

FUNCIÓN REAL DE VARIABLE REAL

PRELIMINARES TEÓRICOS

DEFINICIÓN DE FUNCIONES

▼ Funciones Elementales

Algunas funciones elementales vienen predefinidas por el programa

⇒ Funciones Trigonómicas

$$\text{Sin}\left[\frac{\pi}{3}\right]$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Cos}\left[\frac{\pi}{3}\right]$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\text{Tan}\left[\frac{\pi}{4}\right]$$

$$1$$

$$\text{ArcSin}\left[\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$$

$$\frac{\pi}{3}$$

$$\text{ArcCos}\left[\frac{1}{2}\right]$$

$$\frac{\pi}{3}$$

$$\text{ArcTan}[1]$$

$$\frac{\pi}{4}$$

⇒ **Función Logaritmo**

$$\text{Log}[E]$$

$$1$$

⇒ **Función Exponencial**

$$\text{Exp}[10]$$

$$e^{10}$$

⇒ **Función Valor Absoluto**

$$\text{Abs}[-6]$$

$$6$$

▼ **Funciones definidas por el usuario**

Para definir una función nueva basta con asignarle un nombre y especificar sus variables entre corchetes

$$f[x_] = 3x^2 + 5$$

$$5 + 3x^2$$

$$g[x_, y_] = \frac{x^2 - y^3}{xy}$$

$$\frac{x^2 - y^3}{xy}$$

Evaluación de la función

f[2]

17

g[1, 2]

$-\frac{7}{2}$

▼ Funciones definidas a trozos

Una función a trozos se puede definir de dos formas diferentes: utilizando el comando If o el comando Which

⇒ **If [condición, acción1, acción2]**

Si la condición es verdadera realiza la acción1 y si es falsa la acción2

abs[x_] = If[x < 0, -x, x]

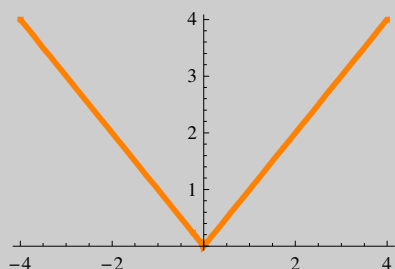
If[x < 0, -x, x]

abs[2]

2

abs[-2]

2



⇒ Which [condición1,acción1,condición2,acción2,,condiciónn,acciónn]

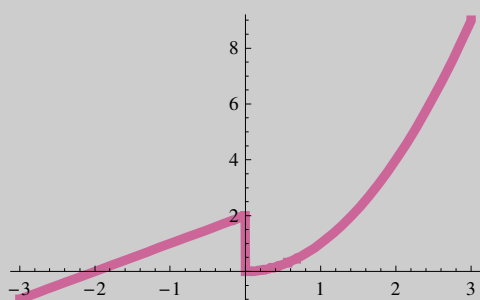
Evalúa cada condición realizando la acción asociada a la condición verdadera

```
h[x_] = Which[x < 0, x + 2, x == 0, 1, x > 0, x^2]
```

```
Which[x < 0, x + 2, x == 0, 1, x > 0, x^2]
```

```
{h[-5], h[0], h[3]}
```

```
{-3, 1, 9}
```

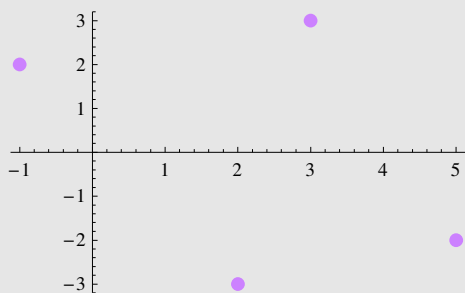


▼ Funciones definidas por puntos

Basta con definir cada uno de los puntos que forman la función

```
punto1 = {-1, 2}; punto2 = {5, -2}; punto3 = {3, 3}; punto4 = {2, -3};
todos = {punto1, punto2, punto3, punto4}
```

```
{{-1, 2}, {5, -2}, {3, 3}, {2, -3}}
```



