

Ingeniaritzarako Oinarrizko Gainazalak



00 Irudia. Bilboko Ingeniaritza Eskolako II.eraikineko eskilara zentralak. Egileen argazkia, 2018.

4. Sekzioen garapena eta transformatua

Edukiak

4. GAINAZALEN GARAPENA	3
4.1. GARAPENAK	4
4.1.1. Piramidea	4
4.1.2. Konoa	8
4.1.3. Prisma	14
4.1.4. Zilindroa.....	17
4.2. SEKZIOEN TRANSFORMATUA.....	20

4. Gainazalen garapena

Helburua, atal honen bukaeran ikasleak honako gaitasunak eskuratzea da:

- Gainazal garagarriak identifikatzea.
- Ikasgelan azterturiko gainazal garagarrien garapena kalkulatzea.
- Aipaturiko gainazal horien transformatua kalkulatzea.
- Kasu bakoitzerako adierazpen grafiko metodorik egokiena aukeratu.

Gai honen jarraipen egoki baterako, aldezturik honako atalen ikaskuntza gaitasun edo helburuak lortuak izatea komeni da:

- Gainazalen adierazpena.
- Sekzio lauen taxukera.
- Sistema diedrikoa: Biraketak.

Gainazal bat garagarria izango da, baldin eta hau plano baten gainean inongo distortsio edo hausturarik sortu gabe zabaltzea posible denean.

Gainazal prismatikoa, zilindrikoa, piramidala eta koniak garagarriak dira. Gainazal esferikoa berriz, ez garagarria izango da.

Gainazal baten sortzaileak, garapen batean, egiazko magnitudean daude.

Sekzio zuzenak garrantzia berezia du gainazal zilindriko eta prismatikoen garapenean, izan ere, sortzaile guztiek angelu bera osatzen dute (90°) sekzio-lerroarekin eta beraz, hauen transformatua zuzen bat izango da. Ikus 3.4.3 atala.



4.1. Irudia. Zilindro zuzen baten garapenaren adibide bat.

[<https://nextlevelmhe.files.wordpress.com/2013/07/structural-steel-rolling.jpg>],

[http://estaticos03.elmundo.es/elmundo/imagenes/2012/06/07/paisvasco/1339086618_0.jpg]

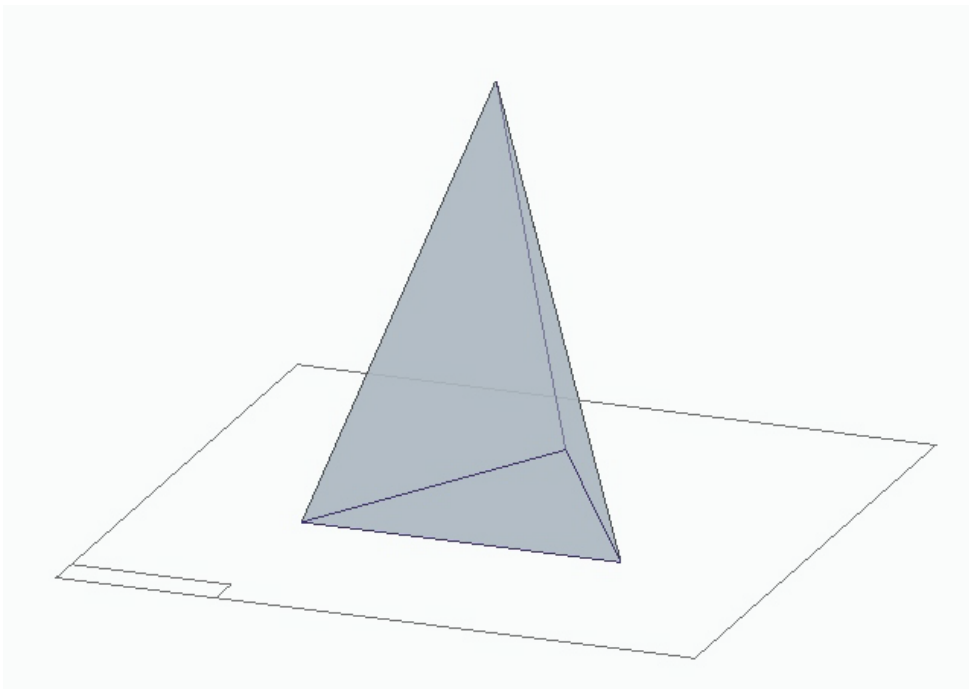
4.1. GARAPENAK

4.1.1. Piramidea

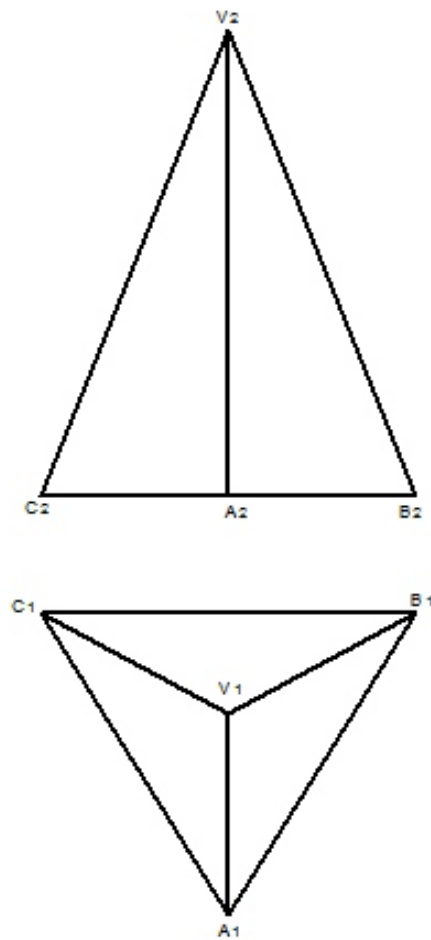
Piramide zuzena:

Piramidea zuzena denean, alboetako gainazalen garapenak, zuzentzaileak alde dituen beste hirukiez, euren artean berdinak direnak, osatuko da. 4.2 eta 4.3 irudiak.

Oro har, triangeluak isoszeleak izango dira, alboko ertzen luzera eta zuzentzailearen/oinarriaren alboen luzera berdinak izan ezean. Kasu honetan, gainazala, zuzentzailearekiko berdinak diren 3 hiruki ekilateroz osatuko da, oinarriaz gain, eta gainazalari tetraedro deritzo.

