Índice

Tema 4

Ecuaciones Generales

4.1.- INTRODUCCIÓN

En los tres primeros temas hemos analizado por separado los diferentes fenómenos físicos relacionados con el comportamiento básico de los semiconductores. Concretamente, se han modelado, de forma individual, los tres tipos primarios de respuesta de portadores que se producen en los semiconductores. Ahora bien, en un semiconductor todos los diversos tipos de respuesta ocurren simultáneamente, y sólo se puede determinar el estado de un semiconductor si se tienen en cuenta los efectos combinados de los diferentes tipos de respuesta, lo que nos conduce a un conjunto básico de ecuaciones con las que se resuelven los problemas sobre dispositivos, y que llamaremos ***"Ecuaciones de Estado"****.*

En este tema, presentaremos dichas ecuaciones para utilizarlas posteriormente en algunos casos particulares que servirán para introducir ciertos conceptos de interés así como para ilustrar procedimientos de cálculo y aproximaciones utilizadas habitualmente en los problemas sobre dispositivos semiconductores.

4.2. ECUACIONES DE CONTINUIDAD DE e^- Y h^+

Sea:

$c \equiv$ concentración de portadores, de uno u otro tipo, existente en un semiconductor del que vamos a considerar un elemento de volumen dv

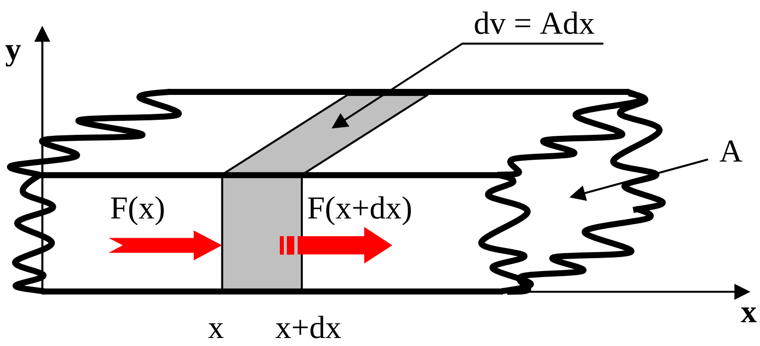

Figura 4.1.- *Representación de la variación del flujo de portadores a través de un elemento de volumen de un semiconductor*

La variación con el tiempo de la concentración c de portadores en dicho elemento de volumen, puede deberse a dos causas distintas:

a) La generación o recombinación netas en el citado elemento de volumen, y/o
b) al flujo o transporte variable de portadores a través de dv.

Matemáticamente,

$$\frac{dc}{dt} = \left(\frac{dc}{dt}\right)_{g-r} + \left(\frac{dc}{dt}\right)_{f} \tag{4.1}$$

Vamos a suponer que en dv se ha producido un aumento de la concentración de portadores, es decir, $dc/dt > 0$. Por lo tanto,

$$\left(\frac{dc}{dt}\right)_{g-r} = G - R = G_{th} + G_{ext} - R = R_{th} + G_{ext} - R = G_{ext} - \left(R - R_{th}\right) = G_{ext} - U \qquad (4.2)$$

$G_{ext} \equiv$ Representa la velocidad de generación debida exclusivamente a causas externas.

$U \equiv$ Velocidad de recombinación neta interna.

$$\left(\frac{dc}{dt}\right)_{f} = -\lim_{\Delta x \to 0} \frac{F\left(x + \Delta x\right) - F\left(x\right)}{\Delta x} = -\frac{\delta F_x}{\delta x}$$

$\left(\frac{dc}{dt}\right)_{f} \Rightarrow$ Aparece cuando el flujo entrante en el elemento de volumen difiere del flujo saliente. Su diferencia, cambiada de signo puesto que hemos considerado que $dc/dt > 0$, será precisamente el número de portadores que en nuestro caso se almacenan en el elemento de volumen por unidad de tiempo y de superficie.

