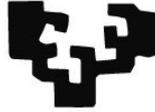


eman ta zabal zazu



Universidad
del País Vasco

Euskal Herriko
Unibertsitatea

Guía docente del curso

OCW 2020: *Parametrización y representación gráfica de superficies construidas*

Equipo docente del curso

*Martín Yagüe, Luis
Barrallo Calonge, Javier
Soto Merino, Juan Carlos
Lecubarri Alonso, Inmaculada*

Departamento de Matemática Aplicada

Escuela de Ingeniería de Bilbao, Edificio II-I (EIB/BIE)
ETS de Arquitectura de Donostia-San Sebastián (ETSASS/DAGET)



INTRODUCCIÓN

A lo largo de la historia siempre ha existido una estrecha relación entre la matemática y la arquitectura. Las impresionantes pirámides del imperio antiguo se erigieron a la vez que los egipcios plasmaban en papiros sus primeros cálculos sobre triángulos. Cuando los griegos hallaron la proporción áurea, la arquitectura helenística la convirtió en la quintaesencia de su arquitectura. El modelo arquimediano del cilindro y la esfera fue reproducido por la ingeniería romana en el Panteón, edificio que ha perdurado orgullosamente hasta nuestros días. El descubrimiento de la perspectiva llenó Europa de ciudades ideales perfectamente alineadas en calles paralelas fugadas hacia el infinito. Cuando Leibniz y Newton descubrieron el cálculo diferencial, aparecieron curvas hasta entonces desconocidas que se plasmaron en un fantástico y exagerado estilo arquitectónico: el barroco. El nacimiento de la geometría diferencial en el siglo XVIII también dio lugar a una nueva forma de entender la construcción: la arquitectura visionaria, representada por Boullée o Ledoux. La búsqueda de la cuarta dimensión, liderada por Riemann, Poincaré o Minkowski tuvo su alter ego en la arquitectura del deconstructivismo con Peter Eisenman o Zaha Hadid como abanderados. En el siglo XX la matemática explota en decenas de ramas, pero prácticamente todas aquellas con un reflejo visual son absorbidas por la arquitectura: los polinomios interpoladores como Bezier o B-Spline en edificios como el Museo Guggenheim de Bilbao, las superficies no orientables en el proyecto de la Biblioteca Nacional de Kazakhstan, las teselaciones de Penrose en el Ravensbourne College, los patrones de Conway en la Cambridge North Station o los fractales en el Gran Museo de El Cairo, entre otros muchos.

Podemos deducir que la matemática, y más concretamente la geometría, siempre han llevado trayectos paralelos a la arquitectura. Durante años las formas geométricas virtuales, sin presencia física, han condicionado la docencia, trabajos y exámenes en las clases de matemáticas. Pero, ¿y si se utilizara la arquitectura como modelo para esas mismas clases? Trataríamos con la misma geometría, pero con el aliciente de referirnos a edificios de varios periodos históricos, con diferentes materiales y técnicas constructivas. Este plus en la presentación del problema puede que no aporte nada en la resolución estrictamente matemática, pero sin duda supone un enorme valor añadido a la docencia.

Se trabajará no sólo con fórmulas y números, sino que se interpretarán imágenes reales, leyendo planimetrías, analizando cotas y buscando estrategias para pasar del mundo real al modelo matemático. Esta tarea de análisis previo rara vez se aplica en la docencia de las matemáticas, donde el alumnado está acostumbrado a recibir directamente fórmulas en lugar de producirlas por sí mismos. Esta situación genera la tradicional desconexión de la matemática con el mundo real.

La posibilidad de incluir estilos arquitectónicos y períodos históricos, junto a nombres de ciudades y arquitectos, añade una interdisciplinaridad muy valiosa e interesante para la docencia en general haciendo que las matemáticas no queden tan desconectadas del resto de las disciplinas, como suele ocurrir habitualmente. A partir de esta idea de trabajo, la parametrización establece un nuevo vínculo pluridisciplinar, ya que es una herramienta de uso común en la programación informática y un elemento cada vez más usado en los *scripts* de CAD tan usados en ingeniería y arquitectura.

La Geometría es una herramienta fundamental en este proceso de creatividad, afectando sobre todo al apartado espacial. La Geometría es la base de la creación del diseño en Arquitectura; entre otros fundamentos, supone el instrumento para dar

formas, proporciona métodos de diseño y representación, suministra medidas y proporciones y realiza transformaciones con las que establecer simetría, modularidad o repetición. Además, la propia Arquitectura proporciona elementos que permiten motivar al alumnado para hacer un uso consciente de las Matemáticas, con todos los ejemplos que se pueden considerar.

