

# GUÍA DOCENTE: CURSO CERO DE MATEMÁTICAS PARA INGENIERÍA

## 1.- Introducción

El acceso a la Universidad, siempre supone para el alumnado un cambio importante en su formación académica, lo que hace que se encuentre con cambios sustanciales en cuanto a los conocimientos adquiridos. Con el fin de potenciar el rendimiento académico del alumnado en esta nueva etapa, se ha diseñado este "curso cero" de carácter virtual, para potenciar la adquisición de los conocimientos y las habilidades que el departamento de Matemática Aplicada considera imprescindibles para quienes ingresan a cursar las titulaciones impartidas en las Escuelas de Ingeniería de la UPV/EHU.

Se han incluido contenidos de repaso de diversos temas que quien accede a la universidad debe dominar. Estos contenidos son de diferentes tipos: textos de repaso con ejercicios propuestos, presentaciones explicativas de conceptos ya conocidos, videos de repaso de conceptos matemáticos y aplicaciones de dichos conceptos, y Test de autoevaluación que permiten al alumnado comprobar el nivel de conocimientos alcanzado en cada uno de los temas.

## 2.- Personas destinatarias y prerequisites

El curso está dirigido a los alumnos y alumnas que, recién terminado el bachillerato, se incorporan a la universidad a cursar cualquiera de los Grados que se imparten en las Escuelas de Ingeniería de la UPV/EHU.

Dado que este curso está pensado y diseñado para actualizar los conocimientos que son exigibles para un correcto aprendizaje de las asignaturas del área de matemáticas que se imparten el primer curso de los Grados de Ingeniería, los conocimientos y habilidades previas recomendadas son aquellas que el alumnado habrá adquirido cursando las asignaturas de matemáticas propias de los cursos de Secundaria y Bachiller.

## 3.- Competencias

C1. Conocer y utilizar el instrumento matemático básico, su lenguaje y los procedimientos de razonamiento asociados a él.

C2. Desarrollar un buen nivel de abstracción para comprender los conceptos básicos de Álgebra y Cálculo, y adquirir una buena visión espacial.

C3. Conocer los conceptos básicos de Geometría, tanto en el plano como en el espacio.

C4. Conocer y aplicar las relaciones trigonométricas básicas.

C5. Manejar con soltura los conocimientos básicos del Álgebra matricial.

C6. Entender los conceptos de básicos del Cálculo: Función, Límite, Derivada e Integral.

## 4.- Descripción del curso

El curso ha sido diseñado para afianzar los conocimientos básicos de Aritmética, Trigonometría, Geometría, Álgebra y Cálculo del alumnado que accede a los Grados de Ingeniería. Para ello, se han desarrollado materiales en distintos formatos y con aplicaciones diferentes. Así, el curso incluye textos de repaso teórico con ejercicios propuestos, cuyas soluciones se incluyen al final de cada tema, presentaciones explicativas de conceptos ya conocidos, videos de repaso de conceptos matemáticos y aplicaciones de dichos conceptos, y Test de autoevaluación que permiten al alumnado comprobar el nivel de conocimientos alcanzado en cada uno de los temas.

El equipo docente que propone el curso tiene una dilatada experiencia impartiendo docencia en asignaturas de Matemáticas de primer curso de diferentes Grados de Ingeniería. Antes de la implantación de los Grados (Bolonia) la UPV/EHU ofertaba este tipo de curso cero, de carácter presencial y voluntario, que se impartía las semanas previas al inicio del curso. El equipo docente que presenta este proyecto participó de forma activa en la impartición de esos cursos, y puede constatar que los resultados académicos mejoraron. Con el nuevo calendario académico, es inviable que esos cursos sean presenciales, de ahí la importancia de publicar este material en OCW, para su uso de forma autónoma por parte del alumnado.

A continuación, una breve reseña de los componentes del equipo docente:

Javier Bilbao Landatxe: profesor del Departamento de Matemática Aplicada en la Escuela de Ingeniería de Bilbao. Es Doctor Ingeniero Industrial por la Universidad del País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea. En la actualidad imparte docencia en las asignaturas *Cálculo*, en los Grados en Ingeniería Ambiental, en Organización Industrial y en Tecnología Industrial, y *Álgebra*, en el Grado en Ingeniería en Tecnología de Telecomunicación.

Eugenio Bravo Sevilla: profesor del Departamento de Matemática Aplicada en la Escuela de Ingeniería de Bilbao. Es Doctor Ingeniero Industrial por la Universidad del País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea. En la actualidad imparte docencia en las asignaturas *Álgebra Lineal*, en los Grados en Ingeniería Ambiental, en Organización Industrial y en Tecnología Industrial, y *Álgebra*, en el Grado en Ingeniería en Tecnología de Telecomunicación. Página web personal: <http://www.ehu.es/ebravo/>

Olatz García Zabalbeitia: profesora del Departamento de Matemática Aplicada en la Escuela de Ingeniería de Bilbao. Es Doctora en Ciencias Matemáticas por la Universidad del País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea. En la actualidad imparte docencia en la asignatura *Cálculo*, en los Grados en Ingeniería Ambiental, en Organización Industrial y en Tecnología Industrial. Página web personal: <http://www.ehu.es/olatzgz/>

Carolina Rebollar Echevarría: profesora del Departamento de Matemática Aplicada en la Escuela de Ingeniería de Bilbao. Es Doctora en Ciencias Matemáticas por la Universidad del País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea. En la actualidad imparte

docencia en la asignatura *Cálculo*, en los Grados en Ingeniería Ambiental, en Organización Industrial y en Tecnología Industrial.

