

# Ingeniaritzarako Oinarrizko Gainazalak



00 Irudia. Bilboko Ingeniaritza Eskolako II.eraikineko eskilara zentralak. Egileen argazkia, 2018.

## 3. Gainazalen sekzio lauak

## Edukiak

3.	GAINAZALEN SEKZIO LAUAK.....	3
3.1.	PLANO BATEK GAINAZAL BAT EBAKITZEAREN ONDORIOZKO FORMA GEOMETRIKOA.....	4
3.2.	EBAKETAREN PROZEDURA ERARIK ZUZEN EDO ERRAZENEAN GAUZATZEKO BISTARIK EGOKIENA AUKERATU .....	7
3.3.	SEKZIO LAUEN PUNTU ADIERAZGARRIAK .....	9
3.4.	SEKZIO LAU BEREZIAK .....	12
3.4.1.	GAINAZALAREN ERPINETIK PASATZEN DEN PLANO EBAKITZAILEA.....	12
3.4.2.	ZUZENTZAILEAREKIKO PARALELO DEN PLANO EBAKITZAILEA .....	14
3.4.3.	SEKZIO ZUZENA .....	17
3.4.4.	KURBA KONIKOAK.....	17
3.5.	ZUZEN ETA GAINAZAL BATEN ARTEKO ELKARGUNE EDO INTERSEKZIO PUNTUAK.....	24

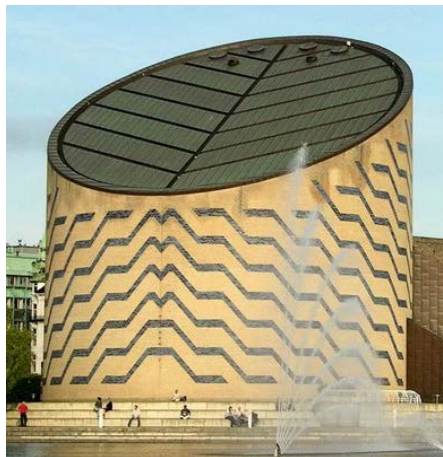
### 3. GAINAZALEN SEKZIO LAUAK

Helburua, atal honen bukaeran ikasleak honako gaitasunak eskuratzea da:

- Gainazal bat plano batengatik ebakia izan ostean, honen ondoriozko forma geometrikoaren aurreikuspena egiteko gaitasuna.
- Emaidza geometrikorik azkarrena edota errazena ahalbidetuko duen bistaren aukeraketa egiteko gaitasuna.
- Sekzioaren punturik adierazgarrienak identifikatzea.
- Ebaketa/sekzio bat egiterakoan, horretarako egokiena izan daitekeen plano laguntzailea aukeratzen jakitea. Gainazalaren eta zuzenen arteko elkarguneen zehaztapenerako erabilgarri izango dena, besteak beste.
- Gainazalen inguruko arazo geometrikoen ebazpenerako dohain grafikoaren garapena.

Gai honen jarraipen egoki baterako, aldez aurretik honako atalen ikaskuntza gaitasun edo helburuak lortuak izatea komeni da:

- Gainazalak: Adierazpena.
- Sistema Diedrikoa: Plano aldaketa simple eta bikoitzak.
- Gainazal konikoen definizio eta adierazpena.



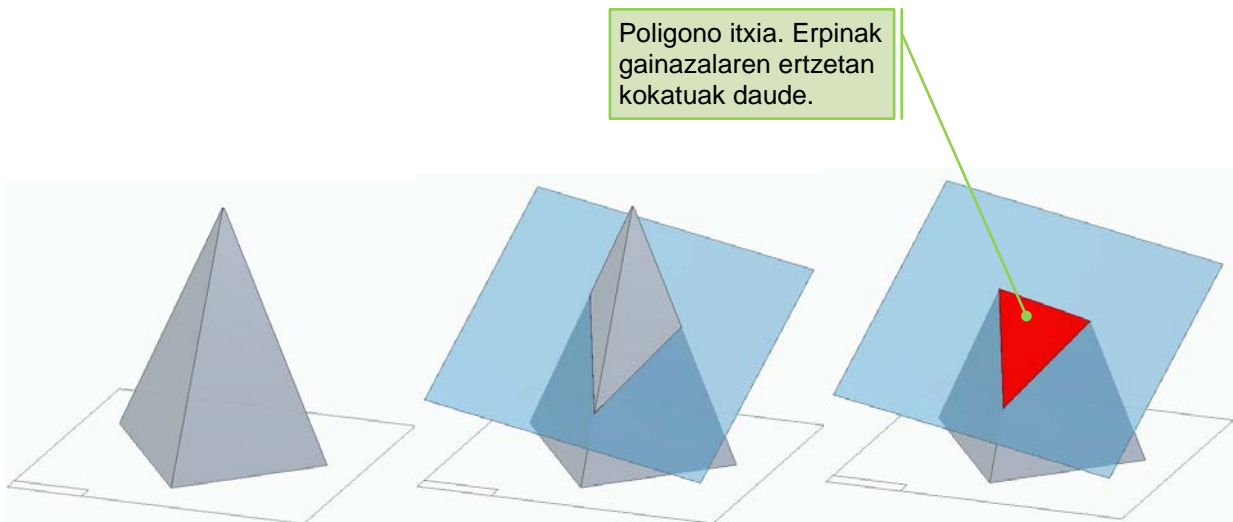
3.1. Irudia. Copenhagen-ko Planetariuma. Jim Killock. <https://www.flickr.com/photos/jimkillock/13929564401>

Gaiaren azterketak, batez ere, gainazalen sekzio lauen kontzeptuengan eragina izan du. Azaldutako adibideek eta proposatutako ariketek gaiaren kontzeptuak azaldu eta argitu nahi dituzte, batzuetan nekezak suertatzen diren taxuera korapilatsurik gabe. Ordenagailuz lagundutako marrazketa-aplikazioek nekezak diren trazadura-lan horiek egiteko gaitasuna dutelarik.

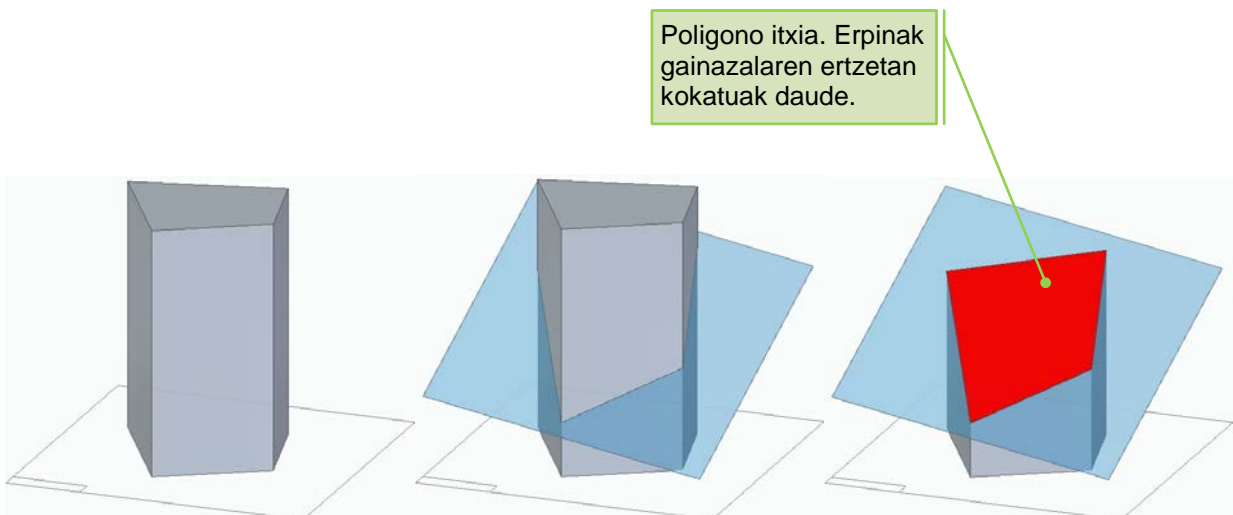
### 3.1. PLANO BATEK GAINAZAL BAT EBAKITZEAREN ONDORIOZKO FORMA GEOMETRIKOA

