

BLOQUE C-I: Propiedades básicas

Potencias y raíces

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ veces}}, \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad \forall n \in \mathbb{N}, \forall a \neq 0$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{1/n}, \quad \forall n \in \mathbb{N}, \forall a \geq 0$$

$$a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}, \quad \forall n, m \in \mathbb{N}, \forall a \geq 0$$

$$a^{-m/n} = \frac{1}{a^{m/n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}, \quad \forall n, m \in \mathbb{N}, \forall a \geq 0$$

$$a^0 = 1 \quad \forall a \neq 0$$

Propiedades (Suponemos $a > 0$ para poder emplear exponentes reales):

$$1) a^p \cdot a^q = a^{p+q} \quad \forall p, q \in \mathbb{R}$$

$$2) \frac{a^p}{a^q} = a^{p-q} = \frac{1}{a^{q-p}}$$

$$3) (a^p)^q = a^{p \cdot q} \quad \forall p, q \in \mathbb{R}$$

$$4) (a \cdot b)^p = a^p \cdot b^p \quad \forall p, q \in \mathbb{R}$$

$$5) \left(\frac{a}{b} \right)^p = \frac{a^p}{b^p} \quad \forall b > 0$$

$$6) \sqrt[n]{a \cdot b \cdot c} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c} \quad \forall n \in \mathbb{N}, \forall a, b, c \geq 0$$

$$7) \sqrt[n]{a/b} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad \forall n \in \mathbb{N}, \forall b > 0$$

Factorial

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

$$0! = 1$$

Logaritmo en cualquier base

$$\log_b(1) = 0$$

$$\log_b(x \cdot y) = \log_b(x) + \log_b(y) \quad \forall x, y > 0$$

$$\log_b\left(\frac{x}{y}\right) = \log_b(x) - \log_b(y) \quad \forall x, y > 0$$

$$\log_b(x^y) = y \cdot \log_b(x) \quad \forall x > 0$$

Caso concreto: Si la base es el número e se denomina logaritmo neperiano y se denota como $L(x)$, $\text{Ln}(x)$ ó $\ln(x)$ es decir, $\log_e(x) = L(x)$. En este caso, $L(e) = 1$.

$$a^x = e^{x \cdot \text{Ln}(a)} \quad \forall x \in \mathbb{R}, \forall a > 0$$

Valor absoluto

$$|x| = \begin{cases} x & \forall x \geq 0 \\ -x & \forall x \leq 0 \end{cases}$$

$$|x| > 0 \quad \forall x \neq 0$$

$$|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$$|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a, \quad \forall a > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$|x \cdot y| = |x| \cdot |y| \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$$

$$|x + y| \leq |x| + |y| \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$$

$|x - y| = \text{dist}(x, y)$, esto es, la distancia entre los puntos de la recta real x e y .