4.- DERIVABILIDAD DE UNA FUNCION REAL DE VARIABLE REAL

PROCEDIMIENTOS

1.- MÉTODO ITERATIVO DEL PUNTO FIJO

Descripción del método

- 1. Datos iniciales
- 2. Localización de la raíz
- 3. Aproximaciones
- 4. Presentación de resultados

Calculemos de forma aproximada la raiz $E^{-x} - x = 0$ que se encuentra en el intervalo $(0,1)$, por el Método Iterativo del Punto Fijo con un error inferior a 10^{-2}.

```
Clear["Global`*"]
```

1- Datos iniciales.

```
f[x_] = E^-x - x;
```

```
g[x_] = E^-x;
```

```
dg[x_] = D[g[x], x];
```

```
er = 10^(-2);
```

2. Localización de la raiz.

Procedimiento para la localización de la raiz.

```
For[k = -10, k < 10, k++, {c, d} = {k, k + 1}; If[f[c] * f[d] < 0,
  Print["La raiz buscada está en el intervalo {c,d}=", {c, d}];
  k = 10, If[f[c] * f[d] == 0,
   If[f[c] == 0, Print["La raiz buscada es c=", c],
    Print["La raiz buscada es d=", d]]]]]
```

```
La raiz buscada está en el intervalo {c,d}={0, 1}
```

La raiz buscada será.

```
FindRoot[f[x] == 0, {x, c}]
```

```
{x → 0.567143}
```

3. Aproximaciones

```
x[0] = (c + d) / 2.;
```

```
For[n = 1, n < 20, n++,
 If[Abs[dg[x[n - 1]]] < 1,
  Print["Convergente en x[n-1]= ", x[n - 1]],
  Print["Puede ser Divergente"]];
 x[n] = g[x[n - 1]];
 e[n] = Abs[(x[n] - x[n - 1]) / x[n]];
 If[e[n] < er, Print["Ultima Aproximación en ",
   n, " iteraciones; x[n]=", x[n]]; n = 20,
  Print["Nueva aproximación {n,x[n],e[n]}=", {n, x[n], e[n]}];
  Print["Número de iteraciones =", n];
  i = n + 1; Print["*********************"]]]
```

```
Convergente en x[n-1]= 0.5
```

```
Nueva aproximación {n,x[n],e[n]}={1, 0.606531, 0.175639}
```

```
Número de iteraciones =1
```

```
*********************
Convergente en x[n-1]= 0.606531
Nueva aproximación {n,x[n],e[n]}={2, 0.545239, 0.112412}
Número de iteraciones =2
*********************
Convergente en x[n-1]= 0.545239
Nueva aproximación {n,x[n],e[n]}={3, 0.579703, 0.0594509}
Número de iteraciones =3
*********************
Convergente en x[n-1]= 0.579703
Nueva aproximación {n,x[n],e[n]}={4, 0.560065, 0.0350646}
Número de iteraciones =4
*********************
Convergente en x[n-1]= 0.560065
Nueva aproximación {n,x[n],e[n]}={5, 0.571172, 0.0194469}
Número de iteraciones =5
*********************
Convergente en x[n-1]= 0.571172
Nueva aproximación {n,x[n],e[n]}={6, 0.564863, 0.0111694}
Número de iteraciones =6
*********************
Convergente en x[n-1]= 0.564863
```

```
Ultima Aproximación en 7 iteraciones; x[n]=0.568438
```

4. Resultados

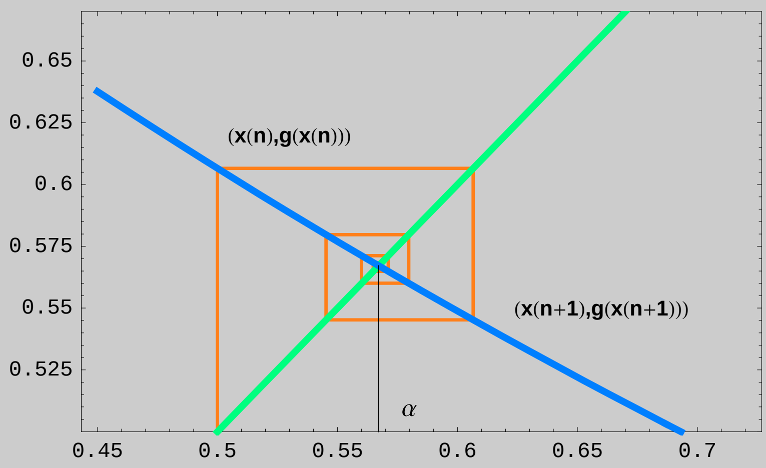
Tabla de Resultados

```
A={{"n","x[n]","e[n]","f[x[n]]"}};
B=Table[{n,x[n],e[n],f[x[n]]},{n,1,i}];
resultados=TableForm[Join[A,B]]
```