En tres dimensiones:

$$\frac{dc}{dt} = -div\vec{F} = -\frac{1}{q} div\vec{J} \qquad (4.3)$$

Introduciendo (4.2) y (4.3) en la ecuación (4.1), resulta:

$$\frac{dc}{dt} = G_{ext} - U - \frac{1}{q} div\vec{J} \qquad (4.4)$$

En el caso más general (régimen dinámico), G_{ext} y U pueden tener diferentes valores para los e^- y los h^+. Particularizando la ec.(4.4) a los e^- y los h^+, resulta:

$$\frac{dn}{dt} = G_n - U_n + \frac{1}{q} div\overrightarrow{J_n}$$
$$\frac{dp}{dt} = G_p - U_p - \frac{1}{q} div\overrightarrow{J_p} \tag{4.5}$$

Conjunto que constituyen las **Ecuaciones de Continuidad.**

4.3. ECUACIONES GENERALES DE LOS SEMICONDUCTORES: ECUACIONES DE ESTADO

Ecuación de Poisson:

$$\nabla^2\varphi = -\frac{1}{\in}\rho = -\frac{q}{\in}\left(p + N_D^+ - n - N_A^-\right)$$

Ecuaciones de Continuidad de los e⁻ y h⁺

$$\frac{dn}{dt} = G_n - U_n + \frac{1}{q}div\overrightarrow{J_n}$$
$$\frac{dp}{dt} = G_p - U_p - \frac{1}{q}div\overrightarrow{J_p}$$

Ecuaciones de Transporte de e⁻ y h⁺

$$\overrightarrow{J_n} = q\cdot n\cdot \mu_n \cdot \vec{\mathscr{E}} + q\cdot D_n \cdot \overrightarrow{\nabla_n}$$
$$\overrightarrow{J_p} = q\cdot p\cdot \mu_p \cdot \vec{\mathscr{E}} - q\cdot D_p \cdot \overrightarrow{\nabla_p}$$

Estas cinco ecuaciones constituyen un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales acopladas. Su resolución numérica implica, generalmente, un alto coste de almacenamiento de datos y de tiempo de ejecución precisando para ello de complejos programas de ordenador y potentes estaciones de trabajo. Sin embargo, es posible obtener soluciones analíticas en ciertos casos particulares sin perder por ello significado físico.

4.4. VARIACIÓN CON EL TIEMPO DE LOS PORTADORES INYECTADOS (TIEMPO DE VIDA)

Supongamos una muestra de material semiconductor uniformemente dopada con impurezas donadoras. En el instante $t = 0$ es iluminada (figura 4.2), de forma también homogénea, con una radiación que produce G_L $pares\, e^- - h^+ / cm^3 \cdot s$. Analizar la evolución temporal de la concentración de los portadores, desde el instante $t = 0$ hasta que alcanza el régimen estacionario.

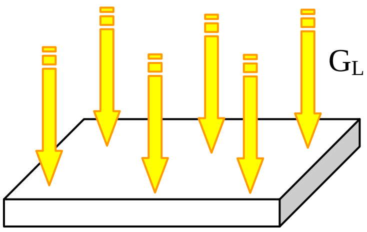

Figura 4.2.- *Porción de material semiconductor iluminado de forma homogénea por una radiación G_L*

En la segunda parte del problema, se supone que la muestra se encuentra en régimen estacionario durante un tiempo suficientemente largo y que en un cierto instante $t = T$, se suprime la iluminación. Se pide estudiar el retorno de la muestra a la situación de equilibrio.

Se supone que en todo momento nos mantenemos en régimen de B.I.

<u>Solución</u>

a) Por estar en baja inyección, seguiremos la pista a los portadores minoritarios. En este caso los h^+.

b) Por estar la muestra homogéneamente dopada y al ser la iluminación uniforme no cabe esperar ninguna variación espacial de cualquier magnitud relacionada con la concentración de portadores. Esto es, cuando la muestra está iluminada sigue siendo homogénea.