Concepción Varela Leceta: profesora del Departamento de Matemática Aplicada en la Escuela de Ingeniería de Bilbao. Es Doctora en Ciencias Económicas y Empresariales por la Universidad del País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea. En la actualidad imparte docencia en las asignaturas *Cálculo*, en los Grados en Ingeniería Ambiental, en Organización Industrial y en Tecnología Industrial, *Cálculo II*, en el Grado en Ingeniería en Tecnología de Telecomunicación, y *Ampliación de Matemáticas*, también en este último Grado. Página web personal: <http://www.ehu.eus/cvarela/>

En cuanto al contenido del curso, que se expondrá de manera detallada en el siguiente apartado, podemos decir que abarca los conceptos básicos de Matemáticas imprescindibles para un buen desarrollo de las asignaturas que el alumnado se encontrará en el primer curso de los Grados de ingeniería que se imparten en la UPV/EHU.

## 5.- Programa y contenidos del curso

### Tema 1.- Aritmética básica

En este tema se abordan una serie de generalidades que van desde los recursos básicos para escribir de manera adecuada en Matemáticas, hasta el repaso de los conjuntos de números. Se explica cómo se leen y cuándo se utilizan los signos más comunes del lenguaje matemático, las relaciones entre los diferentes conjuntos de números, incluidas sus propiedades, y las operaciones básicas que se pueden realizar entre ellos. Se incluye el alfabeto griego. El test de autoevaluación sirve para ver si se han entendido bien los conceptos expuestos, y como repaso de los conocimientos adquiridos anteriormente.

### Tema 2.- Álgebra

En este tema se repasan conceptos básicos del Álgebra Elemental y el Álgebra Lineal. Así, se define qué es una expresión algebraica y se repasan las operaciones básicas con expresiones algebraicas, así como su factorización y simplificación. El caso de polinomios de una variable se trata en detalle, mostrándose el cálculo de sus raíces. Se define asimismo el concepto de ecuación.

En cuanto al Álgebra Lineal, se repasan nociones básicas de matrices y determinantes, incluidas sus operaciones y propiedades, y se define el concepto de Sistema de Ecuaciones Lineales, abordándose la resolución de éstos mediante los métodos de Cramer y Gauss, haciéndose hincapié en este último. Se repasa también la discusión de la existencia de solución de un sistema.

### Tema 3.- Geometría analítica

La Geometría Plana es una parte de la Geometría que trata de aquellos elementos cuyos puntos están contenidos en un plano. La Geometría Plana está considerada parte de la Geometría Euclidiana, pues ésta estudia los elementos geométricos a partir de dos

dimensiones. En este tema se presentan algunos conceptos como las diferentes ecuaciones que tiene una recta en el plano, así como el ángulo que forman dos rectas. En el espacio se define el plano y se estudian las distintas posiciones entre recta y plano.

La circunferencia, la elipse, la parábola o la hipérbola son curvas planas de todas conocidas. Estas curvas aparecían ya en la geometría griega y fueron denominadas secciones cónicas, ya que los griegos de la época consideraban que tales curvas procedían de la intersección de un cono con un plano. Cuando los matemáticos de los siglos XVI y XVII estudiaron los trabajos griegos, empezaron a comprobar la falta de generalidad de los métodos de demostración, lo que llevó a sustituir la visión puramente geométrica de las secciones cónicas por otra que incorporaba las nociones de coordenadas y distancia. Esto llevó a la definición de estas curvas como lugares geométricos de puntos que verificaban ciertas propiedades en términos de distancia. Es esta teoría la que se utiliza para presentar de una manera resumida las curvas en cuestión, ya que el fin de este trabajo es conocer e identificar las Cónicas

#### Tema 4.- Trigonometría

En este tema se hace un repaso de los conceptos de Trigonometría que el alumno de Ingeniería va a utilizar en las asignaturas de Matemáticas de los dos primeros cursos de la titulación.

Se repasan las principales relaciones entre las razones trigonométricas y las funciones inversas de las trigonométricas, haciendo especial énfasis en el concepto de radián con el que el alumno está poco acostumbrado a trabajar.

Después de unos ejercicios resueltos correspondientes a la teoría presentada, se proponen ejercicios de una dificultad similar.

Además de este material, el alumnado puede acceder a un resumen de la parte teórica en una presentación de powerpoint y un conjunto de ejercicios de tipo test con los que podrá autoevaluarse, comprobando el grado de comprensión y de manejo alcanzado en este tema.

