5.4. PRÁCTICAS PROPUESTAS.

5.1 Utilizando desarrollo de McLaurin de las funciones adecuadas, calcular sucesivas aproximaciones de los siguientes números:

a) π b) sen ½ c) ln 2 d) $\sqrt{2}$ e) cos ½

5.2 Sea $P(x)=3x^{101}-x^{81}+2x^{21}-5$, encontrar los tres primeros términos del desarrollo de Taylor de P(x) en potencias de (x-1) y utilizarlo para calcular un valor aproximado del polinomio en el punto x=1.001.

5.3 Desarrollar el polinomio $f(x)=x^3-2x^2+3x+5$ en potencias enteras y positivas de $(x-2)$.

5.4 Desarrollar en series de potencias enteras y positivas del binomio (x-1) la función polinómica $f(x)=x^4+3x^2+2x+1$.

5.5 Se considera la función real de variable real $y(x)=\ln(x^3-5x^2+8x+9)$. Los puntos de corte de y con el eje OX satisfacen la ecuación $x^3-5x^2+3x+8=0$.

1) Localizar dichas raíces utilizando el teorema de Bolzano.

2) Calcular dichas raíces utilizando Polinomios de Taylor de grado 2.

5.6 Utilizando el desarrollo de Mc Laurin de orden 4 de la función: $f(x)=\ln(1+x)^{e^x-1}$, determinar aproximadamente las raíces reales de la ecuación $\ln(1+x)^{16}=(e^x-1)^{-1}$.

5.7 Un hilo pesado, bajo la acción de la gravedad, forma la catenaria $f(x)=a\ \mathrm{ch}\dfrac{x}{a}$. Demostrar que para valores pequeños de x la forma que toma el hilo puede representarse aproximadamente por la parábola $g(x)=a+\dfrac{x^2}{2a}$.

5.8 Hallar el desarrollo de McLaurin de orden 3 de la función $f(x)=\mathrm{sen}(x+\pi)*e^{-x}$ y utilizarlo para resolver la siguiente ecuación:

$$\mathrm{sen}(x+\pi)=\frac{\mathrm{e}^x}{3}(1-x^3)$$

5.9 Para que valores de a y de b la función $f(x)=x-(a+b\cos x)\mathrm{sen}\,x$ es un infinitésimo de orden 5 cuando $x\to 0$.

5.10 Determinar los desarrollos de Taylor de grado 4 de $f(x)=\cos x$ y $g(x)=1-\mathrm{sen}\,x$ en el punto $x=\dfrac{\pi}{2}$. Utilizarlos para calcular el orden y la parte principal de $f(x)$ y de $g(x)$.

5.11 Calcular el orden y la parte principal de $f(x)=\mathrm{Ln}\left(\sqrt{1+x}\right)-\mathrm{sen}(2x)$, cuando $x\to 0$ y utilizarlo para calcular $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{Ln}\left(\sqrt{1+x}\right)-\mathrm{sen}(2x)}{x}$.

5.12 Calcular, mediante la aplicación de los desarrollos de McLaurin necesarios

$$\lim_{x\to 0}\frac{\left(x^3+3x^4+7x^5\right)\ \mathrm{tg}x}{4x^3\left(1+x\right)^{\frac{1}{3}}\ \mathrm{Ln}\left(1+x\right)}$$

5.13 Dada la función $f: IR\to IR$ definida por:

$$f(x) = a(1 - \cos x) + b \ \ \mathrm{sen} x + c(1 + x)^{1/2} - 1$$

a) Determinar el desarrollo de Mc Laurin de dicha función.

b) Utilizando el desarrollo anterior determinar los parámetros a, b y c para que la función sea un infinitésimo de orden máximo en x=0.

c) Con los valores de a, b y c hallados en el apartado anterior ¿cuál es el carácter del extremo x=0?

5.14 Determinar los parámetros a, b y c para que la función:

$$f(x) = a(1 - \cos x) + b \ \ \mathrm{sen} x + c \ \ \mathrm{tg} x + \mathrm{Ln}(1 + x)$$

sea un infinitésimo del orden más elevado posible cuando $x \to 0$.

5.15 Sea $f(x) = a \mathrm{sen} x + 3\sqrt{1 + x^2} + b \mathrm{e}^x + c \cos x$, un infinitésimo cuando $x \to 0$:

a) Determinar el desarrollo de McLaurin de orden 3 de la función f(x).

b) Determinar a, b y c para que f(x) sea un infinitésimo de orden máximo, cuando $x \to 0$.

c) Utilizar el desarrollo de Mc Laurin obtenido en el apartado a) para calcular un valor aproximado de f en el punto $x = 0.01$.

5.16 Sea $f : IR \to IR$ una función derivable en x=0 de tercer orden, al menos. Si $f'(0) = A \neq 0 \ \ y \ \ f''(0) = B$, calcular $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{f'(x)}{f(x) - f(0)} - \frac{1}{x} \right)$

5.17 Calcular por desarrollos de Taylor los siguientes límites:

1) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^{1/p} - x^{1/q}}{x^{1/m} - x^{1/n}}$

Polinomio de Taylor

2) $\lim\limits_{x\to\infty} \left[\left(x^5+4x^4\right)^{1/5}-\left(x^5-x^4\right)^{1/5}\right]$

3) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(x-x^2\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)\right)$

4) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\sqrt{1+x^2}\cos x}{x\left(\operatorname{tg} x-\operatorname{Sh} x\right)}$

5) $\lim\limits_{x\to\infty} \left[\left(x^3+ax^2\right)^{1/3}-\left(x^3-ax^2\right)^{1/3}\right]$

6) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^3-\left[\operatorname{Ln}\left(1+x^2\right)\right]\operatorname{arctg} x}{x^5}$

7) $\lim\limits_{x\to\infty} x^{3/2}\left[\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}-\sqrt{x}\right]$

8) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\left(x^3-x^2+\dfrac{x}{2}\right)e^{1/x}-\sqrt{x^6+1}\right)$