Por lo tanto:

$$\frac{dp}{dt} = G_{ext} - U - \frac{1}{q} div\vec{J}$$

$$U = \frac{p'}{\tau_p}$$

$$\frac{1}{q} div\vec{J} = 0$$

Es decir,

$$\frac{dp}{dt} = G_L - \frac{p'}{\tau_p}$$

Como $p = p_0 + p' \Rightarrow \dfrac{dp}{dt} = \dfrac{dp_0}{dt} + \dfrac{dp'}{dt}$

$$\frac{dp'}{dt} = G_L - \frac{p'}{\tau_p} \qquad \text{Ecuación a resolver}$$

$$p'(t) = k \cdot exp\frac{-t}{\tau_p} + G_L \cdot \tau_p$$

En el instante en que se ilumina la muestra:

$$p'(0) = 0 = k + G_L \cdot \tau_p \;\Rightarrow\; k = -G_L \cdot \tau_p$$

Por lo tanto,

$$\boxed{p'(t) = G_L \cdot \tau_p \left(1 - exp\frac{-t}{\tau_p}\right)} \qquad (4.6)$$

Ecuación que nos dice que el exceso de h^+ en la muestra crece, desde $p' = 0$ en $t = 0$, a ritmo decreciente hasta transcurrido un cierto tiempo estabilizándose en el valor

$G_L \cdot \tau_p$ (fig 4.3). El tiempo transcurrido para alcanzar el régimen estacionario es, según la ec. (4.6), un múltiplo de τ_p. Cuando se alcanza el régimen estacionario los h^+ creados por iluminación se compensan con los aniquilados por recombinación térmica. Indudablemente, $n' = p'$ pero al estar en B.I. $n' << n_0$.

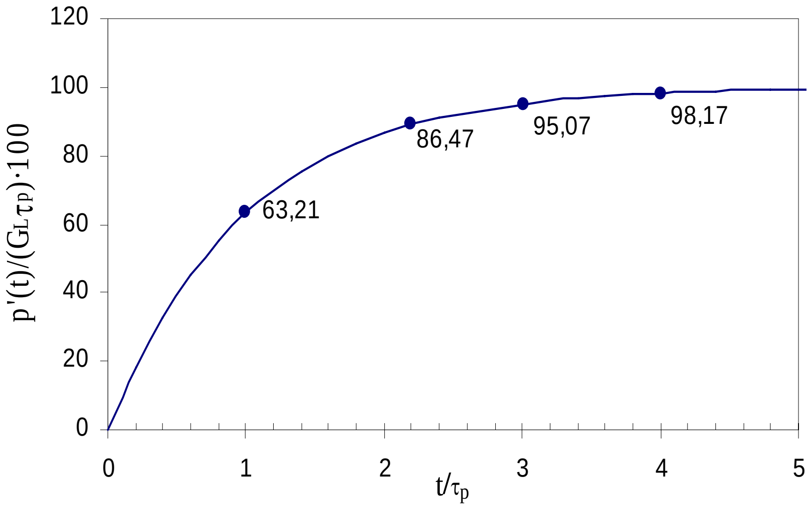

Figura 4.3.- *Variación del exceso de portadores a lo largo del tiempo en un semiconductor iluminado de forma homogénea, desde el momento en que se aplica dicha iluminación.*

En la segunda parte del problema tenemos que tener en cuenta,

a) Por estar en B.I., seguiremos la pista a los minoritarios. En nuestro caso, los huecos.

b) Al ser el semiconductor homogéneo iluminado de forma uniforme, no cabe esperar ninguna variación espacial de las magnitudes relacionadas con la concentración de portadores. Esto es, cuando $G_L = 0$ el semiconductor seguirá siendo homogéneo.