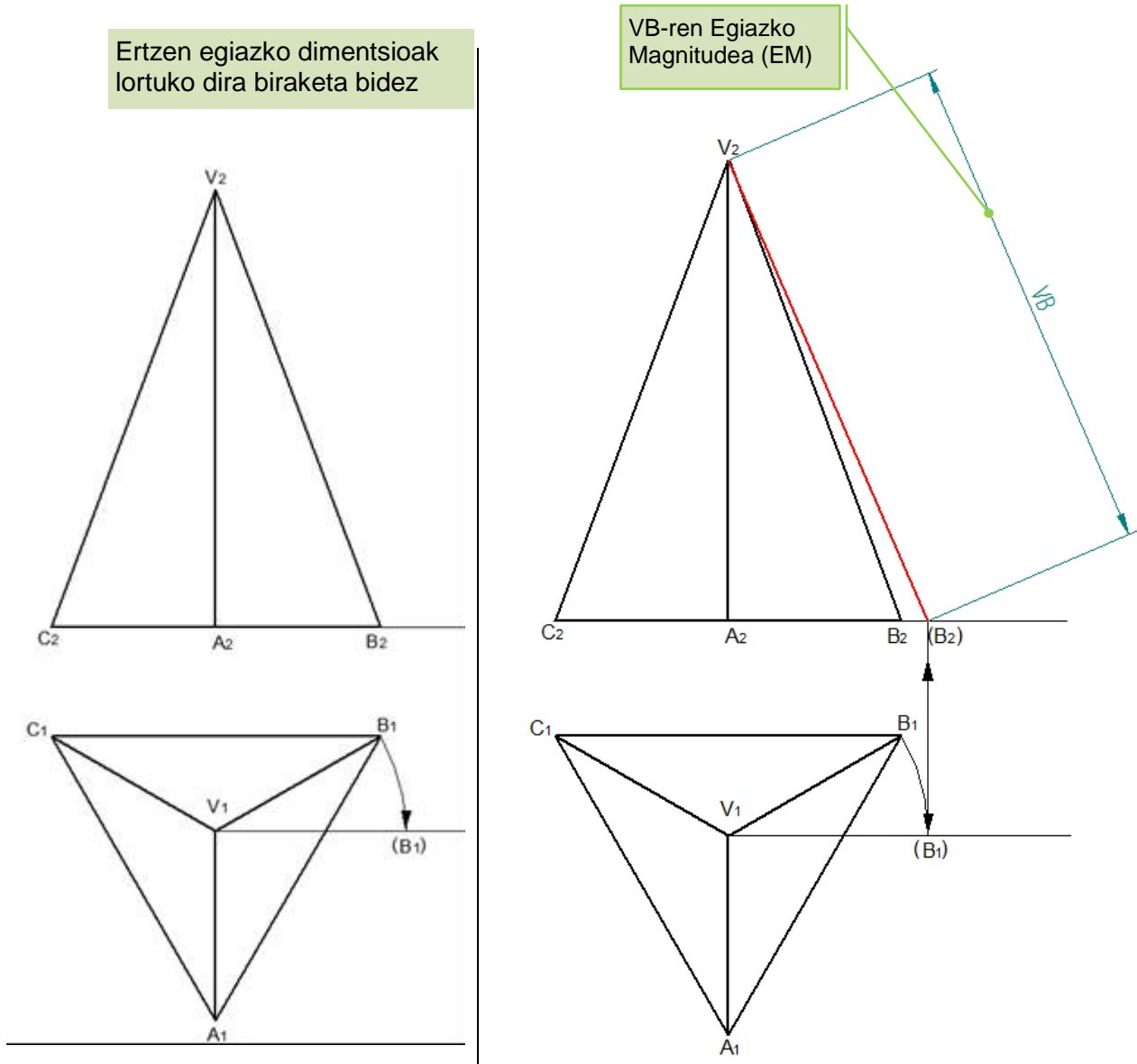


4.2. Irudia. Piramide zuzena (Solid Edge bidez gauzaturiko irudia)



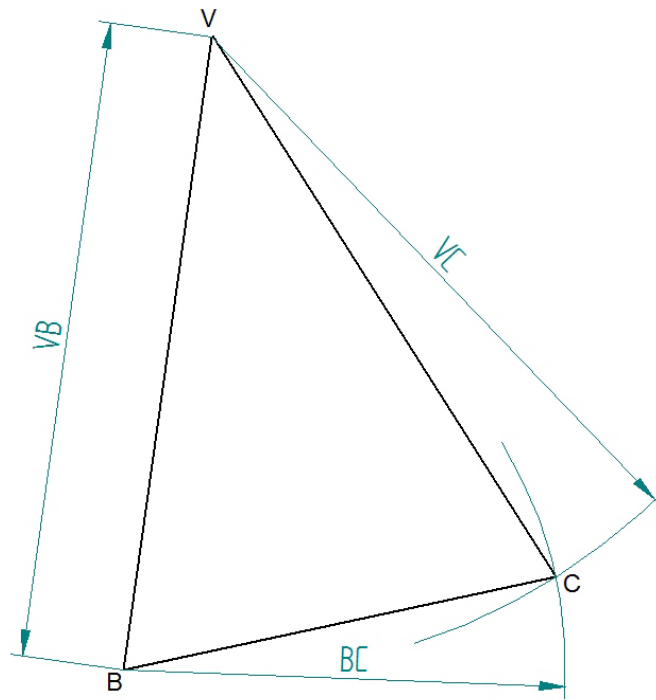
4.3. Irudia. Piramide zuzen baten proiektzioak (Solid Edge bidez gauzaturiko irudia)

Aipaturiko hiru hirukien gainazalak lortzeko, birakiten bidez, hauen ertzen egiazko dimentsioak lortuko ditugu. Kasu honetan, oinarri edo zuzentzaile erregularreko pirámide zuzen bat izanik, 3 hirukiak berdinak izango dira. Ikus 4.4 irudia.



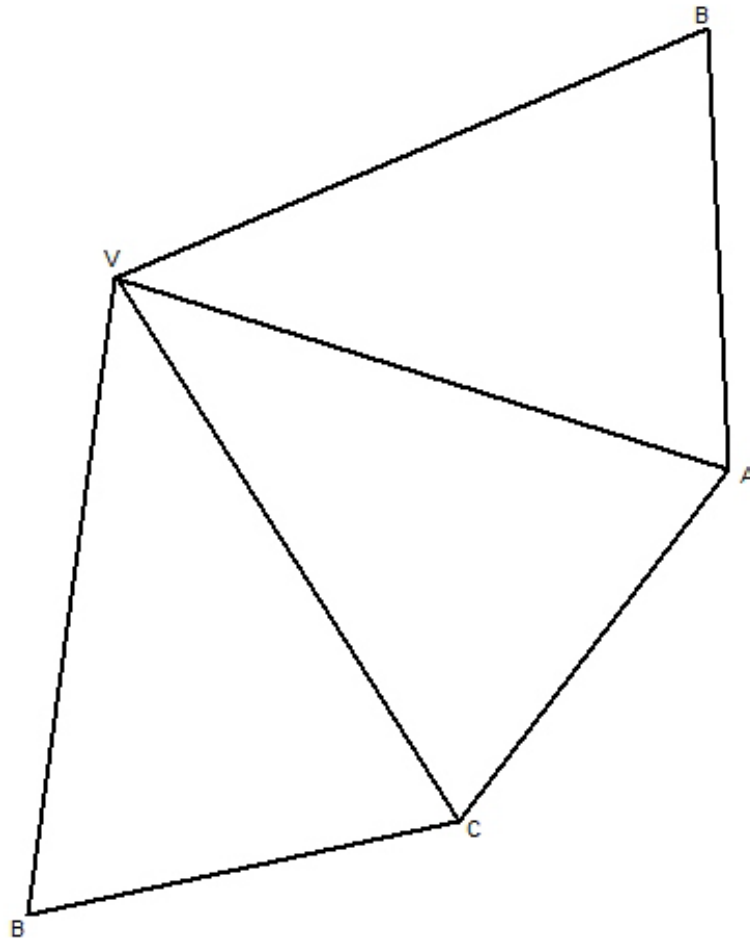
4.4. Irudia. Piramide zuzen baten proiektzioa (Imagen realizada con Solid Edge)

Garapena egiteko, VB aukeratu dugu eta VC eta BC-ren egiazko magnitudeak (EM) konpasarekin eramango ditugu C puntua aurkitu arte. Ikus 4.5 irudia.



4.5. Irudia. Piramide zuzen baten garapenerako gauzatze metodoa. (Solid Edge bidez gauzaturiko irudia)

Berdin jokatuko dugu A puntua lortzeko eta garapena bukatzeko. Ikus 4.6 irudia.



4.6 Irudia Piramide zuzen baten garapenerako gauzatze metodoa. (Solid Edge bidez gauzaturiko irudia)

Piramide zeharra:

Ikus GARAPENAK ETA SEKZIOEN TRANSFORMATURAKO ARIKETAK atala.

4.1.2. Konoa

Kono zuzena:

Erreboluziozko konoa zuzena denean, albo gainazalaren garapena sektore zirkular bat da, zeinen erradioak sortzailearen luzera duen eta arkuaren nondik norakoa, zuzentzailearen zirkunferentziaren berdina. Honenbestez, erpinaren sektore zirkularreko angeluaren balioa honako hauxe litzateke:

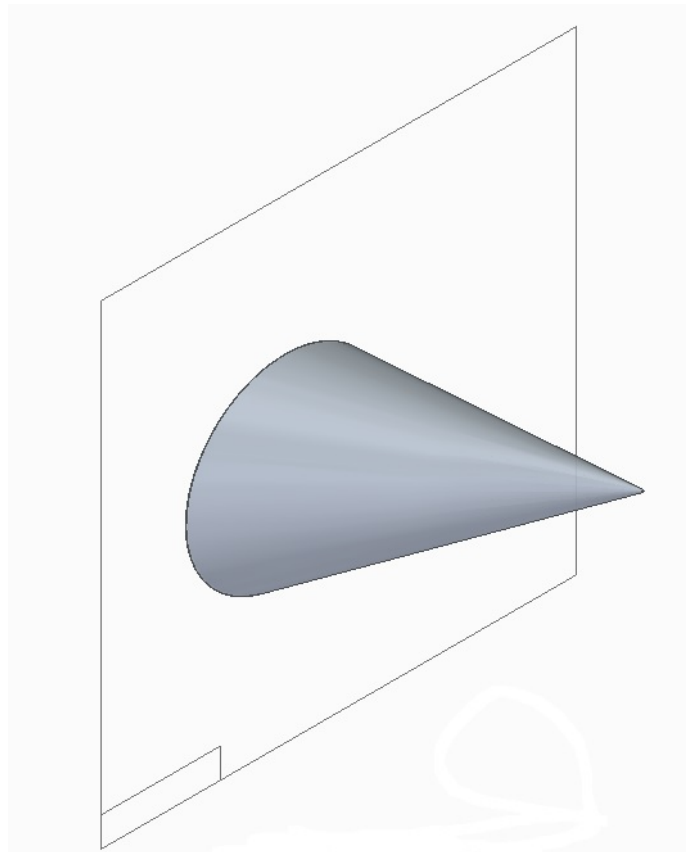
$$\alpha^{\circ} = 360^{\circ} \cdot r / g$$

Ikus GARAPENAK ETA SEKZIOEN TRANSFORMATURAKO ARIKETAK atala.

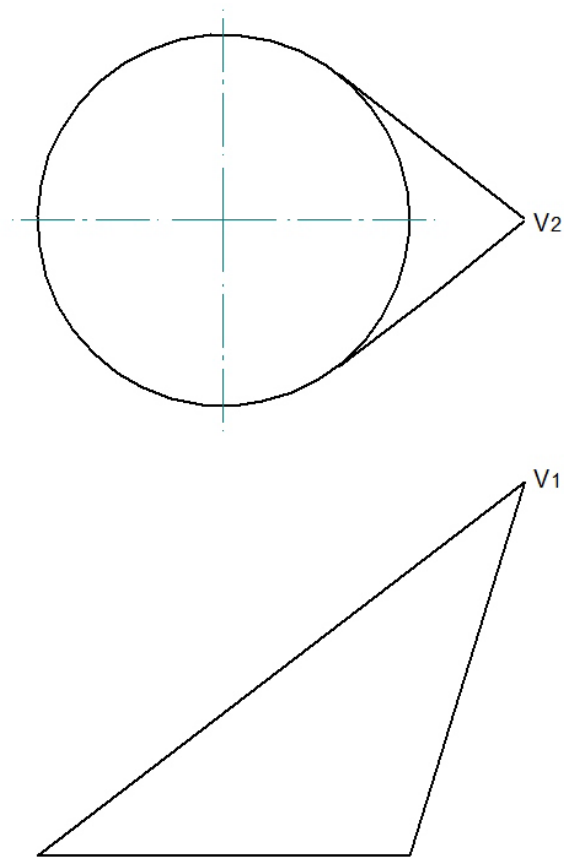
Konoa zuzena denean baina ez-erreboluziozkoa, albo gainazalaren garapena lortzeko metodo orokorra bere barnean inskribaturiko piramide batengatik ordezkatzean datza. Piramidearen oinarria, konoaren zuzentzailearen irudiari gehien hurbiltzen zaion eina, sortzaile gehiago izango ditu eta beraz, ondoriozko garapenak jatorrizko gainazalarekiko dimentsio hurbilketa handiagoa izango du. Hurbilketa hobetu aldera, garapenean, zuzentzailearen kurba, sortzaile luze eta motzenarekiko elkartut izango dela kontutan izan beharra dago. Oro har, garapena sortzailerik motzenetik edo luzeenetik hastea gomendatzen da.