OPERACIONES CON FUNCIONES

▼ Función Suma

$$f[x_]=x^2; \quad g[x_]=2*\text{Sin}[x];$$

$$f[x] + g[x]$$

$$f[x] - g[x]$$

$$x^2 + 2 \text{Sin}[x]$$

$$x^2 - 2 \text{Sin}[x]$$

▼ Función Producto

$$f[x_]=x^2; \quad g[x_]=2*\text{Sin}[x];$$

$$f[x] * g[x]$$

$$2 x^2 \text{Sin}[x]$$

▼ Función Cociente

$$f[x_]=x^2; \quad g[x_]=2*\text{Sin}[x];$$

$$f[x] / g[x]$$

$$\frac{1}{2} x^2 \text{Csc}[x]$$

▼ Composición de funciones

$$f[x_]=x^2; \quad g[x_]=2*\text{Sin}[x];$$

$$f[g[x]]$$

$$4 \text{Sin}[x]^2$$

$g[f[x]]$
 $2 \sin[x^2]$

▼ Otros ejemplos de operaciones de funciones

 $f[x_] = \text{If}[x \leq 0, 1 - x^2, x]; g[x_] = \text{If}[x \leq 0, 1 - x, -2 * x];$
 $a = \{ \{ "x", "f[x]", "g[x]", "f[x]+g[x]",$
 $"f[x]*g[x]", "f[x]/g[x]", "f[g[x]]", "g[f[x]]" \} \};$
 $b = \text{Table}[\{x, f[x], g[x], f[x] + g[x], f[x] * g[x],$
 $f[x] / g[x], f[g[x]], g[f[x]]\}, \{x, -5, 5, 1\}];$
 $\text{MatrixForm}[\text{Flatten}[\{a, b\}, 1]]$

x	f[x]	g[x]	f[x]+g[x]	f[x]*g[x]	f[x]/g[x]	f[g[x]]	g[f[x]]
-5	-24	6	-18	-144	-4	6	25
-4	-15	5	-10	-75	-3	5	16
-3	-8	4	-4	-32	-2	4	9
-2	-3	3	0	-9	-1	3	4
-1	0	2	2	0	0	2	1
0	1	1	2	1	1	1	-2
1	1	-2	-1	-2	$-\frac{1}{2}$	-3	-2
2	2	-4	-2	-8	$-\frac{1}{2}$	-15	-4
3	3	-6	-3	-18	$-\frac{1}{2}$	-35	-6
4	4	-8	-4	-32	$-\frac{1}{2}$	-63	-8
5	5	-10	-5	-50	$-\frac{1}{2}$	-99	-10

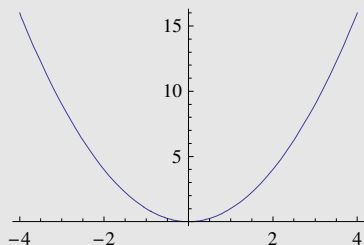
REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE FUNCIONES EXPLÍCITAS

▼ Función Plot

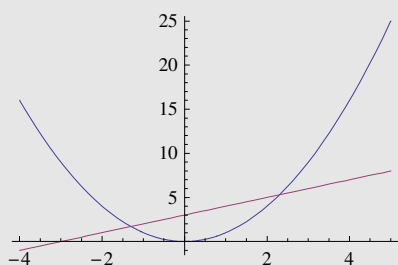
Se puede dibujar una única función explícita o varias sobre los mismos ejes

⇒ `Plot [función , {x,xmin,xmáx}]` o `Plot [{función1,función2,....,funciónn} , {x,xmin,xmáx}]`

`Plot [x2, {x, -4, 4}]`



`Plot [{x2, x + 3}, {x, -4, 5}]`



▼ Algunas opciones a utilizar con la función Plot

A la función Plot se le pueden añadir algunas opciones para cambiar las características que presenta por defecto: color, grosor, ...

Las distintas opciones que se utilicen deben de separarse por comas.