Gainazal bat ebakitzen duen planoak sorturiko sekzioari, sekzio laua deritzo.

Piramidearen eta prismaren kasuan, sekzio laua, poligono itxia izango dira eta hauen erpinak gainazala osatzen duten ertzetan egongo dira. Ikus 3.2 eta 3.3 irudiak. Gerta liteke plano ebakitzailerak oinarri zuzentzailea ebakitzea. Kasu horietan, sekzioaren lerroa itxia izango da, alboetako bat lerro zuzena izango delarik.

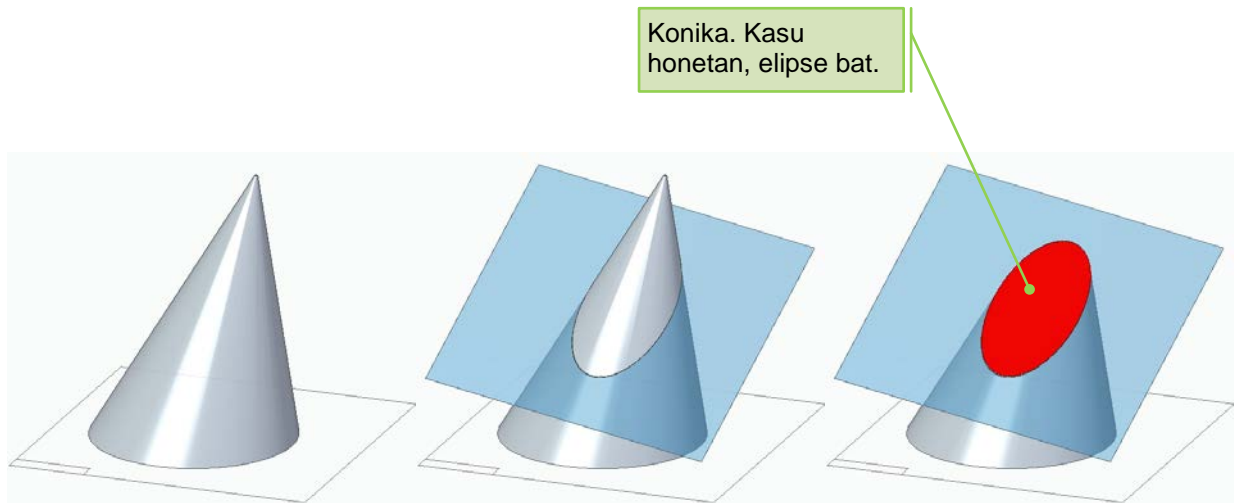


3.2. Irudia. Piramide baten sekzio laua (Solid Edge bitartez gauzaturiko irudia)

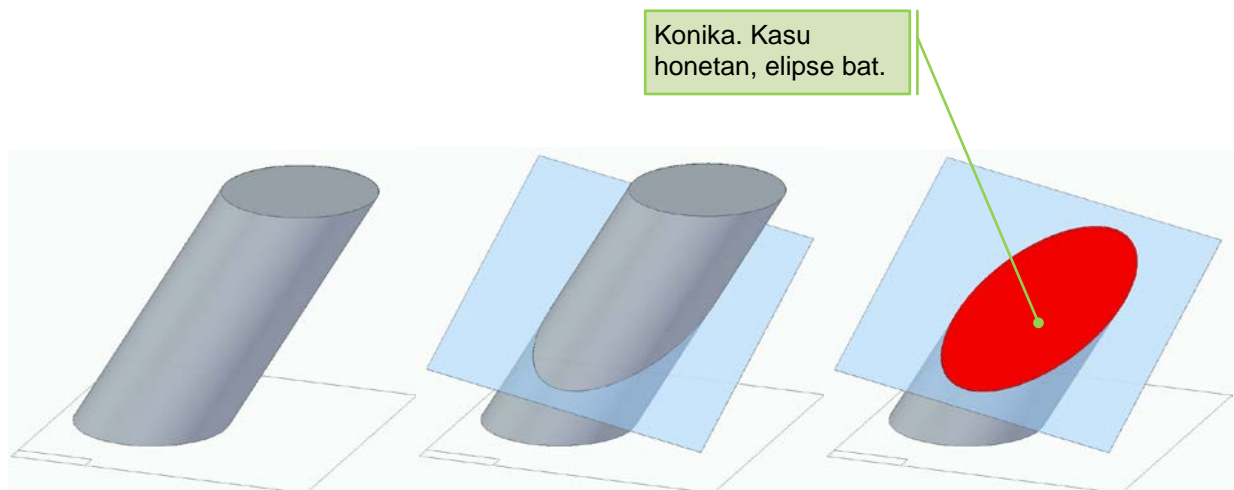


3.3. Irudia. Prisma baten sekzio laua (Solid Edge bitartez gauzaturiko irudia)

Konoaren eta zilindroaren kasuetan, hauen sekzio laua, konika bat da. Ikus 3.4 eta 3.5 irudiak. Gerta liteke plano ebakitzailerak oinarri zuzentzailea ebakitzea. Kasu horietan ere, sekzioaren lerroa itxia izango da, baina alboetako bat lerro zuzena izango delarik.