n	x[n]	e[n]	f[x[n]]
1	0.606531	0.175639	−0.0612914
2	0.545239	0.112412	0.0344639
3	0.579703	0.0594509	−0.0196385
4	0.560065	0.0350646	0.0111075
5	0.571172	0.0194469	−0.0063092
6	0.564863	0.0111694	0.0035751
7	0.568438	0.00628934	−0.00202859

Representación Gráfica

```
etiquetas2 =
 {{Text[FontForm["α", {"Arial-Bold", 12}], {0.58`, 0.51`}],
   Text[FontForm["(x(n),g(x(n)))", {"Helvetica-Bold", 10}],
    {0.53`, 0.62`}], Text[FontForm["(x(n+1),g(x(n+1)))",
     {"Helvetica-Bold", 10}], {0.66`, 0.55`}]}};
g2 = Plot[{x, g[x], f[x]}, {x, x[0] - 0.05`, x[0] + 0.22`},
  PlotStyle → {{Thickness[0.01`], RGBColor[0, 1, 0.5`]},
    {Thickness[0.01`], RGBColor[0, 0.5`, 1]}, {Thickness[0.01`],
     RGBColor[0.5`, 0, 1]}}, DisplayFunction → Identity];
raya = Graphics[{Line[{{raiz, 0}, {raiz, raiz}}]}]
h[k_] := ListPlot[{{x[k], x[k]},
    {x[k], g[x[k]]}, {x[k + 1], g[x[k]]}}, Joined → True,
   PlotStyle → {Thickness[0.005`], RGBColor[1, 0.5`, 0.1`]},
   DisplayFunction → Identity];
Show[{h /@ Table[k, {k, 0, i - 1}], g2, raya}, Frame → True,
 PlotRange → {0.5`, 0.67`}, Epilog → etiquetas2⟦1⟧,
 DisplayFunction → $DisplayFunction]
```



2.- MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON

Calculemos de forma aproximada la raiz $E^{-x} - x = 0$ que se encuentra en el intervalo (0,1) , por el Método de NEWTON-RAPHSONcon un error inferior a 10^{-3}.

1- Datos iniciales.

```
f[x_] = E^-x - x;
```

```
g[x_] = E^-x;
```

```
dg[x_] = D[g[x], x];
```

```
er = 10^(-3);
```

2. Localización de la raiz.

```
k = -1;
```

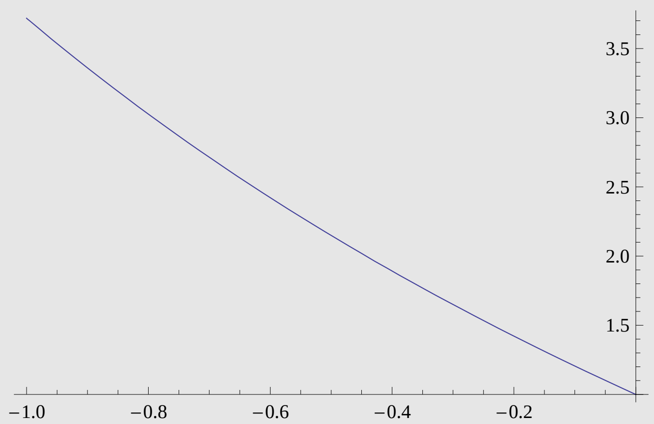
```
{a, b} = {k, k + 1};
If[f[a] * f[b] <= 0, If[f[a] * f[b] == 0,
  If[f[a] == 0, Print["La raiz buscada es a=", a],
   Print["La raiz buscada es b=", b]],
  Print["La raiz buscada está en el intervalo {a,b}=", {a, b}]],
 Print["buscar otro intervalo;"]]; k = k + 1;
```

```
buscar otro intervalo;
```

```
FindRoot[f[x] == 0, {x, b}]
```

```
{x → 0.567143}
```

```
Plot[f[x], {x, a, b}]
```