Por lo tanto,

$$\frac{dp}{dt} = G_{ext} - U - \frac{1}{q} div\vec{J}$$

Donde: $G_L = 0$, $U = \dfrac{p'}{\tau_p}$ y $\dfrac{1}{q} div\vec{J} = 0$

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{p'}{\tau_p} \Rightarrow p = p_0 + p' \Rightarrow \frac{dp'}{dt} = -\frac{p'}{\tau_p}$$

$$p'(t) = k \cdot exp\frac{-t}{\tau_p}$$

$$p'(T) = k \cdot exp\frac{-T}{\tau_p} = G_L \cdot \tau_p$$

$T \equiv$ Instante en que cesa la iluminación.

$$k = G_L \cdot \tau_p \cdot exp\frac{T}{\tau_p}$$

Por lo tanto,

$$\boxed{p'(t) = G_L \cdot \tau_p \cdot exp\text{-}\frac{t\text{-}T}{\tau_p}} \qquad (4.7)$$

Expresión que nos indica que el retorno a la situación de equilibrio, una vez que ha cesado la causa externa, se hace de forma exponencial con una constante de tiempo que es τ_p, fig 4.4. De ahí que τ reciba el nombre de **"Tiempo de Vida"** de los portadores puesto que da idea del tiempo medio que tardan los portadores en desaparecer por recombinación.

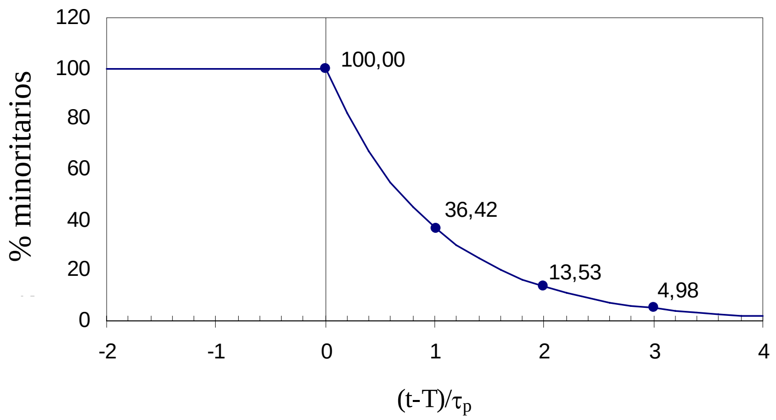

Figura 4.4.- *Decaimiento en la concentración de portadores minoritarios en un semiconductor previamente excitado de forma homogénea una vez que cesa la causa externa*

4.5. VARIACIÓN CON LA POSICIÓN DEL EXCESO DE LOS PORTADORES (LONGITUD DE DIFUSIÓN)

Supongamos una muestra de material semiconductor de tipo n uniformemente dopada en la que en una de sus superficies, $x = 0$, se mantiene, en régimen estacionario, un exceso de portadores (fig. 4.5). La otra superficie se supone infinitamente alejada. Se considera además, que nos encontramos en B.I. Analizar el perfil de los portadores a lo largo de la muestra.

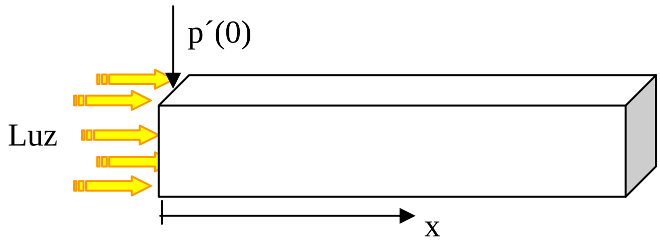

Figura 4.5.- *Semiconductor en el cual se mantiene un exceso de portadores, p´(0), constante mediante una iluminación débil que solamente afecta a la superficie.*

