

# CONDENSADORES

## 1. Introducción

El modelo actual que predice los fenómenos físicos de carácter eléctrico, trata de relacionar conceptos tales como carga eléctrica, potencial, campo eléctrico, densidad de carga...etc, que resultan fundamentales para explicar las interacciones eléctricas.

Un dispositivo que precisamente aúna estos conceptos relacionándolos entre sí y, por tanto, estableciendo entre ellos un significado concreto es el condensador, capaz de almacenar carga eléctrica en sus armaduras y, por consiguiente, energía eléctrica. Bien es cierto, que aunque la cantidad de energía almacenada es pequeña, debido a las descargas producidas cuando se pretende acumular en sus armaduras una elevada cantidad de carga, la asociación de muchos de ellos permite disponer de energía suficiente como para ser utilizada por tecnologías de lo más variadas que van desde el láser hasta el estudio de la fusión nuclear.

Así pues, comenzaremos el tema planteando una pregunta de carácter general:



**A.1** ¿Qué interés tiene la acumulación de carga en los cuerpos?

Describe, hasta donde puedas, algún aparato en el que sepas que una parte básica del dispositivo eléctrico, lo constituya algún condensador.

### Comentario

El profesor debe hacer ver a los estudiantes la importancia que tienen los procesos de descarga de los cuerpos.

Existen dos factores que resultan muy interesantes para el uso de condensadores en circuitos eléctricos. En primer lugar, resultan ser muy eficientes, ya que las pérdidas de energía detectadas en ellos son del orden del  $10^{-3}$  %. En segundo lugar, son idóneos para aplicaciones que requieran grandes velocidades.

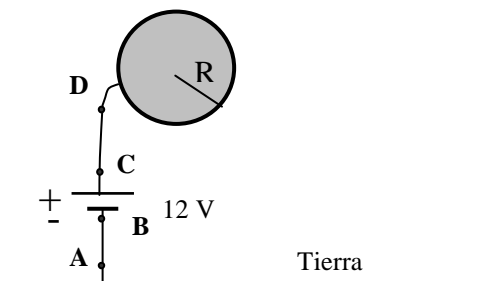


El objetivo de la actividad es intentar motivar a los alumnos, estimulándoles a comprometerse a través de sus propias aportaciones, utilizando elementos de carácter técnico que enlacen con aspectos cotidianos.

## 2. ¿Cómo almacenar la mayor cantidad posible de carga en un cuerpo realizándolo el menor trabajo posible?



**A.2** Describe el proceso de carga de una esfera conductora de radio  $R$ , que es conectada al polo + de una batería de 12 V, estando el polo - conectado a tierra.



**A.3** Calcula el trabajo necesario para cargar con una carga  $Q$ , la esfera conductora de la actividad anterior ¿Qué representa dicho trabajo?

### Comentario

Se pretende establecer, en base a un modelo de energía, la causa del movimiento de cargas. Movimiento que se sustenta en la comprensión de la realización de un trabajo ejercido a costa de la diferencia de potencial entre la esfera conductora y otro cuerpo (batería).

Será preciso entender que la progresiva acumulación de carga en la esfera conductora, requiere de un mayor trabajo realizado conforme transcurre el proceso. Ese trabajo, se calcula por integración  $W = \int V dq = \int Kq dq / R = 1/2 Q V$  con el potencial aplicado allá donde se encuentra la carga, es decir, en la superficie de la esfera. Representa la energía potencial eléctrica que acumula el condensador. Algunos alumnos llevados por un afán operativo, calculan el trabajo como  $W = q \Delta V$  sin tener en cuenta la necesaria dependencia entre carga eléctrica y potencial eléctrico.



Esta actividad se enmarcaría en el modelo de energía que pretendemos seguir a lo largo del tema, tratando de restar la excesiva importancia que para los alumnos tiene el concepto de carga, en detrimento del concepto de potencial, básico para la comprensión de dicho modelo.



**A.4** Imaginemos que la esfera de la actividad A.2, una vez cargada y desconectada de la batería, se conecta a través de un conductor delgado a otra esfera neutra de radio mucho mayor  $R_1$ , donde podemos suponer que  $R_1 \gg R$ .

a) ¿Qué le sucede a su carga y potencial?

b) ¿Podrías explicar, de acuerdo con ello, lo que significa poner un conductor a tierra?



**A.5** ¿Qué factor(es) determina(n) la carga máxima y, por tanto, el potencial máximo que puede adquirir un conductor, durante su proceso de carga?

Rigidez dieléctrica.

### Comentario

Para bastantes estudiantes el tamaño, (en ocasiones superficie y en otras volumen) de los cuerpos, resulta clave para establecer su carga máxima; entonces, optamos por recordarles que asociado a su carga se encuentra el potencial eléctrico y que también influye el medio que rodea al cuerpo.



A los estudiantes conviene presentarles una tabla con los valores de rigidez dieléctrica para diversos medios, donde asimismo aparecen valores de la constante dieléctrica relativa.



Material	Constante dieléctrica ( $\epsilon_r$ )	Rigidez dieléctrica (kV/mm)
<i>Vacío</i>	1.00000	-
<i>Aire</i>	1.00059	3
<i>Aceite</i>	2.24	12
<i>Agua (20°C)</i>	80	-
<i>Ámbar</i>	2.8	-
<i>Baquelita</i>	4.9	24
<i>Mica</i>	5.4	10-100
<i>Papel</i>	3.7	16
<i>Parafina</i>	2.1-2.5	10
<i>Plexiglás</i>	3.4	40
<i>Poliestireno</i>	2.5	24
<i>Porcelana</i>	7	5.7
<i>Teflón</i>	2.1	60
<i>Vidrio Pyrex</i>	5.6	14

Los valores para algunos materiales dependen de la temperatura y de la frecuencia de los campos si son oscilantes



**A.6** Teniendo en cuenta los valores ya dados para la rigidez dieléctrica en diferentes medios,

a) ¿Cuál sería el potencial máximo al que se puede cargar una esfera

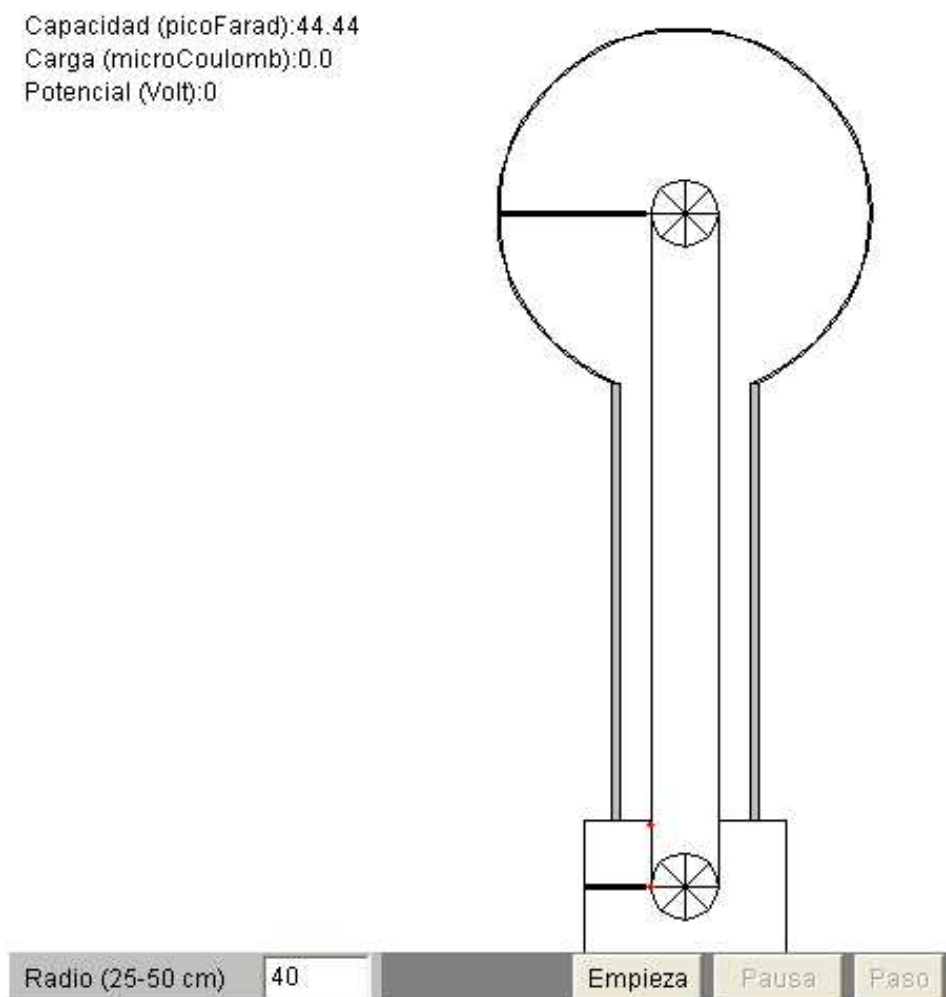
hueca conductora, supuesta de radio  $R = 40$  cm, para que no se descargue a través del aire?

b) ¿Cuál sería, en ese caso, la máxima carga y densidad superficial de carga que admitiría?

c) ¿Razona qué sucedería (de manera comparativa) si el material que rodea la esfera anterior fuera, por ejemplo, parafina ( $\epsilon_r = 2,1$ ) en vez de aire?

Ve al fislet ‘Generador de Van de Graaff’ y comprueba tus respuestas en la simulación.

d) ¿Qué carga tendría que ser desplazada a la cúpula externa de radio 40 cm., para que se produjeran chispazos de 10 cm. en el aire.



### Comentario

Nuestro mayor interés radica en establecer un análisis no numérico acerca de cómo varían carga y potencial, al modificarse el medio que rodea la esfera conductora. Para cualquier otro medio diferente del aire, su polarización, que se encuentra condicionada por la carga del conductor, facilitará una mayor acumulación de carga en él. Por su parte el potencial máximo permitido antes de



que se descargue, deberá de aumentar debido a su mayor acumulación de carga en la misma esfera, aspecto que se encuentra relacionado con una menor cantidad de trabajo que deberá realizarse para cargar, ya que la polarización ayuda en el proceso. En función, por tanto, de la permitividad relativa del medio, podremos mejorar el proceso de carga del conductor.

Por otra parte, puede ser calculada la carga máxima en el conductor hueco antes de que se produzca la descarga. Resulta ser aproximadamente  $53,3 \mu\text{C}$  y el potencial máximo que adquirirá entonces el conductor toma un valor de  $1,2 \cdot 10^6$  voltios. Para el apartado d), cualquier exceso de carga sobre la calculada producirá un campo eléctrico por encima del permitido y la subsiguiente descarga. Si entonces deseamos que se produzcan chispazos de 10cm de longitud en el aire circundante, deberemos de conseguir un campo, a  $(40+10)$  cm. del centro del conductor, que equivalga a la rigidez dieléctrica del aire, lo que supone una carga total en la superficie de  $83,3 \mu\text{C}$  y, por tanto, una carga en exceso sobre la máxima de  $30 \mu\text{C}$ .



**A.7** a) Se ha visto en la actividad A.5 que para que se produzca una descarga entre dos objetos rodeados de aire seco es preciso un campo eléctrico superior a  $3 \cdot 10^6$  V/m. En días de tormenta se producen fuertes corrientes ascendentes de aire caliente, y descendentes de aire frío que terminan por cargar las nubes eléctricamente debido a la fricción. En una típica nube de tormenta la carga negativa se encuentra mayoritariamente en su parte inferior (a unos 3-4 Km. de altura sobre la superficie terrestre) y la parte superior de la nube se encuentra cargada positivamente (a unos 6-7 Km. de altura). De acuerdo con el texto, explica *grosso modo* por qué se produce la caída de los rayos.

b) Intenta explicar también el mecanismo de funcionamiento de un pararrayos. Para ello puedes ayudarte de las líneas de campo que hay en las proximidades de los objetos puntiagudos.

### 3. ¿Cómo se define la capacidad eléctrica de un cuerpo?

**A.8** Describe razonadamente cómo se distribuiría la carga de una esfera aislante, por ejemplo de plástico, al conectarla a un generador.

#### Comentario

Normalmente, los ejercicios de cálculo de campo eléctrico no suelen incidir suficientemente en distribuciones continuas de carga en aislantes, ya que, usualmente, se estudian casos ideales como una esfera aislante con densidad uniforme de carga en todo el volumen..., lo que evidentemente no ayuda a los



estudiantes (más bien los confunde) a hacerse una idea de la distribución de carga, por ejemplo, en un material como el plástico.

