

# MEKANISMOEN ZINEMATIKA

---

Autoebaluaziorako ariketak

Itziar Martija López

Maider Loizaga Garmendia

Departamento de Ingeniería Mecánica

Mekanika Ingeniaritza Saila

OCW  
OpenCourseWare



# AURKIBIDEA

---

1. 1go Ariketa
2. 2. Ariketa
3. 3. Ariketa



# 1go Ariketa

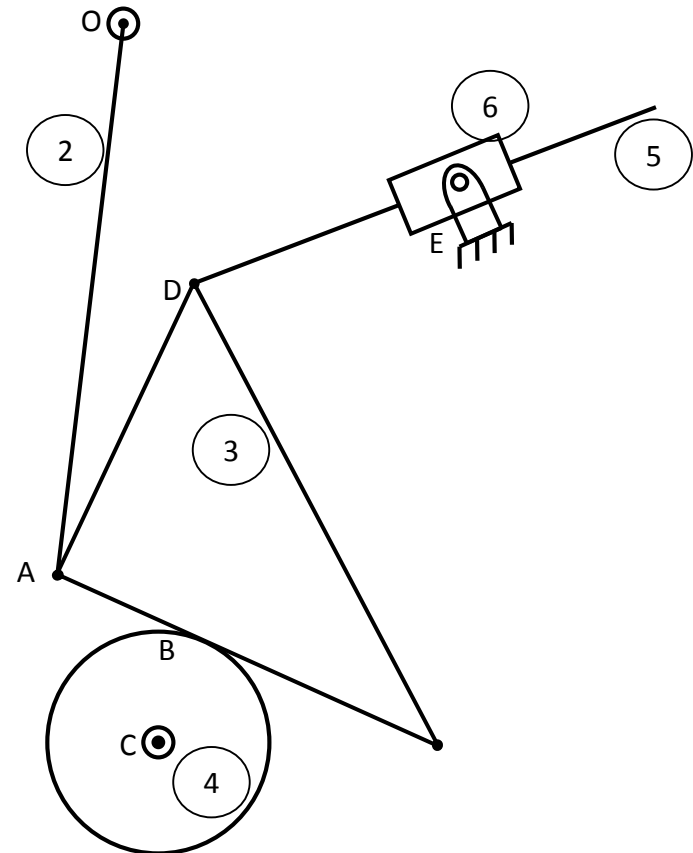
Irudiko mekanismoan eta marraztutako posizioan, egitura analisia burutu, elementu eta lotura motak adieraziz eta askatasun gradu kopurua kalkulatu.

Mekanismoa abiadura konstantea daukan 2. barrak akzionatzen du, eta B puntuan errodadura hutsa dago.

$$\vec{\omega}_2 = 0,5\vec{k} \text{ rad / s} \quad \overline{OA} = 7 \text{ m}$$

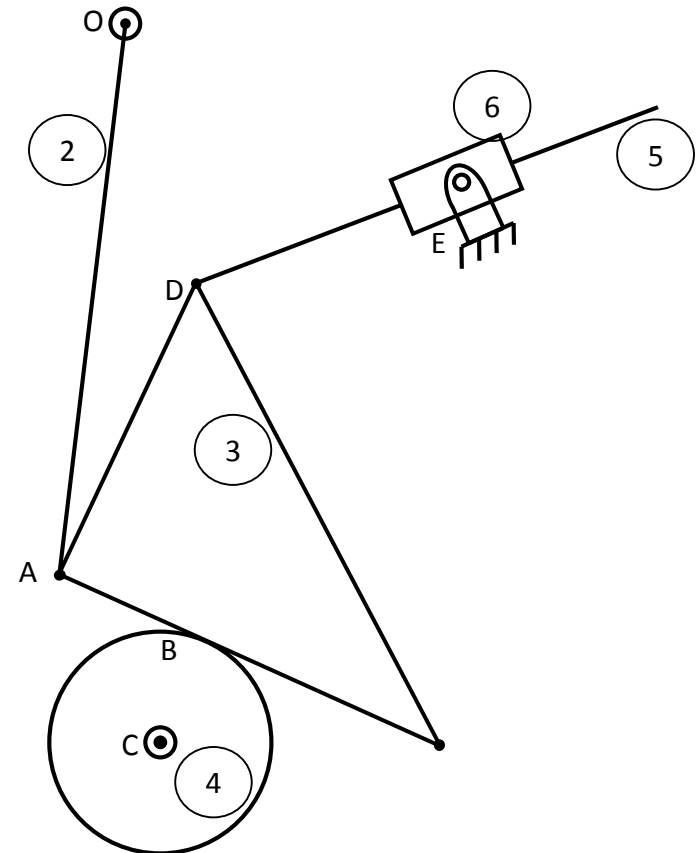
Hurrengoa eskatzen da:

- Elementu finkoarekiko, beste elementuetako poloak
- Puntu eta elementu guztietako abiadurak, aldiuneko biraketa zentroak erabiliz.



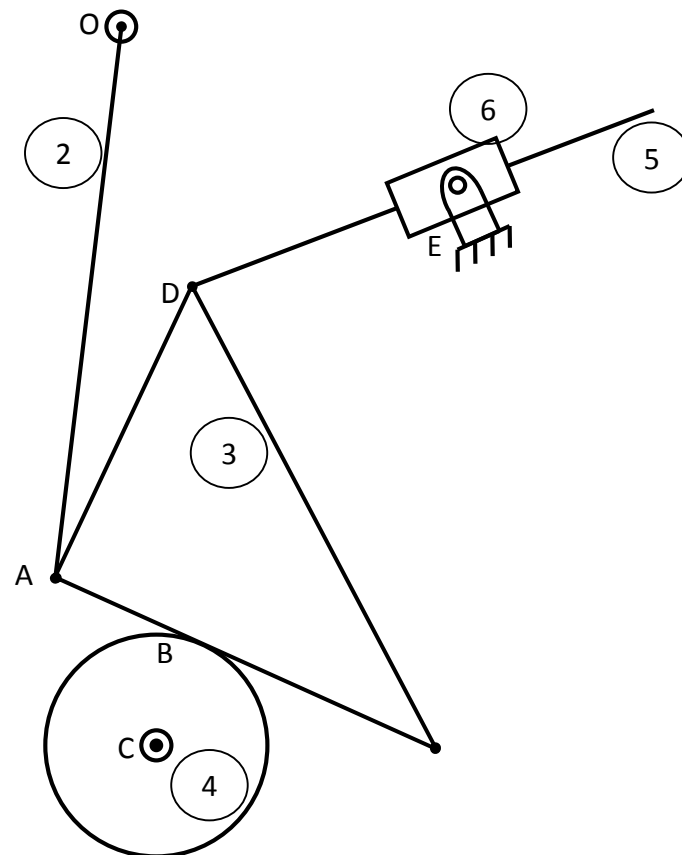
# 1go Ariketa: Elementu motak

Eltu.	Lotura kopurua	Mugimendua
1	Hirutarra (2, 4 eta 6)	Elementu finkoa
2	Bitarra (1 eta 3)	Biradera
3	Hirutarra (2, 4 eta 5)	Biela
4	Bitarra (1 eta 3)	Biradera (edo balantzina)
5	Bitarra (3 eta 6)	Biela
6	Bitarra (1 eta 5)	Balantzina