<u>Solución</u>

Al estar en B.I., vamos a seguirles la pista a los portadores minoritarios. En nuestro caso los h^+. $p'(0)$ puede haber sido producida al iluminar frontalmente la superficie $x = 0$ con una radiación que no penetra en el material o haber utilizado un pincel de luz que sólo ilumina una porción pequeñísima del semiconductor, la superficie $x = 0$. La causa, en realidad, no nos importa mucho. Lo que esta claro es que en régimen estacionario tenemos dentro del material un ∇p y, por lo tanto, el proceso de difusión comienza a actuar distribuyéndose el exceso de h^+ a lo largo de todo el material. Ahora bien, a medida que los h^+ se mueven por difusión, su número se reduce por recombinación. Es decir, a medida que penetramos en la barra el número de h^+ será menor puesto que habrán desaparecido por recombinación. Recordar que, en promedio, los h^+ sobreviven un tiempo τ_p tal y como hemos visto en el ejemplo anterior. Esto es, cabe esperar que en puntos suficientemente alejados de la superficie $x = 0$, $p' \to 0$.

Cuantitativamente,

$$\frac{dp}{dt} = G_{ext} - U - \frac{1}{q} div\vec{J}$$

Donde: $\frac{dp}{dt} = 0$, $G_L = 0$ y $U = \frac{p'}{\tau_p}$

Veamos que ocurre con el término $\frac{1}{q} div\vec{J}$. En principio:

$$\overrightarrow{J_p} = q \cdot p \cdot \mu_p \cdot \vec{\mathscr{E}} - q \cdot D_p \frac{dp}{dx} \quad \text{(en una dimensión)}$$

Se puede demostrar que en un semiconductor inicialmente homogéneo en el que se produzca una inyección de minoritarios, los mayoritarios reaccionan rápidamente y adoptan una distribución similar a la de los minoritarios con el fin de cancelar la carga introducida por estos últimos. De manera que el $\mathscr{E} \approx 0$. Es decir, en una muestra inicialmente homogénea en la que se produzca una inyección de portadores minoritarios, éstos fluyen principalmente por difusión. Por lo tanto, en nuestro caso

$$J_p \approx -q \cdot D_p \frac{dp}{dx}$$

Es decir,

$$0 = -\frac{p'}{\tau_p} + D_p \frac{d^2 p}{dx^2}$$

$$p = p_0 + p' \Rightarrow \frac{dp}{dx} = \frac{dp_0}{dx} + \frac{dp'}{dx}$$

Por ser una muestra homogénea $\Rightarrow \frac{dp_0}{dx} = 0$

$$0 = -\frac{p'}{\tau_p} + D_p \frac{d^2 p'}{dx^2}$$

$$\frac{d^2 p'}{dx^2} - \frac{p'}{L_p^2} = 0 \Rightarrow \text{Ecuación a resolver}$$

Donde $L_p^2 \equiv \tau_p \cdot D_p$ se conoce con el nombre de **"Longitud de Difusión"** por razones que se verán a continuación.

$$p'(x) = A \cdot exp \frac{x}{L_p} + B \cdot exp \frac{-x}{L_p}$$

$$\left.\begin{array}{l} p'(0) = A + B \\ x \to \infty \ \Rightarrow \ p' \to 0 \Rightarrow A = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow B = p'(0)$$

$$\boxed{p'(x) = p'(0) exp \frac{-x}{L_p}} \qquad (4.8)$$

Ecuación que nos dice que el exceso de huecos decrece de forma exponencial, siendo el parámetro L_p el que rige el proceso. Esta expresión es similar, en su forma, a la ecuación (4.7), de ahí que L_p puede ser interpretado como el recorrido medio efectuado por los portadores minoritarios antes de desaparecer por recombinación. Representando dicha ecuación, obtenemos la gráfica de la figura 4.6