El objetivo de la actividad, es que los alumnos recuerden cómo transcurre el proceso de carga en la zona de contacto del alambre conductor con el plástico y, como consecuencia, la acumulación de carga que se produce en dicha zona. Además, es importante que describan que por esa razón su potencial aumentará rápidamente en la zona de contacto y, por tanto, no será el mismo en distintas zonas del material, con las implicaciones prácticas que ello conlleva y que analizaremos en posteriores actividades.



**A.9** a) Representa gráficamente carga ( $Q$ ) frente a potencial eléctrico ( $V$ ), durante el proceso de carga, de una esfera conductora y de una esfera aislante, de idéntico radio.

b) ¿Qué diferencias observas? Explícalo.



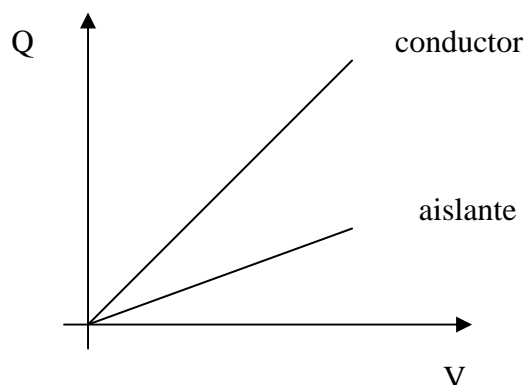
**A.10** ¿Qué significado, tiene el hecho de que la pendiente sea distinta, en ambos casos?

### Comentario

La esfera metálica adquiere mayor cantidad de carga que la esfera aislante, bajo un mismo potencial, debido a su densidad superficial de carga constante, o lo que es equivalente, cargadas las esferas por igual, la metálica se encuentra a menor potencial que la esfera aislante (excepto, en el punto de carga), debido a una mayor separación en la carga acumulada en ella.



Se pretende ir preparando a los estudiantes para llegar a obtener, en definitiva, una definición de la capacidad eléctrica de un cuerpo, establecida ya la 'superioridad' de los cuerpos conductores sobre los aislantes en la relación  $Q/V$ , (ver figura).



**A.11** Definición cualitativa de la capacidad eléctrica de un cuerpo.

### Comentario

El profesor menciona el grado de facilidad que tiene un cuerpo para cargarse mientras se realiza un determinado trabajo, y lo hace para resaltar este aspecto como un elemento representativo de la capacidad eléctrica. Alternativamente, se intenta que los alumnos establezcan como otra posibilidad, el grado de facilidad que tiene un cuerpo para almacenar una determinada carga, realizándose entonces el menor trabajo posible con dicho fin.



**A.12** Trata de conseguir una definición operativa de la capacidad eléctrica de un cuerpo.

Aplica la definición a las actividades A.8 y A.9, justificando, en virtud de ella, cuál de las esferas (conductora o aislante), tiene mayor capacidad eléctrica.

### Comentario

Los estudiantes se encuentran en situación de dar la definición operativa de la capacidad eléctrica  $C=Q/V$ , en virtud de las actividades anteriores.



Haremos uso de la definición más adelante para comprobar el grado de significatividad que el concepto va adquiriendo entre los estudiantes.

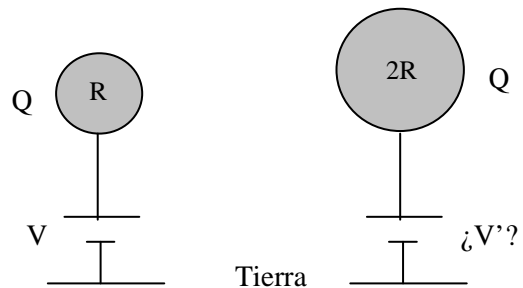


**A.13** a) ¿De qué voltaje debería ser una pila conectada a una esfera conductora de radio doble que otra, para que se acumulara la

misma carga en ambas?

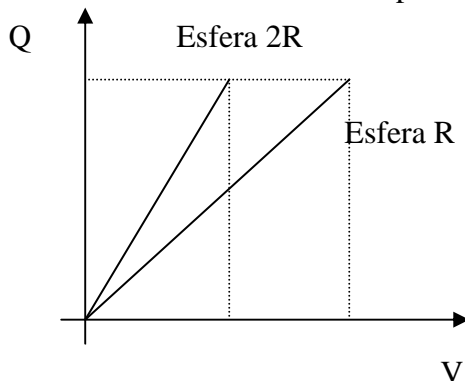
b) Representa gráficamente  $Q$  frente a  $V$  en el proceso de carga de ambas esferas.

¿Cuál de estas dos esferas tiene mayor capacidad eléctrica? Razónalo.



### Comentario

Habiendo visto ya que la capacidad eléctrica de un cuerpo depende del tipo de material del cuerpo y del medio que lo rodea, nos planteamos establecer en qué medida afecta el tamaño del cuerpo.



La esfera de radio mayor se encontrará a un potencial menor debido a la mayor separación entre cargas. Es decir, se cargaría lo mismo que la de radio  $R$  realizándose un trabajo menor, por lo que su capacidad eléctrica sería mayor (ver figura).



**A.14** a) ¿De qué factores depende la capacidad de una esfera conductora? Efectúa una valoración exclusivamente energética (utilizando para ello el trabajo o el potencial), acerca de la influencia de dichos factores en su capacidad eléctrica.

b) Calcula la capacidad eléctrica de una esfera conductora de radio  $R$ . La fórmula obtenida, ¿está de acuerdo, con las previsiones que habíamos efectuado en el apartado anterior?

### Comentario

Deberá observarse la influencia del tamaño y el medio que la rodea como los factores que modifican su capacidad eléctrica. Un tamaño, por ejemplo, menor de la esfera implicará (para una carga igual) un mayor trabajo necesario para introducir más carga en la esfera. Por otra parte será preciso apelar a la polarización del medio para que ayude en el proceso de carga de la esfera conductora.



**A.15** Imagina que una esfera hueca cargada la pudiéramos moldear, construyendo a partir de ella un disco delgado (de radio semejante al de la esfera), de tal manera que ambas figuras geométricas tuvieran la misma cantidad de carga. Compara de una forma cualitativa, la capacidad eléctrica de ambos cuerpos.

### Comentario

Se trata de abordar de nuevo el pensamiento espontáneo de los alumnos sobre la identificación del tamaño del cuerpo con cantidad de carga, sin considerar, por tanto, la forma geométrica del cuerpo.

El trabajo necesario para cargar la misma cantidad de carga en la esfera y en el disco será mayor en este último debido a la menor separación entre cargas, con lo que resulta mejor para la acumulación de carga la esfera.



**A.16** Haz un resumen, de acuerdo con los resultados de actividades anteriores, que explique las condiciones que interesan para la acumulación de carga en los cuerpos.

Intenta describir las limitaciones e incompatibilidades con las que nos podríamos encontrar en una situación más real, como es el diseño de un condensador.

### Comentario

El planteamiento general del problema que tratamos de resolver consistía en almacenar la mayor cantidad de carga posible, habiéndose realizado el menor trabajo. Es decir, nos cuestionamos sobre cómo aumentar la capacidad de los cuerpos. Si en un principio pudiera pensarse que la capacidad eléctrica de un cuerpo es función de la carga y del potencial que adquiere, hemos visto que en realidad depende de la geometría (forma y tamaño) y del medio que lo rodea a

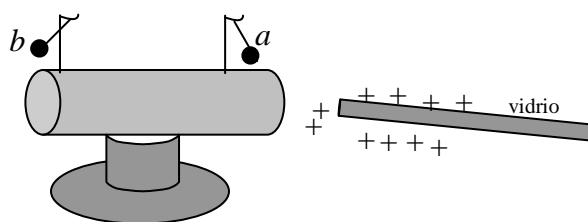


través de su constante dieléctrica o permitividad. Todos estos factores han sido analizados y lo que se persigue aquí es dar un paso más, al enfocar la actividad desde la óptica de las posibles incompatibilidades que se dan bajo un punto de vista eminentemente práctico, en las condiciones óptimas requeridas para la carga eléctrica en los conductores. Considérese, por ejemplo, que un conductor grande carece del tamaño más adecuado en relación a la necesaria miniaturización de circuitos, mientras que uno pequeño con carga elevada nos llevaría a grandes potenciales con el consiguiente riesgo de descarga.

Llegados a este punto, se hace preciso tratar de aumentar la capacidad de los conductores, considerando otros factores que hasta el momento no han sido evaluados. Esto nos lleva a analizar, con suma atención, los fenómenos de inducción eléctrica y, por consiguiente, a tener en cuenta las interacciones mutuas entre conductores. Detrás de todo ello se encuentra implícita la idea de sistema, al considerar la influencia que existe entre conductores próximos, aspecto éste que generalmente no se suele tener en consideración entre los estudiantes.



**A.17** En 1753, John Canton realizó un experimento muy parecido al que describimos a continuación. Situó una varilla de vidrio cargada positivamente, de manera lateral y muy cercana a un cilindro conductor neutro, ubicado sobre una base aislante.



Observó entonces que las bolitas de médula de saúco colocadas encima del cilindro a través de material conductor divergían en las posiciones *a* y *b*, tal y como indica la figura.

Trata de ofrecer una explicación al fenómeno.

### Comentario

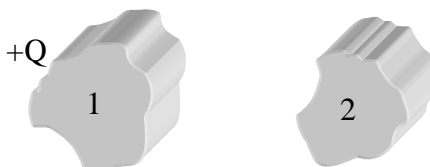
Ante la dificultad que supone para los estudiantes percibir la presencia de la polarización eléctrica y sus efectos, máxime cuando transcurre a través de cuerpos interpuestos, se ha introducido esta actividad de carácter histórico que, a su vez, enlaza con las siguientes. La polarización que sufre el cilindro conductor debida a la presencia del vidrio, permite suponer que la parte más cercana a la varilla de vidrio se carga de manera negativa con lo que a su vez la bolita en *a* queda cargada de la misma manera estableciéndose una atracción entre vidrio-bolita. Por el contrario la bolita en *b* cargada a través del cilindro con carga positiva se repelerá con el vidrio. El propio tamaño de las bolitas permite desestimar los posibles efectos de inducción que se podrían dar en ellas, debidos al vidrio próximo.



En la actividad, básicamente se propone una explicación a un fenómeno físico, del que se conocen sus efectos, para de esa manera facilitar las respuestas de los estudiantes.



**A.18** Consideremos un cuerpo conductor 1 ya cargado. Próximo a él, situamos un conductor neutro 2.



a) Como consecuencia de la cercanía entre ambos, ¿qué le sucederá al cuerpo neutro 2?

b) ¿Qué le sucederá al potencial del conductor cargado 1?

*Sugerencia: considera que ambos cuerpos forman parte de un sistema en conjunto, y que lo que sucede a uno de ellos afecta al otro.*

### Comentario

Como continuación de la actividad anterior, y para afianzar las ideas relacionadas con la influencia entre cuerpos próximos (polarización y noción de sistema), se aborda la cuestión actual.

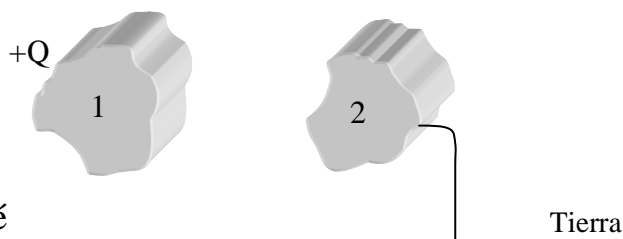
Una de las mayores dificultades observadas entre los estudiantes con relación a la comprensión del concepto de capacidad eléctrica, deriva de la escasa importancia que se otorga por parte de aquéllos a todo lo que no se suponga su foco de interés. Es decir, el cuerpo que deseamos cargar. El resto del sistema (demás cuerpos cargados que no permanecen en contacto), parece carecer de relevancia y, en general, no se tiene en consideración.



Detectada la polarización que sufre un cuerpo debido a la presencia próxima de otro cuerpo cargado, tratamos, asimismo, de hacer ver la disminución del potencial del cuerpo cargado y, por tanto, la posibilidad de mejorar el almacenamiento de carga.



**A.19** En la actividad anterior, se une el cuerpo conductor 2 a tierra a través de un cable conductor.



a) ¿Qué sucede en el cuerpo 2?

b) Como consecuencia de ello, ¿qué ocurre con el potencial del conductor cargado 1?

Y, ¿qué le sucede a su capacidad eléctrica? Compara el resultado, con el obtenido en la actividad anterior.

c) ¿Existe alguna variación en la carga del cuerpo 2 si, en la situación descrita, vamos acercando 1? ¿Y en la situación límite de mayor aproximación?