3- Convergencia del Método de Newton para la función dada

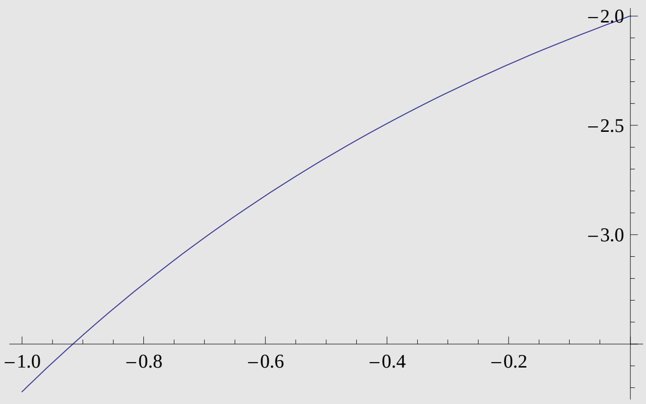
```
x[0] = (a + b)/2.;
```

```
h=(b-a)/10.;
```

```
df[x_] = D[f[x], x]
```

$-1 - e^{-x}$

```
Plot[df[x], {x, a, b}]
```




```
Table[df[a + k * h], {k, 0, 10}]
```

{−1 − e, −3.4596, −3.22554, −3.01375, −2.82212,
−2.64872, −2.49182, −2.34986, −2.2214, −2.10517, −2.}

```
k=0;
```

```
If[df[a + k * h] * df[a + (k + 1) * h] <= 0,
 Print["Divergente"], If[k < 8, Print["Continuar"]; k = k + 1,
  Print["la primera derivada no se anula, Continuar"]]]
```

Continuar

1

```
df2[x_] = D[f[x], {x, 2}]
```

e^{-x}

```
Table[df2[a + k * h], {k, 0, 10}]
```

```
{e, 2.4596, 2.22554, 2.01375, 1.82212, 1.64872, 1.49182, 1.34986, 1.2214, 1.10517, 1.}
```

```
k=1;
```

```
If[df2[a + k * h] * df2[a] <= 0, Print["Divergente"],
 If[k < 8, Print["Continuar"]; k = k + 1,
  Print["la 2ª derivada no cambia de signo; Convergete"]]]
```

```
Continuar
```

```
2
```

4- Solución aproximada y error

Solución aproximada y error

```
x[n_] := x[n - 1] - (f[x[n - 1]] / df[x[n - 1]])
```

```
e[n_] := Abs[(x[n] - x[n - 1]) / x[n]]
```

Test de convergencia

```
For[n = 1, n < 20, n++,
 If[e[n] < er, Print["Ultima Aproximación en ",
   n, " iteraciones; x[n]=", x[n]]; n = 20,
  Print["Nueva aproximación {n,x[n],e[n]}=", {n, x[n], e[n]}];
  Print["Número de iteraciones =", n];
  i = n + 1; Print["**********************"]]]
```

Nueva aproximación {n,x[n],e[n]}={1, 0.31123, 2.60653}

Número de iteraciones =1

****

Nueva aproximación {n,x[n],e[n]}={2, 0.554407, 0.438626}

Número de iteraciones =2

****

Nueva aproximación {n,x[n],e[n]}={3, 0.567114, 0.022406}

Número de iteraciones =3

****

Ultima Aproximación en 4 iteraciones; x[n]=0.567143

5. Resultados

```
A = {{"k", "x[k]", "f[x[k]]", "er[k]"}};
```

```
B = Table[{k, x[k], f[x[k]], e[k]}, {k, 1, i}];
```

```
Grid[Flatten[{A, B}, 1], Frame → All]
```

k	x[k]	f[x[k]]	er[k]
1	0.31123	0.421316	2.60653
2	0.554407	0.0200057	0.438626
3	0.567114	0.000046177	0.022406
4	0.567143	2.46205×10^{-10}	0.0000519541