Este curso aborda diversas técnicas de parametrización de curvas y superficies en 2D/3D a partir de una aplicación informática. Como elemento diferencial se aplica a la práctica arquitectónica partiendo de superficies ya construidas y de edificios que pueden admirarse en diversas ciudades y que resultan singulares por su geometría. Como consecuencia, puede utilizarse este curso como referente para mostrar la íntima relación entre la Arquitectura y las Matemáticas.

Por ello, se trata de un curso eminentemente práctico considerando, como valor añadido, que en el programa OCW hay pocos materiales publicados sobre esta área de conocimiento.

Sin abandonar el rigor matemático no se carga de contenidos teóricos ni demostraciones. Se busca la sencillez en las definiciones y explicaciones que permitan alcanzar el objetivo principal descrito anteriormente, tanto de conceptos matemáticos como de funciones del programa *Mathematica* que se utiliza en este curso. Es una herramienta CAS (Computer Algebra System) desarrollada por *Wolfram Research Inc.*, ampliamente empleada tanto en docencia como en investigación. El uso de *Mathematica* debe entenderse como una herramienta de apoyo en la resolución de ejercicios de los diferentes temas que componen el programa de este curso; tanto en la realización de los cálculos y como para las representaciones gráficas correspondientes. En consecuencia, se podrá enfocar más en la discusión de los resultados alcanzados y en su coherencia que sobre los cálculos en sí mismos.

Este curso se basa en el autoaprendizaje de la persona, cuya estrategia didáctica se apoya en el concepto de itinerario/autoevaluación. Es decir, se proponen posibles líneas de trabajo que permiten cubrir los contenidos previstos para una determinada fase de tiempo. Al final de los primeros temas el alumnado podrá realizar un test de respuestas múltiples en el que se propondrán cuestiones con resoluciones breves. A continuación, dispondrá de ejercicios resueltos por el profesorado de este curso, que tendrán una mayor complejidad que los test y que servirán para una mejor comprensión del temario. Por último, existen ejercicios de autoevaluación que deberán ser resueltos con el material de estudio proporcionado en el curso y que una vez finalizados podrán compararse con la resolución planteada por el profesorado. Esto permitirá al alumnado comprobar si ha adquirido los objetivos de aprendizaje fijados en el plan docente del curso.

PERSONAS DESTINATARIAS Y PRERREQUISITOS

El curso está destinado a quienes desean utilizar una herramienta informática para agilizar los cálculos y las representaciones 2D/3D implicados en el desarrollo matemático de una forma arquitectónica dada, a partir de la idea original del arquitecto. Así, se podrá acelerar el proceso de adquisición de contenidos al tiempo que se podrán relacionar los resultados obtenidos con los resultados teóricos esperados de una manera más eficaz.

Es preciso que la persona que acceda a este curso disponga de conocimientos matemáticos teóricos medios (Álgebra y Cálculo) y conozca el programa *Mathematica*, para comprender los resultados que se produzcan y esté en condiciones óptimas de trabajar con la información resultante.

Se recomienda hacer una visita al hiperenlace

<https://ocw.ehu.eus/course/view.php?id=477>

Se trata de un curso OCW2018 (**Utilizando *Mathematica* como apoyo al cálculo algebraico en los grados de Ingeniería [2018/10, cas]**) publicado por un equipo docente en el que se integraron dos de los autores de este curso.

Muchos conceptos y métodos, que no se explican en detalle deben ser conocidos o, al menos, tener capacidad de búsqueda selectiva de información.

COMPETENCIAS QUE SE ABORDAN

El enfoque del Espacio Europeo de Enseñanza Superior basado en competencias se ha venido asentando con el paso del tiempo en cuatro pilares fundamentales:

- aprender a conocer (saber)
- aprender a hacer (saber explicar)
- aprender a vivir juntos (saber mostrar)
- aprender a ser (actuar)

Esto se refleja en la importancia que se deberá dar al adecuado desarrollo de las competencias transversales del alumnado en relación con las exigencias del mundo laboral. En particular, uno de los objetivos de este curso está orientado a aquellas personas interesadas tanto en técnicas avanzadas de parametrización como en tratar matemáticamente modelos arquitectónicos. Para ello, será preciso disponer de conocimientos de Álgebra y Cálculo.