Kono zeharra:

Konoa erreboluziozkoa ez bada, baina zuzentzaile zirkularra badu, sortzaile luze eta motzenak simetria plano bat osatuko dute gainazalean. Ondoren eta garapenaren ebazpena erraztu aldera, gainazal konikoaren simetria plano, inskribaturiko piramidearen plano ere izango da. Oro har, garapenaren haserako sortzailea motzena edo luzeena izango da, bietako bati garapenaren simetria ardatza egotziko zaiolarik. Ikus 4.7 eta 4.8 irudiak.

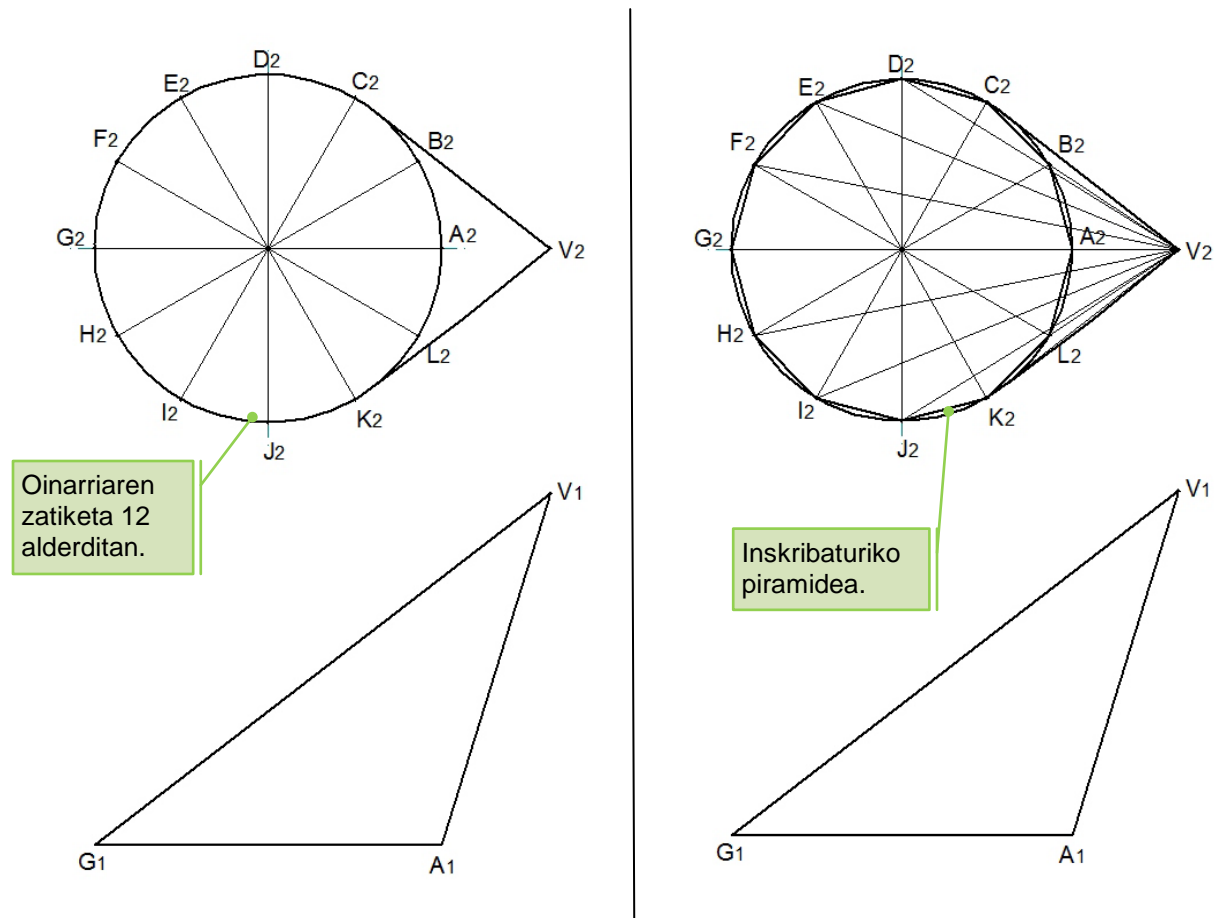


4.7 Irudia. Kono zeharra (Solid Edge bidez gauzaturiko irudia)



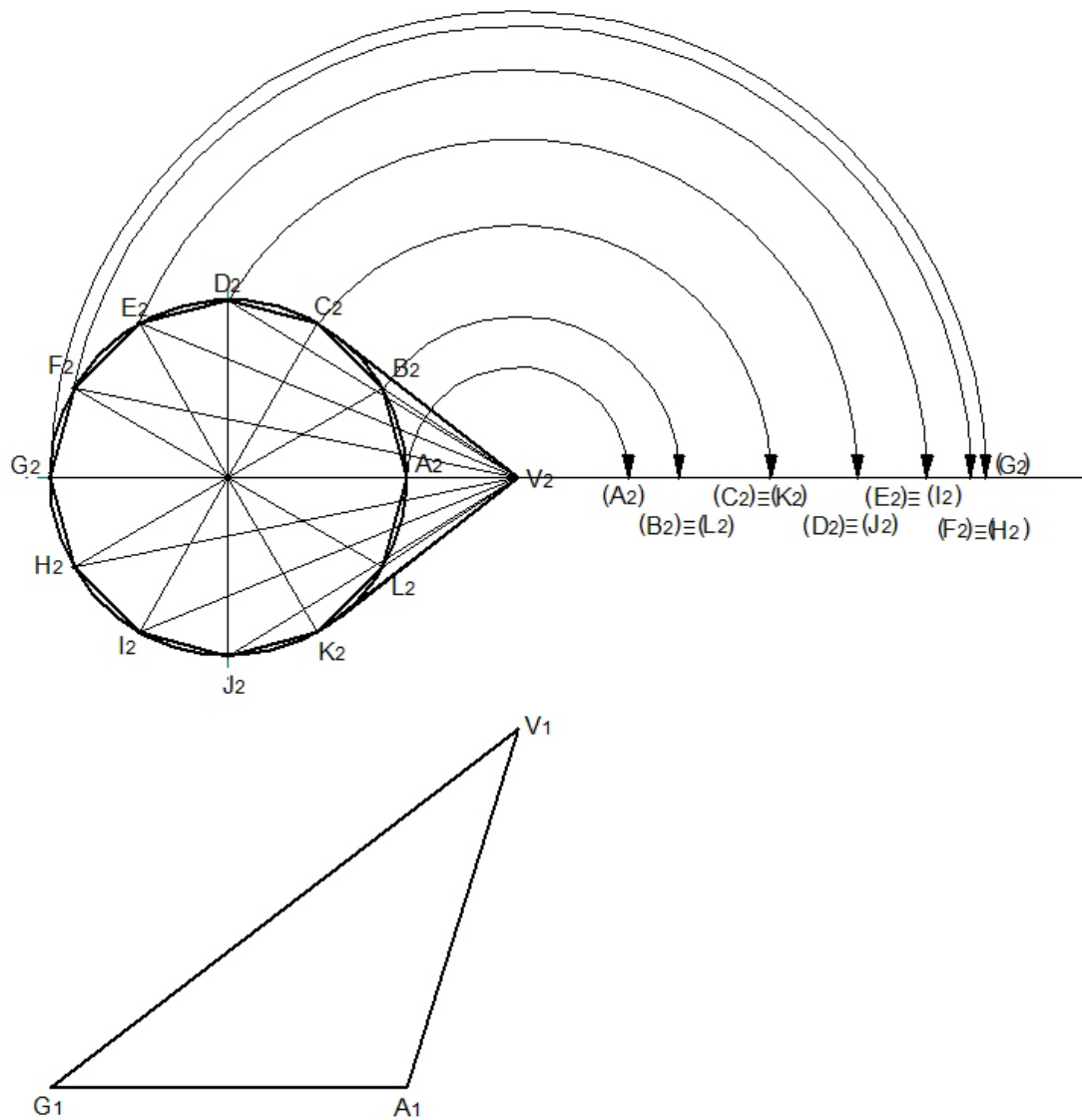
4.8 Irudia. Kono zeihar baten proiektzioak (Solid Edge bidez gauzaturiko irudia)

Garapena lortzeko beharrezko sortzaileen dimentsioak ezberdinak izango direnez, urrenez-urren, oinarria, gutxienez 12 alderdi berdinetan banatuko dugu, eta ondoren, garapena eraikitzeko beharrezko 12 sortzaile horien egiazko magnitudeak lortu, ariketa ebatziz. Ikus 4.9 irudia.