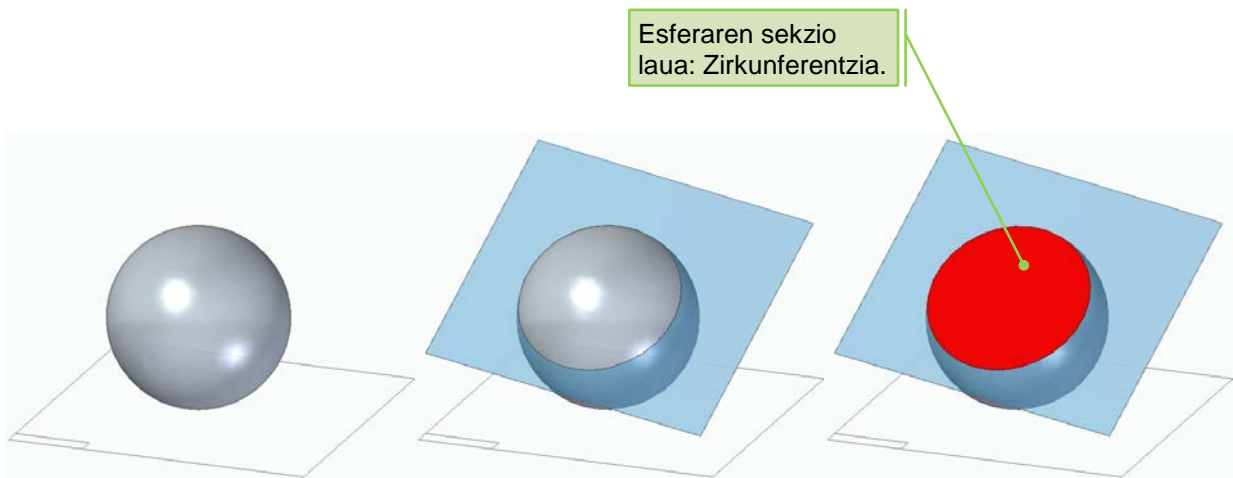


3.4 Irudia. Kono baten sekzio laua (Solid Edge bitartez gauzaturiko irudia)



3.5 Irudia. Zilindro baten sekzio laua (Solid Edge bitartez gauzaturiko irudia)

Esferaren kasuan, sekzio laua zirkunferentzia bat izango da. 3.6. irudia.



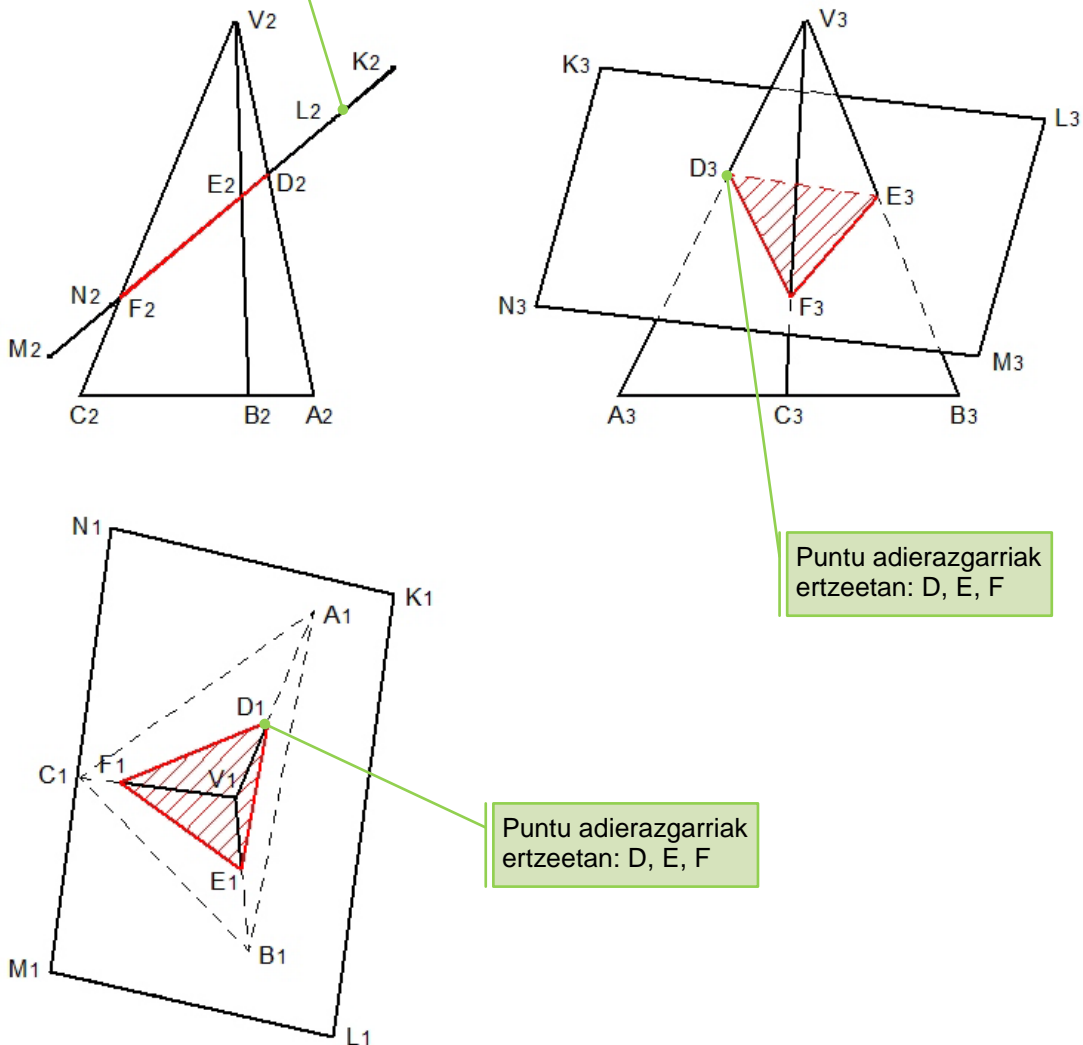
3.6 Irudia. Esfera baten sekzio laua (Solid Edge bitartez gauzaturiko irudia)

## 3.2. EBAKETAREN PROZEDURA ERARIK ZUZEN EDO ERRAZENEAN GAUZATZEKO BISTARIK EGOKIENA AUKERATU

Sekzio laua, gainazalaren sortzaileak ebaketa planoarekin sortzen dituen elkargune puntuak aurkituz lortzen da.