# 1go Ariketa: Lotura motak

Lotura	Elementu kop.	Klasea	Movimiento
O	Bitarra (1 eta 2)	I	Biraketa
A	Bitarra (2 eta 3)	I	Biraketa
B	Bitarra (3 eta 4)	II	Espeka
C	Bitarra (1 eta 4)	I	Biraketa
D	Bitarra (3 eta 5)	I	Biraketa
E	Bitarra (5 eta 6)	I	Prismatikoa
E	Bitarra (1 eta 6)	I	Biraketa



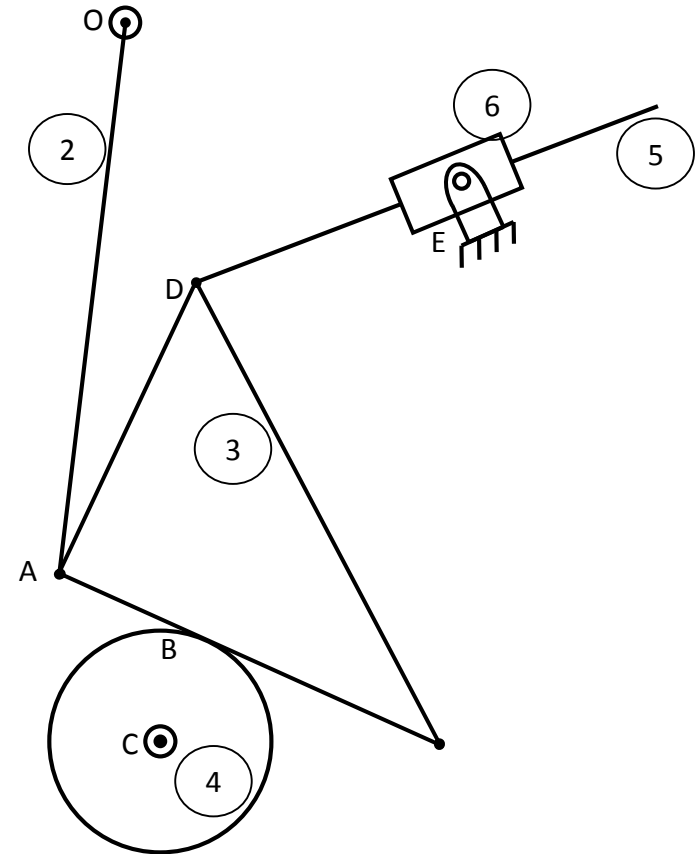
# 1go Ariketa: Askatasun graduak

Askatasun gradu kopurua kalkulatzeko  
Grübler-en irizpidea aplikatzen da:

- Elementuak:  $N=6$
- $P_I$  loturak:  $P_I=6$ 
  - ✓ R loturak: 1-2 (O puntuan); 2-3 (A puntuan); 1-4 (C puntuan); 3-5 (D puntuan) eta 1-6 (E puntuan).
  - ✓ Lotura prismatikoak: 5-6 (E puntuan)
- $P_{II}$  loturak:  $P_{II}=1$ 
  - ✓ Espeka: 3-4 (B puntuan);
- Errodatura hutsezko baldintzak askatasun gradu bat murrizten du

$$G=3(N-1)-2*P_I-P_{II}-1_{rod}=3*5-2*6-1-1=$$

$$=15-12-1-1=1 \text{ gdl}$$



# 1go Ariketa: Poloen kalkulua

Polo primarioak bilatzen dira:

R loturak:

✓ P12 (O); P23 (A); P14 (C); P35 (D); P16(E);

Lotura prismatikoetan poloa infinituan dago:

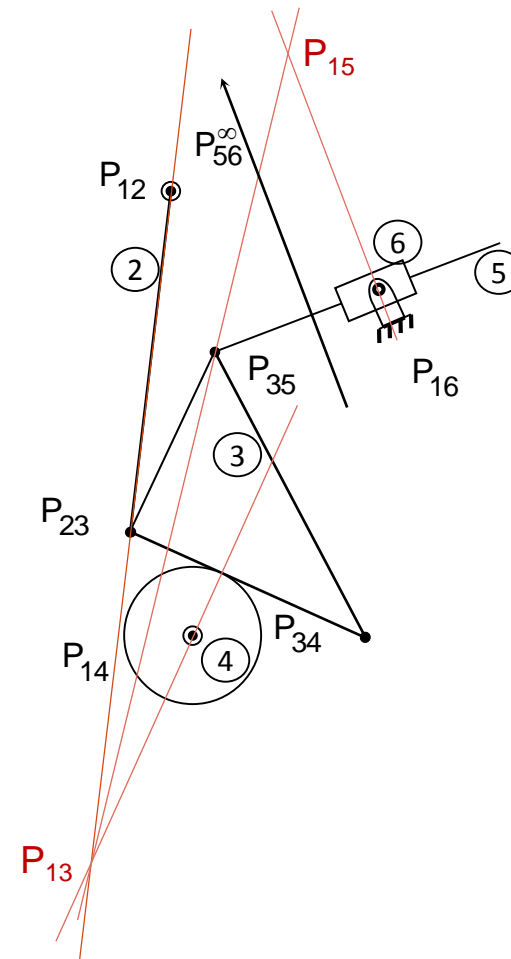
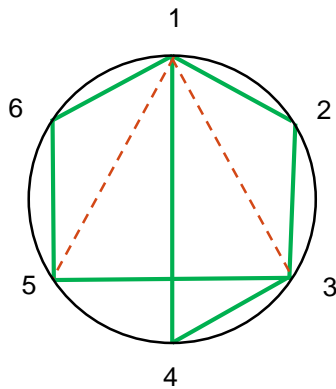
✓ P<sup>∞</sup>56

B puntuan errodadura dagoenez, poloa bertan dago.

✓ P34 (B)

P13 { P12, P23  
P14, P34

P15 { P13, P35  
P16, P56



# 1go Ariketa: Abiaduren kalkulua

$$\vec{\omega}_2 = 0,5\vec{k} \text{ rad/s} \quad \overline{OA} = 7 \text{ m}$$

$$\vec{\omega}_5 = \vec{\omega}_6; \vec{v}_{E5} \neq \vec{v}_{E6}$$

$$v_A = \omega_2 \cdot \overline{OA} = 0,5 \cdot 7 = 3,5 \text{ m/s}$$

$$\omega_3 = v_A / \overline{P_{13}A} = 3,5 / 6,75 = 0,52 \text{ rad/s}; \vec{\omega}_3 = -0,52\vec{k} \text{ rad/s}$$

$$v_{B3} = \omega_3 \cdot \overline{P_{13}B} = 0,52 \cdot 6,4 = 3,32 \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_{B3} = \vec{v}_{B4}$$