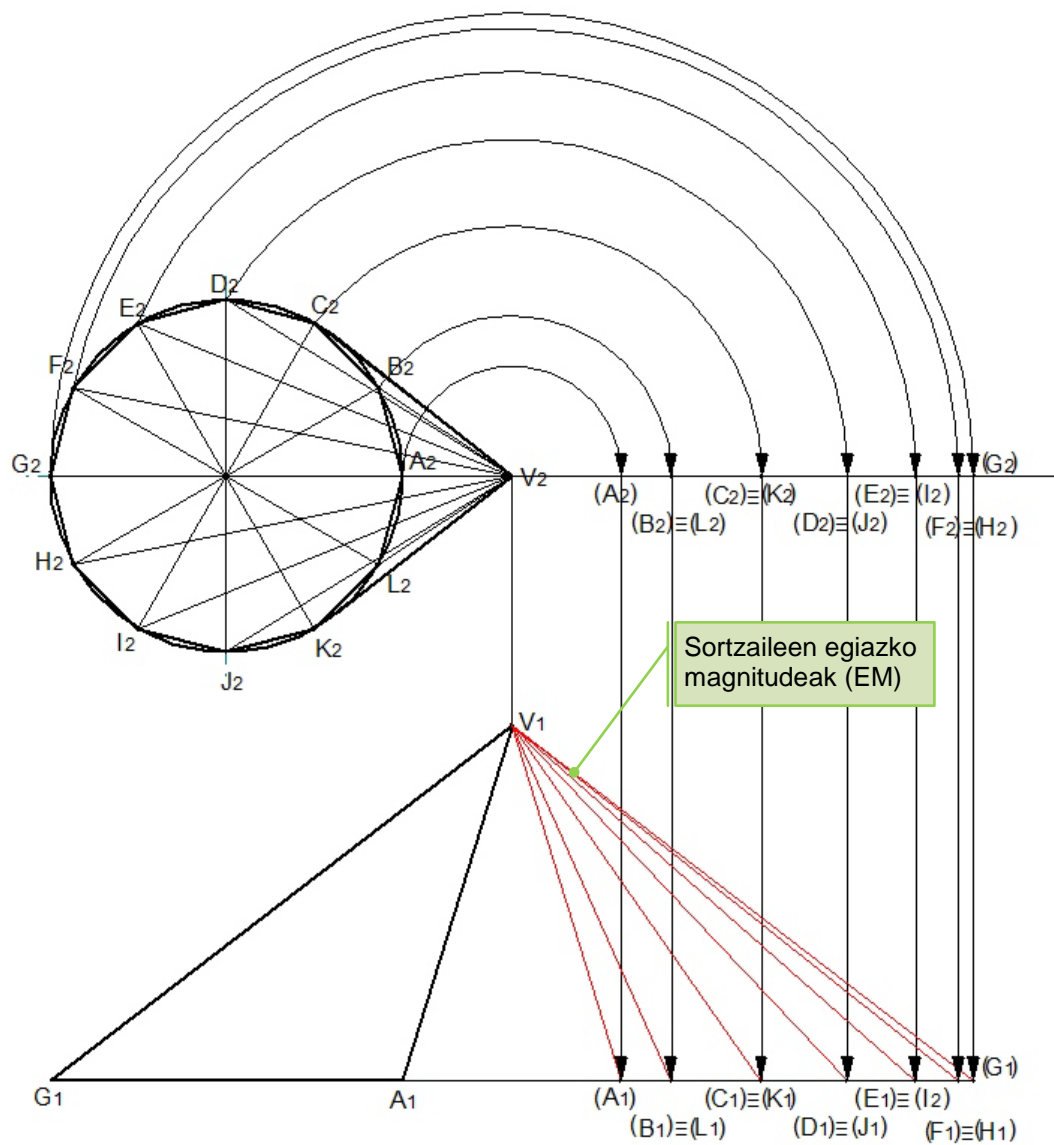


4.9 Irudia. Kono zeihar baten garapenerako metodoa (Solid Edge bidez gauzaturiko irudia)

Sortzaileen egiazko magnitudeak birakita bidez lortzen dira. Ikus 4.10 eta 4.11 irudiak.

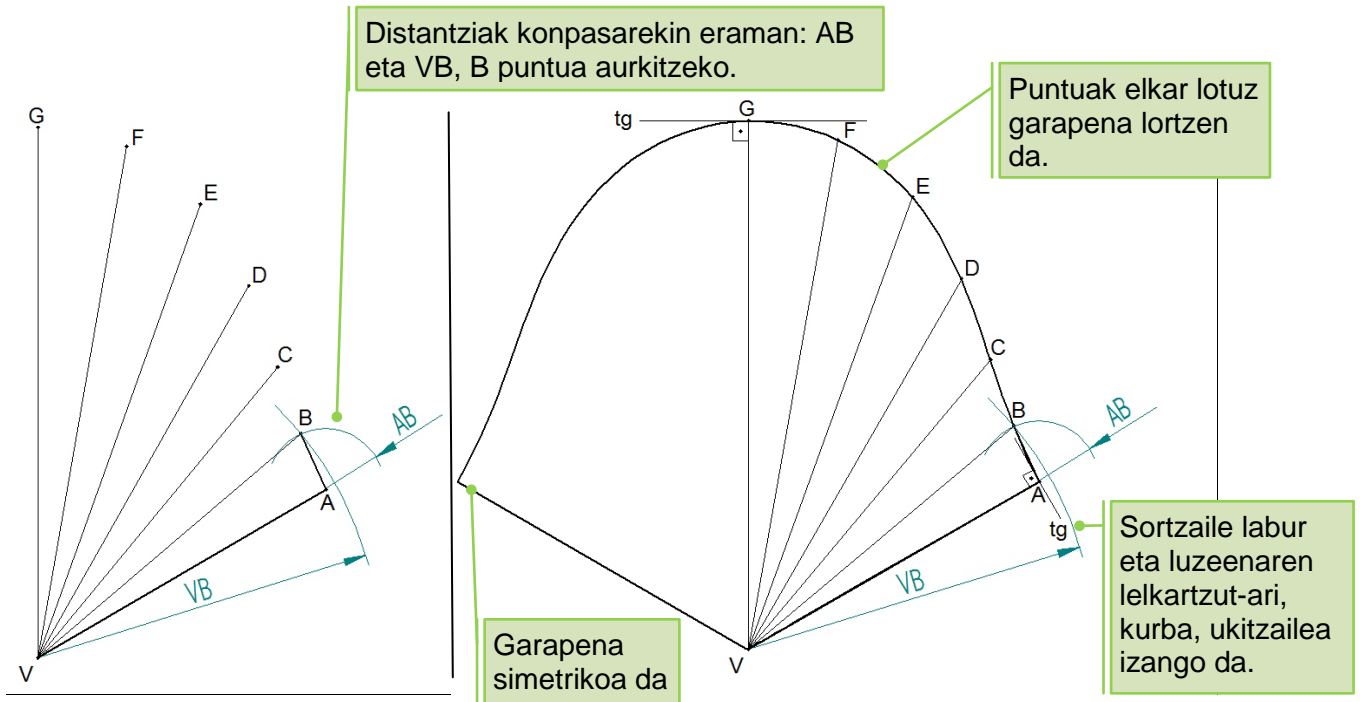


4.10 Irudia. Kono zeihar baten garapenerako metodoa (Solid Edge bidez gauzaturiko irudia)



4.11 Kono zeihar baten garapenaren ebazpenerako metodoa (Solid Edge bidez gauzaturiko irudia)

VA lehenengo segmentua aukeratu eta konpasaren bitartez distantziak eramango ditugu: AB eta VB-n, B puntua aurkitzeko, BC eta VC-n, C puntua aurkitzeko, azkenik, puntuak lotzen direlarik. Ikus 4.12 irudia.



4.12 Irudia. Kono zeihar baten garapenaren ebazpenerako metodoa (Solid Edge bidez gauzaturiko irudia)

4.1.3. Prisma

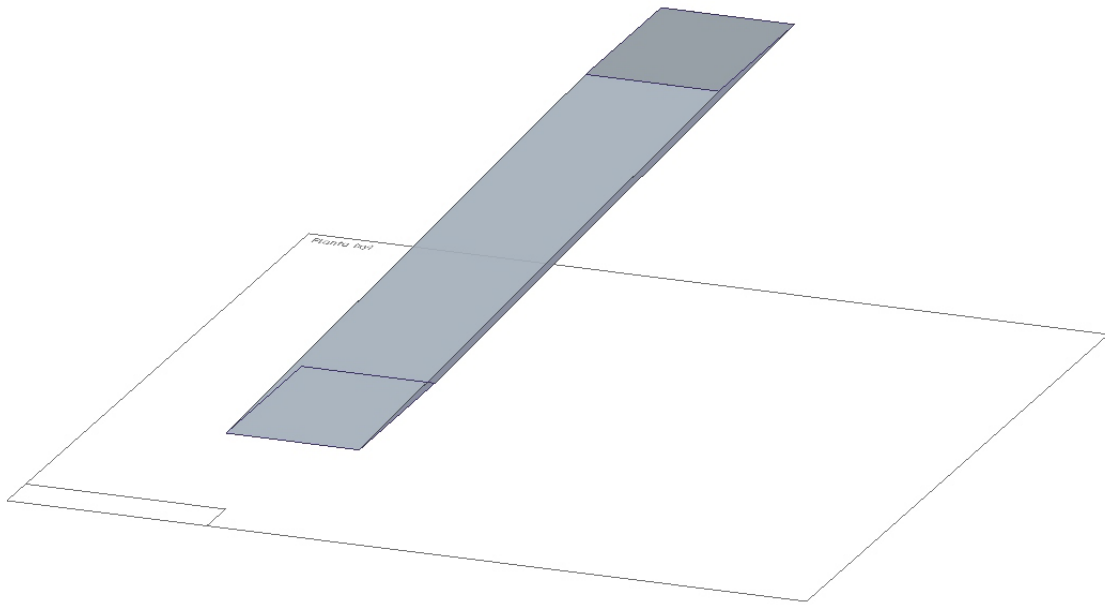
Prisma zuzena:

Prisma zuzena denean, alboetako gainazalaren garapenak zuzentzaileak dituen aldean kopuru beste laukizuzen izango ditu. Albo gainazalaren garapen osoa beraz, laukizuzen bat izango da zeinak prismaren ertzen egiazko magnitudea, altuera bera edo oinarrien arteko distantzia izango duen alde batean, eta zuzentzailearen aurpegiaren perimetroaren luzera bestean izango dituen. Prismaren alboetako ertzak eta zuzentzailearen perimetroa, garapenean elkartzut dira, zuzentzailea gainazal prismatikoaren sekzio zuzen bat delako.

