

Diseño de algoritmos

Jesús Bermúdez de Andrés. UPV-EHU

Guías para la solución de ejercicios: Resolución de recurrencias

Curso 2008-09

1. Resuelva, mediante la técnica de expansión, las recurrencias siguientes. Haga las suposiciones pertinentes sobre los valores de n . Para los casos en que sean aplicables los teoremas de clasificación de recurrencias, compruebe que sus soluciones responden a la aplicación del teorema.

$$a) \quad T(n) = \begin{cases} 2 & \text{si } n \leq 1 \\ 3T(n-1) + 2 & \text{si } n > 1 \end{cases}$$

Solución:

$$T(n) = 3^n - 1 \in \Theta(3^n)$$

$$b) \quad T(n) = \begin{cases} 5 & \text{si } n \leq 1 \\ 3T(\frac{n}{2}) + n^2 & \text{si } n > 1 \end{cases}$$

Solución:

$$T(n) = 4n^2 + n^{\lg_2 3} \in \Theta(n^2)$$

$$c) \quad T(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } n \leq 4 \\ T(\frac{n}{4}) + \sqrt{n} & \text{si } n > 4 \end{cases}$$

Solución:

$$T(n) = 2\sqrt{n} - 1 \in \Theta(\sqrt{n})$$

$$d) \quad T(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } n \leq 1 \\ 2T(\frac{n}{4}) + \lg n & \text{si } n > 1 \end{cases}$$

Solución:

$$T(n) = 3\sqrt{n} - \lg_4 n - 2 \in \Theta(\sqrt{n})$$

$$e) \quad T(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } n \leq 1 \\ 4T(\frac{n}{3}) + n & \text{si } n > 1 \end{cases}$$

Solución:

$$T(n) = 4n^{\lg_3 4} - 3n \in \Theta(n^{\lg_3 4})$$

2. Utilice el método de la ecuación característica para resolver los ejercicios siguientes:

- a) Resuelva la recurrencia

$$T(n) = \begin{cases} 0 & \text{si } n \leq 1 \\ T(n-1) + T(n-2) + 1 & \text{si } n > 1 \end{cases}$$

Solución:

$$T(n) = (1 + \frac{1}{\sqrt{5}})(\frac{1+\sqrt{5}}{2})^n + (1 - \frac{1}{\sqrt{5}})(\frac{1-\sqrt{5}}{2})^n - 2$$

b) Calcule la expresión explícita de

$$f(n) = \sum_{i=0}^n i^2$$

Solución:

$$f(n) = \frac{2n^3+3n^2+n}{6}$$

c) Calcule la expresión explícita de

$$f(n) = \sum_{i=0}^n 2^i$$

Solución:

$$f(n) = 2^{n+1} - 1$$

d) Calcule la expresión explícita de

$$f(n) = \sum_{i=1}^n i2^i$$

Solución:

$$f(n) = (n-1)2^{n+1} + 2$$