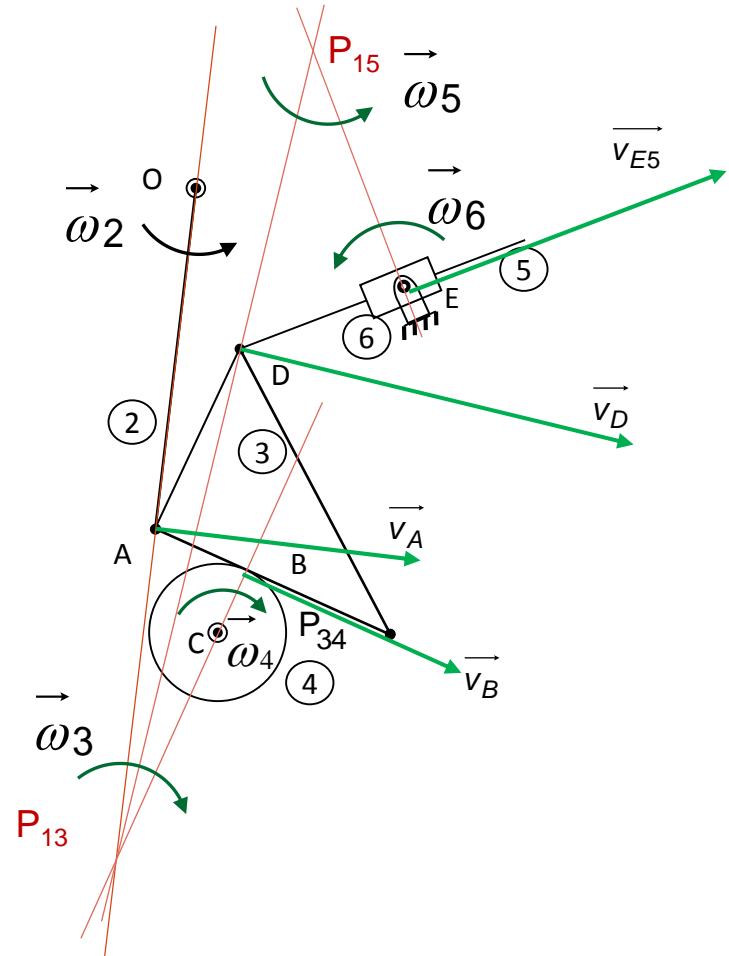
$$\omega_4 = v_{B4} / \overline{CB} = 3,32 / 1,45 = 2,3 \text{ rad/s}; \vec{\omega}_4 = -2,3\vec{k} \text{ rad/s}$$

$$v_D = \omega_3 \cdot \overline{P_{13}D} = 0,52 \cdot 10,7 = 5,54 \text{ m/s}$$

$$\omega_5 = v_D / \overline{P_{15}D} = 5,54 / 6,4 = 0,86 \text{ rad/s};$$

$$\vec{\omega}_5 = \vec{\omega}_6 = 0,86\vec{k} \text{ rad/s}$$

$$v_{E5} = \omega_5 \cdot \overline{P_{15}E} = 0,86 \cdot 5,2 = 4,5 \text{ m/s}$$

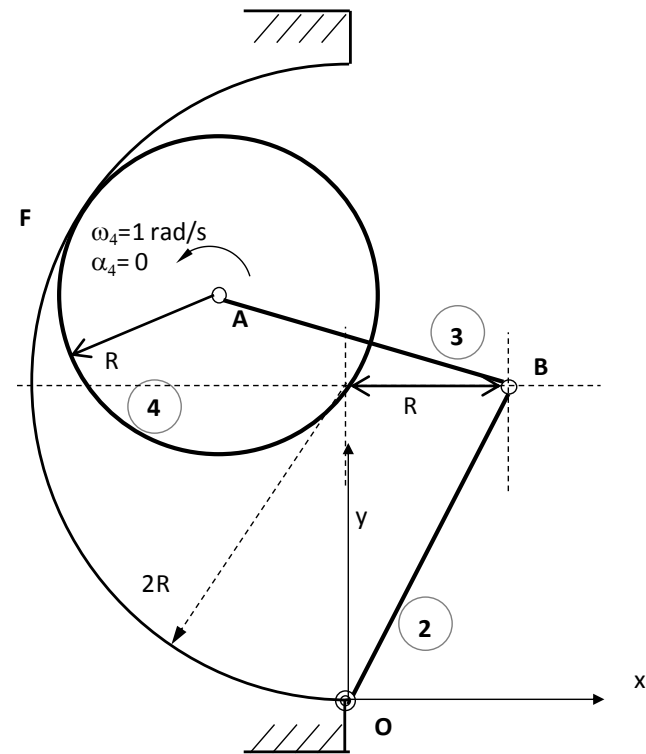




## 2. Ariketa

Irudiko mekanismoan, F puntuan errodadura dago. **Erabilitako teorema edo eragiketa azalduz**, AB barrarako hurrengoak lortu:

- **Ploa** eta **A** eta **B** puntuetako **abiadurak**.
- B puntuko **ibilbidearen kurbatura zentroa** eta **ukitzaile polarra**.
- **Jarraipen abiadura**, **inflexioen eta Bresseren zirkunferentziak** eta **azelerazioen ploa**.
- **A, B eta F** puntuetako **azelerazioak** lortu.



## 2. Ariketa: P poloa, $\mathbf{v}_A$ eta $\mathbf{v}_B$

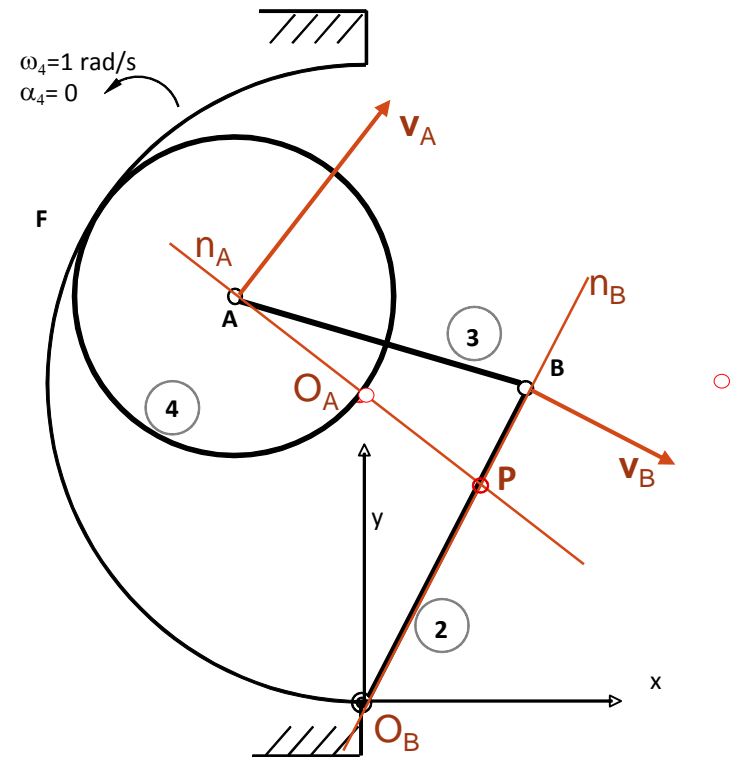
- A puntuko ibilbidea zirkularra denez, bere kurbatura zentroa ezagutzen dugu  $O_A$ , eta puntu horretatik ibilbideari zuzen normala marraztu daiteke,  $n_A$ .
- B puntuaren ibilbidearen kurbatura zentroa O puntua da, B puntua 2. barrako puntua baita. Horrela B puntutik  $n_B$  lor daiteke.
- Bi normalak ( $n_A$  eta  $n_B$ ) mozten diren lekuan AB (mekanismoaren biela) elementuaren ABZ (P) dago.

$$v_A = \omega_4 \cdot R = 1 \cdot R = R \text{ m/s}$$

$$\omega_3 = R/2R = 0,5 \text{ rad/s}; \vec{\omega}_3 = 0,5\vec{k} \text{ rad/s}$$

