caso el valor de la circulación del ampo magnético valdrá lo mismo, y la incoherencia física habrá sido superada.

En otro orden de cosas, nos parece oportuno hacer la siguiente consideración: acabamos de ver cómo se ha encontrado una nueva fuente de creación de campos magnéticos, la variación de un flujo eléctrico con el tiempo; sin embargo, como se verá en la siguiente actividad, sus aplicaciones prácticas y tecnológicas son prácticamente nulas dado que la rapidez de cambio del flujo eléctrico debería ser muy grande para conseguir un campo magnético apreciable. Es mucho más útil la utilización de corrientes eléctricas de cara a la consecución de campos magnéticos útiles, desde el punto de vista industrial.

Ahora bien, el que la variación del flujo eléctrico genere campos magnéticos es de gran importancia en el estudio de las ondas electromagnéticas (este tema queda fuera de los objetivos de este curso).

En cuanto a la valoración de la simetría entre las leyes de Faraday-Lenz y Ampére-Maxwell, la dejaremos para abordarla en la última actividad de este tema.

A.36 a) Determinar la expresión del campo magnético entre las placas circulares de radio R de un condensador que se está cargando cuando a la placa positiva entra una corriente I. b) Particulariza el resultado para una distancia al eje del condensador r=R. ¿Es coherente esta expresión?

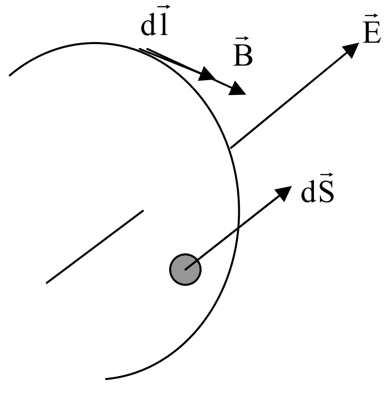


Nota: Las líneas de campo magnético en la región a estudiar son circunferencias centradas en el eje del condensador.

Comentario:

En esta actividad se trata de aplicar, en un caso concreto, la ley de Ampère-Maxwell, así como comparar el resultado obtenido con otro dispositivo, ya estudiado, y ver su analogía.

En primer lugar deberemos decir que las líneas de campo magnético formarán circunferencias (en la figura sería como el perímetro del circulo interior) rodeando a las líneas de campo del campo eléctrico E, cuya variación de flujo da lugar a una I_d que origina el campo magnético B. En la siguiente figura se observan las direcciones y sentidos de estos campos en la curva C de radio r:



Para calcular el campo magnético, en cualquier lugar del interior del condensador, utilizaremos la ley de Ampère- Maxwell, para ello, calcularemos, en primer lugar la circulación de B, luego el flujo eléctrico en el interior del condensador y, finalmente, aplicar el modelo matemático de la mencionada ley:

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \oint_C B\,dl = B2\pi r \text{ (en este caso)}$$

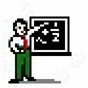
Por otro lado el $\Phi_E = \iint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \iint E\,dS = E\pi r^2$ (en este caso)

$$\frac{d\Phi_E}{dt} = \pi r^2 \frac{dE}{dt}; \text{ como } E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\pi R^2 \varepsilon_0}; \quad \frac{d\Phi_E}{dt} = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{r^2}{R^2}\frac{dq}{dt}$$

Aplicando la ley de Ampère-Maxwell:

$$B2\pi r = \mu_0\left(0 + \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}\right) = \mu_0\varepsilon_0 \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{r^2}{R^2} I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r$$

Es decir, el condensador funciona como un conductor grueso con I_d distribuida uniformemente en su sección transversal, creciendo el B linealmente con r. En el caso particular de que r = R, B = $\mu_0 I/2\pi R$, que coincide con el campo magnético creado por un conductor 'infinito'.



A.37 Leyes de Maxwell. (En el vacío)

Comentario:

De alguna manera, con esta actividad resumimos todo este curso en tanto que en el conjunto de estas ecuaciones se recoge todos aquellos aspectos del Electromagnetismo clásico que hemos estado analizando.

En todo caso, este conjunto de ecuaciones no debe de entenderse como una simple yuxtaposición de leyes ya abordadas hasta el momento, sino que la teoría clásica del Electromagnetismo de James Clerck Maxwell un sentido global e interrelacionado del electromagnetismo, además, como cualquier teoría que se precie de predecir hechos aún no experimentados; ese es el caso de esta teoría que previó que la luz se transmitía a través de ondas electromagnéticas a la velocidad de la luz; hecho que fue corroborado más tarde.

Esta teoría fue uno de los grandes hitos en el desarrollo de la teoría física, entre otras cosas, porque unificó en una misma teoría la Electricidad, el Magnetismo y la Óptica física.

Las leyes de Maxwell, en forma integral y para el vacío son las siguientes:

$$\oiint \vec{E}\cdot d\vec{S}=\frac{\Sigma Q_{int}}{\varepsilon_0}$$ Ley de Gauss del campo Eléctrico.

$$\oiint \vec{B}\cdot d\vec{S}=0$$ Ley de Gauss del campo Magnético.

$$\varepsilon=-\frac{d\Phi_B}{dt}=-\frac{d}{dt}\iint \vec{B}\cdot d\vec{S}=\oint \vec{E}_{NC}\cdot d\vec{l}$$ Ley de Faraday-Lenz. (Este último sumando es cierto, para un observador inercial en reposo, si la fuente de inducción es la variación de un campo magnético, B, con el tiempo, t)

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\left(I+\varepsilon_0\frac{d\Phi_E}{dt}\right)=\mu_0\left(I+I_d\right)$$ Ley de Ampère-Maxwell´

La no simetría de las dos primeras obedece al hecho de que en la naturaleza no se han encontrado monopolos aislados, los imanes siempre se presentan con polos N y S y por lo tanto su suma siempre da cero, además, y relacionado con lo anterior que las líneas de campo magnético siempre son cerradas y, por lo tanto, el flujo neto que atraviesa una superficie 'gaussiana' siempre es nulo.

Con respecto a las leyes de Faraday-Lenz y Ampère-Maxwell la simetría, y de ahí su belleza natural, es absoluta si prescindimos del hecho de que la corriente de conducción eléctrica, I, no tiene su dual; eso es debido, de nuevo, a la inexistencia de monopolos magnéticos (o por lo menos no encontrados hasta la fecha) aislados.