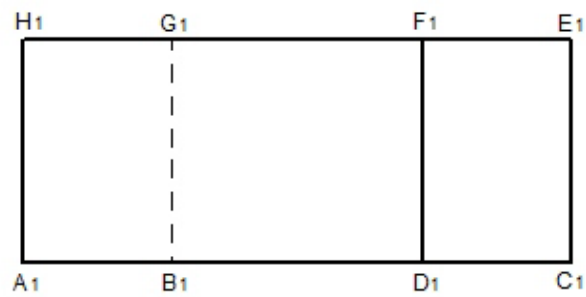
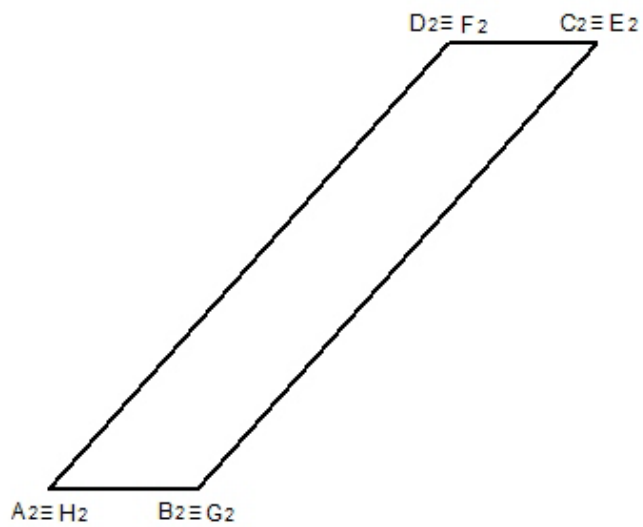
Ikus GARAPENAK ETA SEKZIOEN TRANSFORMATURAKO ARIKETAK atala.

Prisma zeiharra:

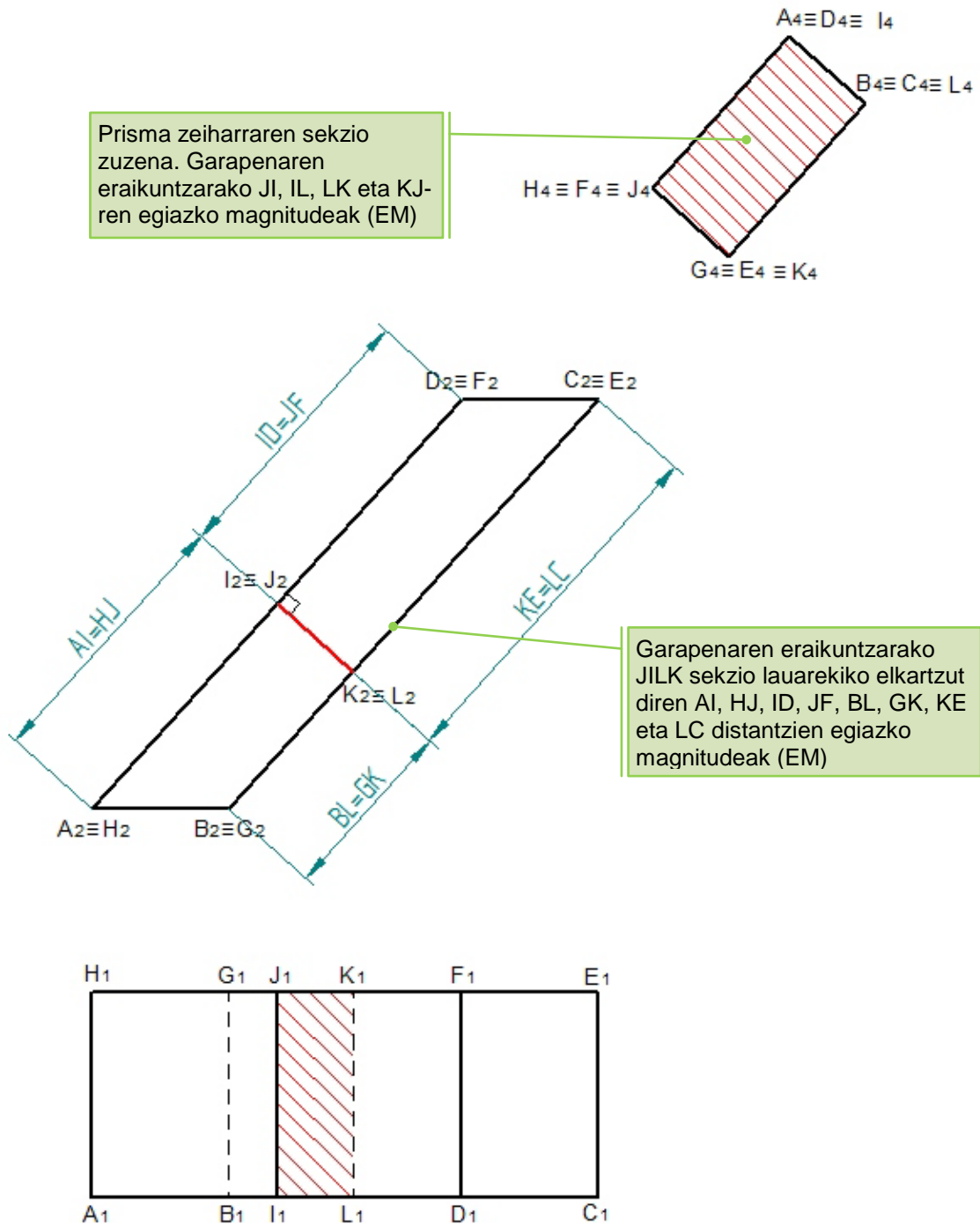
Prisma zeiharra denean, honen albo gainazalaren garapenak, zuzentzaileak dituen alboen kopuru beste paralelogramo izango ditu. Ikus 4.13 eta 4.14 irudiak. Albo gainazalaren garapena lortzeko metodo orokorra, prismaren ardatzarekiko elkartzut den ebaketa plano baten bidez sekzio zuzen bat egitean datza. Ikus 4.15 irudia. Sekzio honen perimetroa garapenean zuzen baten gisan adieraziko da eta honekiko, prisma zeiharraren ertzak elkartzut izango dira. Gainazalaren ertz bakoitzaren egiazko distantziak, lorturiko sekzio zuzenaren dagozkion ertz bakoitzari egokituko zaizkio, garapenaren taxukera egoki gauzatuz. Ikus 4.16 irudia.



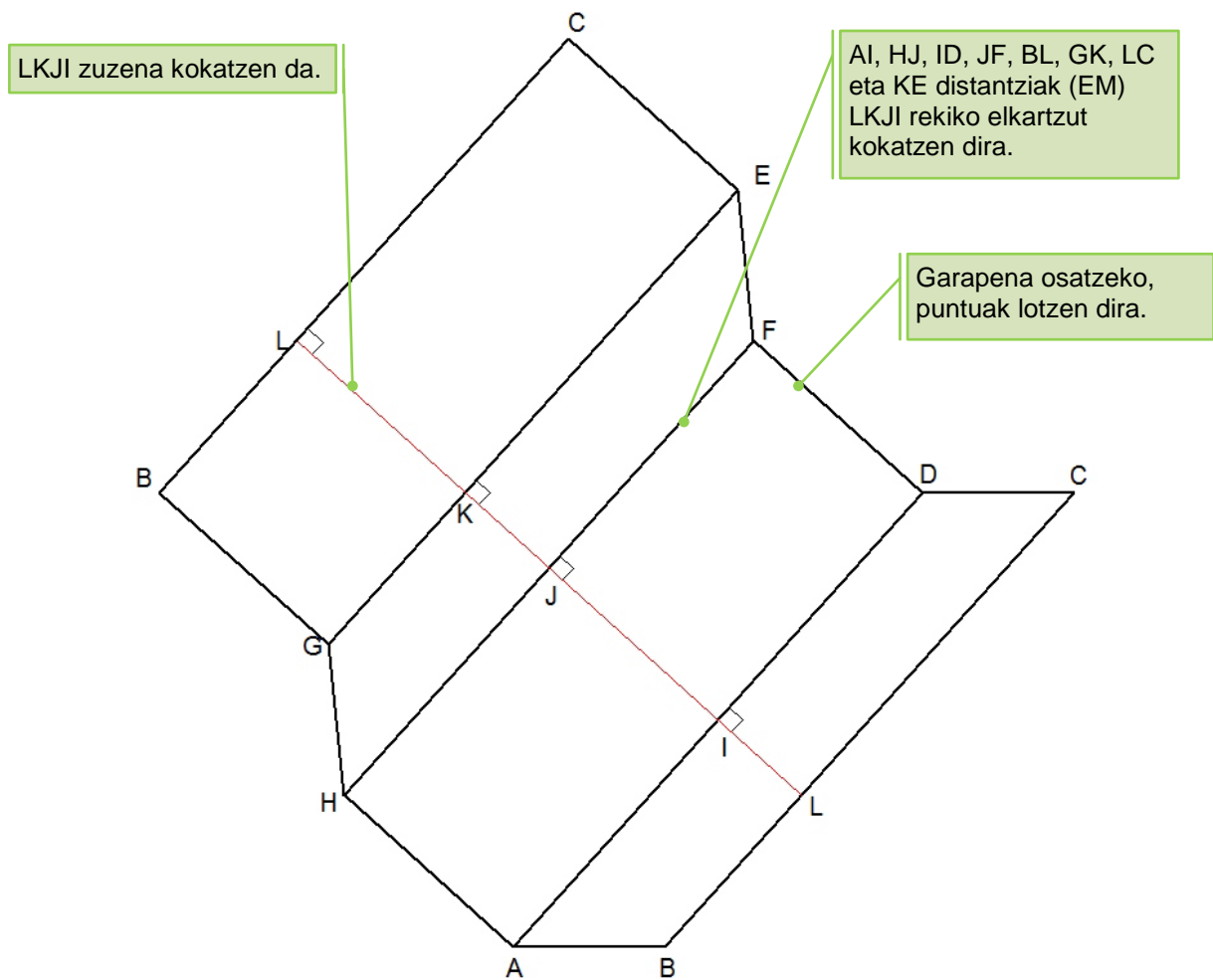
4.13 Irudia. Prisma zeiharra (Solid Edge bidez gauzaturiko irudia)