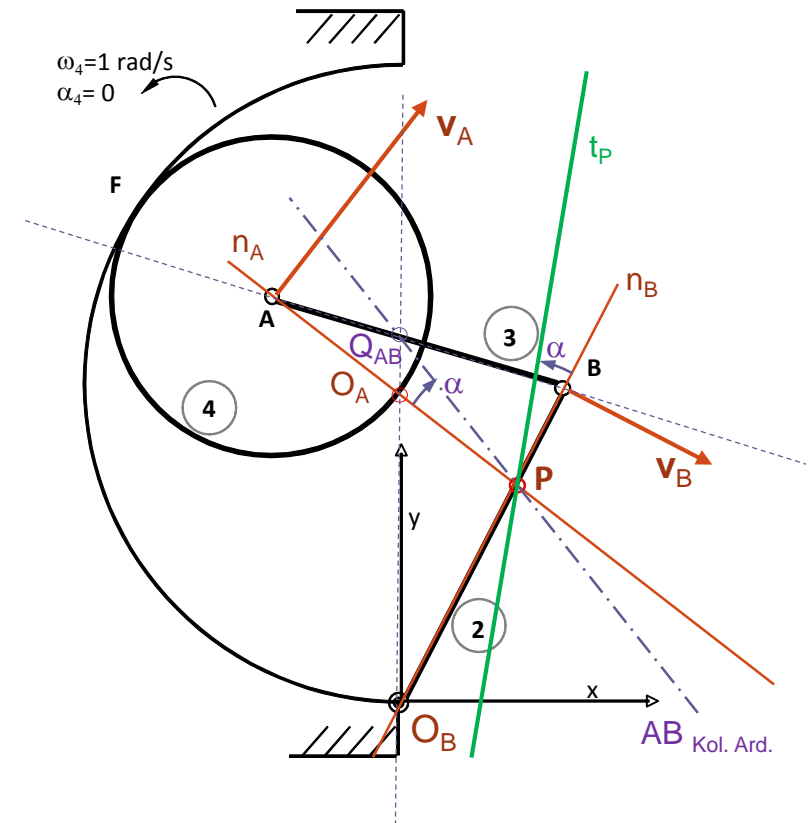
$$v_B = \omega_3 \cdot \overline{PB} = 0,5 \cdot 2R/3 = R/3 \text{ m/s}$$

$$\omega_4 = R/3 / 2R\sqrt{2} = \sqrt{2}/12 \text{ rad/s}; \vec{\omega}_4 = -\sqrt{2}/12 \vec{k} \text{ rad/s}$$



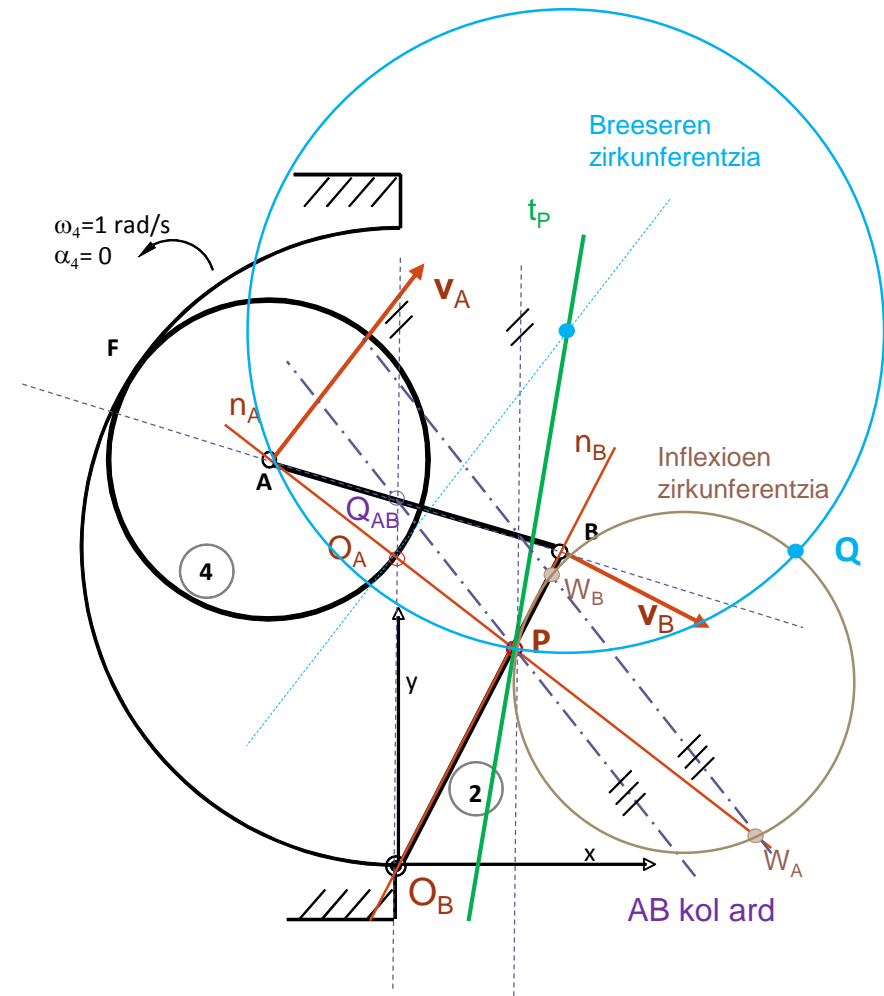
## 2. Ariketa: Ukitzaille polarra

- Hartmannen teoreman oinarrituriko eragiketa grafikoaren bidez,  $Q_{AB}$  puntua topatzen da eta P puntuarekin lotuz kolineazio ardatza lortzen da.
- Bobillierren teorema erabiliz ukitzaille polarra lortzen da.



## 2. Ariketa: Zirkunferentziak

- Euler-Savaryren formularen oinarrituriko eragiketa grafikoaren bidez inflexioen zirkunferentziakoak diren  $W_A$  eta  $W_B$  puntuak lortzen dira.
- $P$ ,  $W_A$  eta  $W_B$  puntuak erabiliz inflexioen zirkunferentzia marraztu daiteke.
- $\omega_4$  konstantea denez,  $A$  puntua, Bresseren zirkunferentzian egongo da. Zirkunferentzia marrazteko,  $A$  eta  $P$  puntuetatik pasatzen dela eta zentroa ukitzaille polarrean duela jakin behar da.
- Bi zirkunferentzien mozketa puntuan Azelerazioen Poloa dago ( $Q$ ).