### Comentario

La idea se relaciona ya con la capacidad eléctrica, pues la propuesta desea expresamente que los alumnos apliquen los conocimientos ya vistos en las actividades A.4 (puesta a tierra) y A.11 (definición de capacidad eléctrica) a una situación nueva, con objeto de ir integrando en su esquema mental el conocimiento recién adquirido.



Debido a la polarización producida en 2 y su puesta a tierra, se cargará negativamente. Entonces, el cuerpo 1 disminuye su potencial y, por tanto, el trabajo necesario para cargarlo. De esa manera, su capacidad eléctrica aumentará y lo hará en mayor medida, en función de una mayor cercanía (influencia) del cuerpo 2. Como consecuencia de lo anterior, se comienza a hablar de influencia total entre cuerpos y su relación con la carga eléctrica en ambos. Surge, por consiguiente, de manera natural, el dispositivo óptimo para la acumulación de carga: el condensador.



**A.20** a) ¿De qué factor(es) depende la mayor o menor influencia entre dos conductores?

b) ¿En qué situación tendremos la mayor influencia posible entre dos esferas conductoras?

c) Si en vez de las esferas, tenemos dos discos metálicos, ¿en qué situación se daría la mayor influencia entre ellos?

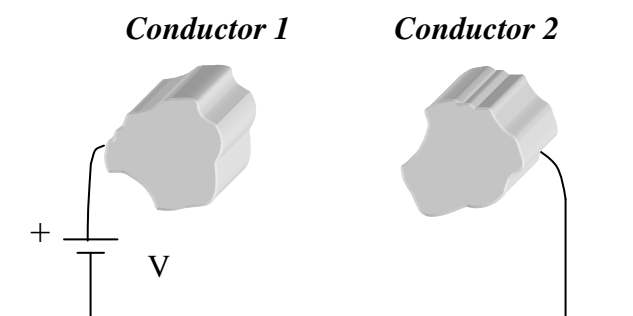
d) ¿Qué sucederá entonces, en situación de máxima influencia, con las líneas de campo eléctrico entre conductores? En consecuencia, ¿cómo será la carga en ambos conductores?

### Comentario

La aproximación entre conductores determina la influencia entre ambos. Así, en el caso de las esferas, será importante no sólo la distancia mínima entre ellas, sino que una de ellas recubra a la otra. En ese caso, todas las líneas de campo salen de uno de los conductores y llegan al otro. La carga en ambas placas es entonces la misma, aunque de signo contrario.

**A.21** Disponemos, de nuevo, de dos conductores. En esta ocasión, el conductor 1 de la izquierda se encuentra cargado a través de la pila. El de la derecha que es neutro, seguidamente se conecta a tierra. Se observa entonces, que pasa de nuevo corriente eléctrica a través del cable que carga al conductor 1.

a) ¿Cómo explicarías este hecho?

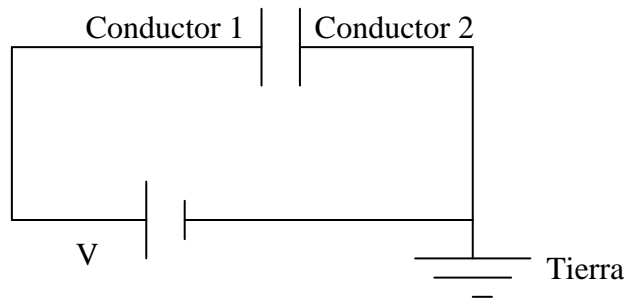


b) ¿Cómo queda entonces, afectada la capacidad eléctrica del sistema?

### Comentario

Nos encontramos ante un condensador que se encuentra en un circuito cerrado y cargado a través de una pila. Intentamos, en la actividad, que se integren las ideas presentes en las actividades A.2, A.11 y A.19 y que aquí aparecen enmarcadas en una situación que, sin ser novedosa, presenta un cierto grado de complejidad.

Si en la actividad A.19, ocurría un proceso de disminución de potencial a carga constante, esta actividad puede ayudar a clarificar los procesos de carga de cuerpos, que transcurren a potencial constante y que implican el paso de una mayor cantidad de carga al cuerpo. El voltaje proporcionado por la pila impide, ahora, la disminución del potencial al que se encuentra el conductor 1. Para ello, se debe proporcionar más carga a dicho conductor. La disposición de la figura puede representarse como sigue:



**A.22** Hacia finales de 1745, uno de los temas de investigación más importantes analizados con relación a la electricidad, consistía en la conservación del fluido eléctrico de los cuerpos cargados. Era creencia generalizada, que dicho fluido eléctrico se evaporaba. ¿Podría esta evaporación reducirse, al encerrar el cuerpo electrificado en un recipiente?

Eward G. Von Kleist, llevó a cabo experimentos con agua que había sido previamente electrificada y se encontraba encerrada en una botella de vidrio. Un clavo insertado en el cuello de la botella establecía la conexión entre el agua y el generador electrostático.

A. Sosteniendo la botella en su mano, unía el clavo al generador; entonces retiraba la botella del generador y acercaba el clavo a un objeto no electrificado. Una intensa chispa se veía pasar entre el clavo y el objeto.

B. Mientras sostenía la botella con una mano llegó a tocar el clavo con la otra mano, notando una fuerte descarga. Cuando el experimento se repetía con mercurio y alcohol, el resultado era aún más intenso. El shock inmovilizaba hombros y brazos. Si no se acercaba al clavo ningún objeto, la botella permanecía cargada durante muchas horas.

C. Sin embargo, lo que Kleist encontró más sorprendente era que no se podía obtener ningún chispazo del clavo, cuando ponía la botella sobre la mesa.

- a) Justifica la existencia de chispazos entre el clavo y el objeto neutro, en la parte A.
- b) Haz un esquema de la conexión entre los elementos implicados en la parte B, a través del cual puedas explicar la descarga sufrida por el experimentador.
- c) Ayúdate de nuevo de un esquema y analiza por qué no se producían chispas, en lo que respecta al apartado C.

#### 4. ¿Cómo se define y calcula la capacidad eléctrica de un condensador?

Una vez establecidas las condiciones óptimas en las que se acumula la carga en los cuerpos, se ha visto que una magnitud llamada capacidad eléctrica, reúne en ella los factores que establecen la carga de los cuerpos en base al trabajo necesario para hacerlo. Se ha determinado que un punto de vista sistémico, (el paso de conductor a condensador), posibilita una mejoría en las condiciones de carga de los cuerpos.

Analicemos, a continuación, cómo se calcula la capacidad eléctrica de los condensadores, de forma que nos ayude a entender las relaciones que se establecen entre el campo entre las placas del condensador (magnitud microscópica) con otras magnitudes como capacidad y potencial eléctrico (magnitudes macroscópicas).

**A.23** Bajo un punto de vista operativo, la capacidad de un sistema formado por dos conductores bajo influencia total, (condensador), se puede calcular como:

$$C = Q/\Delta V$$

¿Qué significado tiene dicha expresión?

Analiza lo que representan las magnitudes que aparecen en ella.

#### **Comentario**

Q representa la carga en valor absoluto que tiene cada placa, en consonancia con lo visto en la actividad A.20, mientras que  $\Delta V$  sería la diferencia de potencial entre ellas. Si la placa negativa se encuentra conectada a tierra, entonces  $\Delta V$  coincidirá con el potencial al que se encuentra cargada la placa positiva.

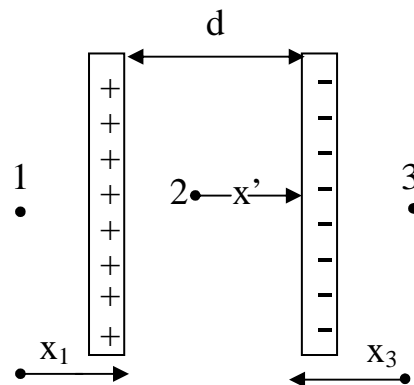


**A.24** Es conocido que el campo eléctrico creado por un disco plano delgado, con densidad de carga uniforme  $\sigma$  y de radio  $R$ , en un punto

del eje que pasa por su centro y a una distancia  $x$  de él, viene dado por la expresión:

$$E \approx (\sigma / 2\epsilon_0) [1 - (x / R)] \quad \text{para } x \ll R$$

Calcula, aplicando el principio de superposición, el campo creado por un condensador formado por dos de esos discos muy próximos, con carga igual y opuesta en ambos, en los puntos 1, 2 y 3 de la figura, en la que se encuentran ambos discos vistos de perfil (suponer  $d \ll R$ ). Dibuja sus líneas de campo.



Compara la magnitud de los resultados obtenidos para el campo, en las tres regiones caracterizadas por los puntos 1, 2 y 3.

### Comentario

Partiendo del valor del campo eléctrico originado por un disco plano delgado, obtendremos el valor del campo tanto en el interior como en el exterior para el condensador de placas planas y paralelas formado por dos discos y de acuerdo con las aproximaciones adecuadas.

El objetivo que persigue su cálculo en el interior, es facilitar que en la actividad siguiente, a través de la diferencia de potencial entre placas, podamos calcular su capacidad eléctrica, mientras que en el exterior se calcula el campo, para poder valorar el campo marginal que tenemos en los alambres próximos, responsable de la descarga de los condensadores en circuitos RC. Es importante ponerlo de manifiesto. La resolución nos permitiría obtener:



$$E_3 = E_1 \approx (\sigma / 2\epsilon_0)(d/R) \quad \text{donde } x \text{ representa } x_1 \text{ o bien } x_3.$$

$$E_2 \approx \sigma / \epsilon_0$$

valor que podemos considerar constante cuando la distancia entre placas es mucho más pequeña que sus dimensiones ( $d \ll R$ ). En esas condiciones, el campo fuera es  $d/2R$  veces más pequeño que el campo entre placas.



**A.25** a) A partir de la actividad anterior, y en concreto del valor obtenido para el campo eléctrico en el punto 2, calcula la diferencia de potencial entre las placas del condensador formado por los dos discos planos. Seguidamente, determina la capacidad eléctrica de dicho condensador.

b) Analiza las condiciones obtenidas en la actividad A.20.

c) Comprueba que para ellas, la capacidad del condensador es máxima en base a la fórmula obtenida.

**A.26** a) Determina las condiciones óptimas que deben darse, para que dos conductores esféricos huecos de diferente tamaño tengan una capacidad eléctrica máxima (condensador esférico).

b) Calcula la capacidad de dicho condensador, siguiendo un procedimiento análogo al empleado para el condensador plano de la actividad anterior.

c) Contrasta el análisis efectuado en a), con la fórmula obtenida en b).

### Comentario

Deberemos incidir en que la influencia entre ambos conductores sea máxima por lo que deberán encontrarse lo más cercanos entre ellos, a la vez que ambas cortezas esféricas sean lo mayores posible. Preferentemente se hablará en términos del trabajo necesario para cargar. Haremos notar también el medio.



**A.27** a) Calcula la capacidad de un conductor esférico, de radio 1cm.

b) Aplica los resultados obtenidos en la actividad anterior, al cálculo de la capacidad de un condensador esférico, formado por el mismo conductor esférico de radio 1cm. y otro conductor concéntrico hueco, de radio 2 cm. ¿Qué sistema tiene mayor capacidad? ¿Por qué?



**A.28** Calcula la capacidad de un condensador cilíndrico en vacío.

### Comentario

Constituye una de las aplicaciones más interesantes que pueden verse a este nivel, pues condensadores del tipo cilíndrico se encuentran presentes con frecuencia en nuestra vida ordinaria. Un ejemplo lo constituyen los cables coaxiales que son utilizados en las antenas para televisión o para conectar los aparatos de vídeo, así como en las comunicaciones a través del océano por cable...



**A.29** Diseño de condensadores actuales.

### Comentario

Puede ser interesante hacer una revisión, en clave actual, de los tipos de condensadores que se encuentran en el mercado y que, por consiguiente, más aceptación tienen en la actualidad. A los estudiantes se les menciona algo de bibliografía específica clásica para revisión, mientras, es el profesor el que informa acerca de los condensadores que en la actualidad se investigan, como pueden ser los condensadores que utilizan carbón activado, material altamente poroso y por tanto con un área muy elevada para las armaduras... Se utilizan como reservas de energía en aplicaciones de bajo voltaje, (memorias de ordenador, alimentación en aparatos de vídeo...) y se muestran superiores a las baterías recargables, ya que pueden volver a cargarse sin mayores problemas, miles de veces.