⇒ `Axes → False`

Elimina los ejes del gráfico

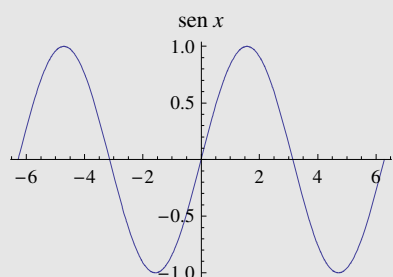
`Plot [Sin[x], {x, -2 π, 2 π}, Axes → False]`



⇒ **PlotLabel** → *nombre*

Escribe el nombre indicado encima del gráfico

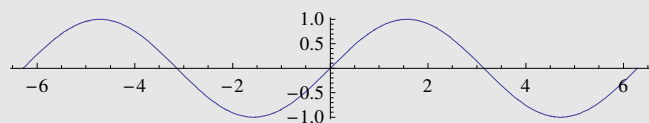
Plot[Sin[x], {x, -2 π, 2 π}, PlotLabel → sen (x)]



⇒ **AspectRatio** → *Automatic*

Determina la proporción entre la altura y la anchura del gráfico

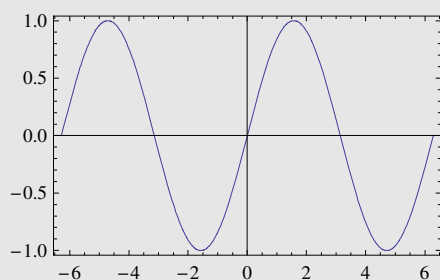
Plot[Sin[x], {x, -2 π, 2 π}, AspectRatio → Automatic]



⇒ **Frame** → *True*

Enmarca el gráfico

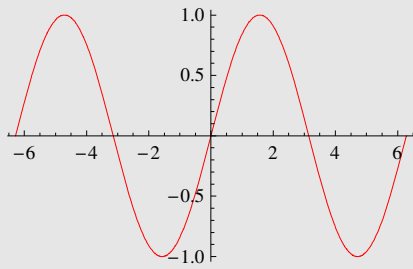
Plot[Sin[x], {x, -2 π, 2 π}, Frame → True]



⇒ **PlotStyle** → *color*

Dibuja la función en el color que se le indique

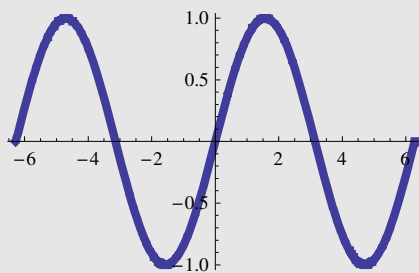

```
Plot[Sin[x], {x, -2  $\pi$ , 2  $\pi$ }, PlotStyle  $\rightarrow$  Red]
```



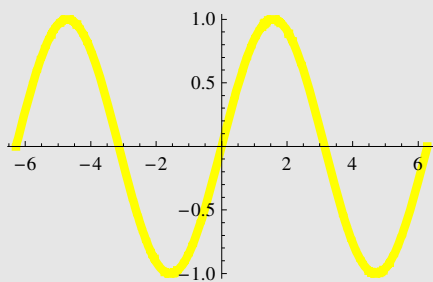
\Rightarrow PlotStyle \rightarrow Thickness[n]

Dibuja la función con grosor variando éste según el valor n que se le indique

```
Plot[Sin[x], {x, -2  $\pi$ , 2  $\pi$ }, PlotStyle  $\rightarrow$  Thickness[0.02]]
```



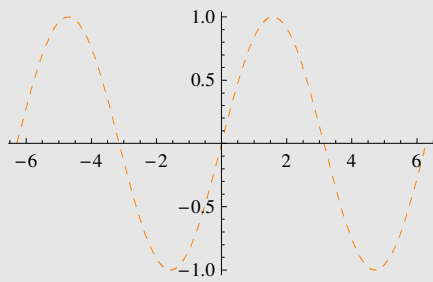
```
Plot[Sin[x], {x, -2  $\pi$ , 2  $\pi$ }, PlotStyle  $\rightarrow$  {Yellow, Thickness[0.02]}]
```



\Rightarrow PlotStyle \rightarrow Dashing[n]

