

Diseño de algoritmos

Jesús Bermúdez de Andrés. UPV-EHU
Ejercicios: Recorridos de grafos

Curso 2008-09

1. Considere la siguiente representación con listas de adyacencias del grafo no dirigido $G = (V, A)$:

$V = [V(1), V(2), V(3), V(4), V(5), V(6), V(7), V(8)]$	
$V(1) = [4, 2, 5]$	$V(5) = [1, 2, 6]$
$V(2) = [1, 4, 5, 6]$	$V(6) = [2, 7, 5]$
$V(3) = [8, 4, 7]$	$V(7) = [3, 6, 8]$
$V(4) = [2, 3, 8, 1]$	$V(8) = [7, 3, 4]$

- a) Escriba la lista de vértices y la lista de aristas —en el orden que son visitados— correspondiente al recorrido en profundidad de G comenzando en el vértice 1. Observe que al ser un grafo no dirigido, cada arista se visitará dos veces; ponga en la lista esa segunda visita cuando corresponda.
- b) Escriba la lista de vértices y la lista de aristas —en el orden que son visitados— correspondiente al recorrido en anchura de G comenzando en el vértice 1. Observe que al ser un grafo no dirigido, cada arista se visitará dos veces; ponga en la lista esa segunda visita cuando corresponda.
2. Considere la siguiente representación con listas de adyacencias del grafo dirigido $G = (V, A)$:

$V = [V(1), V(2), V(3), V(4), V(5), V(6), V(7), V(8)]$	
$V(1) = [4]$	$V(5) = [1, 2, 6]$
$V(2) = [1]$	$V(6) = [2, 7]$
$V(3) = [8]$	$V(7) = [3]$
$V(4) = [2, 3, 8]$	$V(8) = [7]$

- a) Escriba la lista de vértices y la lista de aristas —en orden que son visitados— correspondiente al recorrido en profundidad de G comenzando en el vértice 1.
- b) Escriba la lista de vértices y la lista de aristas —en el orden que son visitados— correspondiente al recorrido en anchura de G comenzando en el vértice 1.

3. Escriba y analice un algoritmo que calcule los vectores $\text{indegree}(1 \dots n)$ y $\text{outdegree}(1 \dots n)$ de un grafo dirigido utilizando un recorrido en profundidad del grafo.

Para cada vértice v del grafo: $\text{indegree}(v)$ = número de aristas que llegan a v , y $\text{outdegree}(v)$ = número de aristas que salen de v .

4. En una sociedad recreativa, con n personas asociadas, reina la camaradería. Entre otras cosas, se fían dinero unas a otras. Escriba y analice un algoritmo que —conocido el estado actual de los débitos— determine si entre las personas asociadas hay alguna que tenga el perfil de *suma deudora*; es decir, una persona que deba dinero a todas las de la sociedad y ninguna le deba dinero a ella.
5. Considere una red internacional de n ordenadores. Cada ordenador X puede comunicarse con cada uno de sus vecinos Y al precio de 1 doblón por comunicación. A través de las conexiones de Y y subsiguientes, X puede comunicarse con el resto de ordenadores de la red pagando a cada ordenador que utilice para la conexión el doblón correspondiente. Escriba un algoritmo que calcule la tabla $\text{precio}(1..n)$ tal que $\text{precio}(i)$ sea el número mínimo de doblones que le cuesta al ordenador, numerado con el 1, establecer conexión con el ordenador numerado con el i .
6. Diseñe y analice un algoritmo que, dado un árbol A , determine la profundidad P con el máximo número de nodos de A . Si hubiera varias profundidades con ese mayor número de nodos, determínese la mayor profundidad.
7. Escriba y analice un algoritmo que determine si un grafo dirigido $G = (N, A)$, representado por su lista de adyacencias, es o no un árbol. La existencia de una arista con origen en el nodo a y destino en un nodo b debe interpretarse en el sentido de a es padre de b en el hipotético árbol.
8. Entre los asistentes a una *Convención* son bien conocidas las relaciones de antipatía mutua entre muchas personas. Los organizadores de la cena final, en su deseo de mantener el mejor ambiente posible, han contratado un restaurante con dos comedores en los que repartir a los asistentes.

Escriba y analice un algoritmo que determine si es posible separar a los asistentes de modo que en cada comedor no haya ninguna persona que sienta antipatía por otra del mismo comedor.
9. Sea $G = (N, A)$ un grafo no dirigido con pesos asociados a los nodos (ojo, no a las aristas). Escriba un algoritmo que calcule la longitud del camino más largo que puede recorrerse en ese grafo, pasando siempre de un nodo a otro con mayor peso asociado, y cual es el nodo origen de ese camino.
10. Es conocido que todos los caminos llevan a Roma. Usando una buena guía y un mapa de carreteras, hemos creado un grafo dirigido y sin ciclos (*dag*) que describe multitud de buenos itinerarios para viajar desde nuestra ciudad a Roma.

Escriba y analice un algoritmo que calcule cuántos itinerarios posibles podemos seguir desde nuestra ciudad a Roma, según el grafo creado.