

## FUNCIONES

### 1.- EJERCICIOS PROPUESTOS

1.- Conociendo los datos  $L(a) = 2$ ,  $L(b) = 3$  y  $L(c) = 5$ , calcular  $L(a^3)$ ,  $L(a \cdot b)$ ,  $L\left(\frac{b}{a}\right)$  y  $L\left(\frac{a \cdot b^2}{c}\right)$ . ¿Cuáles son los valores de  $a$ ,  $b$  y  $c$ ?

2.- Conociendo los datos  $L(a) = -1$ ,  $L(b) = 1$  y  $L(c) = 0$ , calcular  $L(a^2)$ ,  $L(a \cdot b)$ ,  $L\left(\frac{c}{a}\right)$  y  $L\left(\frac{a^2 \cdot b^3}{c^5}\right)$ . ¿Cuáles son los valores de  $a$ ,  $b$  y  $c$ ?

3.- Sin usar la calculadora, calcular los logaritmos naturales de los siguientes números:

$e$ ,  $-e$ ,  $1$ ,  $0$ ,  $-1$ ,  $e^2$ ,  $-e^2$ ,  $(-e)^2$ ,  $\frac{-e}{-1}$  y  $(-e) \cdot (-1)$

¿En cuáles de estos casos no se pueden utilizar las propiedades de los logaritmos? ¿Por qué?

4.- Escribir las siguientes ecuaciones exponenciales en la forma logarítmica equivalente:

a)  $5^3 = 125$       b)  $16^{1/2} = 4$       c)  $e^2 = k$       d)  $e^0 = 1$       e)  $10^3 = 1000$

5.- Calcular los siguientes logaritmos:

a)  $\log_{70} 1$       b)  $\log_3 81$       c)  $\log_5 0.04$

6.- Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones:

a)  $\begin{cases} 2^x + 2^y = 10 \\ 2^{x-y} = 4 \end{cases}$       b)  $\begin{cases} 2^x - 3^y = 7 \\ 3 \cdot 2^{x-1} - 3^{y+1} = -3 \end{cases}$

7.- Demostrar la fórmula fundamental de las funciones hiperbólicas:  $\text{Ch}^2 x - \text{Sh}^2 x = 1$

8.- Resolver la ecuación  $x^2 = (x-2)^2$  de las dos formas siguientes:

a) Desarrollando el cuadrado del término de la derecha.

b) Calculando las raíces cuadradas de ambos términos.

9.- Expresar las siguientes funciones como funciones definidas a trozos:

a)  $y = |\text{Sh } x|$

$$b) y = |6 - x|$$

$$c) y = \left| 1 + \frac{1}{x} \right|$$

$$d) y = |e^{x-2} - 4|$$

$$e) y = \sqrt{(1 + Lx)^2}$$

$$f) y = \sqrt{(L(x-1))^2}$$

$$g) y = \sqrt{(e^x)^2}$$

10.- Hallar los intervalos de la recta real representados por los siguientes valores absolutos:

$$a) |x| \leq 3$$

$$b) |x - 2| \leq 4$$

$$c) |1 + x| < 5$$

$$d) |x| > 2$$

$$e) |x - 4| \geq 4$$

## 2.- SOLUCIONES DE LOS EJERCICIOS PROPUESTOS

$$1.- L(a^3) = 6, L(a \cdot b) = 5, L\left(\frac{b}{a}\right) = 1 \text{ y } L\left(\frac{a \cdot b^2}{c}\right) = 3$$

$$a = e^2, b = e^3 \text{ y } c = e^5$$

$$2.- L(a^2) = -2, L(a \cdot b) = 0, L\left(\frac{c}{a}\right) = 1 \text{ y } L\left(\frac{a^2 \cdot b^3}{c^5}\right) = 1$$

$$a = e^{-1}, b = e \text{ y } c = 1$$

$$3.- Le = 1, \nexists L(-e), L1 = 0, L0 = -\infty, \nexists L(-1), L(e^2) = 2, \nexists L(-e^2), L((-e)^2) = 2,$$

$$L\left(\frac{-e}{-1}\right) = 1 \text{ y } L((-e) \cdot (-1)) = 1$$

4.- a)  $\log_5 125 = 3$     b)  $\log_{16} 4 = \frac{1}{2}$     c)  $Lk = 2$     d)  $Ll = 0$     e)  $\log_{10} 1000 = 3$

5.- a)  $\log_{70} 1 = 0$     b)  $\log_3 81 = 4$     c)  $\log_5 0.04 = -2$

6.- a)  $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$     b)  $\begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$

8.-  $x = 1$

9.- a)  $y = |\text{Sh } x| = \begin{cases} \text{Sh } x & \forall x \geq 0 \\ -\text{Sh } x & \forall x \leq 0 \end{cases}$

b)  $y = |6 - x| = \begin{cases} 6 - x & \forall x \leq 6 \\ x - 6 & \forall x \geq 6 \end{cases}$

c)  $y = \left| 1 + \frac{1}{x} \right| = \begin{cases} 1 + \frac{1}{x} & \forall x \in (-\infty, -1] \cup (0, \infty) \\ -1 - \frac{1}{x} & \forall x \in [-1, 0) \end{cases}$

d)  $y = |e^{x-2} - 4| = \begin{cases} e^{x-2} - 4 & \forall x \geq 2 + L4 \\ 4 - e^{x-2} & \forall x \leq 2 + L4 \end{cases}$

e)  $y = \sqrt{(1 + Lx)^2} = \begin{cases} 1 + Lx & \forall x \geq e^{-1} \\ -1 - Lx & \forall x \in (0, e^{-1}] \end{cases}$

f)  $y = \sqrt{(L(x-1))^2} = \begin{cases} L(x-1) & \forall x \geq 2 \\ -L(x-1) & \forall x \in (1, 2] \end{cases}$

g)  $y = \sqrt{(e^x)^2} = e^x \quad \forall x \in \mathbb{R}$

10.- a)  $-3 \leq x \leq 3$

b)  $-2 \leq x \leq 6$

c)  $-6 < x < 4$

d)  $x \in (-\infty, -2) \cup (2, \infty)$

e)  $x \in (-\infty, 0] \cup [8, \infty)$