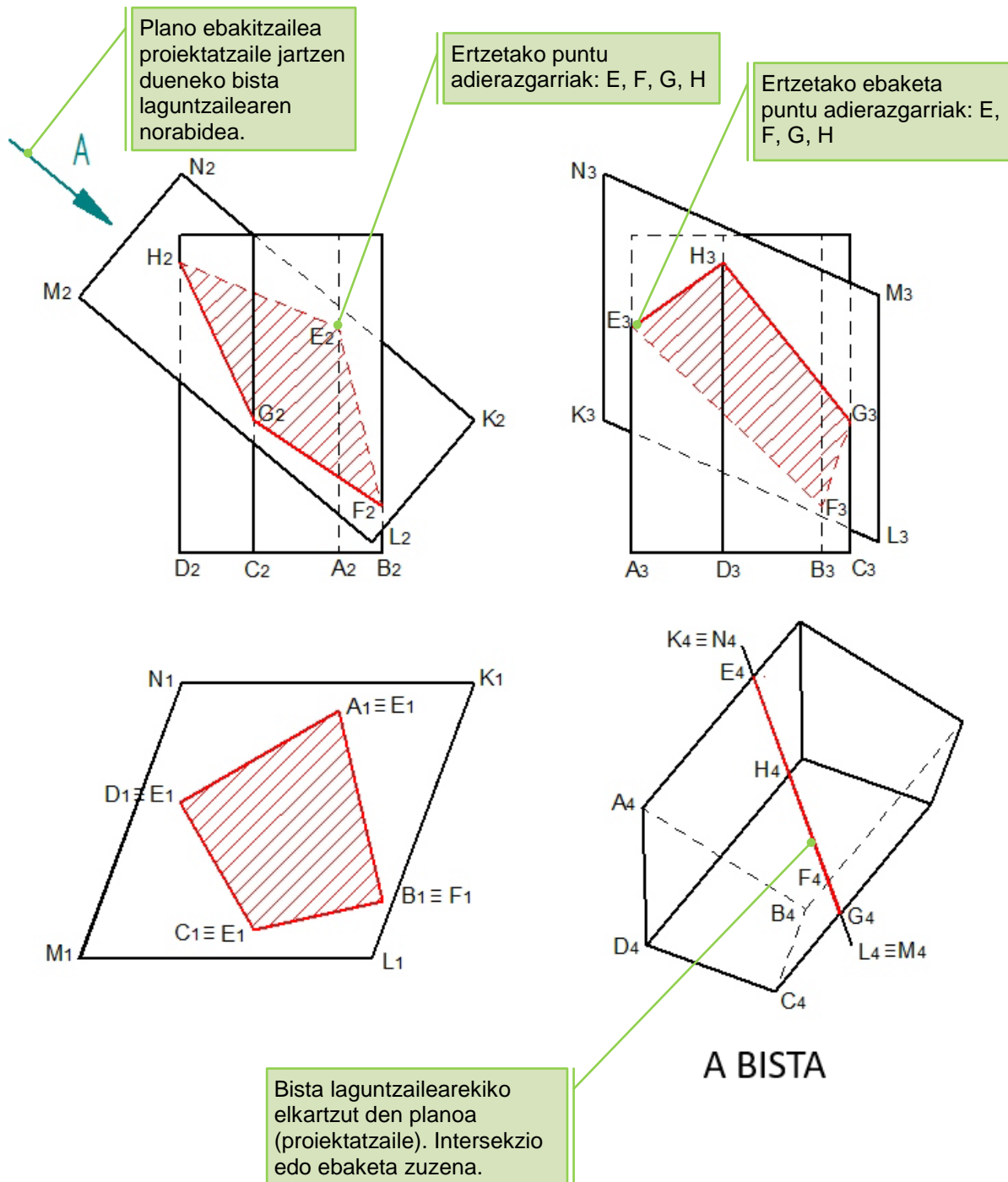
Sekzio laua lortzeko eragiketa erraztuko duen kokapen egokiena, ebaketa planoaren proiektzio planoetako bati elkartzut dagoeneko bista laguntzaile bat aukeratzean legoke. Posizio horretan, era zuzenean lortzen bait dira gainazala zehazten duten sortzaileen eta ebaketa planoaren arteko elkargune edo intersekzio puntuak. 3.7.irudia.

Plano bertikalarekiko plano elkartzuta. Ebaketa zuzena.



3.7 Irudia. Plano proiektatzaile batek gainazal batean eginiko ebaketa. (Solid Edge bitartez gauzaturiko irudia)

Plano ebakitzaila zeharra denean, plano aldaketen bidez eragiketa erraztuko duen bistara edo kokapen egokira iritsi gaitzake, hots, plano ebakitzaila, aipaturiko proiektzio planoetako bati elkartzut ezarriz. Aipaturiko metodo hau, metodo orokorra baino zuzenagoa da, eta sekzio laua lortzeko beharrezkoak eta erreferentzia gisa hartuko diren sortzaile kopuruaren baitan, zenbat eta sortzaile gehiago izan, orduan eta gomendagarriagoa izango da plano aldaketa bidez, eragiketa erraztuko duen kokapen lagungarri bat lortzea. 3.8. Irudia.



3.8 Irudia. Gainazal baten eta plano zehar baten arteko ebaketa (Solid Edge bitartez gauzaturiko irudia)

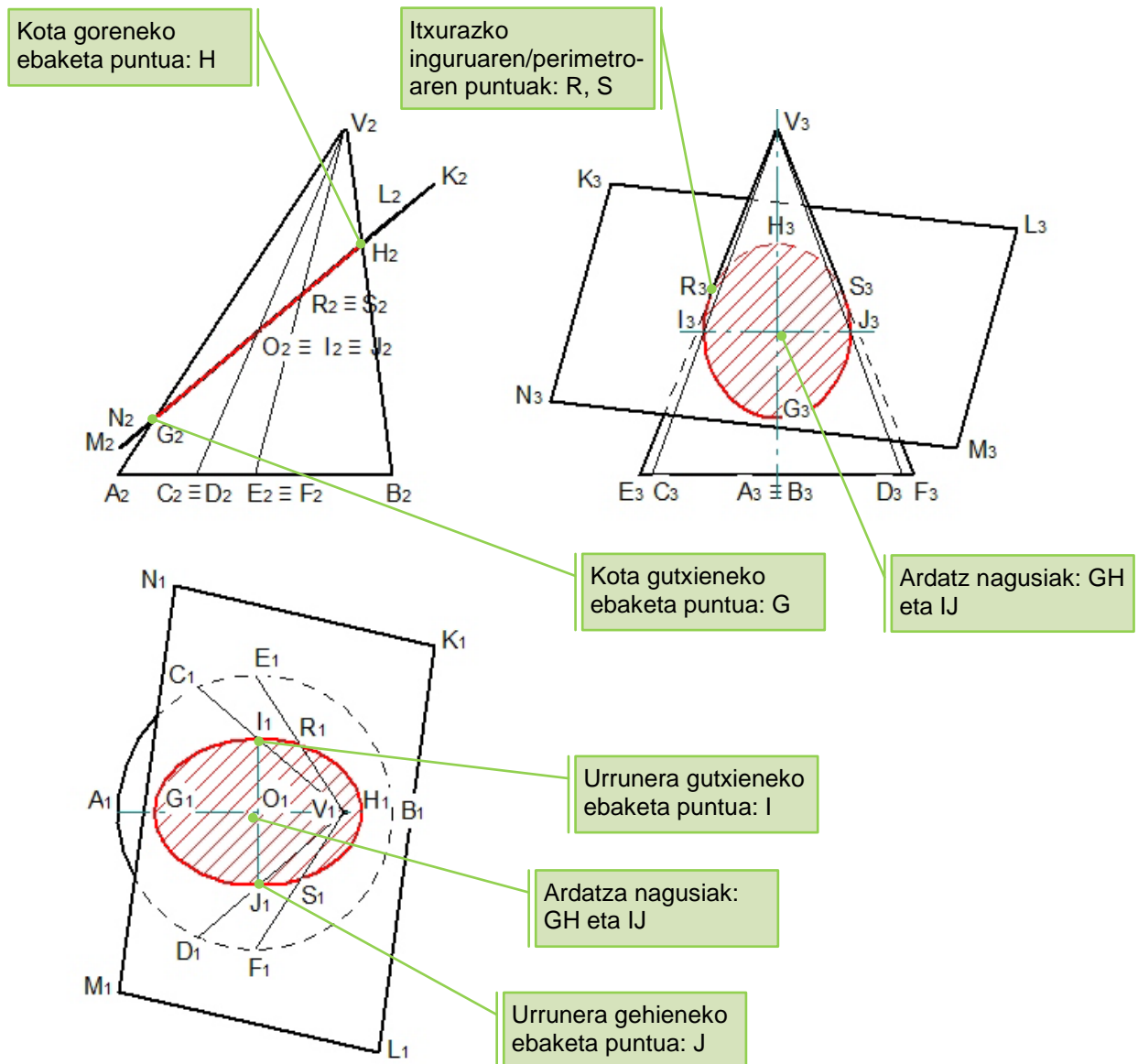


### 3.3. SEKZIO LAUEN PUNTU ADIERAZGARRIAK

Sekzio lauaren puntu adierazgarriak, sekzioaren forma edo itxuraren zehaztapenerako beharrezko informazioa bideratzen duten ezinbesteko puntuak dira.