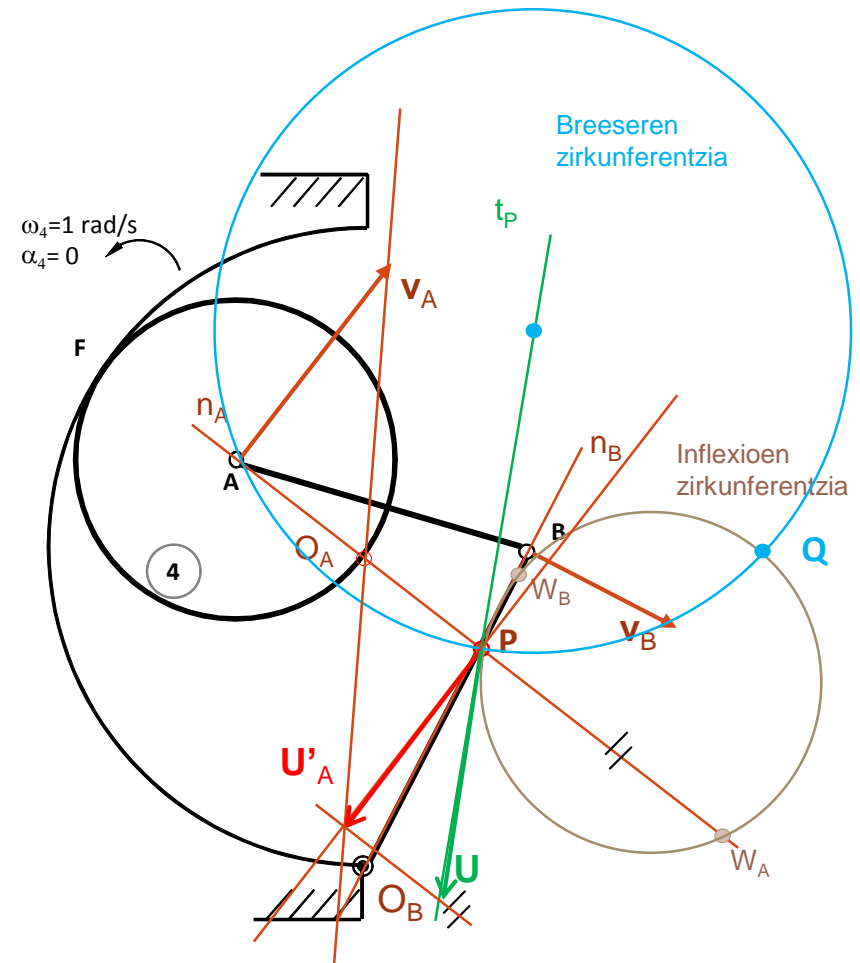
## 2. Ariketa: Jarraipen abiadura

- Hartmannen teorema aplikatuz, A puntuaren abiaduraren muturra, bere ibilbidearen kurbatura zentroa, eta A puntuaren abiadurari paraleloa den jarraipen abiaduraren osagaia, zuzen beraren gainean daudela dakigu.

- Horrela :  $\vec{u}'_A$

- Osagai hau ukitzaille polarraren gainean desproiektatuz, jarraipen abiadura topatzen da:

$$\vec{u}$$



## 2. Ariketa: Azelerazioak

- A puntuak, 4. gurpilekoa izateagatik, ibilbide zirkularra jarraitzen du, abiadura angeluar konstantearekin .

$$a_A = a_A^N + a_A^T$$

?      $\omega_4^2 R$      0  
?     //AF      $\perp AF$

$$a_A = R m / s^2$$

$$a_B = a_B^N + a_B^T = a_A^N + a_{BA}^N + a_{BA}^T$$

?      $\omega_2^2 R$      ?     M      $\omega_3^2 AB$      ?  
?     //OB      $\perp OB$      D     //AB      $\perp AB$

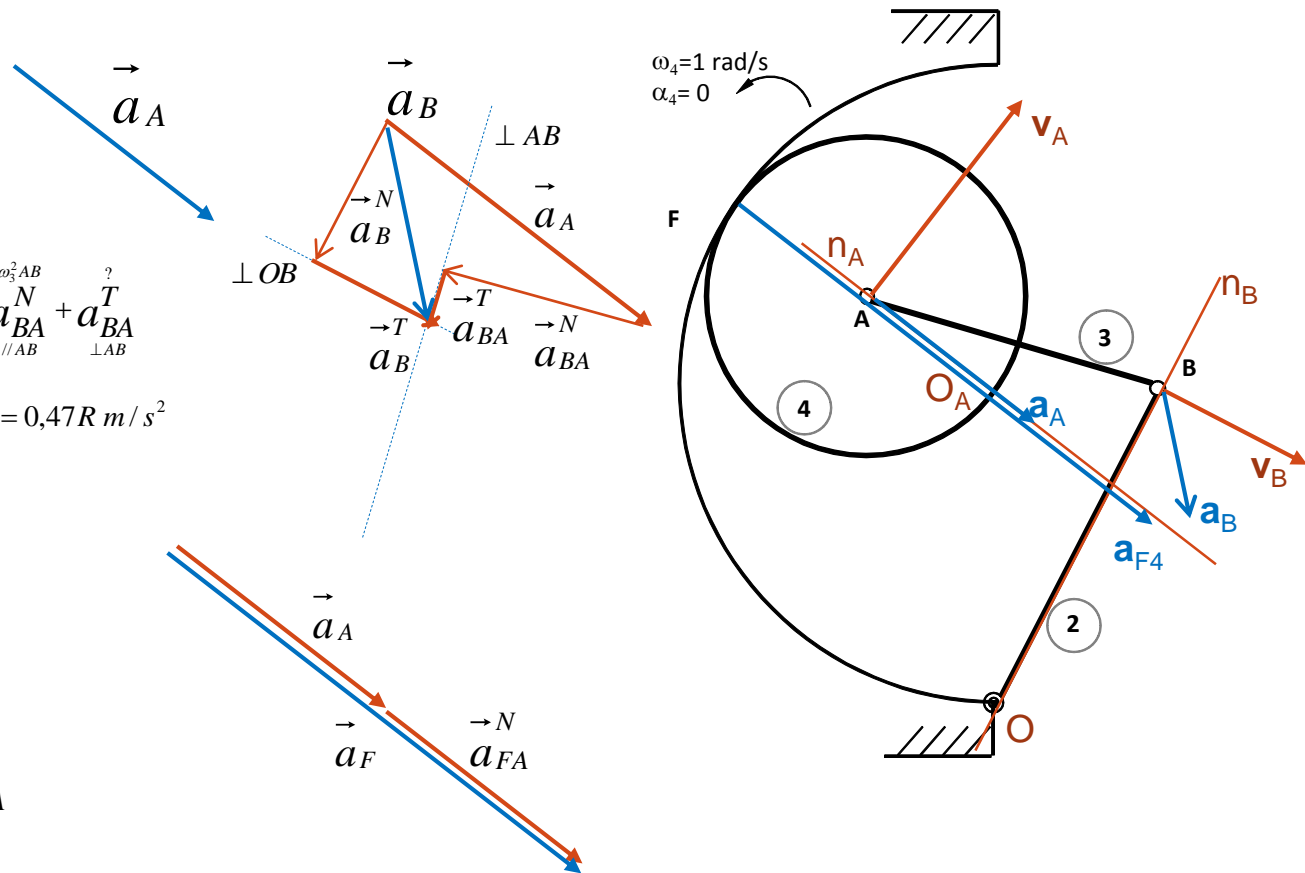
$$a_B^N = \left(\frac{\sqrt{2}}{12}\right)^2 2R\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{3} R = 0,47R m / s^2$$