La guía docente de este curso se basa en resultados de aprendizaje, de modo que las actividades que se proponen están diseñadas y planificadas para que vayan introduciendo y guiando al alumnado de una manera gradual en las dificultades de cada una de las unidades temáticas y de las técnicas de trabajo implicadas. Al mismo tiempo, el propósito que subyace a dicho diseño es servir de acicate para que el estudiante se mantenga en un alto nivel y pueda alcanzar tales resultados. Por otra parte, las ventajas del autoaprendizaje son bien conocidas en el desarrollo de competencias. El uso de herramientas matemáticas también ayuda al alumnado a concentrarse en la interpretación de los resultados obtenidos y a centrarse en la comprensión de las metodologías implicadas.

Se desea que las personas que atiendan el curso adquieran una serie de competencias que le permitan tener capacidad de:

- C1** Obtener conocimientos de informática relativos al ámbito de la Geometría para gestionar la información de manera eficiente tanto cuantitativa como cualitativamente y usar la abstracción en el modelado matemático de conjuntos arquitectónicos
- C2** Representar gráficamente curvas y superficies que se utilicen en el diseño y modelado arquitectónico
- C3** Razonar de forma crítica para implementar labores de análisis y síntesis en entornos geométricos usando la argumentación lógica en la toma de decisiones
- C4** Potenciar el aprendizaje autónomo de la persona para adaptarse a entornos cambiantes

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

Para alcanzar dichas competencias se definen los siguientes objetivos del aprendizaje:

- (C1|RA1)** Conocer las funciones básicas de la aplicación informática para la representación paramétrica de curvas en 2D
- (C1|RA2)** Conocer las funciones básicas de la aplicación informática para la representación paramétrica de curvas en 3D
- (C2|RA3)** Conocer las funciones más adecuadas para realizar representaciones gráficas en función de las necesidades específicas de los datos disponibles y de las soluciones obtenidas
- (C2|RA4)** Aplicar herramientas de programación para optimizar las representaciones gráficas
- (C3|RA5)** Comparar los resultados obtenidos con los datos de partida para discriminar su consistencia
- (C3|RA6)** Conocer las funciones disponibles en la aplicación informática para representar de forma óptima el modelo arquitectónico
- (C3|RA7)** Usar las fuentes de información de la herramienta informática para buscar las funciones más apropiadas
- (C4|RA8)** Analizar el conocimiento que ha alcanzado cada usuario del curso en función de las estimaciones previstas en cada una de las unidades

DOCENTES AUTORES/AS DE LA MATERIA

El equipo docente que ha diseñado y elaborado este curso es el siguiente:

Apellidos y nombre	Categoría
Martín Yagüe, Luis	Profesorado Titular de Universidad
Barrallo Calonge, Javier	Profesorado Titular de Universidad
Lecubarri Alonso, Inmaculada	Profesorado Titular de Universidad
Soto Merino, Juan Carlos	Profesorado Titular de Universidad

El profesorado citado pertenece al Departamento de Matemática Aplicada de la Universidad del País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea (UPV/EHU).

La profesora Lecubarri y los profesores Martín y Soto imparten docencia en la Escuela de Ingeniería de Bilbao, Edificio II-I (EIB/BIE, II-I) mientras que el profesor Barrallo lo hace en la Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Donostia (ETSASS/DAGET).

El profesor Martín ha desarrollado gran parte de su carrera docente en la Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Donostia (ETSASS/DAGET).

DESCRIPCIÓN DEL CURSO

El curso está pensado para ser realizado en siete semanas y media (39 horas de estudio, aunque el alumnado puede administrar los tiempos sugeridos). Se propone la siguiente estrategia didáctica (tiempo de estudio):

- Temas 1 y 2: una semana cada uno. Los conceptos teóricos son básicos para el nivel requerido en este curso. Los ejercicios planteados complementan los ejemplos presentados en el material de estudio añadiendo cierto grado de dificultad. Los ejercicios de autoevaluación son más laboriosos y pueden suponer dos horas de resolución cada uno.
- Tema 3: una semana y media. El *Material de estudio* introduce la parametrización de superficies e incluye ejemplos de aplicación inmediata. Los ejercicios planteados, más elaborados, ayudan a reforzar los conceptos teóricos. Los de autoevaluación aumentan la dificultad y empiezan a aplicar los conocimientos en el cálculo de superficies construidas. Pueden suponer más de dos horas de resolución cada uno.
- Temas 4: dos semanas. El material teórico de estudio se aborda de forma más intuitiva una vez superado el tercer tema. Sin embargo, los ejercicios son de una mayor complejidad y se plantean más ejercicios de autoevaluación que en el tema precedente. Se centran en formas arquitectónicas y aconseja abordarlos con pausa dedicándoles el tiempo que requieran.
- Temas 5: dos semanas. Eminentemente práctico. Se presenta una técnica de parametrización de superficies regladas, muy habituales en edificios singulares por su geometría. Hay menos material teórico de estudio y a estas alturas del curso resulta de fácil comprensión. Los ejercicios se centran en edificaciones con formas geométricas que los hacen singulares. El tiempo requerido para cada uno es variable y depende de la interpretación de las particularidades de cada construcción.

