

BLOQUE A- III: Técnica de Ruffini. Cálculo de las raíces de un polinomio

EJERCICIO 1:

Calcula las raíces del polinomio: $p(x) = x^3 + 2x^2 - 3x - 6$.

Solución:

Las raíces enteras y racionales de $p(x) = x^3 + 2x^2 - 3x - 6$ son: $\pm 6, \pm 3, \pm 2, \pm 1$.

Aplicando Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & 2 & -3 & -6 \\ & & -2 & 0 & 6 \\ \hline & 1 & 0 & -3 & 0 \end{array}$$

Por tanto, $r_1 = -2$ es raíz del polinomio. Para calcular el resto de raíces, resolveremos la ecuación de segundo orden:

$$x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

Las otras dos raíces son: $r_2 = +\sqrt{3}$ y $r_3 = -\sqrt{3}$.

El polinomio tiene tres raíces de las cuales dos son irracionales. Recuerda que la técnica de Ruffini se puede emplear incluso con raíces irracionales, a pesar de que su cálculo sea más complicado. Es por ello que se recomienda comenzar con raíces enteras y racionales.

Para finalizar, siendo $-2, +\sqrt{3}$ y $-\sqrt{3}$ las raíces del polinomio, su factorización es:

$$p(x) = x^3 + 2x^2 - 3x - 6 = (x + 2) \cdot (x - \sqrt{3}) \cdot (x + \sqrt{3})$$

EJERCICIO 2:

Calcula las raíces del polinomio: $p(x) = x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 6x$.

Solución:

Se observa claramente que el polinomio se puede reescribir de la siguiente manera: $p(x) = x(x^3 - 6x^2 + 11x - 6)$. Ello implica que una de las raíces es 0.

Las posibles raíces enteras y racionales de $p_1(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ son: $\pm 6, \pm 3, \pm 2, \pm 1$.

Aplicando Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -6 & 11 & -6 \\ 3 & & 3 & -9 & 6 \\ \hline & 1 & -3 & 2 & 0 \end{array}$$

$r=3$ es raíz del polinomio. Luego, el polinomio $x(x^3 - 6x^2 + 11x - 6)$ se puede reescribir como $p(x) = x(x-3) \cdot (x^2 - 3x + 2)$. Para calcular las otras dos raíces, resolveremos la ecuación de segundo orden ($x^2 - 3x + 2 = 0$) o aplicaremos de nuevo Ruffini.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -6 & 11 & -6 \\ 3 & & 3 & -9 & 6 \\ \hline & 1 & -3 & 2 & 0 \\ 2 & & 2 & -2 & \\ \hline & 1 & -1 & 0 & \\ 1 & & 1 & & \\ \hline & 1 & 0 & & \end{array}$$

Para finalizar, siendo 0, 1, 2 y 3 las raíces del polinomio, su factorización es:

$$p(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = x(x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3)$$