Dibuja la función con trazo discontinuo, dependiendo el tamaño de trazo del valor n indicado

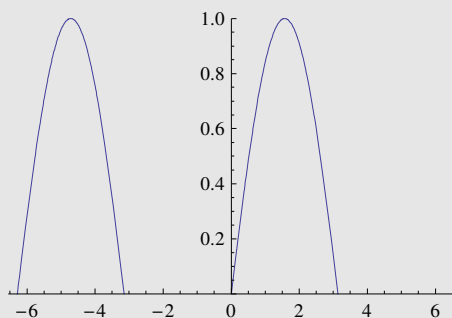
```
Plot[Sin[x], {x, -2 π, 2 π}, PlotStyle -> {Orange, Dashing[0.02]}]
```



⇒ **PlotRange** → {ymin,ymax}

Dibuja la función en el rango de la ordenada que se le indique

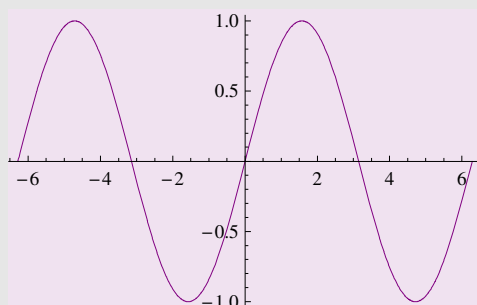
```
Plot[Sin[x], {x, -2 π, 2 π}, PlotRange -> {0, 1}]
```



⇒ **Background** → color

Colorea el fondo del gráfico en el color que se le indique

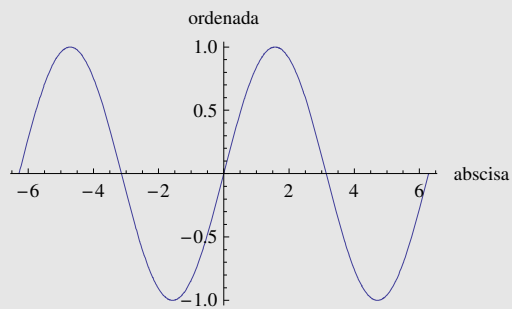
```
Plot[Sin[x], {x, -2 π, 2 π},  
PlotStyle -> Purple, Background -> LightPurple]
```



⇒ **AxesLabel** → {nombre eje x,nombre eje y}

Escribe el nombre de los ejes

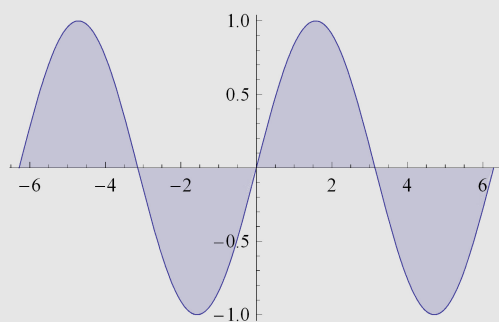
Plot[Sin[x], {x, -2 π, 2 π}, **AxesLabel** → {abscisa, ordenada}]



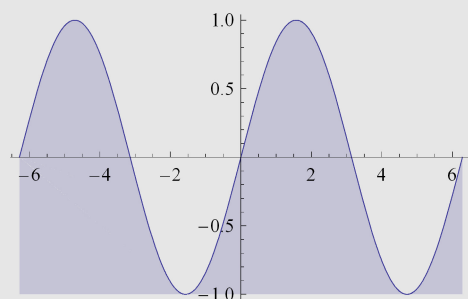
⇒ **Filling** → (Axis/Bottom/Top)

Colorea el hueco desde la función hasta los ejes, hacia abajo o hacia arriba

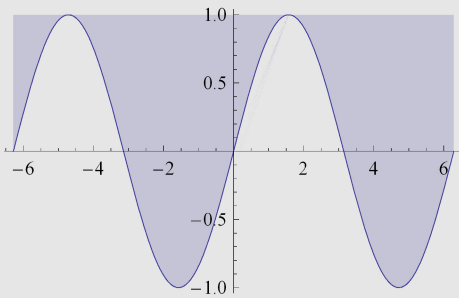
Plot[Sin[x], {x, -2 π, 2 π}, **Filling** → **Axis**]