#### Tema 5.- Funciones

En este tema se establece el concepto de Función en general para particularizarlo, a continuación, a las Funciones Reales de Variable Real. Se define, así mismo, la Función Recíproca de una dada, estableciéndose las condiciones que garantizan su existencia. Por último, se hace un repaso de las Funciones Elementales. Junto al desarrollo teórico incluye ejemplos resueltos y problemas propuestos sin desarrollar, pero con el resultado. El alumnado también encontrará dos vídeos que explican los conceptos anteriores, además de un test que puede ser de utilidad para su autoevaluación.

#### Tema 6.- Derivación

Este tema comienza con la definición de derivada de una función en un punto y se centra en el repaso de las reglas de derivación. Incluye una amplia relación de ejercicios propuestos. Además, a través de un vídeo, se explica su interpretación geométrica y se

exponen un par de ejemplos de aplicación. También se muestra, mediante ejemplos, el procedimiento correcto para derivar funciones definidas a trozos. Junto con este material, se proponen dos test para la autoevaluación del alumnado.

## Tema 7.- Integración

En este tema se introducen los conceptos de Integral Indefinida y Primitiva de una función. A partir de esas ideas, se repasan los métodos básicos de integración (integrales inmediatas, por sustitución, por partes y descomposición en fracciones simples para racionales). El tema termina con la Integral Definida según Riemann, la regla de Barrow para su cálculo y su aplicación al cálculo de áreas de regiones planas. Se ha preparado un vídeo explicativo en relación a este último punto. El alumnado cuenta, además, con un test de autoevaluación

## 6.- Metodología para el estudio

Si bien los temas desarrollados en el curso, así como el material preparado para cada uno de ellos, pueden ser consultados y utilizados casi en cualquier orden y, obviamente, en función de las necesidades de cada alumno o alumna, la recomendación sería seguir el orden en el que los temas se han enumerado en el apartado anterior. De esta forma, un posible itinerario recomendado sería el siguiente:

Comenzar por el repaso de la Aritmética básica, con la lectura del documento pdf dedicado a las generalidades, y realizar el test de autoevaluación correspondiente.

En segundo lugar, nos centraríamos en el tema dedicado al Álgebra. En este bloque disponemos de dos documentos pdf, uno dedicado a la teoría elemental y otro centrado en el Álgebra Lineal. Junto a estos documentos, se recomienda el visionado de dos presentaciones dedicadas a explicar el método de Ruffini y la división de polinomios. A continuación, se puede practicar la teoría estudiada realizando algunos de los ejercicios propuestos. Y terminaríamos este bloque con la realización de los test de autoevaluación.

El siguiente tema está dedicado a la Geometría. La teoría está dividida en dos documentos pdf, uno dedicado al Espacio Afín y otro al estudio de las Cónicas. En ambos casos, una vez vista la teoría, se puede practicar realizando algunos de los ejercicios propuestos. También en este bloque el alumnado dispone de tres test de autoevaluación.

Continuamos el itinerario propuesto con el estudio de la Trigonometría. El material preparado en este caso incluye un documento pdf y una presentación, además de los correspondientes ejercicios de práctica personal. Como en los casos anteriores, recomendamos terminar el estudio de este tema con la realización del test de autoevaluación.

Si bien el itinerario propuesto hasta ahora es susceptible de ser modificado, en lo que respecta a los próximos tres temas, consideramos que el orden que aquí se propone es

casi de obligado cumplimiento. Así pues, comenzaríamos con un tema dedicado a introducir el concepto de Función, a través de un documento pdf y de dos vídeos, que podríamos redondear con el correspondiente test de autoevaluación. A continuación, nos centraríamos en el estudio de la Derivada de una función real de una variable real, abarcando desde el concepto a la interpretación geométrica, pasando por su cálculo, tanto a través de las reglas de derivación como de la aplicación de la propia definición, según sea necesario. Y terminaríamos este bloque con la definición de la Integral definida según Riemann (a través de un vídeo), el repaso de los métodos de integración básicos (en un documento pdf), así como su aplicación al cálculo de áreas planas. En todo este desarrollo, el alumno y la alumna podrán practicar sus conocimientos a través de los ejercicios propuestos, y comprobar su grado de aprendizaje mediante los correspondientes test de autoevaluación.

## 7.- Cronograma

Para un buen aprovechamiento del curso, siguiendo, por ejemplo, el itinerario propuesto en el apartado anterior, proponemos el siguiente cronograma:

SEMANA	TEMA	DEDICACIÓN
1	Aritmética básica: generalidades	4 horas
1-2	Álgebra elemental	6 horas
2-3	Álgebra lineal	8 horas
4	Geometría analítica: Espacio Afín	6 horas
5	Geometría analítica: Cónicas	6 horas
6	Trigonometría	6 horas
7	Funciones	3 horas
7	Derivación: concepto de derivada	3 horas
8-9	Derivación: cálculo de la derivada	12 horas
10	Integración: definición	2 horas
10-11	Integración: cálculo	10 horas
12	Integración: aplicación	6 horas

## 8.- Materiales/Recursos

A parte de los incluidos en el propio curso, no se requiere la utilización de ningún material ni recurso, más allá de los de uso común.