Piramide eta prismaren kasuetan, gainazala osatzen duten ertzetan kokaturikoak izango dira puntu adierazgarriak, sekzioaren emaitza definitzen duten ondoriozko formaren erpinak izango bait dira. 3.7 eta 3.8 irudiak.

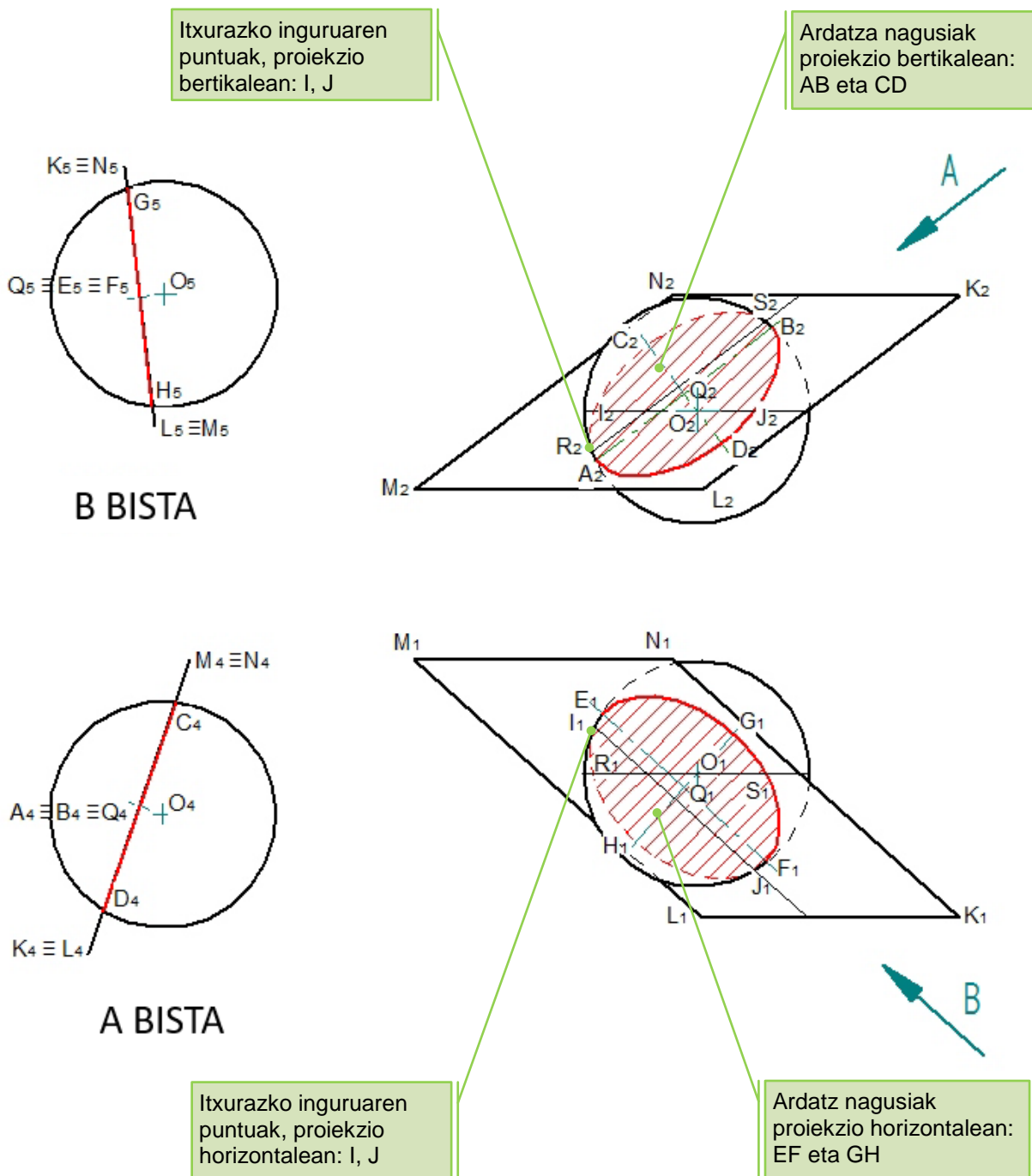
Kono eta zilindroaren kasuetan, muturreko puntuak izango dira sekzioaren puntu adierazgarriak, hau da, proiektio plano bakoitzarekiko punturik hurbilenak eta hurrunenak. 3.9. Irudia.



3.9 Kono baten sekzio lauaren puntu adierazgarriak (Solid Edge bitartez gauzaturiko irudia)

Konoak simetria plano bat izatekotan eta ebaketa planoak, honekiko elkartzut bada, ebaketaren muturreko puntuak, ebaketaren ondoriozko sekzio lauaren konikaren ardatz nagusiak zehaztuko dituzte. 3.9. Irudia.

Esferaren kasuan, sekzioaren ondoriozko zirkunferentzia, oro har, elipse gisa proiektatzen da. Elipse horren ardatz nagusiak zehazten dituzten puntuak izango dira beraz, sekzio lauaren puntu adierazgarriak. Elipsearen zentrutik igarotzen den plano proiektatzailearekiko zuzen paraleloa izango da elipsearen ardatz nagusia eta beste ardatza, elipsearen zentrutik igarotzen den malda goreneko zuzenean egongo da, ardatzak euren artean elkartzut izango direlarik proiektioan. 3.10. Irudia.