4.14 Irudia. Prisma zeihar baten proiektzioak (Solid Edge bidez gauzaturiko irudia)



4.15 Irudia. Prisma zehar baten garapena gauzatzeko metodoa (Solid Edge bidez gauzaturiko irudia)

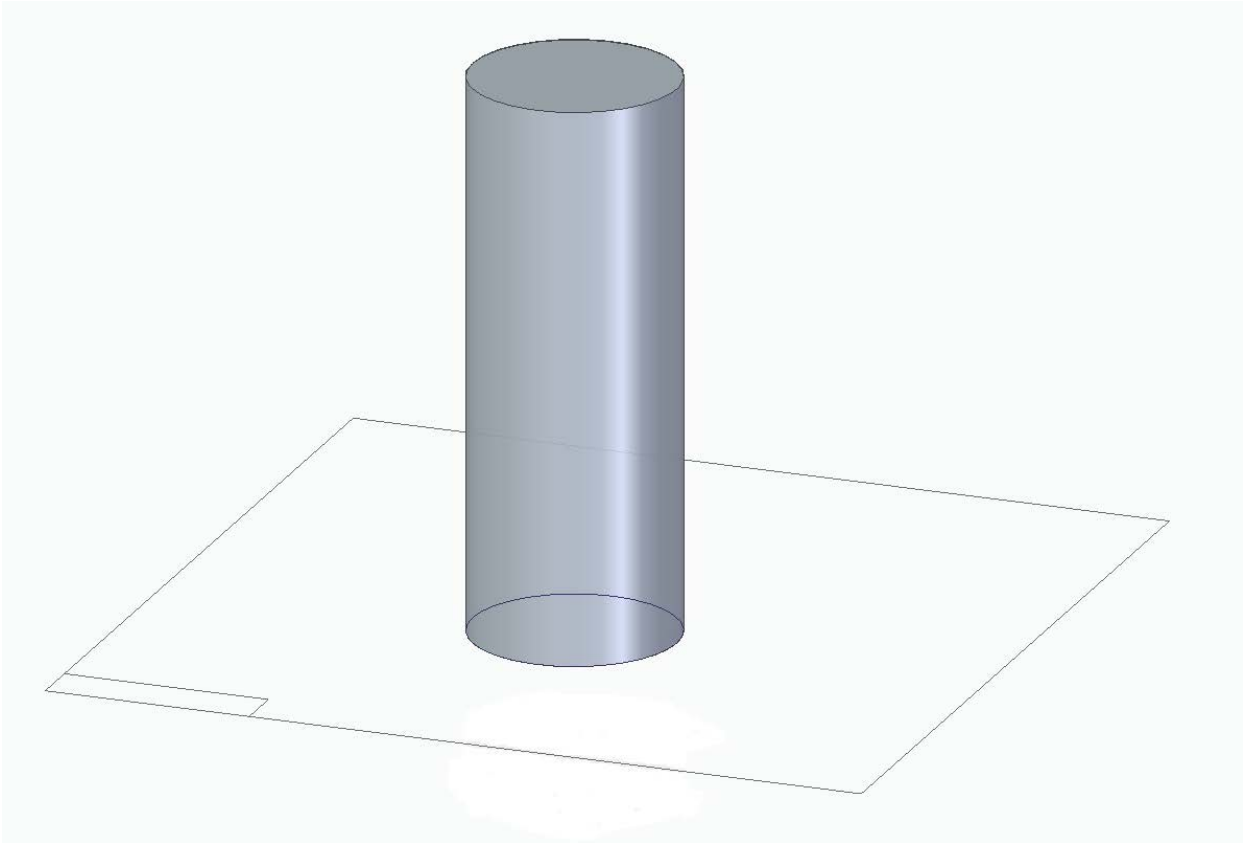


4.16 Irudia. Prisma zeihar baten garapena gauzatzeko metodoa (Solid Edge bidez gauzaturiko irudia)

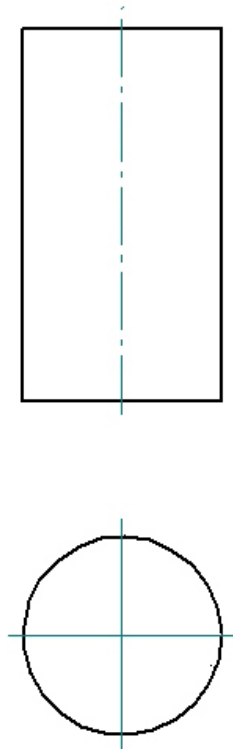
4.1.4. Zilindroa

Zilindro zuzena:

Zilindroa zuzena denean, albo gainazalaren garapena, zilindroaren sortzailea eta zuzentzailearen perimetroa luzerako eta zabalerako neurri gisa dituen laukizuzen bat da. Garapenean, sortzailea eta zuzentzailea elkarrekiko elkartut dira, zuzentzailea gainazal zilindrikoaren sekzio zuzena delako. Ikus 4.17 eta 4.18 irudiak.



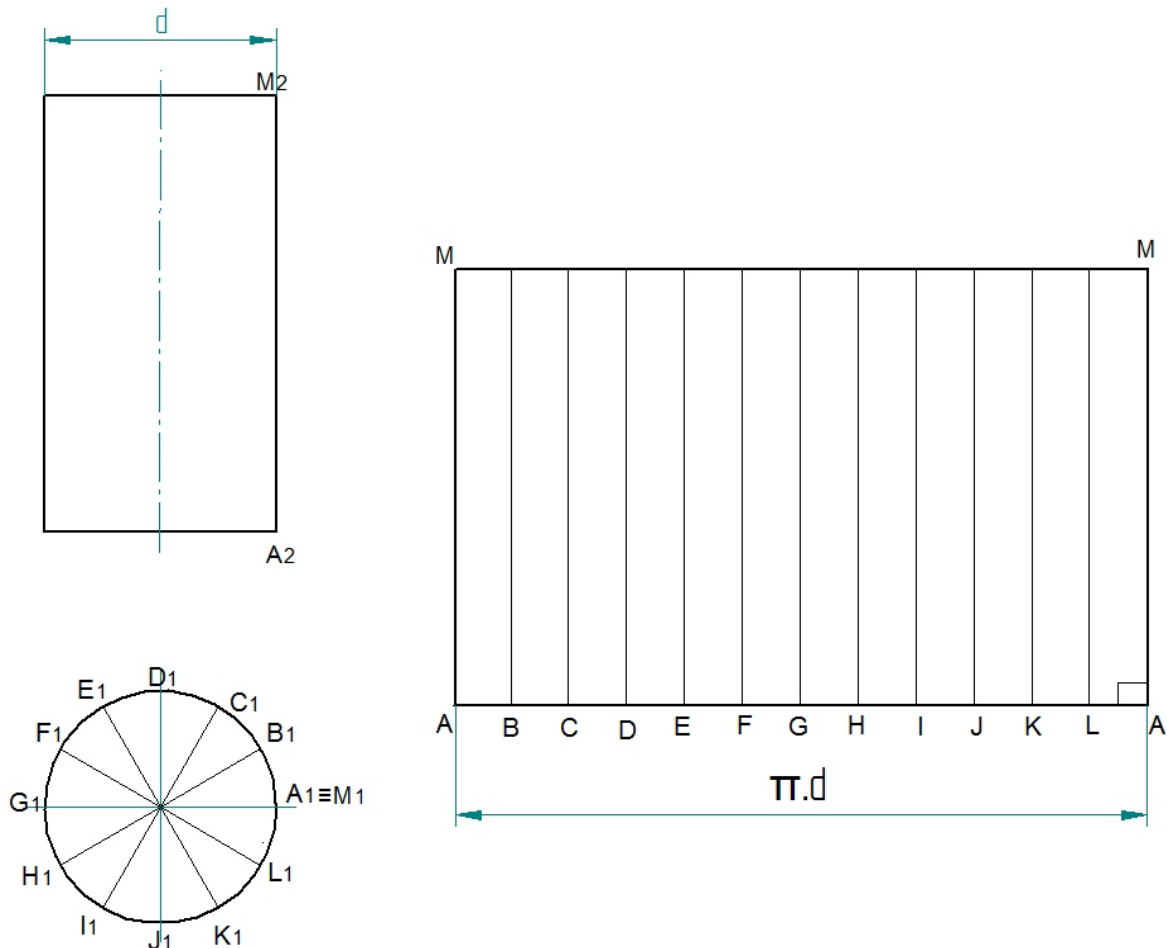
4.17 Irudia. Zilindro zuzena (Solid Edge bidez gauzaturiko irudia)



4.18 Irudia. Zilindro zuzen baten proiektzioak (Solid Edge bidez gauzaturiko irudia)

Garapena matematikoki ere ebatzi daiteke. Zilindro zuzen bat izatean, bere garapena laukizuzen bat izango da. Bere zabalerak ($\pi \cdot d$) zilindroaren oinarriaren perimetroaren neurria izango du eta bere altuerak zilindroarenak (EM) izango dira, hots, sortzailearen dimentsio berak. Ikus 4.19 irudia.