La dinámica aconsejada es la siguiente: primero, se estudian los contenidos teóricos correspondientes; segundo, se trabajan dichos contenidos de manera específica con los test (planteados en los tres primeros temas) y los ejercicios resueltos; y tercero, se resuelven los *Ejercicios de autoevaluación*.

Tanto la parte teórica como la parte práctica se estructuran para desarrollar gradualmente los conceptos desde los más básicos hasta aquellos que permitan el análisis de superficies edificadas a partir de una serie de especificaciones dadas. Se mostrará en el cronograma del curso posteriormente. La estructura de los temas y la disposición del curso en la plataforma OCW son, en sí mismos, una ayuda para que cada persona organice el tiempo de estudio según sus necesidades y alcance los resultados de aprendizaje previstos.

PROGRAMA Y CONTENIDOS

Las unidades temáticas que se abordan en este curso son:

TEMA 1: PARAMETRIZACIÓN DE CURVAS EN EL PLANO

- Introducción
- Definición de curva y formas de expresión
- Representación gráfica
- Parametrización básica
- Parametrización trigonométrica
- Otras curvas en forma paramétrica

TEMA 2: PARAMETRIZACIÓN DE CURVAS EN EL ESPACIO

- Introducción
- Definición de curva y formas de expresión
- Tipos de curvas
- Representación gráfica
- Proyección y parametrización
- Hélices

TEMA 3: PARAMETRIZACIÓN DE SUPERFICIES PLANAS Y CILÍNDRICAS

- Introducción
- Definición de superficie y formas de expresión
- Superficies regladas: cilindros y planos
- Parametrización de secciones planas

TEMA 4: PARAMETRIZACIÓN DE SUPERFICIES CUÁDRICAS Y DE REVOLUCIÓN

- Introducción
- Superficies cuádricas: definición y tipos
- Superficies de revolución: definición, cuádricas de revolución y toros

TEMA 5: SUPERFICIES REGLADAS EN ARQUITECTURA

- Introducción
- Técnica de extrusión
- Casos especiales

METODOLOGÍA PARA EL ESTUDIO

El curso está pensado para personas que poseen conocimientos de Álgebra y Cálculo y que tienen interés y curiosidad por su aplicación práctica, mediante herramientas matemáticas, en diseños arquitectónicos.

Se usa una metodología eminentemente práctica. En la documentación del curso se han utilizado las versiones 11.3 y 12.0 del programa *Mathematica*, del que la UPV/EHU posee licencia corporativa.

La mayoría de los materiales generados se han obtenido como documentos e imágenes procedentes del trabajo del profesorado del curso. Cuando no es así se indican los autores, enlaces y/o la correspondiente licencia. En consecuencia, el alumnado que acceda a este curso debería disponer de dicha herramienta informática. No obstante, no habría dificultad en trasladar los contenidos y resultados a otro programa CAS que domine la persona interesada.

El material de estudio se concentra en los tres primeros temas. En ellos, los ejercicios resueltos se plantean para afianzar los conceptos avanzados y los de autoevaluación son más laboriosos y están planteados a partir de diferentes edificaciones. Además, se plantean test de autoevaluación únicamente para estos temas.

El cuarto tiene una carga teórica similar al tercero, pero una vez visto este su estudio resulta más intuitivo. Por el contrario, los ejercicios propuestos y, sobre todo, los de autoevaluación tienen mayor dificultad. Se plantean a partir de edificaciones con formas más complejas. Por este motivo, a partir de este tema no se estima necesario plantear test de autoevaluación; las bases se han establecido ya y, ahora, el curso se centra únicamente en parametrizar y representar las simulaciones de diferentes construcciones emblemáticas por sus formas geométricas.

En el quinto y último tema se presenta y comenta una forma diferente y práctica de parametrización, la técnica de extrusión, útil para superficies regladas diferentes de cilindros y conos. Este tipo de superficies son muy habituales en edificaciones singulares que son el objetivo de los ejercicios de este tema.

Debe hacerse notar que la parametrización de estas edificaciones se realiza a partir de medidas y cotas originales que, en algunas ocasiones, se han redondeado para facilitar en parte la resolución de los ejercicios planteados.