3.10. Esfera baten sekzio lauaren puntu adierazgarriak (Solid Edge bitartez gauzaturiko irudia)

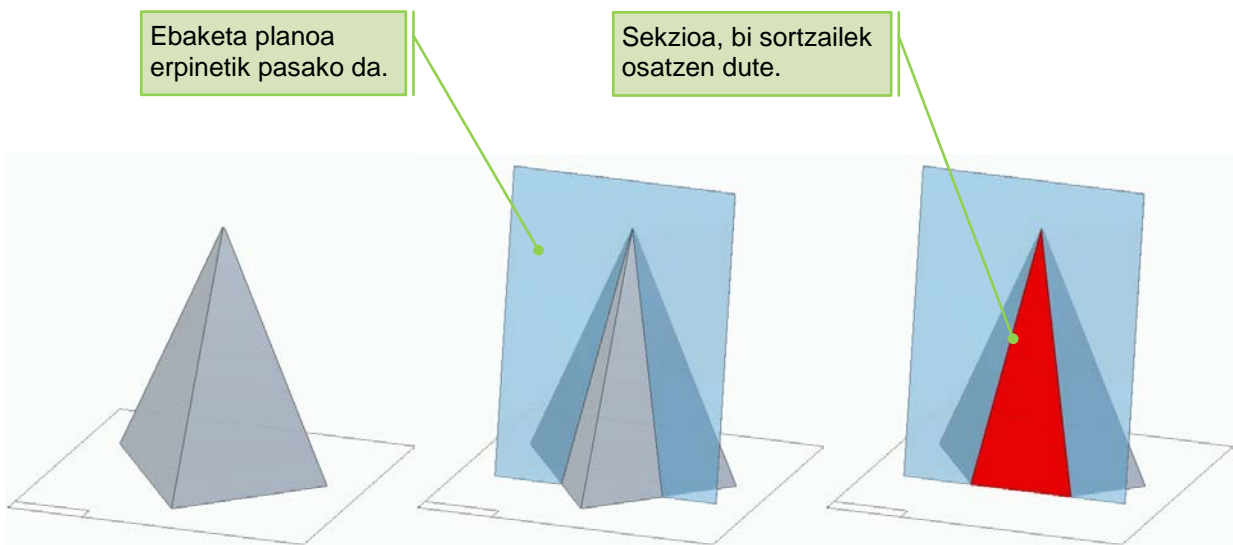
Gainazala osatzen duten kanpoko itxurazko ingurunea definitzen duten sortzaileetan dauden puntuak ere adierazgarriak dira, agerikoa den ebaketaren atala mugatzen bait dute. Itxurazko inguruneko puntu hauetan, ondoriozko sekzioaren kurba, gainazalaren kanpoko itxura zehazten duen sortzailearekiko ukitzaila izango da. 3.9 eta 3.10 irudiak.

### 3.4. SEKZIO LAU BEREZIAK

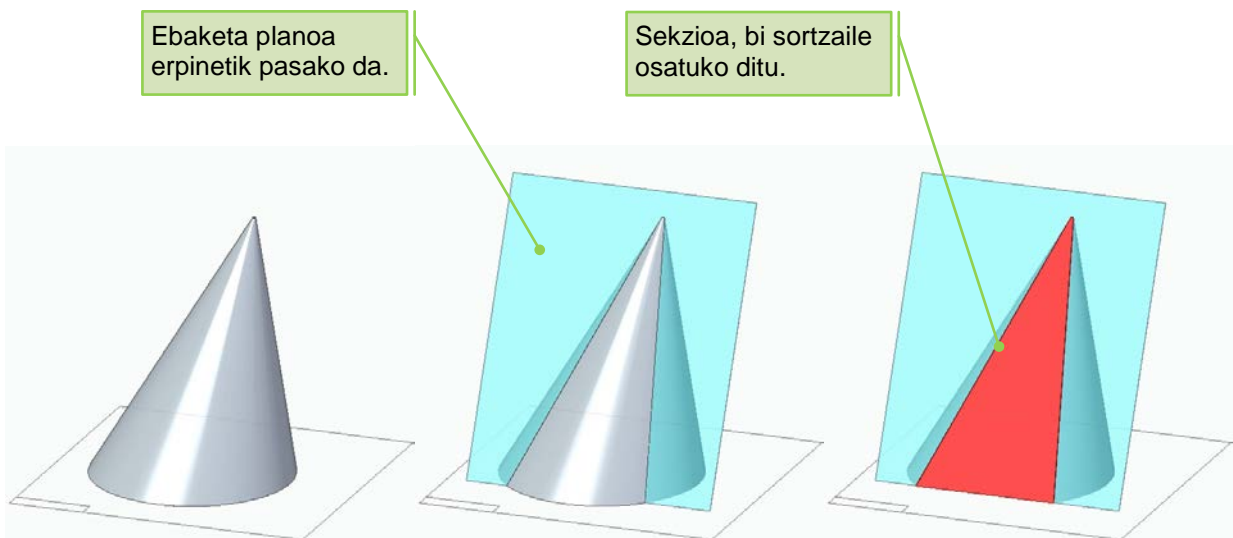
Gainontzeko sekzio orokorretatik bereizten dituzten eta berezko ezaugarriak dituzten ebaketen emaitzak dira, gehienetan, ebaketa planoaren posizio berezien baitan.

#### 3.4.1. GAINAZALAREN ERPINETIK PASATZEN DEN PLANO EBAKITZAILEA

Piramide eta konoaren kasuan, ebaketa planoaren erpinetik pasatzen bada, ondoriozko sekzioa, bi sortzailek osatua egongo da. 3.11, 3.12 eta 3.13 irudiak.