Plot[Sin[x], {x, -2 π, 2 π}, **Filling** → **Bottom**]



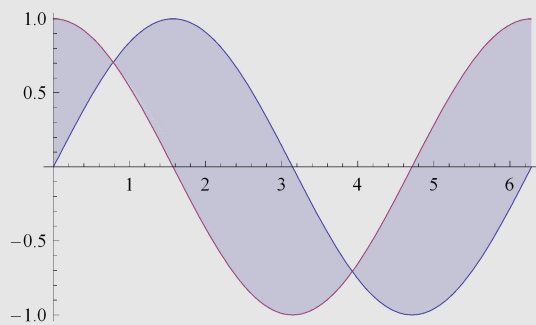
```
Plot[Sin[x], {x, -2 π, 2 π}, Filling -> Top]
```



⇒ Filling → {n1 → {n2}}

Colorea el espacio entre las funciones indicadas

```
Plot[{Sin[x], Cos[x]}, {x, 0, 2 π}, Filling -> {1 -> {2}}]
```



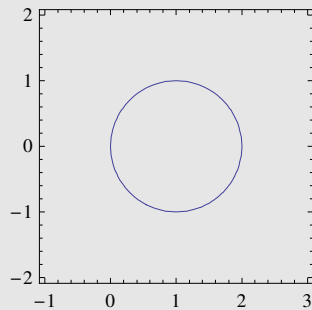
REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE FUNCIONES IMPLÍCITAS

▼ Función ContourPlot

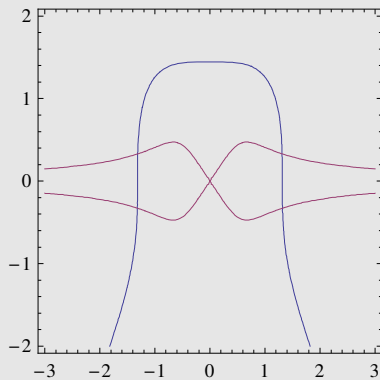
Se puede dibujar una única función implícita o varias sobre los mismos ejes

⇒ `ContourPlot [{función1,función2,...,funciónn} , {x,xmin,xmáx} , {y,ymin,ymáx}]`

`ContourPlot[x^2 + y^2 == 2 x, {x, -1, 3}, {y, -2, 2}]`



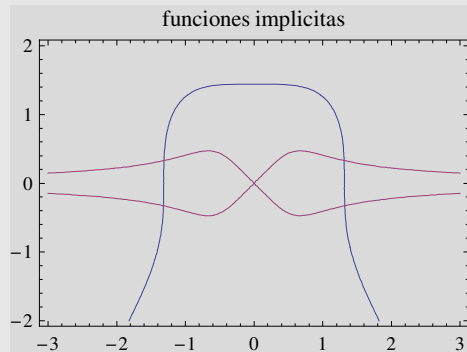
`ContourPlot[{x^4 + y^3 == 3, x^2 - y^2 == 5 x^4 y^2}, {x, -3, 3}, {y, -2, 2}]`



▼ Ejemplos de opciones a utilizar con la función ContourPlot

Algunas de las opciones que se pueden añadir a la función Plot para cambiar su especificación por defecto, también se pueden añadir a la función ContourPlot

```
ContourPlot[{x^4 + y^3 == 3, x^2 - y^2 == 5 x^4 y^2}, {x, -3, 3},
  {y, -2, 2}, PlotLabel -> funciones implicitas,
  AspectRatio -> Automatic, Background -> LightGray]
```



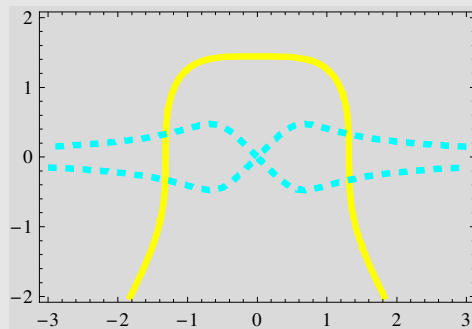
La opción PlotStyle hay que adaptarla para la instrucción ContourPlot mediante ContourStyle