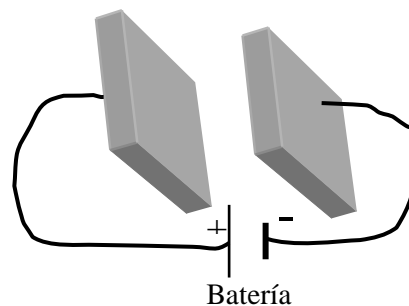


## 5. ¿Dónde se puede encontrar la energía eléctrica de un condensador?

Al situar el condensador en un circuito con una fuente de corriente continua y cerrar el interruptor, se ha visto que, las dos placas quedan cargadas por igual, aunque con signo opuesto. Tal y como sabemos, esto genera un campo eléctrico entre ambas placas y es en dicha región donde se puede encontrar la energía acumulada en el condensador.

**A.30** a) Explica el proceso de carga de un condensador, bajo un punto de vista energético.

b) Explica, también, desde el punto de vista del campo eléctrico existente entre placas, por qué se almacena energía en el sistema.



### Comentario

Pretendemos concretar el proceso de carga bajo dos puntos de vista: Por un lado, relacionando la energía química de la batería con la energía potencial eléctrica acumulada en el condensador, aspecto que los estudiantes ya deben de conocer. Por otro, estableciendo la relación entre el campo y la energía acumulada, de acuerdo con la fuerza sobre las cargas, y el consiguiente trabajo realizado para el transporte de esas cargas a las placas.

Pensamos que este doble punto de vista, es necesario para abordar la cuestión espinosa de dónde se encuentra almacenada la energía del condensador. Energía que, en demasiadas ocasiones, se maneja de una forma meramente operativa.

**A.31** a) ¿En base a qué consideraciones y principios se puede justificar el cálculo de la energía almacenada en cualquier condensador, a partir del trabajo que es necesario realizar para cargarlo? Obtener, por integración, una expresión que, con carácter general, nos permita evaluar la energía eléctrica almacenada en el condensador.

b) Aplica este resultado, al cálculo de la energía de una esfera conductora, de radio  $R$ .

### Comentario

Una representación gráfica, del tipo  $Q$  frente a  $V$ , podría ayudar a entender aspectos matemáticos de la integral necesaria para el cálculo.

Al ir cargando las placas se va estableciendo una diferencia de potencial entre ellas, entonces:  $U = \int V dq = \int q dq / C$  para cualquier condensador. Al ir variando la carga entre 0 al inicio y  $Q$  al final, obtendremos:

$$U = Q^2 / 2C = Q V / 2 = C V^2 / 2$$





Además, y de cara a actividades posteriores, consideramos el resultado obtenido en una esfera conductora para, más adelante, obtener el mismo resultado  $U = Q^2 / 8 \pi \epsilon_0 R$ , en función de una magnitud que introducimos en la siguiente actividad, como es la densidad de energía.



**A.32** Obtener una expresión para la energía almacenada en un condensador de placas planas paralelas.

Densidad de energía.

### Comentario

Se aprovecha la actividad para introducir el estado de tensión en el que se encuentran las moléculas de aire polarizadas, una vez cargadas las placas del condensador. Además el punto de vista que sustenta la actividad A.30, referido al campo entre placas y al correspondiente lugar que ocupa en el propio condensador, nos lleva a considerar una nueva magnitud que es la densidad de energía. Entonces se establece, de forma operativa, que la energía del condensador depende del campo entre placas y del volumen ocupado por dicho campo. De nuevo aparece la idea de que la energía está en el campo, sustentada por el hecho de que la carga almacenada en placas es proporcional al campo.



**A.33** a) Calcula la densidad de energía para una esfera conductora aislada de radio  $R$ , en todo punto del espacio. Ten en cuenta, en principio, las posibles contribuciones del campo eléctrico, tanto en el interior como en el exterior.

b) Usa la densidad de energía calculada en el apartado anterior, para, mediante integración, calcular la energía total debida al campo eléctrico.

### Comentario

Como actividad de aplicación, para familiarizarse con el concepto recién introducido, se propone el cálculo de la densidad de energía para un caso de geometría sencilla.

Para la zona exterior a la esfera conductora,  $E_{\text{ext}} = Q^2 / 4 \pi \epsilon_0 r^2$  y teniendo en cuenta que  $\mu_{\text{ext}} = \epsilon_0 E^2 / 2$  entonces:  $\mu_{\text{ext}} = Q^2 / 32 \pi^2 \epsilon_0 r^4$

El campo nulo en el interior de la esfera, no proporciona densidad de energía, por lo que la densidad de energía coincide con la externa.

Para la energía total,  $U = \int dU = \int \mu \, dv = \int (Q^2 / 32 \pi^2 \epsilon_0 r^4) 4 \pi r^2 \, dr = Q^2 / 8 \pi \epsilon_0 R$  al integrar para la zona exterior (entre  $R$  y el  $\infty$ ), es decir, donde hay campo. Parece necesario insistir a los alumnos, que la integral es necesaria ya que el campo en el exterior es variable (depende de  $r$ ) y, por tanto, también la energía lo es.





**A.34** El teclado de algunos ordenadores utiliza interruptores de capacidad. Cada tecla está conectada a una pequeña placa de metal móvil, que viene a ser una de las placas de un condensador de aire de placas paralelas. Al oprimir una tecla, la separación entre la placa móvil y otra fija disminuye con lo que se modifica la capacidad.

- Haz una valoración energética acerca de cómo una disminución de la distancia entre placas, afecta a la capacidad.
- En un teclado determinado, el área de cada placa metálica es de  $49 \text{ mm}^2$  y la separación entre placas antes de presionar la tecla es de  $0,6 \text{ mm}$ . Si los circuitos electrónicos usados, pueden detectar un cambio en la capacidad de  $0,3 \text{ pF}$ , ¿cuánto debe presionarse la tecla para que se detecte?

### Comentario

La actividad que ahora se plantea, y la siguiente, son complementarias. Esta primera, contempla un proceso de disminución de distancia entre placas a potencial constante y es una actividad del tipo C/T/S, encaminada a conectar los contenidos del tema con aplicaciones de carácter técnico, mientras que la que viene a continuación trata de un proceso de separación entre placas, a carga constante, donde puede resultar estimulante discutir sobre la aparente contradicción entre variaciones opuestas en magnitudes como la capacidad eléctrica y la energía.

Al aproximar una placa a la otra, la diferencia de potencial debería disminuir; sin embargo se mantendrá constante con la fuente de alimentación en funcionamiento. El condensador deberá cargarse más para que se compense la disminución de  $\Delta V$  en la aproximación entre placas, con su aumento debido al aumento de carga. El condensador aumentará su capacidad:

$$\Delta C = C_{\text{final}} - C_{\text{inicial}} = \epsilon_0 A (1 / d_f - 1 / d_i)$$

y despejando obtendremos una separación entre placas al final de  $0,424 \text{ mm}$ . Deberán presionarse  $0,176 \text{ mm}$  las teclas, para detectarse el necesario cambio en la capacidad.



**A.35** Un condensador de placas planas paralelas de  $60 \mu\text{F}$  de capacidad, se carga a  $12 \text{ V}$ . Desconectado de la batería, se aumenta la separación entre placas pasando de  $2 \text{ mm}$  hasta  $3,5 \text{ mm}$ .

- Calcula el incremento de energía acumulada en el condensador, al separar las placas. ¿Cómo es posible que a una disminución en la capacidad del condensador, le corresponda un aumento en su energía? Razónalo.
- Calcula, de nuevo, el apartado anterior usando una estrategia de resolución distinta.

*Sugerencia: Puedes obtener el campo creado por una de las placas en el interior del condensador y, de ahí, la fuerza ejercida sobre ella por la otra placa.*

### Comentario

En el proceso a carga constante, inicialmente  $U_{\text{inicial}} = C_i V^2 / 2$  mientras que al final  $U_{\text{final}} = C_f V^2 / 2$  con una relación entre ambas capacidades inversamente proporcional a las distancias entre placas para el condensador de placas planas y paralelas. Para separar las placas cargadas (placa positiva de la negativa) deberemos de realizar un trabajo que se almacena en forma de energía potencial.

De forma alternativa, podemos calcular el campo entre placas  $E = \Delta V / d$  y la fuerza ejercida sobre una de las placas por la otra  $F = (E / 2) Q$ . Por último el trabajo que es necesario realizar desde el exterior para separar las una distancia  $\Delta d$  será,  $W = F \Delta d$  que debe coincidir con la energía electrostática almacenada por el condensador.

Las dos actividades realizadas sirven como introducción a las experiencias de Faraday que se verán en las siguientes actividades.



## 6. ¿Es posible mejorar, aún, la capacidad de los condensadores?

El avance tecnológico, nos pide un paso más siempre en la misma dirección. Manteniendo el tamaño de los dispositivos nos preguntaremos, de nuevo, si es factible mejorar, de alguna forma distinta a las ya analizadas, la capacidad eléctrica de los cuerpos.



**A.36** Supongamos que tenemos un condensador con aire entre placas, en el que por razones técnicas no podemos variar ni su geometría ni su tamaño. a) ¿Cómo podríamos mejorar su capacidad eléctrica?

*Recordar que un dieléctrico colocado en un campo externo disminuye el campo como consecuencia de su polarización.*

b) ¿Qué cargas y en qué medida son responsables de la disminución del campo y dónde se encuentran?

### Comentario

Abordamos en esta parte la posible variación de campo eléctrico entre las armaduras del condensador al colocar entre ellas un dieléctrico. Resulta necesario que los estudiantes, previamente, conozcan la polarización de la materia (tanto para conductores como aislantes) y el mayor o menor grado en que puede producirse. Habrá que hablar de las cargas ligadas o de polarización que se encuentran en la superficie del dieléctrico. La constante dieléctrica relativa o permitividad relativa  $\epsilon_r$  constituye una medida acerca de su grado de polarización. El diseño establecido trata de ayudar, paso a paso, a los alumnos inexpertos en dicha materia.





**A.37** a) Establece una relación cuantitativa entre el campo ligado al dieléctrico y el campo debido a las cargas libres (en las placas). Obtener, también, una relación análoga entre las cargas ligadas al dieléctrico y las cargas libres.

b) Aplica las expresiones obtenidas a casos de fácil interpretación, como puede suceder cuando el dieléctrico toma valores de su constante dieléctrica relativa tales como:  $\epsilon_r = 1$ ,  $\epsilon_r = 2$ ,  $\epsilon_r = 4$  y  $\epsilon_r \rightarrow \infty$ . Proporciona significado a lo obtenido.

c) Carga efectiva.

### Comentario

Resulta interesante concretar la relación entre la carga libre de las placas y la carga ligada al dieléctrico e interpretar, cómo afecta la introducción del dieléctrico a la carga libre. La constante dieléctrica  $\epsilon_r = E_{\text{placas}} / E_{\text{total}} (E_{\text{placas}} - E_{\text{ligado}})$  que en realidad quiere decir que el campo debido a la presencia del dieléctrico disminuye en  $\epsilon_r$ .



Intentamos establecer una gradación entre los materiales conductores y los dieléctricos al dar sentido, para diferentes valores de la constante dieléctrica relativa, a su mayor o menor influencia en el campo entre placas. Operando en la expresión anterior obtenemos:  $E_{\text{ligado}} = E_{\text{placas}} [(\epsilon_r - 1) / \epsilon_r]$ . Para valores pequeños de la constante dieléctrica, la polarización es relativamente pequeña lo que hace disminuir poco el campo total entre placas. Conforme aumentan los valores que toma la constante dieléctrica aumenta la polarización disminuyendo mucho el campo total.

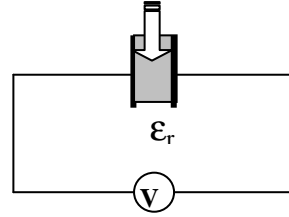
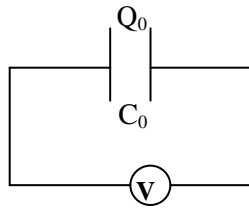
Asimismo, se introduce el concepto de carga efectiva tan útil para explicar los dos puntos de vista complementarios sobre lo que sucede al introducir el dieléctrico entre placas, describir cómo se encuentran asociados varios condensadores, de acuerdo con un punto de vista alternativo al clásico, y asimismo para comprender la ley de Gauss para dieléctricos.



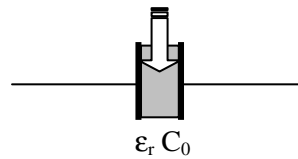
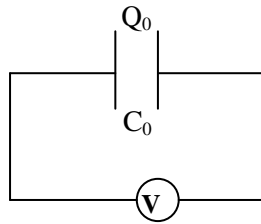
Es importante que los estudiantes comprendan que el efecto de la polarización es disminuir la carga libre en la carga ligada (manteniendo  $\epsilon_r = 1$ ), o bien lo que es equivalente, considerar la carga libre (sin tener en cuenta la ligada) pero considerando la  $\epsilon_r$ . Es decir, el efecto de introducir el dieléctrico afecta bien a la carga libre o bien a la permitividad, pero no a ambas magnitudes a la vez.