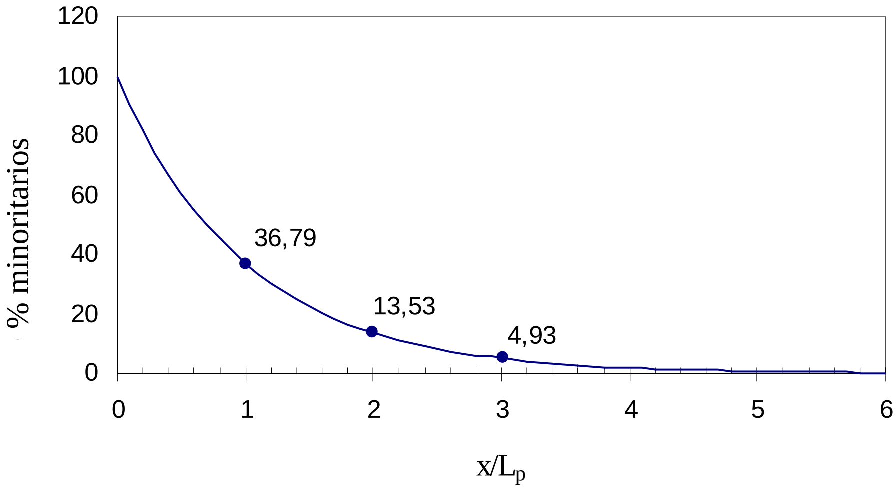

Figura 4.6.- *Decaimiento exponencial en la concentración de portadores en un semiconductor en el cual se mantiene un exces,o p´(0), constante en una de sus superficies*

4.6. RECOMBINACIÓN SUPERFICIAL

Supongamos una muestra homogénea de tipo p, iluminada de forma uniforme en todo su volumen y con una sola superficie a tener en consideración, la superficie $x = 0$, caracterizada por una velocidad de recombinación S (fig.4.7). El volumen de la muestra se supone que está situado en la dirección positiva del eje x. Asimismo, se considera que nos encontramos en B. I. y que la muestra ha alcanzado ya el régimen estacionario. Se pide analizar el perfil de portadores a lo largo de toda la muestra.

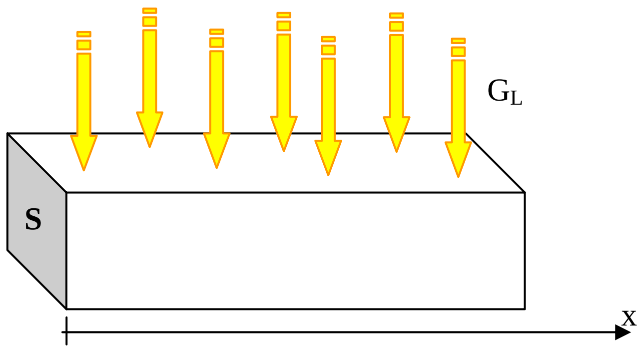

Figura 4.7.- *Semiconductor iluminado de forma homogénea el cual presenta una superficie con velocidad de recombinación S en uno de sus extremos*

Solución

$$\frac{dn}{dt} = G_L - U_n + \frac{1}{q}\frac{dJ_n}{dx}$$

Donde $\frac{dn}{dt} = 0$ por estar en régimen estacionario y $U_n = \frac{n'}{\tau_n}$ por estar en B.I.

Por otra parte, la recombinación de portadores en $x = 0$ hará que exista un flujo de e$^-$ hacia dicha superficie para intentar suplir el defecto de los mismos. Al ser una muestra inicialmente homogénea, en la que existe inyección de portadores, tal y como se ha comentado anteriormente, resulta que los minoritarios fluyen principalmente por difusión. Por lo tanto,

$$0 = G_L - \frac{n'}{\tau_n} + D_n \frac{d^2 n}{dx^2}$$

$$n = n_0 + n' \Rightarrow \frac{dn}{dx} = \frac{dn'}{dx}$$

$$\frac{d^2 n'}{dx^2} - \frac{n'}{L_n^2} = -\frac{G_L}{D_n} \Rightarrow \text{Ecuación a resolver}$$

$$n'(x) = A \cdot exp\frac{x}{L_n} + B \cdot exp\frac{-x}{L_n} + G_L \cdot \tau_n$$