⇒ ContourStyle → color
Dashing[n]

⇒ ContourStyle → Thickness[n]

⇒ ContourStyle →

```
ContourPlot[{x^4 + y^3 == 3, x^2 - y^2 == 5 x^4 y^2}, {x, -3, 3},
  {y, -2, 2}, ContourStyle -> {{Yellow, Thickness[0.015]},
  {Cyan, Thickness[0.015], Dashing[0.02]}},
  AspectRatio -> Automatic, Background -> LightGray]
```



REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE FUNCIONES DEFINIDAS POR PUNTOS

▼ Función ListPlot

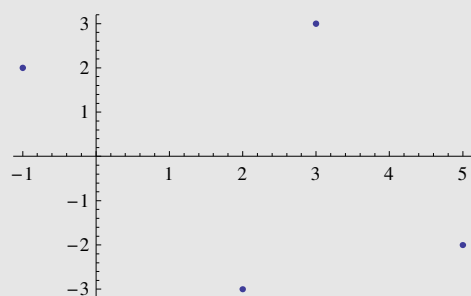
Se puede dibujar una función definida por puntos, especificando las coordenadas de los mismos

⇒ `ListPlot [{x1,y1} , {x2,y2} ,..., {xn,yn}]`

```
punto1 = {-1, 2}; punto2 = {5, -2}; punto3 = {3, 3}; punto4 = {2, -3};
todos = {punto1, punto2, punto3, punto4}
```

```
{{-1, 2}, {5, -2}, {3, 3}, {2, -3}}
```

`ListPlot[todos]`



▼ Algunas opciones a utilizar con la función ListPlot

A la función ListPlot se le pueden añadir algunas opciones que dibujen con diferente tamaño o grosor los puntos o que unan los mismos formando una gráfica continua

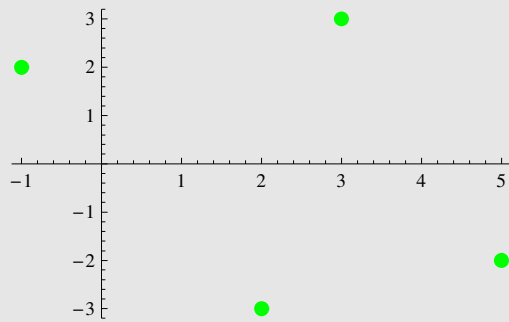
⇒ `PlotStyle → color`

Dibuja los puntos en el color indicado

⇒ `PlotStyle → PointSize [n]`

Dibuja los puntos según el grosor indicado en n

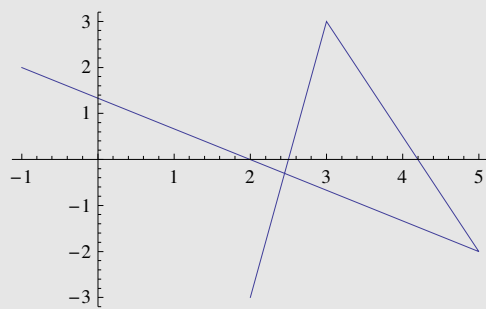
```
ListPlot[todos, PlotStyle -> {Green, PointSize[0.03]}]
```



⇒ Joined → True

Une mediante rectas los puntos indicados, siguiendo el orden en el que se han definido

```
ListPlot[todos, Joined -> True]
```



COMBINACIÓN DE GRÁFICOS

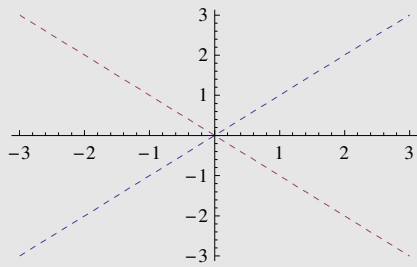
▼ Función Show

Se puede mostrar varios gráficos combinados, si esos gráficos están previamente dibujados