**A.38** Faraday introdujo entre las placas de un condensador plano paralelo, un dieléctrico de constante dieléctrica relativa  $\epsilon_r$ , observando entonces que su capacidad aumentaba precisamente en dicho factor. Explica lo que sucede, en términos de carga, campo y diferencia de potencial entre placas, al introducir el dieléctrico, cuando se inserta con la batería cargando al condensador.



**A.39** a) Explica lo que sucede, en términos de carga, campo y diferencia de potencial entre placas, al introducir el dieléctrico, cuando se inserta ya cargado el condensador y por tanto sin la batería.



### Comentario

Se trata de abordar las experiencias que realizó M. Faraday, que sirvieron para determinar la capacidad inductiva específica de diversos dieléctricos.

Es muy importante que los estudiantes se familiaricen con lo que significan ambas experiencias y, a la vez, sepan diferenciarlas en lo que se refiere a los procesos (a potencial constante o bien a carga constante) que tienen lugar en ambas situaciones.



Como hemos visto, la introducción de un dieléctrico entre las placas del condensador aumenta su capacidad eléctrica. A través de una serie de actividades que vienen a continuación, observaremos que, debido a que la introducción del dieléctrico puede realizarse de diferentes maneras, existen otras formas de modificar la capacidad del sistema.



**A.40** Un condensador de placas planas y paralelas, de área  $A$  y separación entre ellas  $d$ , se carga hasta una d.d.p. de  $V_0$  voltios, para a continuación desconectar la batería.

- Determina el campo creado entre placas y representa alguna superficie equipotencial.
- Insertamos a continuación una lámina dieléctrica de constante dieléctrica  $\epsilon_r$ , (que ocasionalmente tomará el valor de 2), espesor  $d$  y área  $A/2$  y que en un momento determinado ocupa la mitad izquierda del condensador, como muestra la figura.

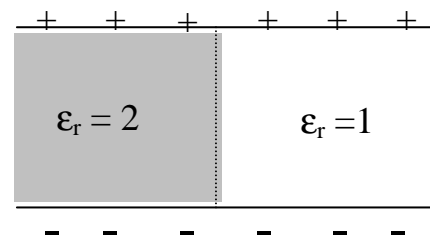
¿Habrá movimiento de cargas en las placas del condensador en la situación descrita? ¿En qué sentido? Razónalo.

*Sugerencia: Recuerda que la superficie de una placa conductora es una equipotencial.*

c) ¿Cuándo cesará el movimiento de cargas entre ambas zonas?

d) Obtener una relación numérica para la carga libre en ambas regiones, en función de una  $\epsilon_r$  genérica.

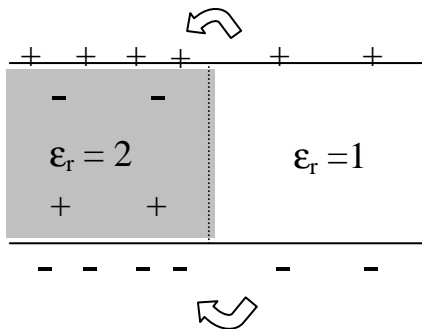
e) Representa el campo eléctrico en ambas zonas.



### Comentario

Ante una situación problemática concreta, se orienta a los alumnos para que pongan en juego tanto conocimientos anteriores (líneas de campo, superficies equipotenciales,...etc.), como los recientemente adquiridos de carga efectiva y los inherentes a las experiencias de Faraday, en un contexto donde se encuentra latente la asociación de dos condensadores.

Se trata de ver cómo es el campo eléctrico en las dos regiones (sin tener en cuenta el efecto en los bordes), como consecuencia de la redistribución de carga (libre) que hay en las placas. En tal sentido, las placas constituyen superficies equipotenciales y para que así ocurra, teniendo en cuenta la polarización de la zona de la izquierda, deberá de haber movimiento de cargas entre ambas zonas. Para la situación descrita, pasará una carga (en situación real, un múltiplo) hacia la izquierda, atraída por las cargas de polarización en el dieléctrico:



De esa manera el campo eléctrico en ambas regiones será el mismo y la placa superior podrá mantener todos sus puntos al mismo potencial (de igual manera la placa inferior). Utilizando la idea de carga efectiva de la actividad A.37, tendremos en la región con dieléctrico, que el efecto es el mismo si consideramos 4 cargas libres menos dos cargas



ligadas (manteniendo  $\epsilon_r = 1$ ) que considerar únicamente las 4 cargas libres sin considerar las ligadas pero con una  $\epsilon_r = 2$ . Operativamente, (siempre en la región con dieléctrico), para el campo eléctrico en un condensador de placas planas y paralelas:

$E = \sigma / \epsilon_r \epsilon_0 = (Q / A) / \epsilon_r \epsilon_0$ . Si consideramos  $A/2$  que es el área de las placas de cada región como la unidad, pues es irrelevante en lo que sigue:

Según el primer criterio:  $E = (4-2) / \epsilon_0$

Mientras que para el segundo criterio:  $E = 4 / 2 \epsilon_0$

Por otra parte en la zona sin dieléctrico sólo hay dos cargas libres con  $\epsilon_r = 1$ , es decir:  $E' = 2 / 1 \epsilon_0$ . El campo en ambas zonas, después de la redistribución de cargas necesaria para mantener la equipotencialidad de las placas, será el mismo.

#### A.41 Asociación de condensadores serie y paralelo.

##### Comentario

Parece necesario hacer una breve referencia aclaratoria acerca de cómo se asocian condensadores. Aquí se contemplan los dos tipos de asociación, que se ven clásicamente, entre condensadores que previamente permanecen descargados.



**A.42** Calcula la capacidad del condensador equivalente al dado en la actividad A.40, de acuerdo con lo tratado en la actividad anterior.

¿Mejora este condensador su capacidad eléctrica al introducirle el dieléctrico?

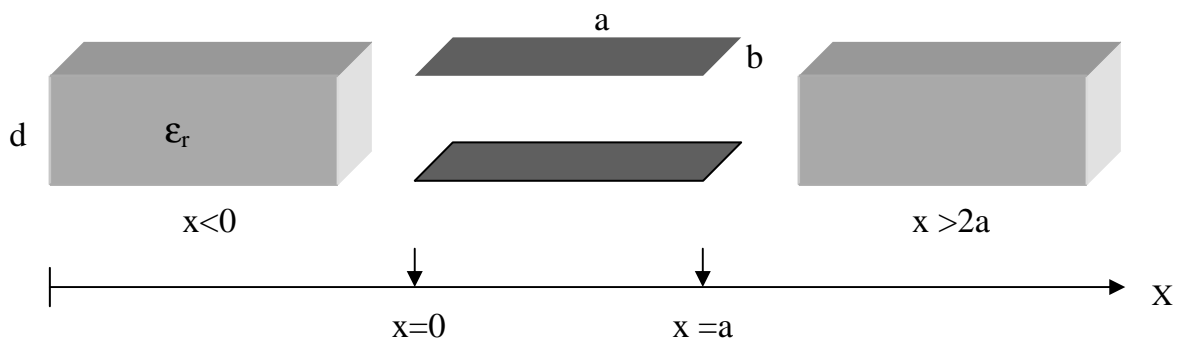
##### Comentario

Conviene justificar por qué el condensador que estamos manejando puede verse como la asociación de dos condensadores en paralelo. La diferencia de potencial entre placas en ambos condensadores (el de la izquierda con dieléctrico y el de la derecha sin él) será la misma, debido a consideraciones ya mencionadas. Además se encuentran unidas entre sí las placas positivas y, análogamente, las negativas; es más, la carga (libre) en las placas es proporcional a la capacidad de cada condensador.



**A.43** Consideremos de nuevo el condensador anterior (descrito en A.40), de placas planas y paralelas y de área  $A$  (con una longitud  $a$  y una anchura  $b$ ) separadas una distancia  $d$ , cargado bajo una d.d.p. de  $V_0$  voltios y a continuación desconectado de la batería.

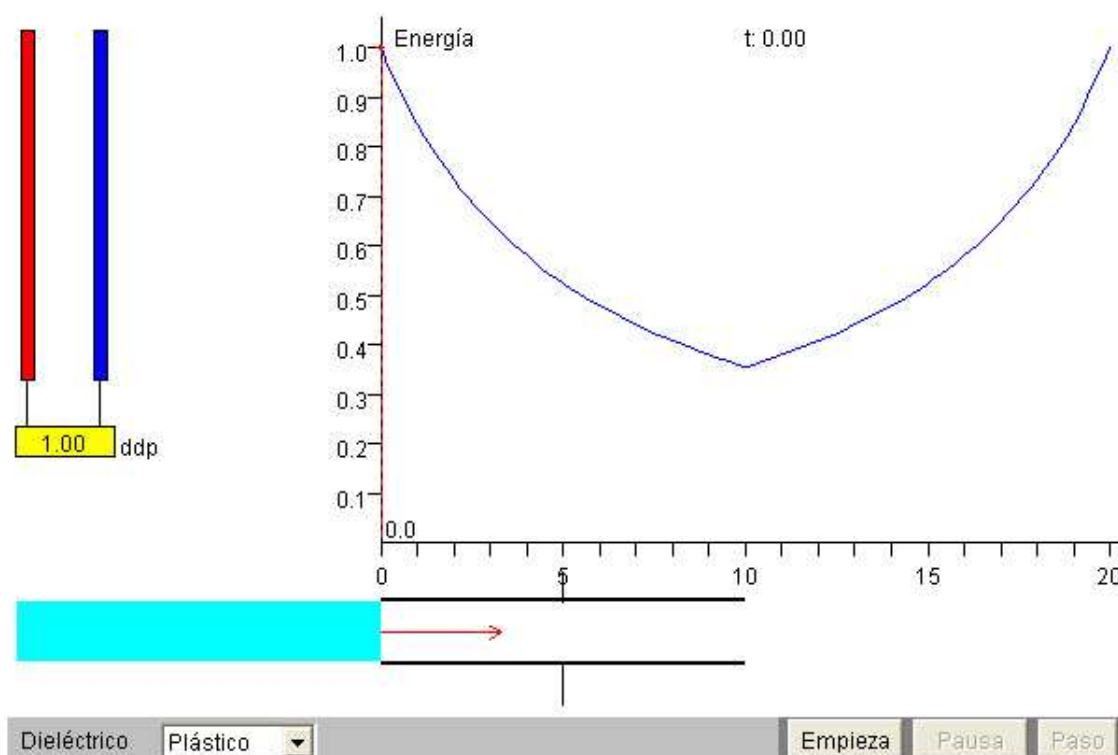
a) Describe cómo evolucionan la diferencia de potencial entre placas, la capacidad eléctrica y la energía potencial en el condensador cuando un dieléctrico de su misma longitud, anchura y prácticamente espesor  $d$ , pasa de estar completamente en el exterior ( $x < 0$ ) hasta que, atravesándolo por completo, llega a la parte opuesta del condensador ( $x > 2a$ ). Para ello considera las posiciones genéricas:  $x < 0$ ,  $0 < x < a$ ,  $x = a$ ,  $a < x < 2a$  y  $x > 2a$ , tal y como muestra la figura:





Comprueba si tu análisis se encuentra de conformidad con los resultados observados en el fislet sobre ‘Fuerzas sobre un dieléctrico (II)’.

b) ¿Cómo crees que influye el tipo de material dieléctrico (plástico, parafina, porcelana...) introducido entre placas, en el comportamiento del condensador? Compara la diferencia de potencial entre placas, capacidad eléctrica y energía eléctrica para dos dieléctricos diferentes entre placas. Comprueba que tu análisis es conforme a los resultados que pueden ser observados en la simulación.



### Comentario

Analizamos la situación de introducción de un dieléctrico entre las placas de un condensador, en un proceso a carga constante. Una representación de los diversos estados que nos proporciona la situación descrita, parece adecuada para obtener, como casos particulares, situaciones concretas de interés que sean fácilmente visualizables. A ello se le añade la posibilidad de establecer un análisis de las variables más significativas como campo, potencial y energía eléctrica, sus relaciones con la fuerza que se ejerce sobre el dieléctrico y el tipo de material empleado como tal... etc. Todo ello, es confrontado en la simulación que nos muestra el fislet.

