K-I BLOKEA: Oinarrizko propietateak

1. ARIKETA:

Egin hurrengo ariketa laburrak:

a) Sinplifikatu: $(2x^2)^{-3}y^4 \div (x^{-1}y)^2$

b) Ebatzi: $3^{2x-1} = \dfrac{1}{3^{5-x}}$

c) Ebatzi: $8^{x^2} = 4^{x+4}$

d) Sinplifikatu: $\log_6 54 - \log_6 9$

e) Sinplifikatu: $e^{4Ln3-3Ln4}$

Ebazpena:

a) $(2x^2)^{-3}y^4 \div (x^{-1}y)^2 = \dfrac{2^{-3}x^{-6}y^4}{x^{-2}y^2} = \dfrac{y^2}{8x^4}$

b) $3^{2x-1} = \dfrac{1}{3^{5-x}} \to 3^{2x-1} = 3^{-5+x} \to 2x-1 = -5+x \to x = -4$

c) $8^{x^2} = 4^{x+4} \to (2^3)^{x^2} = (2^2)^{x+4} \to 2^{3x^2} = 2^{2(x+4)} \to 3x^2 = 2(x+4) \to 3x^2 - 2x - 8 = 0 \to$
$\to (x-2)(3x+4) = 0 \to x = 2 \text{ edo } x = -4/3$

d) $\log_6 54 - \log_6 9 = \log_6 \dfrac{54}{9} = \log_6 6 = 1$

e) $e^{4Ln3-3Ln4} = e^{Ln3^4 - Ln4^3} = e^{Ln\frac{81}{64}} = \dfrac{81}{64}$

2. ARIKETA:

Deskonposatu hurrengo balio absolutuak:

a) $\left|x^2-1\right|$ b) $\left|Ln(x-1)\right|$

Ebazpena:

a) $\left|x^2-1\right|$

Definizioa zuzenean aplikatzen bada, $\left|x^2-1\right|=\begin{cases} x^2-1 & , x^2-1\geq 0 \\ -(x^2-1), & x^2-1\leq 0 \end{cases}$, orduan hurrengo inekuazioa aztertu behar dugu: $x^2-1\geq 0$

$x^2-1=(x+1)(x-1)$ denez, biderkadura noiz den positiboa ala negatiboa hurrengo taularen bidez ikusiko dugu:

$(x+1)$	-	+	+
$(x-1)$	-	-	+
$(x+1)(x-1)$	+	-	+
	-∞	-1	1 ∞

Zuzen erreala faktoreen ebaki puntuetatik zatitu da eta baita faktore bakoitza eta faktoreen biderkaduraren zeinua ere aztertu dira zati horietan.

Beraz, $\left|x^2-1\right|=\begin{cases} x^2-1 & , x^2-1\geq 0 \\ -(x^2-1), & x^2-1\leq 0 \end{cases}=\begin{cases} x^2-1 & , x\leq -1 \text{ eta } x\geq 1 \\ -(x^2-1), & -1\leq x\leq 1 \end{cases}$

b) $\left|Ln(x-1)\right|$

Definizioa zuzenean aplikatzen bada, $\left|Ln(x-1)\right|=\begin{cases} Ln(x-1) & , Ln(x-1)\geq 0 \\ -Ln(x-1), & Ln(x-1)\leq 0 \end{cases}$ izango da eta $Ln(x-1)\geq 0$ inekuazioa aztertu beharko dugu:

$Ln(x-1)\geq 0\rightarrow (x-1)\geq e^0=1\rightarrow x\geq 2$

Orain bigarren inekuazioa aztertzen bada:

$Ln(x-1)\leq 0\rightarrow 0<(x-1)\leq 1\rightarrow 1<x\leq 2$

Beraz, $\left|Ln(x-1)\right|=\begin{cases} Ln(x-1) & , Ln(x-1)\geq 0 \\ -Ln(x-1), & Ln(x-1)\leq 0 \end{cases}=\begin{cases} Ln(x-1) & , x\geq 2 \\ -Ln(x-1), & 1<x\leq 2 \end{cases}$

3. ARIKETA:

Ebatzi hurrengo inekuazioak:

a) $|x|-|x+1|>0$ b) $0<x^2-4\le 21$

Ebazpena:

a) $|x|-|x+1|>0$

Lehenengo balio absolutuak deskonposatu behar dira.

$$|x|=\begin{cases} x & , x\ge 0 \\ -x, & x\le 0 \end{cases} \text{ eta } |x+1|=\begin{cases} x+1 & , x\ge -1 \\ -(x+1), & x\le -1 \end{cases}$$

Taula batean, zuzen errealaren arabera, bakoitzaren deskonposaketa adieraztea lagungarria izango da:

$\lvert x\rvert$	$-x$	$-x$	x
$\lvert x+1\rvert$	$-(x+1)$	$x+1$	$x+1$
$\lvert x\rvert-\lvert x+1\rvert$	1	$-2x-1$	-1
	$-\infty$	-1	0 ∞
$\lvert x\rvert-\lvert x+1\rvert>0$	$1>0$ *Bai*	$-2x-1>0$ $x<-\frac{1}{2}$	$-1>0$ *Ez*

Beraz, $|x|-|x+1|>0\rightarrow -\infty<x<-\frac{1}{2}$

b) $0<x^2-4\le 21$

$$0<x^2-4\le 21\rightarrow 4<x^2\le 25\rightarrow \sqrt{4}<\sqrt{x^2}\le\sqrt{25}\rightarrow 2<|x|\le 5$$

Orain inekuazio bakoitza bere aldetik aztertzen da:

$$\left.\begin{array}{l} 2<|x|\rightarrow x<-2 \text{ eta } x>2 \\ |x|\le 5\rightarrow -5\le x\le 5 \end{array}\right\} \text{Beraz, } x\in[-5,-2)\cup(2,5]$$