3.11 Piramide baten sekzio lau berezia (Solid Edge bitartez gauzaturiko irudia)

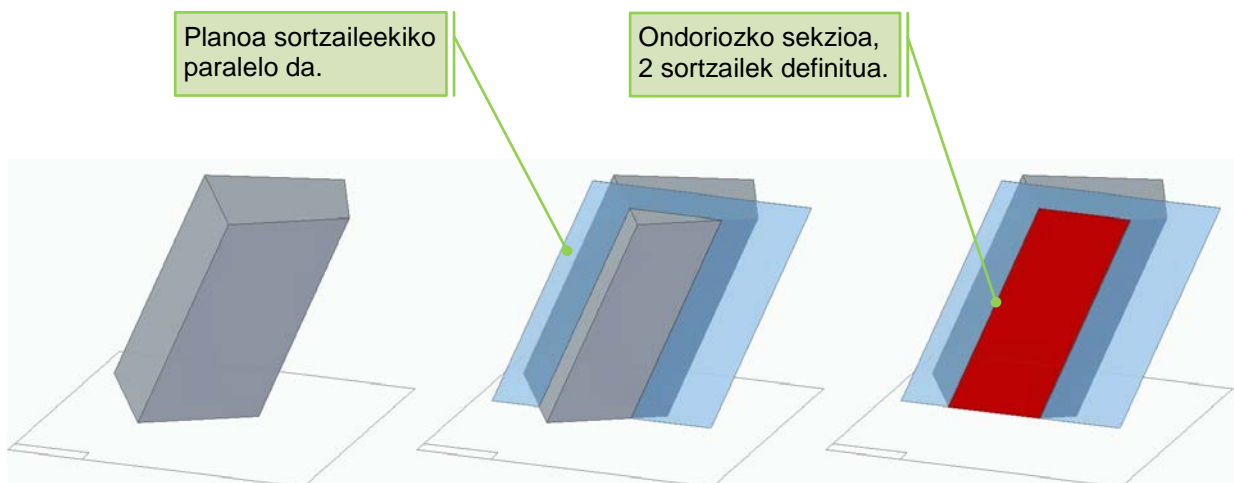


3.12 Kono baten sekzio lau berezia (Solid Edge bitartez gauzaturiko irudia)

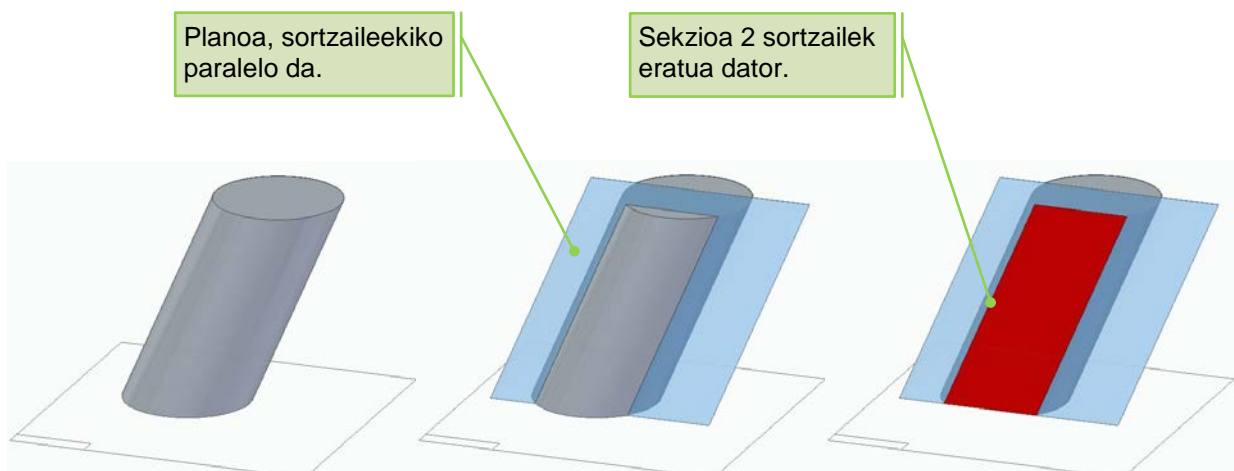


3.13. Iberdrola dorrea. Mintegui. <http://mintegui.blogspot.com.es/2012/07/torre-iberdrola-de-bilbao.html>

Prisma eta zilindroaren kasuetan, erpinik gabeko gainazalak izatean, aurreko kasu berdinean aurkituko gara baldin eta ebaketa planoak, sortzaile edo ertzetikiko paraleloak den kasuetan, zeinak bi sortzailez osaturiko sekzioa zehaztuko duen. 3.14 eta 3.15 irudiak.



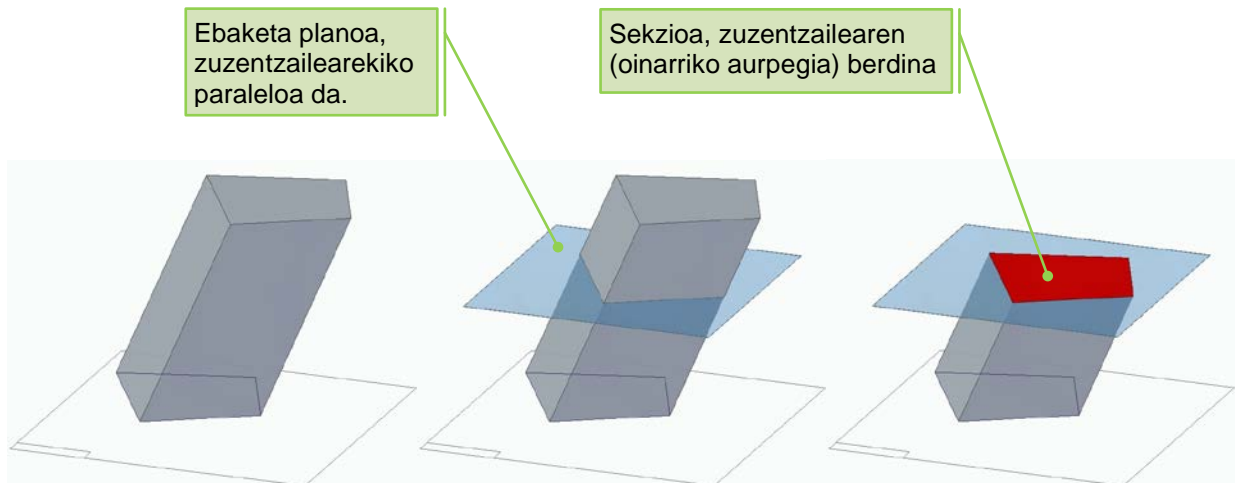
3.14. Prisma baten sekzio lau berezia (Solid Edge bitartez gauzaturiko irudia)



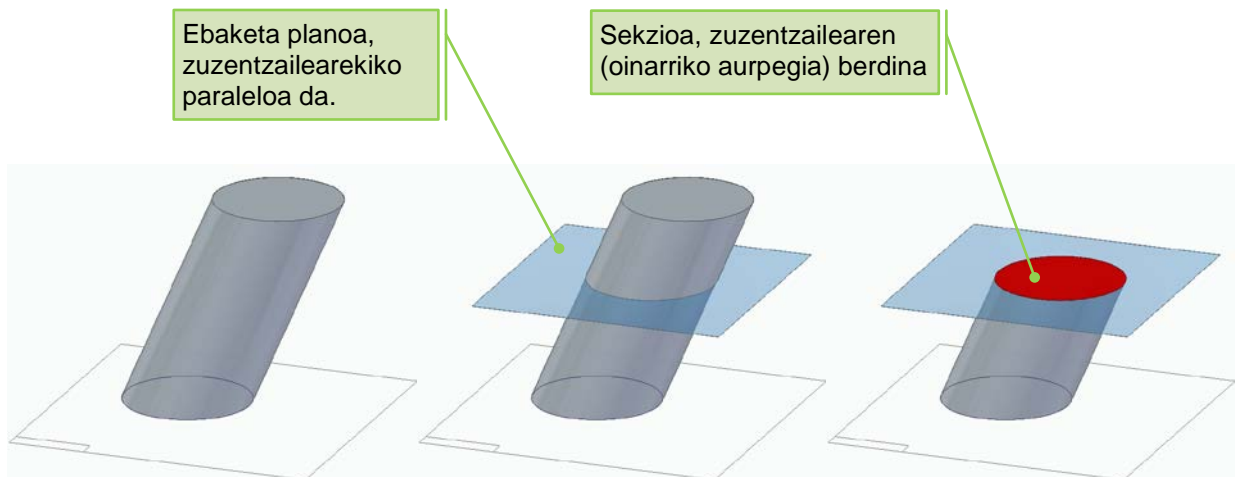
3.15. Zilindro baten sekzio lau berezia (Solid Edge bitartez gauzaturiko irudia)

### 3.4.2. ZUZENTZAILEAREKIKO PARALELO DEN PLANO EBAKITZAILEA

Prisma eta zilindroaren kasuetan, oinarri edo zuzentzailea eta lorturiko sekzioa berdina dira. Zuzentzailearen traslazio zuzenaren emaitza, sekzioa bera definituko luke beraz. 3.16 eta 3.17 irudiak.