Un tratamiento del problema basado en las actividades A.40 y A.42, nos permitiría llegar a obtener la capacidad del condensador que tiene introducido parcialmente un dieléctrico, de permitividad relativa  $\epsilon_r$ , una longitud variable  $x$ :



$C = \epsilon_r \epsilon_0 bx / d + \epsilon_0 b(a-x) / d = C_2 = \epsilon_0 ba / d [ \epsilon_r(x/a) + 1 - (x/a) ] = C_0 [ 1 + (\epsilon_r - 1) (x/a) ]$  y de ahí el cálculo de la energía en un proceso a carga constante es fácil a través de  $U = Q^2 / 2C = U_0 a / [ (\epsilon_r - 1) x + a ]$  de la misma manera que se puede obtener la fuerza sobre el dieléctrico, ejercida por la carga en placas, al derivar la energía respecto a la variable  $x$  según:

$$F = -(\partial U / \partial x) = U_0 a (\epsilon_r - 1) / [(\epsilon_r - 1) x + a]^2$$

La simulación nos muestra lo siguiente:

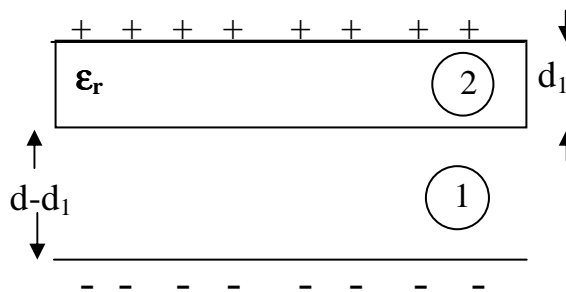
- Para  $x < 0$ , al irse acercando la lámina hacia el condensador, pero aún toda ella en el exterior, no hay cambios: la diferencia de potencial entre placas es constante y la capacidad del condensador es mínima, lo que nos proporciona una energía máxima para el condensador.
- Para  $0 < x < a$ , la polarización del dieléctrico disminuye el campo y la diferencia de potencial entre placas respecto al estado anterior, aumentando la capacidad y proporcionando una energía menor.
- Para  $x = a$ , con todo el dieléctrico encerrado entre placas, tanto el campo como la diferencia de potencial entre placas se hacen mínimas, lo que nos lleva a una capacidad máxima y una energía mínima.
- Para  $a < x < 2a$ , el campo y la diferencia de potencial entre placas comienzan a aumentar, con lo que disminuye la capacidad y aumenta la energía del condensador.
- Para  $x > 2a$  se alcanza una situación de campo y diferencia de potencial entre placas constantes y con valor máximo, habiendo adquirido la capacidad del condensador de nuevo su valor mínimo, lo que nos proporciona una energía máxima para el condensador.



Para otro dieléctrico, caracterizado por el valor de otra constante dieléctrica diferente, (p. ej. consideremos que es mayor que en el caso anterior) la polarización del dieléctrico entre placas es mayor, lo que supondría una mayor disminución del campo y de la d.d.p. entre placas respecto al material anterior y, por consiguiente, a carga constante, un mayor aumento en su capacidad eléctrica.



**A.44** Un condensador está formado por dos placas cuadradas de área  $A$ , separadas una cierta distancia  $d$ . Cargado el condensador, y separado de la batería, se introduce, como indica la figura, una lámina dieléctrica de espesor  $d_1$  y constante dieléctrica  $\epsilon_r$  que, en ocasiones, tomará el valor de 2.



a) Dibuja las líneas de campo y determina el valor del propio campo, en las dos zonas del condensador.

- b) Haz un análisis de las variables que influirán en la capacidad de este condensador.
- c) ¿Cuál es la d.d.p. en las dos zonas del condensador?
- d) Calcula la capacidad eléctrica del condensador. Comprueba la bondad del resultado para el caso en que  $\epsilon_r = 1$  y también, cuando  $d_1 \rightarrow d$
- e) Comprueba el apartado b) de acuerdo con el resultado obtenido para la capacidad.
- f) ¿Podemos considerar que el condensador de la actividad anterior equivale a la asociación de dos condensadores en serie? Razona. En caso afirmativo, resuelve en función de ello.
- g) ¿Mejora este condensador su capacidad eléctrica al introducirle el dieléctrico?

### Comentario

Se aborda una nueva situación problemática, orientada a que los alumnos pongan de manifiesto tanto sus conocimientos anteriores al tema (líneas de campo, superficies equipotenciales, polarización de la materia), así como los aplicados recientemente (carga efectiva, segunda experiencia de Faraday, asociación de condensadores...).

Tratamos de ver cómo el campo eléctrico en la región 2, disminuye respecto a su valor en la región 1, lo que nos permite obtener, de la manera habitual, la distinta diferencia de potencial entre placas (para lo que podemos considerar dos condensadores), y de ahí, usando la definición operativa, llegar a establecer la capacidad eléctrica del conjunto:

$E_1 = Q / \epsilon_0 A$  mientras que en la zona 2:  $E_2 = Q / \epsilon_0 \epsilon_r A$  y para la diferencia de potencial en ambas zonas:

$\Delta V_1 = Q (d-d_1) / \epsilon_0 A$        $\Delta V_2 = Q d_1 / \epsilon_0 \epsilon_r A$  de tal forma que para el condensador considerado globalmente:

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 \Rightarrow C = Q / \Delta V = \epsilon_0 A / (d-d_1) + d_1 / \epsilon_r$$

- Para  $\epsilon_r = 1$  entonces  $C = \epsilon_0 A / d$
- Cuando  $d_1 \rightarrow d$  entonces  $C = \epsilon_r \epsilon_0 A / d$

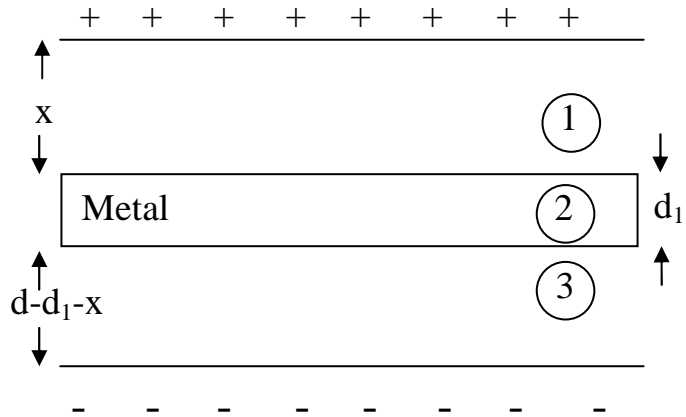
Comprobaremos el resultado, suponiendo la equivalencia de dos condensadores asociados en serie, ya que ambos condensadores, es como si hubieran sido cargados bajo diferente diferencia de potencial.

También consideramos que una vez cargadas las placas del condensador, al introducir el dieléctrico, se cargarán las placas (digamos interiores a ambos condensadores) por inducción, tal y como sucede en la asociación de dos condensadores en serie. En tal caso  $C_1 = \epsilon_0 A / (d-d_1)$  y  $C_2 = \epsilon_0 \epsilon_r A / d_1$  y se obtiene el mismo resultado que antes.





**A.45** Consideremos un problema semejante al descrito en la actividad A.44 pero, ahora, la lámina que se introduce en la posición indicada en la figura, es de metal.



a) Dibuja las líneas de campo y determina el valor del propio campo en las tres zonas del condensador.

b) ¿Cuál será la d.d.p. en cada una de las zonas del condensador?.

c) Calcula la capacidad eléctrica del condensador, a partir del resultado obtenido en el apartado anterior. ¿Era previsible el resultado obtenido?

d) Comprueba, de nuevo, la bondad del resultado que hayas obtenido, para el caso límite en que  $x \rightarrow 0$  y, también, cuando  $d_1 \rightarrow 0$ .



**A.46** a) ¿Podemos decir, que el condensador de la actividad anterior, A.45, equivale a la asociación de varios condensadores en serie? Razónalo. En función de ello, calcula su capacidad equivalente.

b) ¿Mejora este condensador su capacidad eléctrica al introducirle la lámina metálica?

c) Para la actividad A.44 introducíamos una lámina de dieléctrico en vez de una de metal, ¿puedes confrontar ambas situaciones, con objeto de comprobar la consistencia de los resultados obtenidos?

### Comentario

Veamos algunas ideas que surgen de la resolución:

$$E_1 = E_3 = Q / A \epsilon_0$$

$E_2 = 0$  en éste caso debido a que el campo es nulo en el interior de un conductor.

Se observa que la diferencia de potencial en las 3 zonas es diferente:

$V_1 = Q x / A \epsilon_0$      $V_2 = 0$  (entendido como diferencia de potencial), ya que el potencial en la superficie del conductor es constante. Además  $V_3 = Q (d-d_1-x) / A \epsilon_0$

Para el cálculo de la capacidad eléctrica:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = Q x / A \epsilon_0 + 0 + Q (d-d_1-x) / A \epsilon_0 = Q (x + (d-d_1-x)) / A \epsilon_0 = Q (d-d_1) / A \epsilon_0$$

y entonces:  
 $C = Q / V = A \epsilon_0 / (d-d_1)$  resultado previsible ya que la superficie del metal es una equipotencial y, por tanto, no modifica la diferencia de potencial entre las armaduras.

- Si  $x \rightarrow 0$  se trata de un único condensador de espesor  $(d-d_1)$  y su capacidad eléctrica no se modificará, siendo:  $C = A \epsilon_0 / (d-d_1)$



- Si  $d_1 \rightarrow 0$  sólo hay un condensador de distancia entre placas  $d$  y la capacidad será:  
 $C = A \epsilon_0 / d$ . En esencia, la idea del apartado anterior.

Sucede que la inducción que ocurre en la lámina metálica es completa, con lo que se asocian placas de distinto signo, pero cargadas por igual. Además la zona 2 es una equipotencial y, por tanto, solo habrá dos condensadores en serie, tal que:

$$C_1 = A \epsilon_0 / x \text{ y además } C_3 = A \epsilon_0 / (d-d_1-x). \text{ Entonces:}$$

$$C = C_1 C_3 / C_1 + C_3 = A \epsilon_0 / (d-d_1) \text{ con la lámina metálica entre placas.}$$

y  $C = A \epsilon_0 / d$  sin la lámina entre las placas.

Como se observa la capacidad con el metal incluido, mejora la capacidad del condensador en aire; sin embargo, al acercar las placas hay que tener cuidado con el aislamiento entre ellas, considerando que al tratar de conseguir la máxima influencia entre placas, podría llegar a descargarse.

La razón de la mejoría es la disminución de la diferencia de potencial entre placas (existe una mayor cercanía entre ellas), como consecuencia de la existencia de la superficie equipotencial del metal.

Para la lámina de dieléctrico:  $C = \epsilon_0 A / \epsilon_r (d-d_1) + d_1 / \epsilon_r$  y para  $\epsilon_r \rightarrow \infty$  (lámina metálica) entonces  $C = \epsilon_0 A / (d-d_1)$  que es lo que obteníamos para el metal.



**A.47** Analiza de manera breve y esquemática, las ventajas que supone situar un dieléctrico entre las placas de un condensador.

### Comentario

Se trata de una actividad de revisión que pretende responder, ya de manera concreta, a parte del problema planteado acerca de las mejores condiciones que podemos encontrar para la acumulación de carga en los condensadores. Si nos ceñimos al dieléctrico en concreto, se ha observado una mejoría en la capacidad del condensador, la posibilidad de un aumento en su rigidez dieléctrica y se ha establecido una estructura mecánica de separación física entre las placas del condensador lo que permite una menor posibilidad de descarga entre placas.

## 7. Los procesos de carga y descarga en circuitos con condensadores, ¿son lineales?

Vamos a considerar, de nuevo, el proceso de carga de un condensador; aspecto que ya se hemos analizado a partir de la actividad A.30, bajo un punto de vista energético. A partir de este momento, nos fijaremos especialmente en el transitorio, es decir, cómo varían a lo largo del tiempo las magnitudes afectadas: carga eléctrica e intensidad de corriente.



**A.48** Consideremos el circuito de la figura, con una batería, un condensador inicialmente descargado, un interruptor y unos cables con una determinada resistencia, que unen todos los elementos descritos.

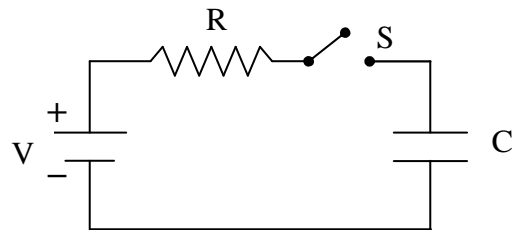
Al realizar medidas en el laboratorio del proceso de carga de un condensador, obtuvimos a partir de ellas los siguientes datos:

Tiempo	0	0,5	1	1,5	2	3	4	6	8	10
Carga en placas	0	2,1471	3,7180	4,8672	5,7080	6,7732	7,3433	7,8119	7,9461	7,9846

a) ¿Qué podemos decir de la intensidad de corriente en el circuito durante la carga del condensador?

b) Justifica la variación de la intensidad de corriente en los alambres, en función del campo eléctrico, consecuencia de la creciente acumulación de carga en placas del condensador.

c) ¿Cuándo cesa la corriente en el circuito?