$$a_{BA}^N = 0,5^2 2R = 0,5R m / s^2$$

$$\alpha_3 = \frac{a_{BA}^T}{AB} \otimes; \alpha_2 = \frac{a_B^T}{OB} \otimes$$

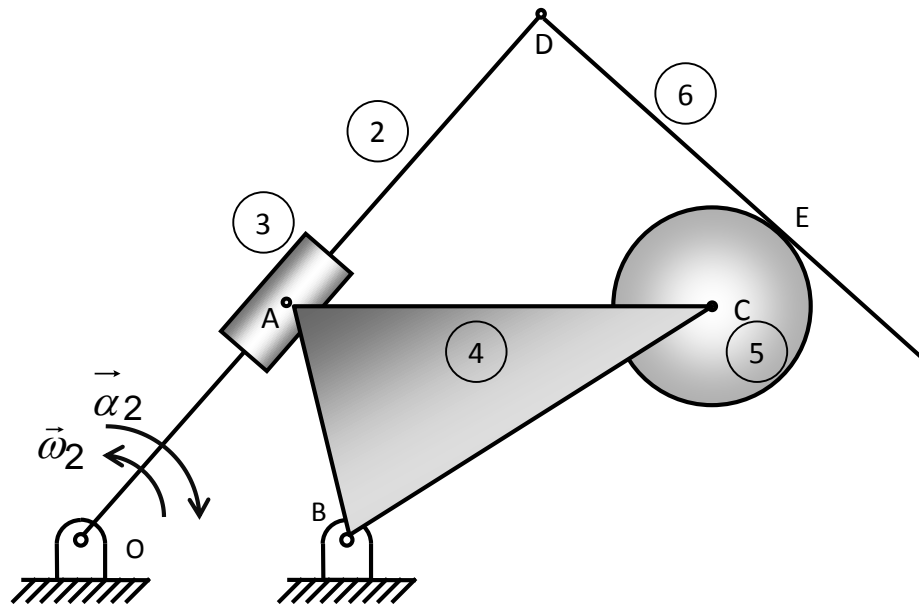
$$a_F = a_A^N + a_{FA}^N + a_{FA}^T$$

?     M      $\omega_4^2 AF$      0  
?     D     //AB      $\perp AF$



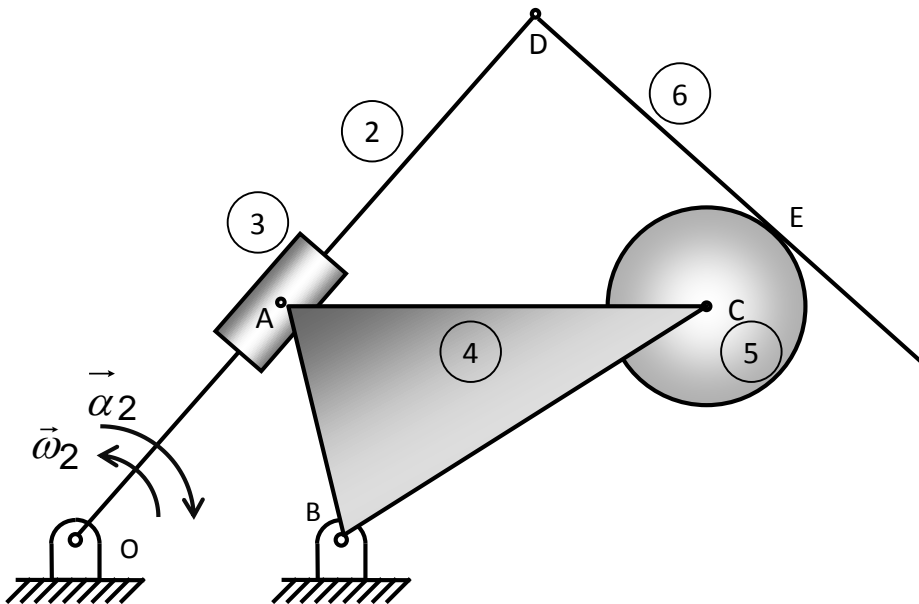
## 3. Ariketa

- Irudiko mekanismoan eta marraztutako posiziorako, egitura analisia burutu, elementu eta lotura motak adieraziz eta askatasun graduak kalkulatu.
- A, C D eta E puntuetako abiadurak eta azelerazioak kalkulatu, eta elementuen abiadura eta azelerazio angeluarrak, gurpila eta barraren artean, E puntuan errodadura dagoela jakinda.



### 3. Ariketa: Askatasun graduak

- Askatasun graduak:  $G=3(N-1)-2P_I-P_{II}=3(6-1)-2\cdot 6-1-1(\text{rod})=15-12-1-1=1$
- $N=6$
- $P_I=5r+1p=6$ .  $r$  loturak: O, A (3-4), B, C, D;  $p$  loturak: A (2-3)
- $P_{II}=1$  E puntuan; eta 1 erroadura baldintza lotura horretan



- A puntuan,  $A_3$  eta  $A_4$  abiadura/azelerazio berdinak dituzte,  $A_2$  puntuak ordea, abiadura eta azelerazio ezberdinak ditu. 2. eta 3. barren abiadura eta azelerazio angeluarrak berdinak dira:  $\omega_2 = \omega_3$ ,  $\alpha_2 = \alpha_3$ .
- Irristagailuaren mugimendua aztertzeko, O puntuan jatorria duen eta 2. elementuarekin batera biratzen duen erreferentzia sistema erabiliko dugu:  $SR_O(\omega_2, \alpha_2)$ . Bertan,  $A_4$  puntuaren abiadura planteatzen da.
- 6. barraren analisis burutzeko,  $SR_D$  erabiliko da,  $(\omega_6, \alpha_6)$  eta gurpilaren zentruko puntuaren (C) abiadura planteatuko da.





# 3. Ariketa: Abiadurak

$$\omega_{2,OA} \quad \omega_{2,OD}$$

$$v_{A_2}^{\perp OA} ; v_D^{\perp OD}$$

SR<sub>O</sub> ( $\omega_2, \alpha_2$ )

$$v_{A_4} = v_{A_3} = v_{A_2} + v_r^2$$

$\perp AB$        $D$        $//OA$

$$\omega_4 = \frac{v_{A_3}}{AB} \cdot$$

SR<sub>D</sub> ( $\omega_6, \alpha_6$ )