Honako modu honatara ere ebatzi daiteke hurbilketa bat: Zuzentzailearen (oinarria) perimetroa 12 atal berdinetan banatu (A, L-rekiko) eta laukizuzenaren beste aldean (AM) sortzailea edo zilindroaren altuera kokatuko dugu zuzenean.



4.19 Irudia. Prisma zuzen baten garapena (Solid Edge bidez gauzaturiko irudia)

Zilindro zeharra:

Zilindroa zeharra denean, albo gainazalaren garapena lortzeko metodo orokorra inskribaturiko prisma batengatik ordezkatzean datza. Lorturiko ondoriozko garapena hurbilketa bat izango da eta zuzentzailearen kurbak ere ez du nahi besteko zehaztasuna izango.

Zilindro zeharra izanik baina zuzentzailea zirkularra bada, gainazalak simetria plano bat izango du. Ondoren, garapenaren ebazpena errazteko, gainazal zilindrikoaren simetria plano, inskribaturiko gainazal prismatikoaren simetria plano ere izango da. Zuzentzailearen kurbaren zehaztasuna garapena egiterako orduan, simetria planoan dauden sortzaileekiko ukitzaile edo tangente dela jakinez hobetu daiteke.

Ikus GARAPENAK ETA SEKZIOEN TRANSFORMATURAKO ARIKETAK atala.

4.2. SEKZIOEN TRANSFORMATUA

Sekzio baten transformatua, gainazalean sorturiko sekzioaren lerroaren adierazpena garapenera eramateari deritzo.

Sekzio baten transformatuak gainazalaren ebatzitako sekzioaren perimetroaren luzeradimentsio berak ditu.

Transformatua lortzeko, garapenera beharrezkoak diren puntu kopuru nahikoa eraman beharko dira, transformatuaren nondik norakoa zehaztuko dutenak.

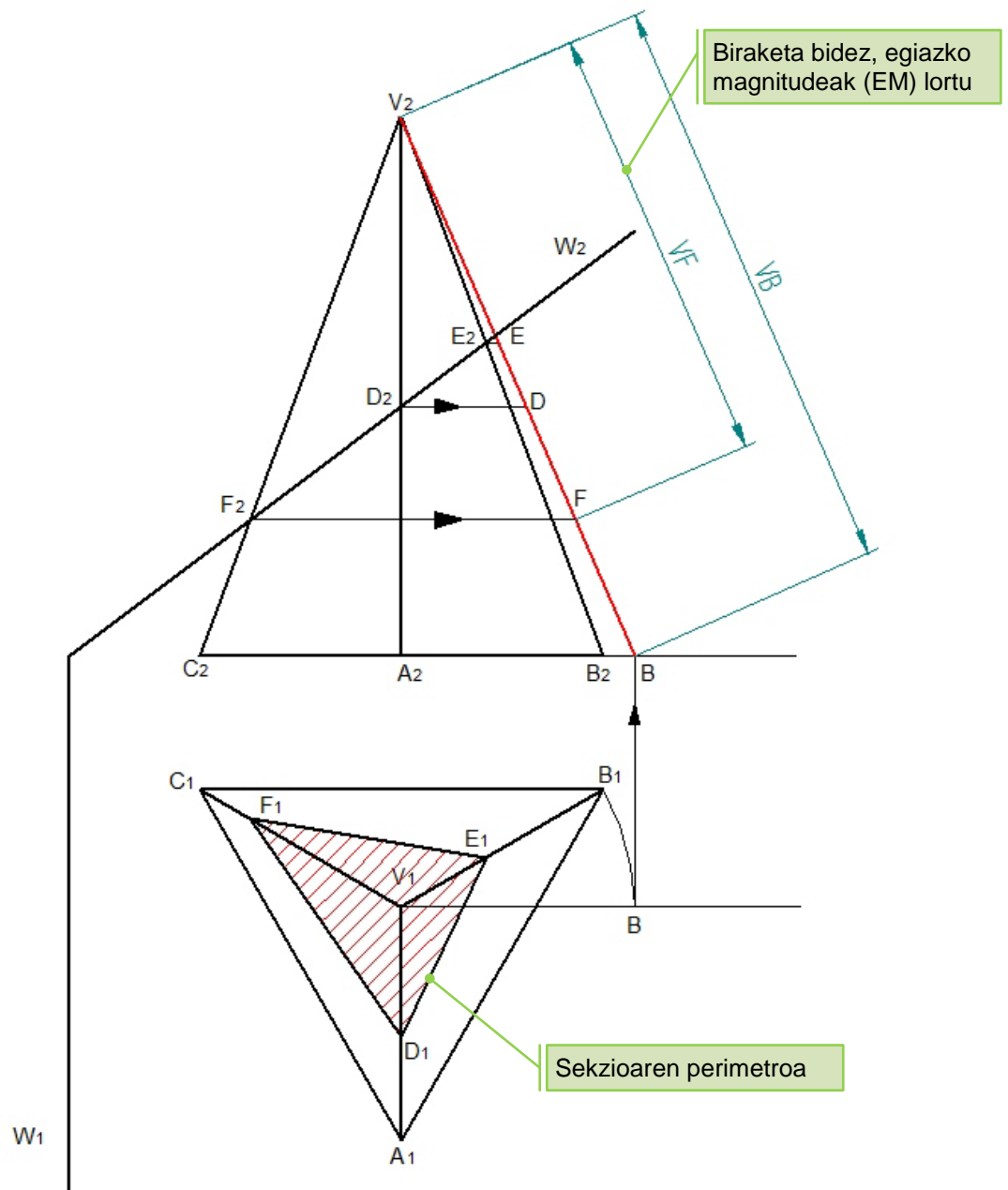
Gainazal piramidal eta prismatikoen kasuetan, sekzio laua, gainazalaren albo ertzetan bere erpinak definiturik dituen polígono bat da. Ikus 3.1 atala. Ondorioz, beharrezko gutxieneko puntu kopurua, sekzio laua dituen beste erpin kopuru izango dira.

Gainazal koniko eta zilindrikoen kasuan, sekzio laua, konika bat da. Ikus 3.4.4 atala. Beraz, garapenean transformatua ebazteko beharrezko diren puntu kopurua, inskribaturiko gainazalaren sekzioak (konikak) dituen erpin beste puntu atera beharko ditugu.

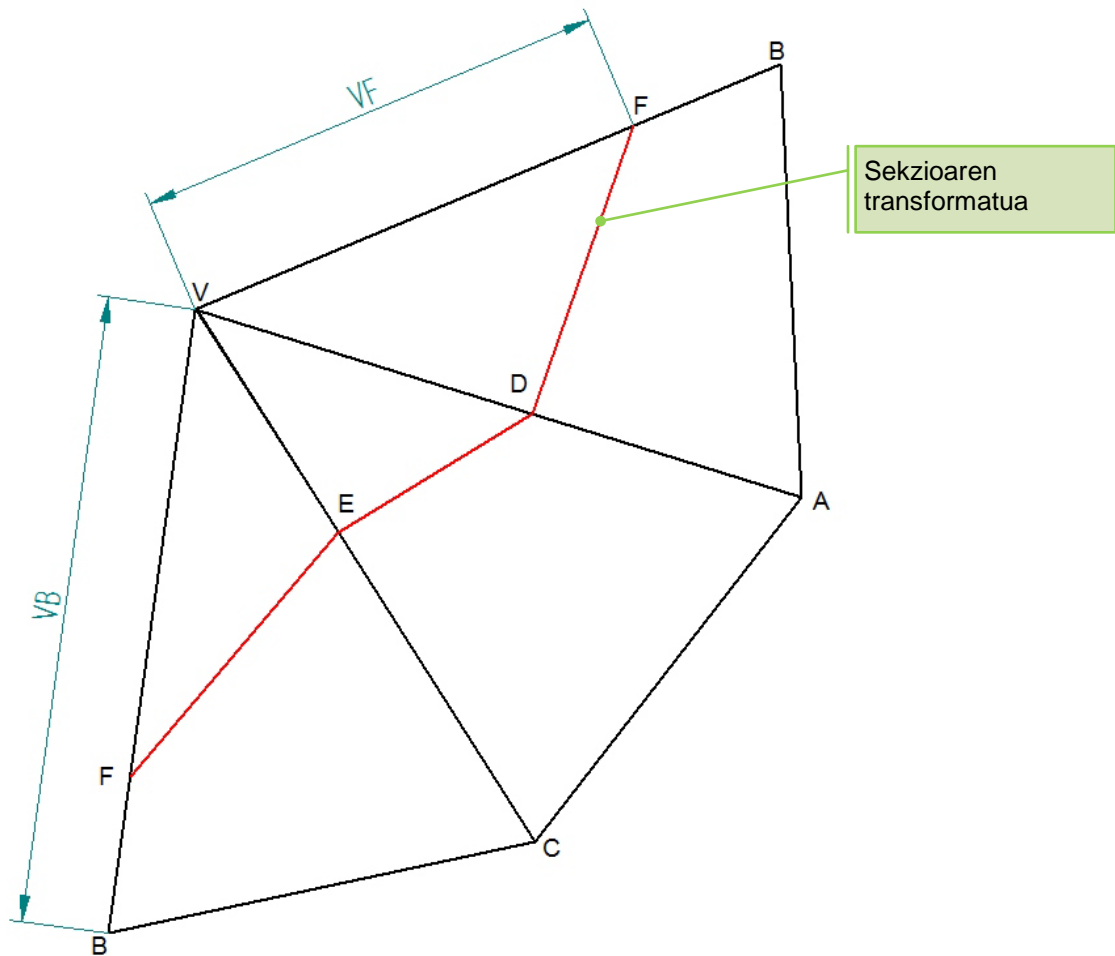
Gainazal prismatiko eta zilindrikoaren sekzio zuzenaren transformatua, sortzaileekiko elkartzut den zuzen bat izango da. Ikus 3.4.3 atala.