### Comentario

Supone una actividad de circuito RC, habiéndose considerado una resistencia de valor 2 y una capacidad de 0,8 unidades. Los datos que reflejan la tabla deben servir para detectar que la corriente decrece (y no de forma lineal) a lo largo del tiempo.

Se impone justificar la dependencia corriente-tiempo en base al modelo analizado del campo eléctrico generado en los alambres, aspecto analizado en la actividad A.24. Una explicación correcta, basada en el modelo de fuerzas coulombiano, desembocaría en que la creciente acumulación de carga en placas, impide (según transcurre el tiempo en mayor medida) el paso de corriente en el circuito. Debe quedar claro (después de la simulación en A.51) que el cese de corriente coincide con el momento en que la diferencia de potencial en placas del condensador, iguala al voltaje de la batería.



**A.49** Explica razonadamente, en base a consideraciones energéticas (diferencias de potencial entre puntos del circuito), la relación temporal que se establece entre la carga acumulada en el condensador, la diferencia de potencial entre placas y la intensidad de corriente en el circuito. Todo ello para los instantes iniciales, para un instante intermedio y para el momento en que finaliza el proceso de carga. Indica también, los valores máximos que tomarán la intensidad de corriente y la carga del condensador.

Plantea la correspondiente ecuación energética del circuito: pila, resistencia de los alambres y condensador.

### Comentario

Antes de plantear la ecuación energética, pretendemos que como continuación de la actividad anterior, los estudiantes hagan una valoración cualitativa sobre la diferencia de potencial en puntos significativos del circuito, (concretamente entre los extremos de la resistencia y entre placas del condensador), para una mejor comprensión de la ecuación que se obtendrá a continuación.

La valoración puede ser del siguiente tipo:

- Inicialmente la carga en el condensador es muy pequeña, entonces la diferencia de potencial entre placas deberá ser muy pequeña, de tal manera que la corriente en el circuito será elevada. Entonces  $i_{\max} = V/R$
- Posteriormente la carga aumenta aunque, como se ha dicho, no linealmente, lo que se traduce en un aumento de la diferencia de potencial entre placas y la corriente deberá disminuir.
- Finalmente el condensador se carga por completo, de forma que la diferencia de potencial entre placas coincide con el potencial de la pila y la corriente cesa. Entonces:

$$q_{\max} = VC$$

Establecer la coherencia de las ideas expresadas con la ley de conservación de la energía (es decir, el marco teórico adecuado) para el circuito, constituye para los alumnos una autoafirmación del aprendizaje adquirido, proporcionándoles una mayor seguridad en lo que se hace.

La ecuación energética puede expresarse:

$$V = R i + q / C = \text{cte}$$

y ello nos llevaría a contrastar, a continuación, los aspectos cualitativos vistos en la actividad anterior con los cuantitativos aquí vistos.



**A.50** Análisis matemático del proceso de carga. Constante de tiempo.



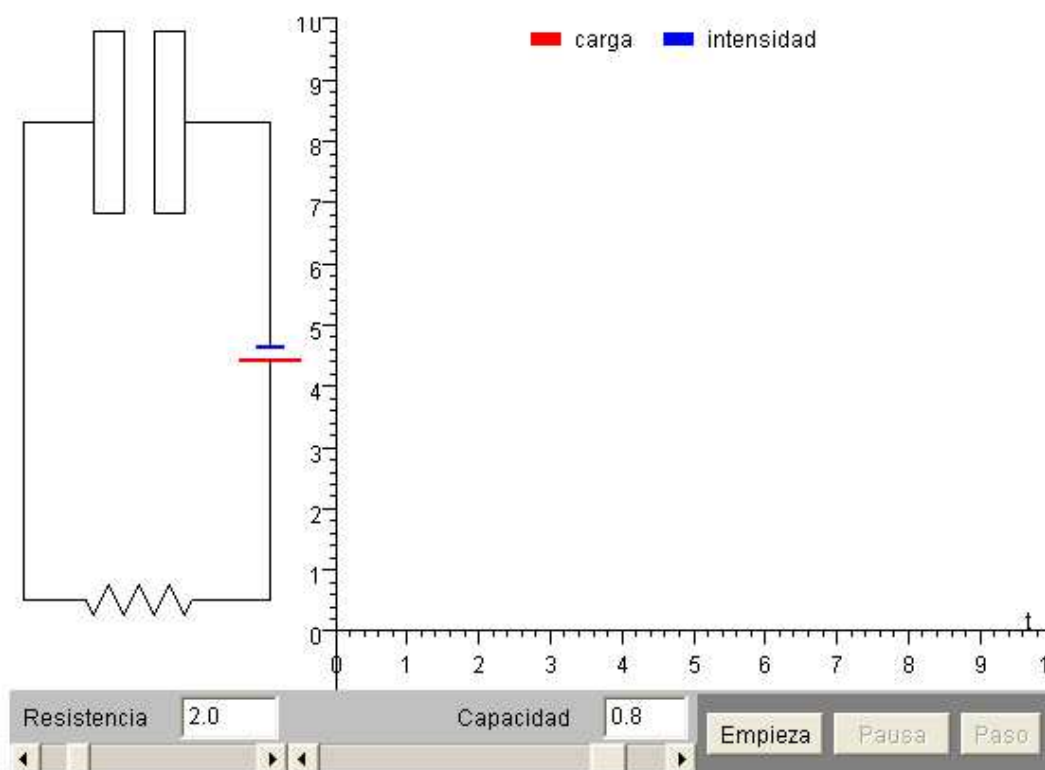
**A.51** a) Comprueba si tus respuestas a la actividad A.48 están de acuerdo con los resultados que se muestran en el fislet correspondiente a la ‘Carga de un condensador’:

b) Realiza una valoración cualitativa sobre qué aspectos cambiarían en el proceso de carga, si la resistencia del circuito fuera mayor:  $R' > R$ .

c) Valora de forma meramente cualitativa sobre qué aspectos se modificarían si la capacidad del condensador fuera  $C' > C$ .



Comprueba, a continuación, si tus estimaciones a los apartados b) y c) son coherentes respecto a los resultados que muestra la simulación.



### Comentario

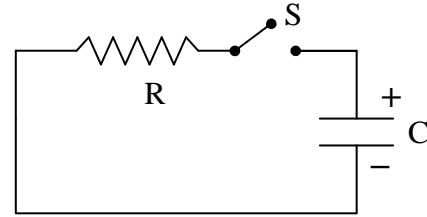
Obviamente los estudiantes no se encuentran en condiciones de expresar por sí mismos las relaciones temporales  $q-t$  y  $i-t$ , que se obtienen de las ecuaciones diferenciales derivadas de la conservación de la energía. Sí pueden, de acuerdo con el enunciado de la actividad A.45, y lo visto en actividades subsiguientes, hacer una representación, a modo de tentativa, que posteriormente puede confrontarse con las representaciones que da el propio fislet.

Un análisis de las variables implicadas en el circuito de carga, puede ayudarnos a comprender mejor lo que sucede a nivel microscópico. Especialmente interesante es comprender que la carga máxima en el condensador no depende de la resistencia eléctrica y que con una resistencia mayor el proceso de carga se ralentiza tardando más tiempo en cargarse el condensador. Además, la corriente máxima alcanzada en el circuito, es independiente de la capacidad del condensador implementado en él, aunque el condensador con mayor capacidad admite más carga bajo el mismo voltaje de la batería (10V).



En otro orden de cosas, se aprovecha el desarrollo matemático realizado por el profesor, para dotar de significado (tanto a nivel gráfico como analítico) a la constante de tiempo.

Una vez cargado el condensador, los procesos más importantes en el ámbito técnico ocurren cuando el condensador se descarga a través de una resistencia (flash fotográfico, alarmas de seguridad, dosímetro, relojes de cuarzo...).



**A.52** Describe lo que sucede a lo largo del tiempo, en la figura anterior, al suprimir la batería en el circuito y cerrado el interruptor, durante el proceso de descarga del circuito, en términos de carga, campo, intensidad de corriente, diferencia de potencial entre placas..., de forma análoga a como lo hacíamos en la actividad A.48 para la carga del condensador.

### Comentario

Los estudiantes han debido comprender las relaciones que se establecen entre las variables, durante la carga en el circuito RC. Si así ha ocurrido, no se plantean mayores dificultades al proceso de descarga, que aún es más sencillo. En principio, debe justificarse el inicio de la descarga a través del campo marginal creado por la carga de las placas del condensador en los alambres. Bien es cierto, que no debemos olvidar que, en general, el campo que mueve a los portadores en el circuito no solamente es debido a las cargas de la batería o del condensador, sino también a las cargas en la superficie de los alambres conductores. En la lección siguiente, relativa a la corriente eléctrica, hablaremos de ello con mayor profundidad siguiendo el modelo de redistribución de carga.



**A.53** Análisis matemático del proceso de descarga.

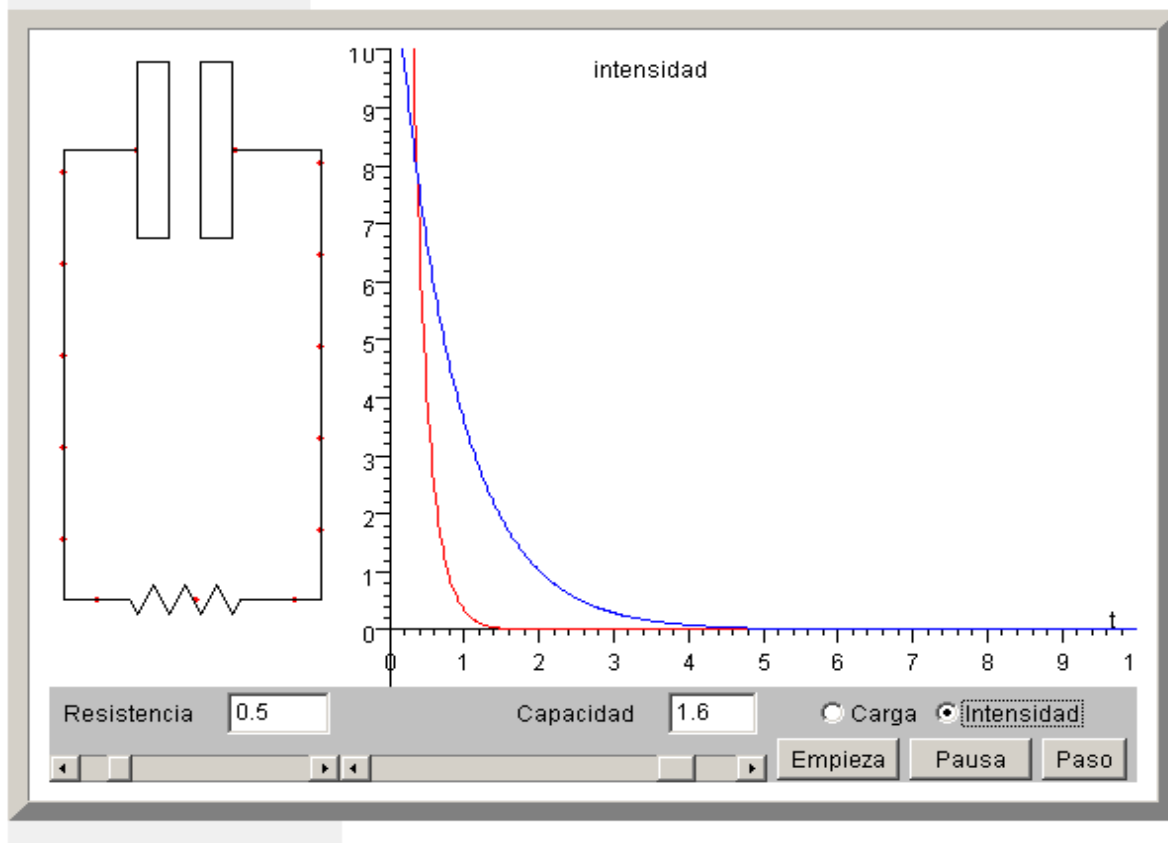


**A.54** a) Comprueba si tus respuestas a la actividad A.52 están de acuerdo con los resultados que se muestran en el fislet correspondiente a la 'Descarga de un condensador':

- b) Efectúa una valoración cualitativa, acerca de los aspectos cambiarían en el proceso de descarga, si la resistencia del circuito fuera mayor:  $R' > R$ .
- c) Valora, de forma cualitativa, qué magnitudes se modificarían si la capacidad del condensador fuera  $C' > C$ .