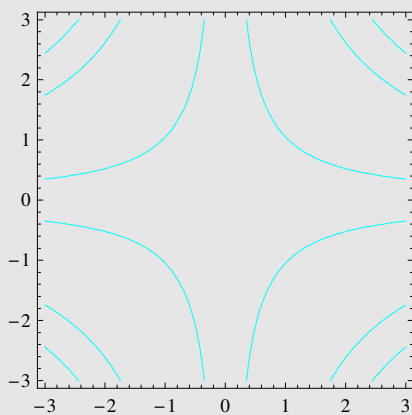
⇒ Show [gráfico1, gráfico2, ...]

También se pueden incluir algunas opciones para cambiar el aspecto de los gráficos anteriormente dibujados

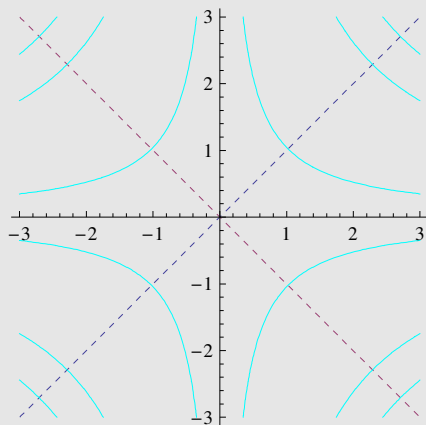

```
grafico1 = Plot[{x, -x}, {x, -3, 3}, PlotStyle -> Dashing[0.015]]
```



```
grafico2 = ContourPlot[Cos[x * y] == 0.5,  
  {x, -3, 3}, {y, -3, 3}, ContourStyle -> Cyan]
```



```
Show[grafico1, grafico2, AspectRatio -> Automatic]
```



MATRICES DE GRAFICOS

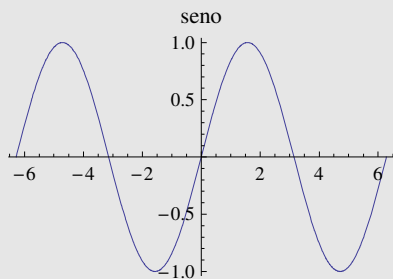
▼ Función GraphicsGrid

Se puede dibujar una matriz de gráficos, si esos gráficos están previamente dibujados

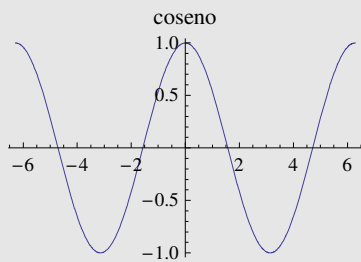
⇒ `GraphicsGrid [{gráfico11, gráfico12,...}, {grafico21, gráfico22,...}, ...]`

Si se especifica la opción `Frame → True`, se añade un marco a la matriz de gráficos

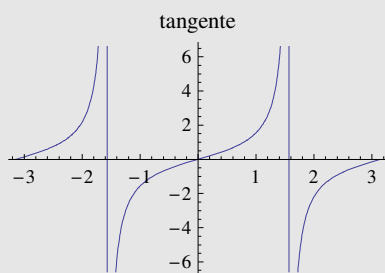
`a = Plot[Sin[x], {x, -2 Pi, 2 Pi}, PlotLabel → seno]`



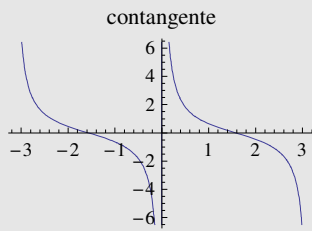
`b = Plot[Cos[x], {x, -2 Pi, 2 Pi}, PlotLabel → coseno]`



`c = Plot[Tan[x], {x, -Pi, Pi}, PlotLabel → tangente]`



```
d = Plot[Cot[x], {x, -Pi, Pi}, PlotLabel -> contangente]
```



```
GraphicsGrid[{{a, b}, {c, d}}, Frame -> True]
```