$$v_C = v_D + v_{C6D} + v_r^6$$

$\perp BC$        $D$        $\perp DC$        $//DE$

$$\omega_6 = \frac{v_{C6D}}{DC} \cdot$$

$$\omega_{6,DE}$$

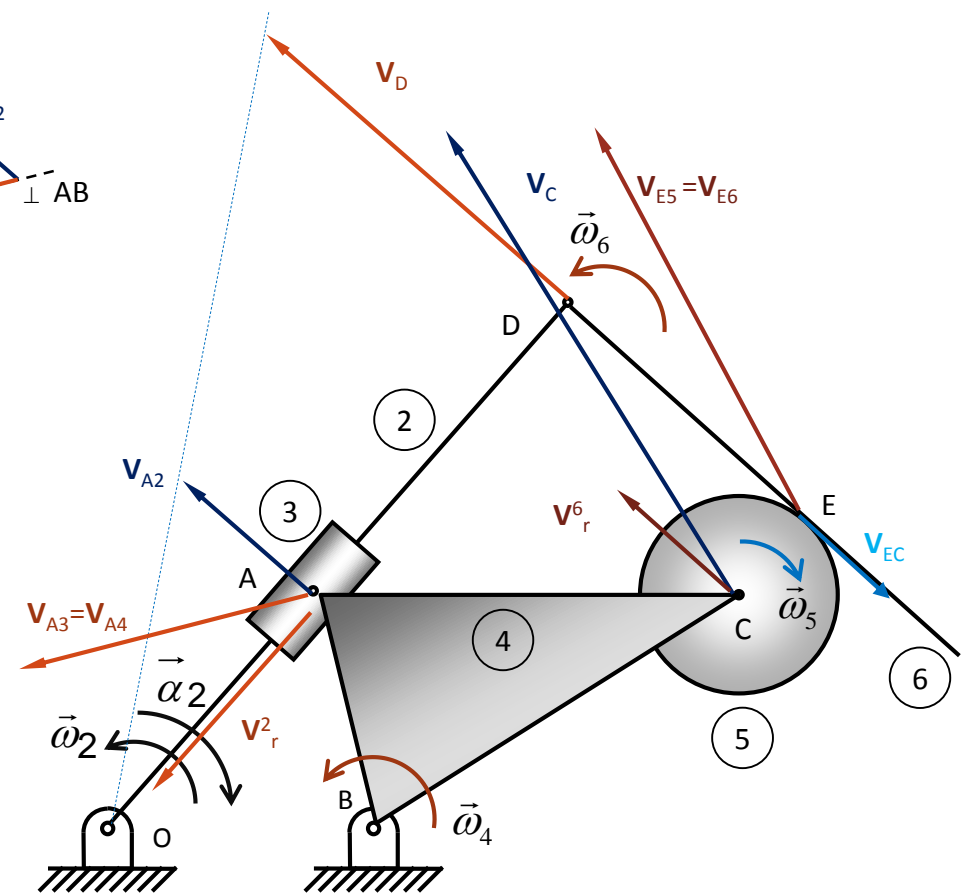
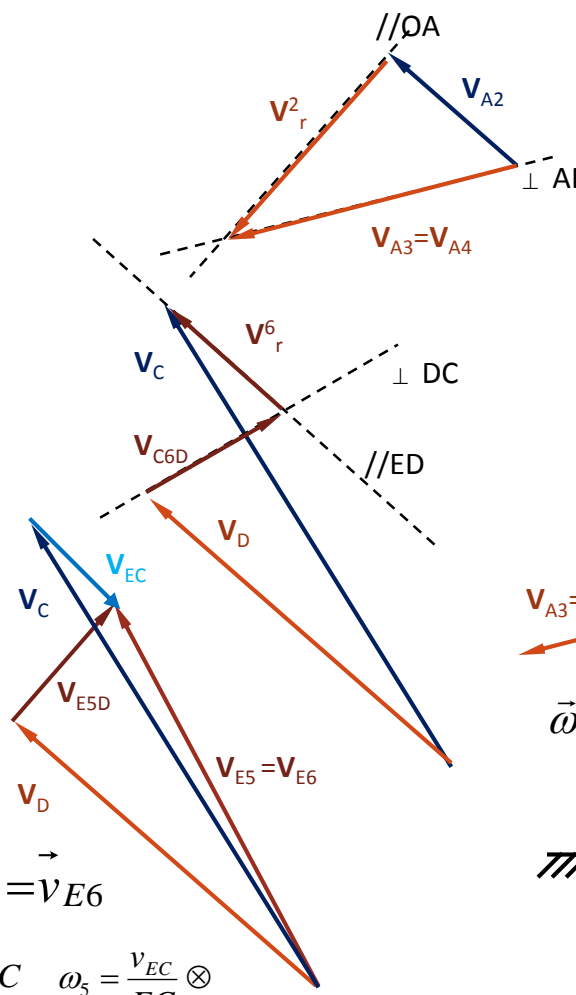
$$v_{E5} = v_D + v_{E5D}$$

$\perp DE$

Errodadura hutsa

$$\vec{v}_{E5} = \vec{v}_{E6}$$

$$v_{E5} = v_C + v_{EC} \quad \omega_5 = \frac{v_{EC}}{EC} \otimes$$



### 3. Ariketa: Azelerazioak

$$a_{A2} = a_{A2}^N + a_{A2}^T \quad ; \quad a_D = a_D^N + a_D^T$$

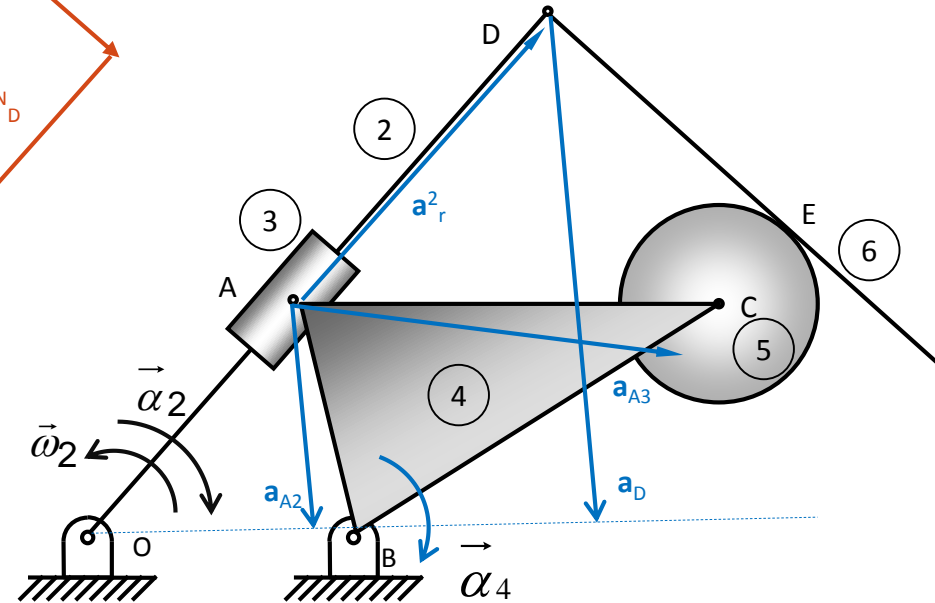
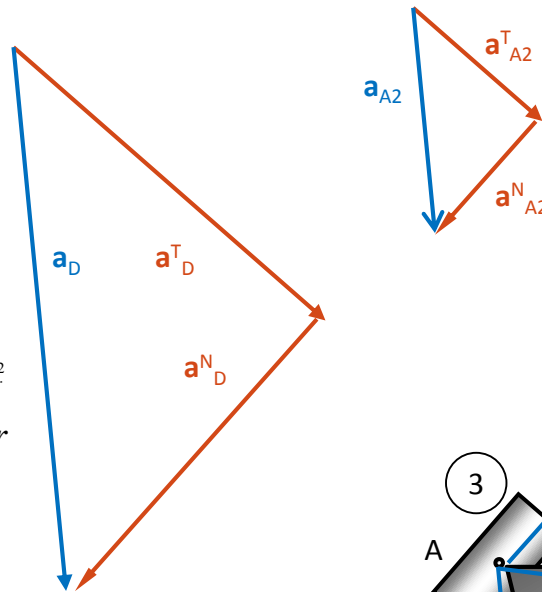
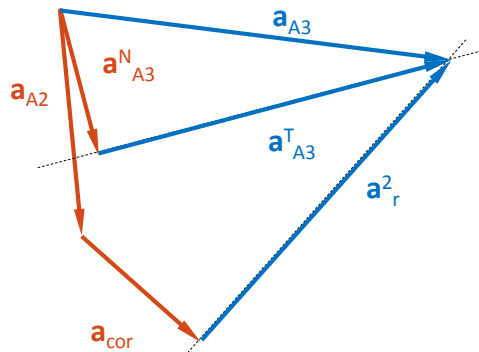
$\omega_2^2 OA$      $\alpha_2 OA$      $\omega_2^2 OD$      $\alpha_2 OD$   
 $\parallel OA$      $\perp OA$      $\parallel OD$      $\perp OD$