Jarraian, W planoaren transformatua lortzeko metodoa aurkezten da, **piramide zuzen** baten garapenean: Ikus 4.6 irudia.

D , E eta F intersekzio edo elkargune puntuak lortzen dira (ikus 4.20 irudia) eta ebatzitako egiatzko magnitudeak (VD , VE eta VF) garapenera eramango dira. Ikus 4.21 irudia.



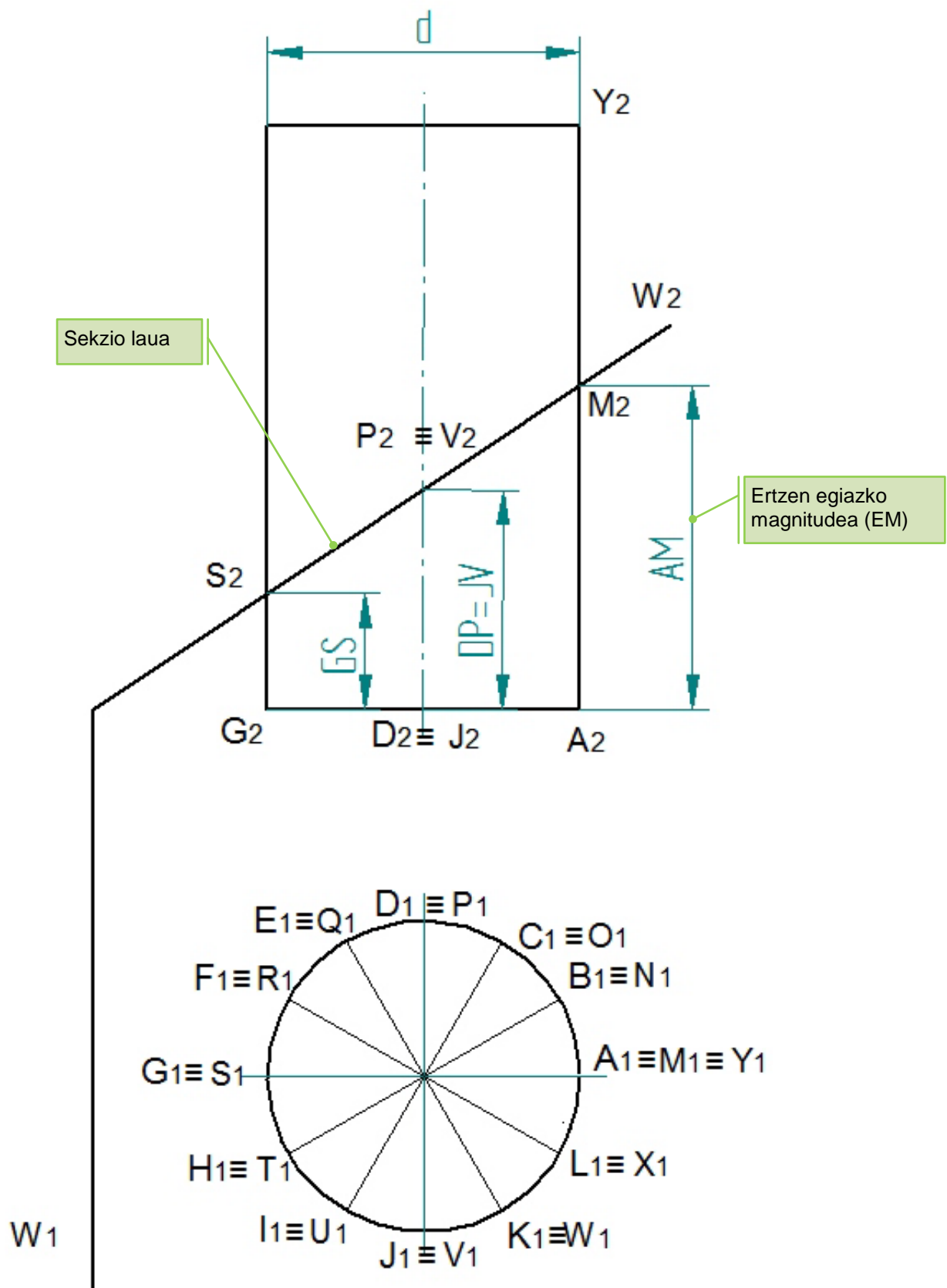
4.20 Irudia. Piramide zuzen baten garapenean transformatua gauzatzeko metodoa (Solid Edge bidez gauzaturiko irudia)



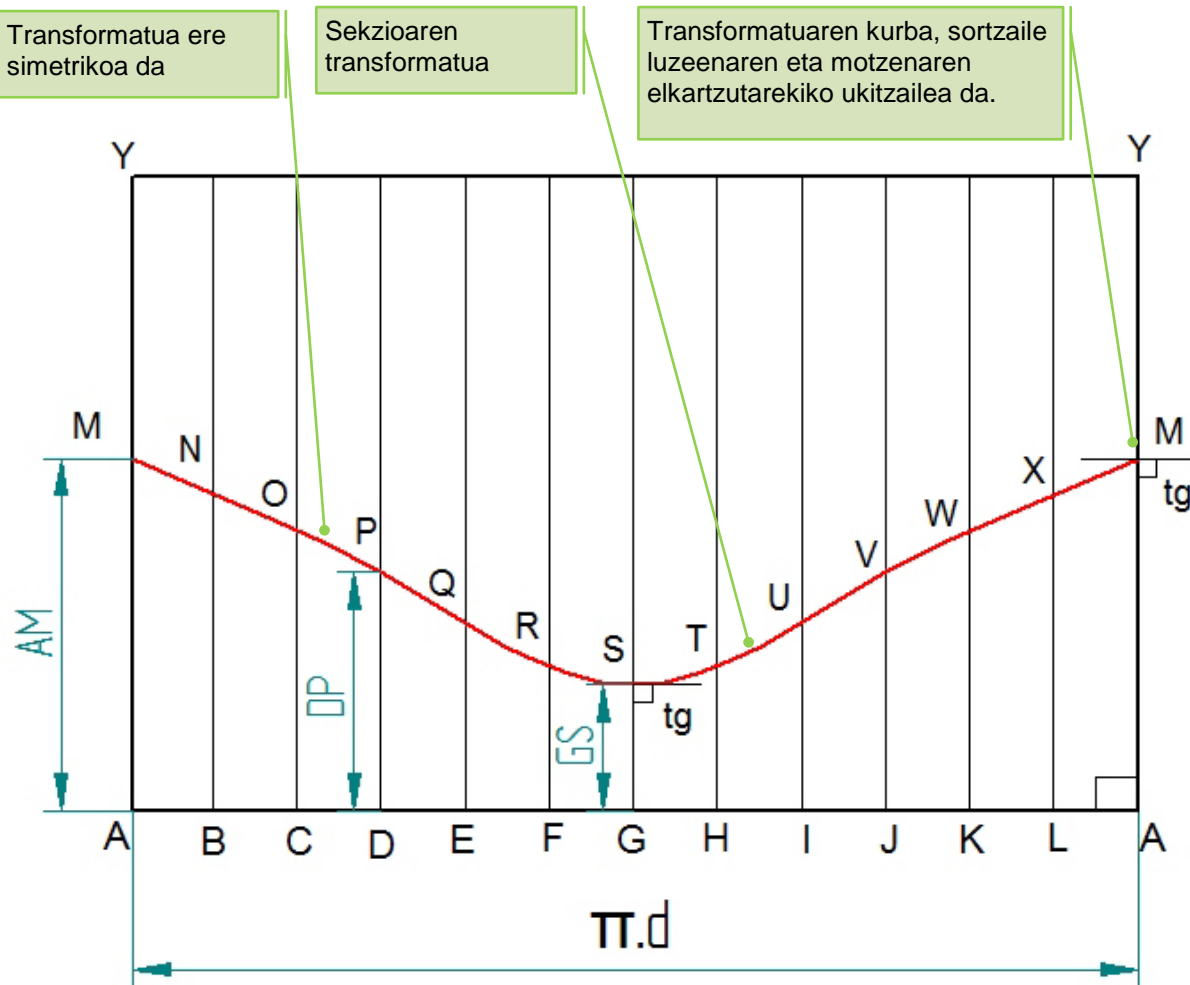
4.21 Irudia. Piramide zuzen baten garapenean transformatua gauzatzeko metodoa (Solid Edge bidez gauzaturiko irudia)

Jarraian, **zilindro zuzen** baten garapenean, W planoaren transformatua ebazteko metodoa aurkezten da (ikus 4.19 irudia):

Elkargune edo intersekioko 12 puntuak sortu ostean (A1-L1) (ikus 4.22 irudia) eta egiazko magnitudeak (EM) (AA1-LL1), hauek garapenera eramango dira, non perimetroaren luzera ($\pi \cdot d$) kokatuko den. Ikus 4.23 irudia.



4.22 Irudia. Zilindro zuzen baten garapenean transformatua gauzatzeko metodoa (Solid Edge bidez gauzaturiko irudia)



4.23 Irudia. Zilindro zuzen baten garapenean transformatua gauzatzeko metodoa (Solid Edge bidez gauzaturiko irudia)