Comprueba, a continuación, si tus estimaciones a los apartados b) y c) se encuentran de conformidad respecto a los resultados que muestra la simulación





### Comentario

Se trata de una actividad de revisión que pretende responder a diferentes aspectos, a saber:

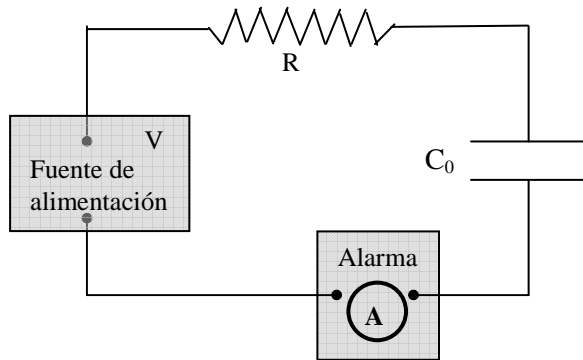
El circuito con una mayor resistencia se descargará más lentamente debido a una mayor oposición al paso de carga por los alambres.

Por otro lado un aumento en la capacidad del condensador indica (para una carga constante en ambos) que se habría cargado bajo un voltaje menor, con lo que las cargas estarían sometidas a una repulsión menor durante la descarga, ralentizándose la pérdida de carga.



**A.55** Es conocido el cambio que se manifiesta en la capacidad eléctrica de un condensador cuando se introduce entre sus placas un dieléctrico. También puede ser modificada la capacidad eléctrica por un material que, aunque no se encuentre dentro del condensador, esté lo suficientemente cerca para ser polarizado por el campo eléctrico generado por la carga del condensador y que afecte a la región próxima. Este material próximo al condensador puede ser el cuerpo humano y el efecto descrito, puede utilizarse para diseñar una alarma contra robo.

Para ello necesitaríamos una fuente de alimentación (de voltaje  $V$ ), el condensador (de capacidad  $C$ ) y la propia alarma que lleva consigo un amperímetro (de resistencia que podemos considerar despreciable) para detectar la corriente que circula por los alambres (de resistencia  $R$ )



Explica en base al montaje presentado el funcionamiento de la alarma, de qué factores depende la corriente que pasa por el amperímetro y sus características.

### Comentario

El condensador inicialmente se encuentra cargado. Al pasar una persona por las proximidades del condensador, se modifica su capacidad eléctrica aumentándola de  $C_0$  a  $C'$ . La polarización del dieléctrico disminuirá (de manera transitoria) la d.d.p. entre placas del condensador. El diferente potencial para la fuente y el condensador, hará que se establezca una corriente para cargar más las placas hasta que la d.d.p. entre ellas aumente y alcance de nuevo el valor del voltaje original de la fuente (recuérdese al respecto las experiencias de Faraday A.38 y A.39). La corriente generada en el circuito es detectada por el amperímetro y, de ahí, la circuitería eléctrica asociada a él, activa una alarma sonora.



Con objeto de evitar errores con una puesta en marcha indeseada de la alarma, se programa para que únicamente se active al detectar variaciones en la capacidad del condensador de al menos del 10% de su valor (de tal manera que  $C'/C_0 \geq 1,1$ , lo que a su vez implicaría un aumento de al menos el 10% de su carga), y que corresponden con unos valores de intensidad de corriente mínimos durante un tiempo determinado.

De  $V = Ri + Q_0/C' = Ri + VC_0/C'$  y despejando la corriente inicial (máxima) que debería de detectarse:  $i = V/R (1 - C_0/C')$



**A.56** Un medidor de combustible se vale de un condensador para determinar el nivel de combustible de un depósito. Disponemos de un tanque en forma de paralelepípedo. Las caras de mayor superficie se recubren de sendas láminas conductoras y se unen a los bornes de una batería. A medida que el nivel de combustible del depósito desciende, la corriente descargada al circuito es utilizada por un sensor para dar un registro de la altura de combustible en función de la carga que ha circulado por él.

Razona el fundamento físico del dispositivo.

**Comentario:**

En lo que sigue expondremos la resolución de esta actividad, guiada, como en otras ocasiones, a través de diferentes cuestiones.

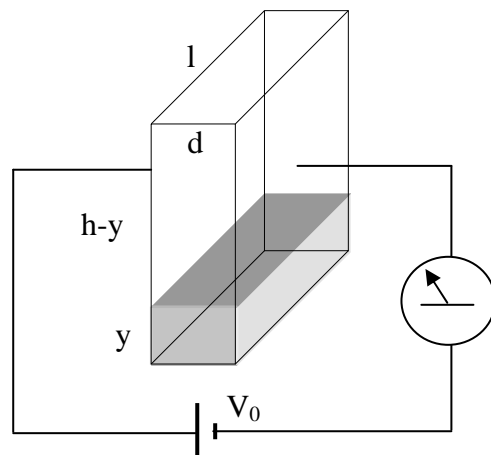
*¿Cuáles son los procesos físicos más destacables que tienen lugar en la situación descrita en el enunciado?*

Siempre y cuando el fondo  $d$  del depósito sea considerablemente menor que el ancho  $l$  y la altura  $h$ , podemos equiparar el dispositivo a un condensador de placas paralelas infinitas.

Si, cuando el tanque está completamente lleno ( $y=h$ ), el condensador adquiere una cierta carga consecuencia de su conexión con la batería, a medida que se va consumiendo el carburante (líquido dieléctrico) la capacidad del condensador disminuye por efecto de la reducción de la porción de material polarizado. La menor polarización hace que, en principio, aumente el campo eléctrico entre placas y, en consecuencia, también la diferencia de potencial.



Es razonable suponer que una cierta carga, bajo esta nueva diferencia de potencial, se descargue desde las placas al circuito hasta que, precisamente, la diferencia de potencial entre ellas coincida con la que existe entre los polos de la batería. Mientras el proceso de vaciado continúe, por el sensor circulará carga y ésta dará una medida del nivel (altura  $y$ ) de carburante en el depósito. Cuando el recipiente esté completamente vacío finalizará el tránsito de carga y el sensor no detectará más variación.



*¿De qué variables dependerá la carga almacenada por el condensador?*

Para la carga almacenada por el condensador (depósito) parcialmente lleno de combustible (dieléctrico), tendremos que,

$$Q = Q(l, h, d, V_0, y, \epsilon_r)$$

Un incremento de las dimensiones  $l$  y  $h$  de la placa, dará lugar a una mayor capacidad para ubicar la carga bajo un determinado potencial.

Así mismo, como la carga se desplaza hacia las placas por efecto de la diferencia de potencial originada por la pila, cuanto mayor sea  $V_0$ , mayor será la carga almacenada.

Por otro lado, cuanto mayor sea la distancia  $d$  de separación entre placas, el potencial sobre éstas se verá menos reducido por la superposición del potencial de la placa de signo opuesto  $y$ , por tanto, menos se cargará para un determinado potencial de la batería.

En lo referente al dieléctrico, en base a los razonamientos previamente emitidos acerca de la polarización, podremos esperar que cuanto más carácter dieléctrico tenga el líquido, mayor permitividad relativa, más carga se almacenará en las placas  $y$ , cuanto más altura de líquido combustible tengamos (mayor  $y$ ) ocurrirá lo mismo.

Por tanto, la carga almacenada será máxima cuando el depósito esté completamente lleno ( $Q_h$ ) y mínima cuando se encuentre completamente vacío ( $Q_0$ ).

Sin embargo, el sensor utiliza la carga que pierden las placas a medida que el depósito se va vaciando, es decir,  $Q_{\text{sensor}} = Q_h - Q$

*¿De qué variables dependerá la carga que pase por el sensor?*

Lógicamente, de acuerdo con lo anterior, podemos esperar que  $Q_{\text{sensor}} = Q_{\text{sensor}}$  ( $l, h, d, V_0, y, \epsilon_r$ ) pero, en este caso, en lo que al dieléctrico se refiere, cuanto mayor sea su altura ' $y$ ', menor será la descarga de las placas, es decir menor  $Q_{\text{sensor}}$ . Para  $y=h$ , se tendrá que la carga que ha pasado por el sensor será  $Q_{\text{sensor}}=0$  (no se ha descargado nada)  $y$ , para  $y=0$ ,  $Q_{\text{sensor}}$  será máxima (se ha descargado hasta quedar con la carga que hubiera adquirido en vacío bajo el mismo potencial). Por otro lado, la permitividad relativa tiene una doble influencia en esta fase del proceso: cuanto mayor sea  $\epsilon_r$ , mayor será la carga  $Q_h$  almacenada con el depósito lleno pero, a su vez, mayor será la carga  $Q$  que queda en el condensador cuando el tanque está parcialmente lleno. En consecuencia, no parece que la influencia de esta variable sea previsible con anterioridad a la resolución.

*¿Cómo podríamos obtener la expresión que nos ligue la carga que ha circulado por el sensor con la altura de combustible en el tanque?*

Inicialmente, con el depósito lleno, todo el condensador está ocupado por el dieléctrico entre las placas, luego la carga almacenada será:

$$Q_h = C_h V_0 = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{lh}{d} V_0$$

A medida que consumimos combustible (dieléctrico), la capacidad disminuye. El nuevo condensador equivale a la asociación en paralelo de dos condensadores del mismo espesor  $d$ , de superficies  $ly, y, l(h-y)$   $y$  de permitividad  $\epsilon$   $y \epsilon_0$  respectivamente.

$$C = C_y + C_0 = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{ly}{d} + \epsilon_0 \frac{l(h-y)}{d} = \epsilon_0 \frac{1}{d} [\epsilon_r y + h - y] = \epsilon_0 \frac{1}{d} [(\epsilon_r - 1)y + h]$$

Como la pila mantiene el mismo potencial en las dos partes que componen el condensador (con y sin dieléctrico), la carga total será

$$Q = CV_0 = \epsilon_0 \frac{l}{d} V_0 [(\epsilon_r - 1)y + h]$$

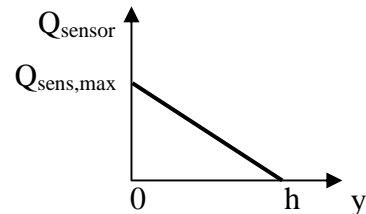
la carga buscada es 
$$Q_{\text{sensor}} = Q_h - Q = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \frac{l(h-y)}{d} V_0$$

¿Se corresponde el resultado con las hipótesis previamente emitidas?

Se contrasta la dependencia de variables de la expresión matemática con las hipótesis emitidas.

Podemos comprobar que, para el depósito lleno ( $y=h$ ) la descarga de las placas ha sido  $Q_{\text{sensor}}=0$ . Para el depósito vacío ( $y=0$ )  $Q_{\text{sens,max}} = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \frac{lh}{d} V_0$  toma su máximo valor.

Por otro lado, tal y como se representa en la gráfica, la relación  $Q_{\text{sensor}}/y$  es lineal y, así, por ejemplo, para medio depósito lleno,  $y=h/2$ ,  $Q_{\text{sensor}} = \frac{Q_{\text{sens,max}}}{2} = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \frac{lh}{2d} V_0$



El dispositivo es tanto más sensible cuanto mayor sea la permitividad relativa del combustible. En el caso extremo de que el ‘combustible’ fuera aire ( $\epsilon_r - 1 = 0$ ), y, en consecuencia, no se detectaría cambio alguno. Queda así resuelta la duda inicial que en el análisis previo habíamos encontrado respecto a la doble influencia que esta magnitud tiene sobre la carga que pasa por el sensor.

¿Si queremos diseñar un sistema de alerta luminosa que nos advierta cuando la reserva de gasolina en el depósito es el 10% del volumen total, cuánta carga habrá tenido que circular por el sensor para que se ilumine el chivato?

Para un depósito en forma de paralelepípedo, el 10% del volumen supone el 10% de la altura  $h$  inicial ( $y=h/10$ ). Como la  $Q_{\text{sensor}}$  es directamente proporcional a la altura de depósito que se ha vaciado ( $h-y$ ), se tiene que

$$Q_{\text{sensor,reserva}} = \frac{9Q_{\text{sens,max}}}{10} = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \frac{9lh}{10d} V_0$$

La luz de reserva deberá diseñarse de tal forma que se active cuando por el sensor haya circularado el 90% de la carga máxima.

¿Es dimensionalmente homogéneo el resultado?

$$\frac{C^2}{N.m^2} \frac{m.m}{m} \frac{N.m}{C} \equiv C \quad \text{Siendo la permitividad relativa adimensional.}$$