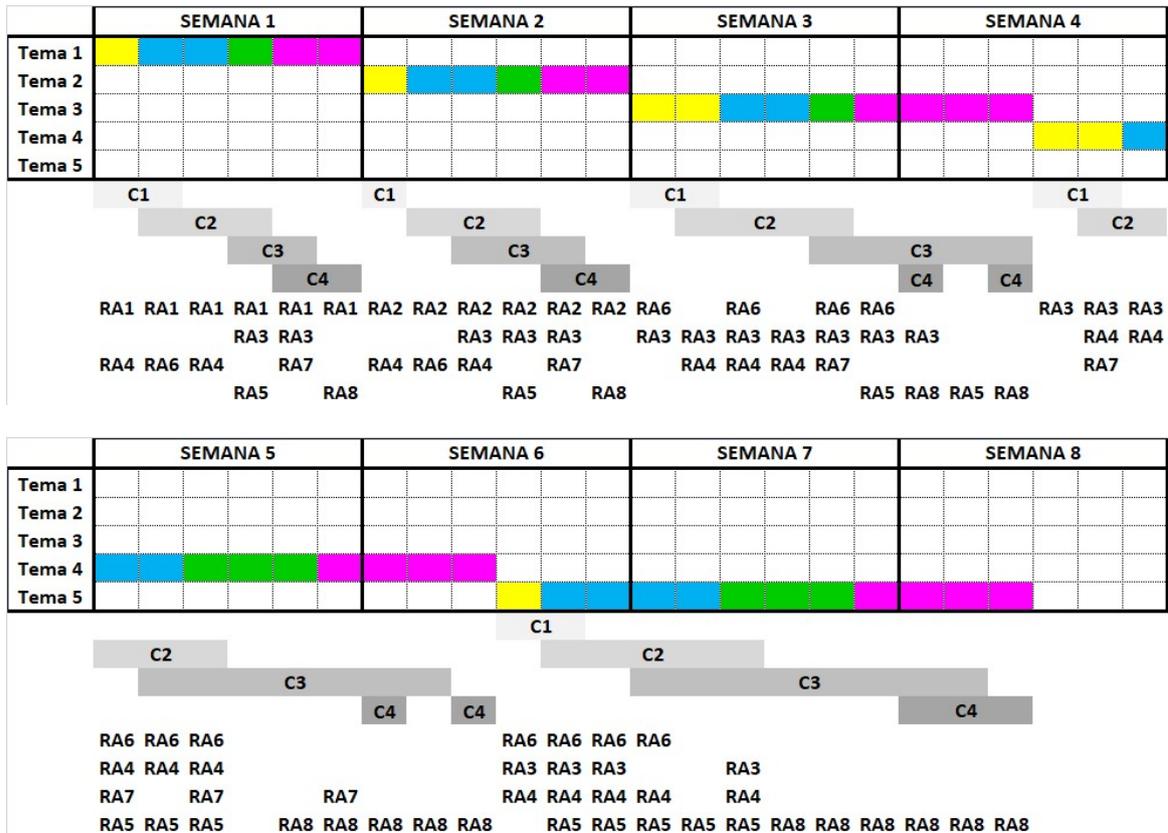
Una manera adecuada de trabajar sería avanzar progresivamente desde el primer tema en el que se aborda la parametrización de curvas en el plano. El salto al espacio tridimensional se realiza en el tema 2 (curvas en el espacio). La extensión a las superficies se realiza en los temas 3 y 4 aunque en el tercero se abordan superficies más sencillas. El tema 5 se centra en superficies regladas cuyas generatrices se apoyan en dos curvas y se presenta una técnica de parametrización a partir de ambas. Todo ello con el objetivo de aplicar los conocimientos adquiridos en la representación de superficies arquitectónicas y edificios singulares.

De cualquier forma, es recomendable seguir el siguiente orden: contenidos teóricos, ejercicios resueltos y la autoevaluación que consta de test (en los primeros temas) y ejercicios propuestos. Se proporcionan las resoluciones y las respuestas de todos los ejercicios para contrastar el nivel alcanzado en cada sesión de trabajo.

Aquellas personas habituadas a parametrizar curvas y superficies pueden practicar con los ejercicios de los tres primeros temas y comenzar con los ejercicios propuestos a partir del tema 4.

Aunque no es objetivo del curso, de manera puntual en algunos ejercicios de los primeros temas se plantea alguna cuestión para la aplicación del cálculo integral.

El siguiente cronograma (la unidad de trabajo es la hora, y el color indica la actividad prevista: amarillo, contenidos teóricos; azul, ejercicios resueltos; verde, ejercicios propuestos; rosa, autoevaluación) resume la filosofía mencionada:



Además, se muestran las competencias que se trabajan y los resultados de aprendizaje previstos.