$$SR_O(\omega_2, \alpha_2)$$

$$a_{A4} = a_{A3} = a_{A3}^N + a_{A3}^T = a_{A2}^M + a_r^2 + a_{cor}$$

$\omega_4^2 AB$      $\alpha_4 AB$      $M$      $\omega_2^2 v_r^2$   
 $\parallel AB$      $\perp AB$      $D$      $\parallel OA$      $\perp OA$

$$\alpha_4 = \frac{a_{A3}^T}{AB} \otimes$$



# 3. Ariketa: Azelerazioak

$$a_C = a_C^N + a_C^T$$

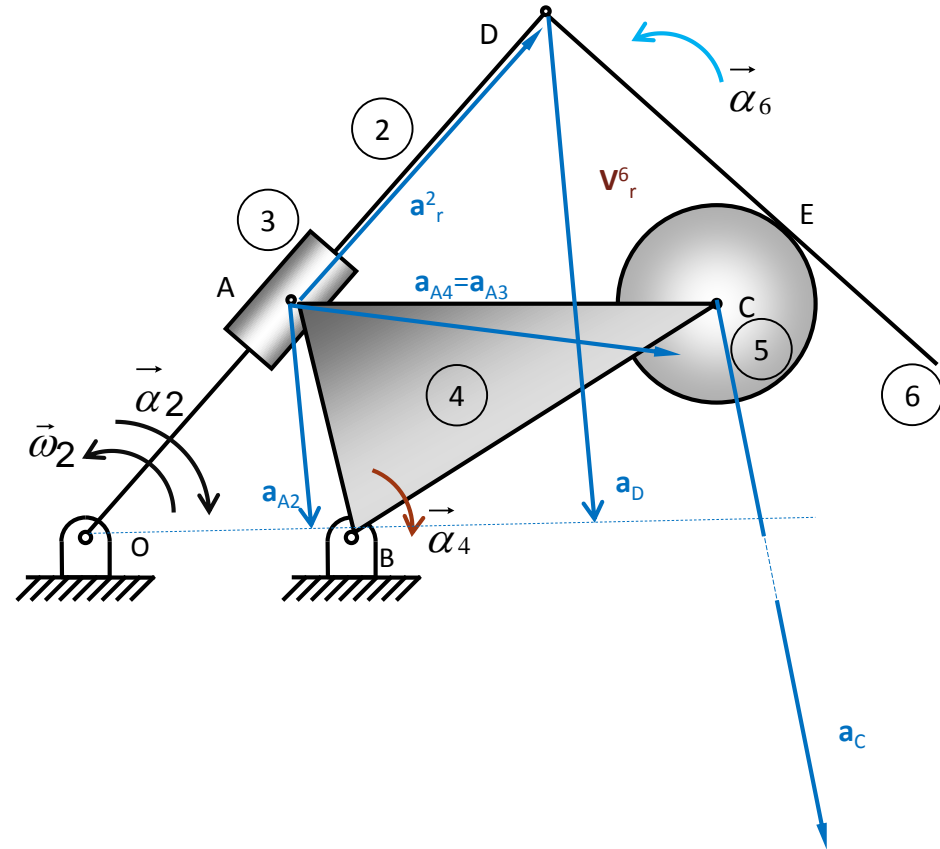
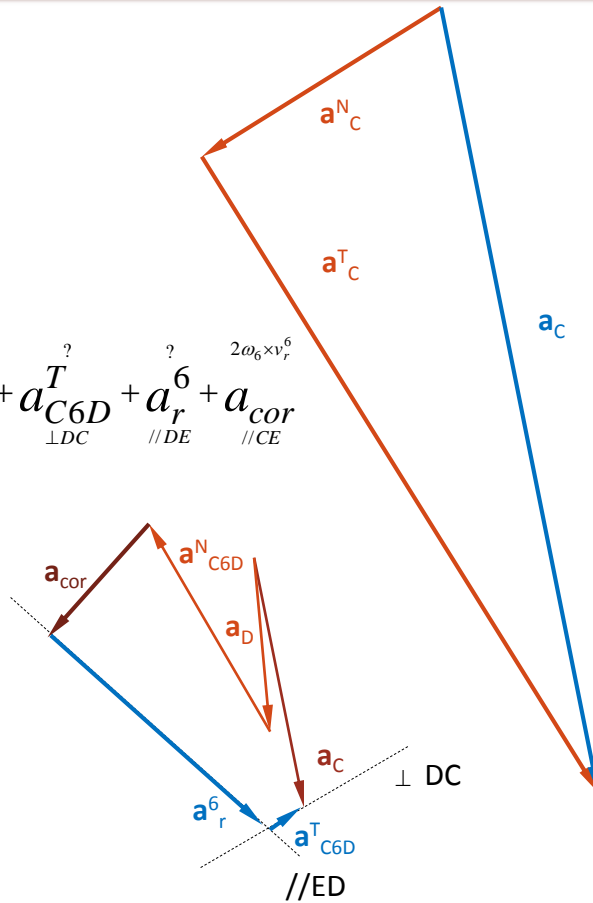
$\omega_4^2 BC$     $\alpha_4 BC$   
 $\parallel BA$     $\perp BA$

SR<sub>D</sub> ( $\omega_6, \alpha_6$ )

$$a_C = a_D + a_{C6D}^N + a_{C6D}^T + a_r^6 + a_{cor}$$

$\omega_6^2 CD$     $\alpha_6 CD$   
 $\parallel DC$     $\perp DC$     $\parallel DE$     $\parallel CE$

$$\alpha_6 = \frac{a_{C6D}^T}{DC}$$



OHARRA: Beharrezkoa izatekotan eskala aldateta



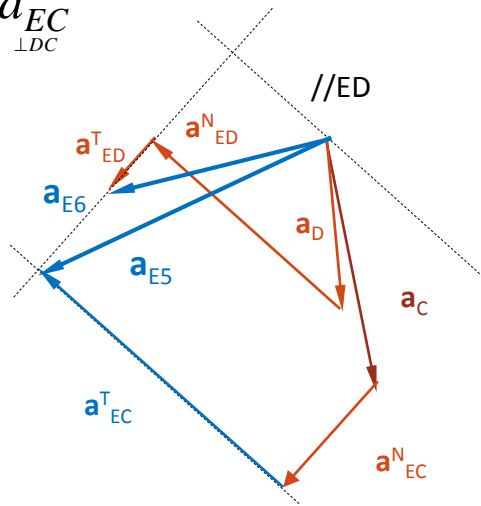
### 3. Ariketa: Azelerazioak

Errodadura hutsa  $\Rightarrow$

$$(\vec{a}_{E5})^{//DE} = (\vec{a}_{E6})^{//DE}$$

$$\overset{M}{a}_{E6}^D = \overset{M}{a}_D^D + \overset{\omega_6^2 ED}{a}_{ED}^N + \overset{\alpha_6 ED}{a}_{ED}^T$$

$$\overset{M}{a}_{E5}^D = \overset{M}{a}_C^D + \overset{\omega_6^2 CE}{a}_{EC}^N + \overset{?}{a}_{EC}^T$$



$$\alpha_5 = \frac{a_{EC}^T}{EC}$$

