
Autoebaluazioa: 3. Gaia

Ebazpenak

Ariketa 1. Demagun seinaleztapen 6 bandera ditugula, bi gorri, bi berde eta bi urdin, hain zuzen ere. Zenbat seinale desberdin egin daitezke bat edo bi banderekin, aldi berean?

Denota ditzagun bandera gorriak, berdeak eta urdinak, G, B eta U ikurren bidez, hurrenez hurren. Argi dago bandera bakar batekin 3 seinale desberdin baino ezin daitezkeela egin.

$$G, B, U$$

Bi banderekin aldi berean (adibidez, lehenengo, bandera bat aterata eta gero bestea) ondoko seinaleak egin daitezke:

$$GG, GB, GU, BG, BB, BU, UG, UB, UU$$

Hau da, baldin eta bi bandera erabiltzen badira, 9 seinale desberdin egin daitezke. Beraz, bandera batekin edo bi banderekin, $3 + 9 = 12$ seinale desberdin egin daitezke.

Ohartu A eta B bi gertaera daudela, ondoko eran definiturik: A “Bandera bakar batekin egiten dira seinaleak” eta B “Bi banderekin egiten dira seinaleak”, eta argi dago A eta B gertaera biak ezin daitezkeela aldi berean bete, zeren eta bandera bakar batekin seinaleak egitea erabakitzen bada, bigarren aukera alboratzen da, eta alderantziz.

Ariketa 2. Zenbat futboleko kiniela desberdin egin daitezke?

Kontutan hartzen dugu partidu bakoitzean 3 emaitza posible eman daitezkeela: 1, X edo 2; 14 partidu daudela eta partidu bakoitzaren emaitza besteen independentea dela. Beraz, kiniela betetzeko ditugun aukera kopurua $3 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 3 = 3^{14}$ da.

Ariketa 3. 52 pertsonak, 60 pertsona onar ditzakeen autobus bat (gidaria barne) alokatzen dute. Zenbat modu desberdinetan koka daitezke 52 pertsona, gidaria, horietako 52 pertsonetariko bat baldin bada?

Aldakuntzak $_{59,51} = A_{59,51} = 59.58\dots 9$ (gidariaren jesarlekua, dauden 60 jesarlekuetariko bat da eta nola gidaria, dauden 52 pertsonetariko bat den, 51 pertsona geratzen dira kokatzeko, libre geratzen diren 59 jesarleku artean).

Ariketa 4. *Zenbat bi zifra desberdinetako zenbaki desberdin eraiki daitezke 5, 7 eta 9 digituak erabiliz?*

Zuhaitzaren diagramaren bidez argudiatzen baldin badugu, 3 aukera ditugu lehenengoko zifrentzat, eta horietariko bakoitzarentzat bi aukera bigarren zifrentzat. Guztiz, $3 \cdot 2 = 6$ aukera.

Ariketa 5. *Gaztelaniako alfabetoarekin (25 hizki), zenbat 6 hizki desberdinetako hitz (zentzua dutenak edo zentzu gabekoak) lor daitezke? Eta honetariko, zenbat hasten dira bokal bategatik?*

$A_{25,6}$ eta bokal bategatik hasten direnak $5A_{24,5}$.

Ariketa 6. *1-etik 9 bitarteko zifreekin (biak barne), zenbat 3 zifretako zenbaki desberdin osa daitezke?*

$$AR_{9,3} = 9^3$$

Ariketa 7. *3 txanponen jaurtiketan, zenbat emaitza posible ditugu?*

1) Zuzenean aldakuntzak erabiliz: 3 elementutako azpimultzoak osatu behar ditugu, ditugun bi elementuekin (aurpegia eta gurutzea), jakinda elementuak errepika daitezkeela, eta jakinda ere ordena aldatu ez gero emaitza desberdin bat lortzen dela. Beraz, 3-naka harturik 2 elementuko errepikapeneko aldakuntzak dira, hau da, $AR_{2,3} = 2^3 = 8$.

2) Zuhaitzeko diagrama erabiliz: Pentsa dezagun txanpon bakoitzarekin ditugun aukerak, aurreko txanponaren aukeraren arabera. Aukera guztiak idatziko ditugu:

$$\{(a, a, a), (a, a, g), (a, g, a), (a, g, g), (g, a, a), (g, a, g), (g, g, a), (g, g, g)\},$$

guztiz $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ aukera.

Ariketa 8. *Zenbat 5 zifra desberdinetako zenbaki osa daitezke 1, 2, 3, 4 eta 5 digituekin?*

$$P_5 = 5! = 120$$

Ariketa 9. *Zenbat 4 zifra desberdinetako zenbaki osa daitezke 0, 1, 2 eta 3 digituekin?*

$P_4 - P_3 = 4! - 3! = 24 - 6 = 18$ (P_3 zenbakia kentzen dugu, zeroz hasten diren zenbakiak baztertzeko, zenbaki horiek ez dituztelako lau zifra).

Ariketa 10. Zenbat modu desberdinetan jesar daitezke 7 pertsona banku batetan?
 $P_7 = 7!$

Ariketa 11. Koadernaketa erreferentzia izanik, zenbat modu desberdinetan koka daitezke 30 liburu, honetariko 10 larruan egonik, 9 oihalean, 6 kartoian eta 5 paper-azalez?

$$P_{30}^{10,9,6,5} = \frac{30!}{10!9!6!5!}$$

Ariketa 12. Zenbat zenbaki 6 zifratakoak osa daitezke, baldin eta horietan beti badago bat 1, bi 2 eta hiru 3?

$$P_6^{1,2,3} = \frac{6!}{1!2!3!} = 60$$

Ariketa 13. Zenbat biderketa desberdin egin daitezke 3 zenbakitik 17 zenbaki bitartera dauden zenbaki arruntekin, horiek barne, 4-naka biderkatuz eta bat ere errepika gabe?

Ditugun 15 zenbakien artean 4 aukeratu behar dira (3-tik 17-ra 15 zifra daudelako), eta biderketa trukakorra denez, ez dugu kontutan hartzen aukeratutako biderkagaien kokatzeko ordena:

$$C_{15,4} = \binom{15}{4} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12}{4 \cdot 3 \cdot 2} = 1365$$

Ariketa 14. Zenbat apustu posible egin daitezke Primitiba loterian, laukian agertzen diren 49 zenbakien artean 6 zenbaki markatuz?

$$C_{49,6} = \binom{49}{6} = \frac{49!}{6!43!} = 13983816$$

Ariketa 15. Lan iragarki bati erantzunez, administratibo hiru lanpostu betetzeko 12 pertsona aurkezten dira. Zenbat pertsonazko multzo desberdin aukera daitezke?

12 pertsonen artean 3-nako multzoak aukeratu behar dira, ordenak inporta gabe.

$$C_{12,3} = \binom{12}{3} = \frac{12!}{9!3!} = 220$$

Ariketa 16. Zenbat multzo hiru hizkiekin osa daitezke a, b, c, d, e, f, g hizkiekin, multzo bakoitzean berdina den hizki bat, baten baino gehiagotan ager badaiteke?

Kontutan hartu adibidez, $\{a, b, c\}$ eta $\{b, c, a\}$ multzoak berdinak direla, eta elementuak errepika daitezkeela, hau da, $\{a, a, b\}$ hiru hizkitako multzo gisa kontsidera daitekeela. Orduan, $CR_{7,3} = \binom{9}{3} = \frac{9!}{6!3!} = 84$ aukera daude.