$x \to \infty \Rightarrow n' \to G_L \cdot \tau_n$ ya que la recombinación superficial no tendrá efecto, por lo tanto $A = 0$

Por otro lado, $F_{x\to 0} = U_s = S_n \cdot n'(0)$

$$-\left(-D_n \frac{dn'}{dx}\right)_{x=0} = S_n \cdot n'(0)$$

$$-D_n \frac{B}{L_n} = S_n \left[B + G_L \cdot \tau_n\right] \Rightarrow B\left[\frac{D_n}{L_n} + S_n\right] = S_n \cdot G_L \cdot \tau_n$$

$$B = -\frac{S_n \cdot G_L \cdot \tau_n}{S_n + \frac{D_n}{L_n}} = -\frac{G_L \cdot \tau_n}{1 + \frac{D_n}{L_n \cdot S_n}}$$

Por lo tanto,

$$n'(x) = G_L \cdot \tau_n \cdot \left[1 - \frac{exp\frac{-x}{L_n}}{1 + \frac{D_n}{S_n \cdot L_n}}\right] \tag{4.9}$$

Los casos límite que presenta esta expresión son:

a) $S_n = 0 \Rightarrow n'(x) = G_L \cdot \tau_n$. Es decir, no existe flujo de portadores hacia dicha superficie y, por lo tanto, el problema se reduce al ejemplo analizado en el punto 4.4 en régimen estacionario.

b) $S_n = \infty \Rightarrow n'(x) = G_L \cdot \tau_n \cdot \left[1 - exp\dfrac{-x}{L_n}\right] \Rightarrow n'(0) = 0$. En este caso todo portador minoritario que llega en exceso a $x = 0$ sobre los que existen en equilibrio termodinámico, automáticamente se recombina. Es la condición que se suele imponer a los contactos metal-semiconductor, que en tal caso se denominan **"contactos óhmicos"**.

La solución se muestra, gráficamente, en la Figura 4.8,

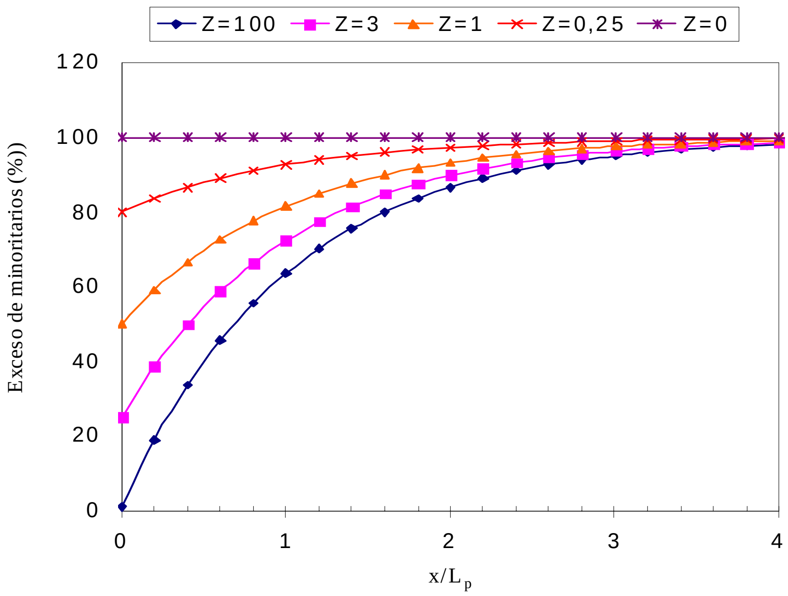

Figura 4.8.- *Efecto de la recombinación superficial sobre el perfil de minoritarios en B.I. y generación uniforme en volumen.* $Z = {S_n \cdot L_n}/{D_n}$