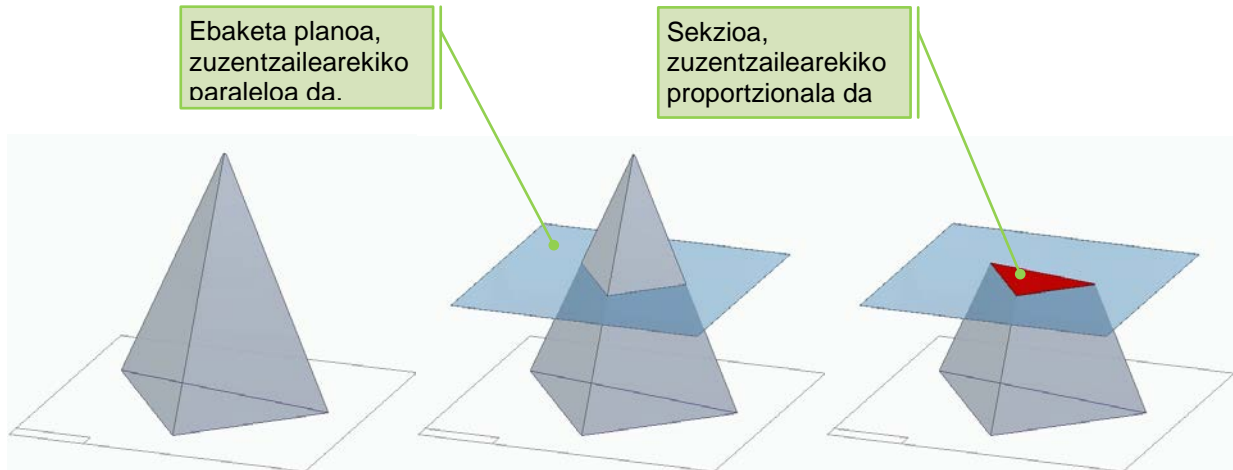


3.16. Prisma baten oinarriarekiko paralelo den plano ebakitzaile baten sekzioa (Solid Edge bitartez gauzaturiko irudia)

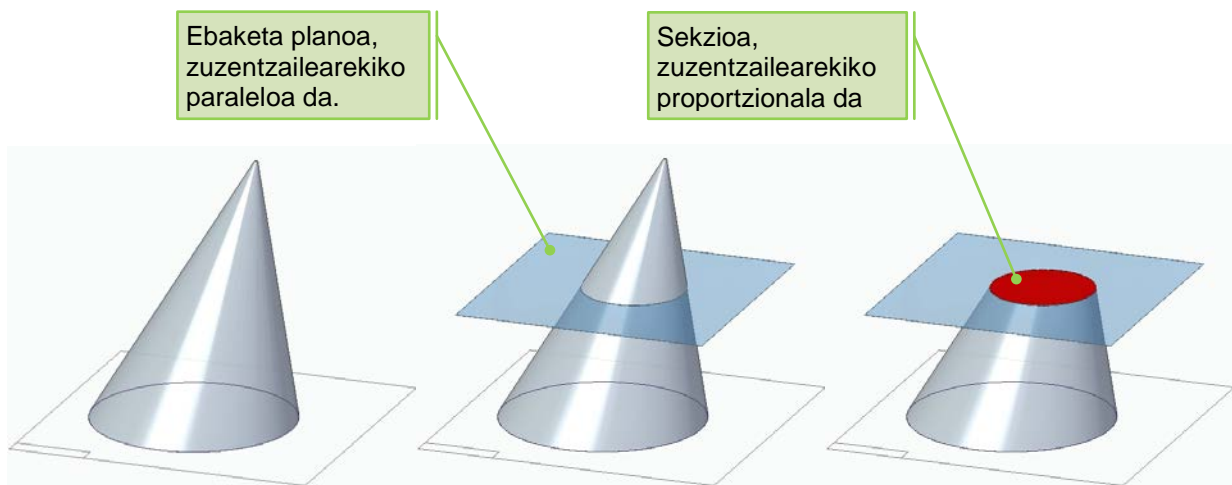


3.17. Zilindro baten oinarriarekiko paralelo den plano ebakitzaile baten sekzioa (Solid Edge bitartez gauzaturiko irudia)

Piramide eta konoaren kasuetan, zuzentzailea eta sekzioa proportzionalak edo baliokide dira. Ondoriozko sekzioaren taxukera beraz, homotecia bidez lortu daiteke, gainazalaren erpina, homoteziaren zentrua izanik. 3.18 eta 3.19 irudiak.



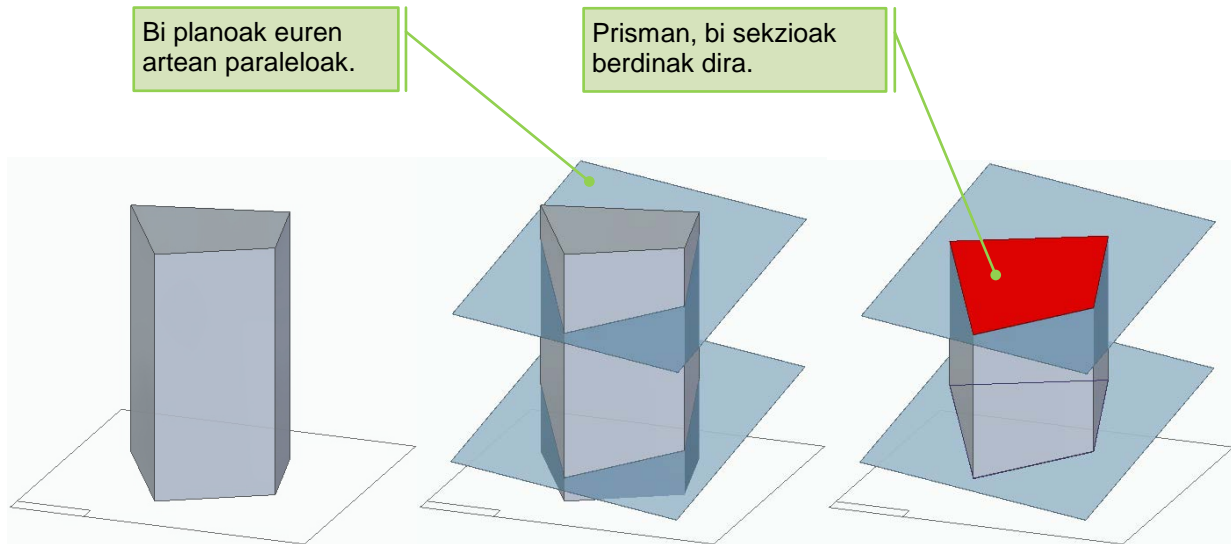
3.18. Bere oinarriarekiko paralelo den plano baten sekzioa piramidean (Solid Edge bitartez gauzaturiko irudia)



3.19. Bere oinarriarekiko paralelo den plano baten sekzioa konoan (Solid Edge bitartez gauzaturiko irudia)

Aipaturikoa ere gerta daiteke, gainazala, euren artean paralelo diren bi planoren bitartez ebakitzen denean, zuzentzailearekiko paralelo ez badira ere. 3.20 irudia.

Prisma eta zilindroaren kasuetan, bi sekzioak euren artean berdinak dira. Piramide eta konoaren kasuetan berriz, bi sekzioak euren artean baliokideak edo proportzionalak dira.

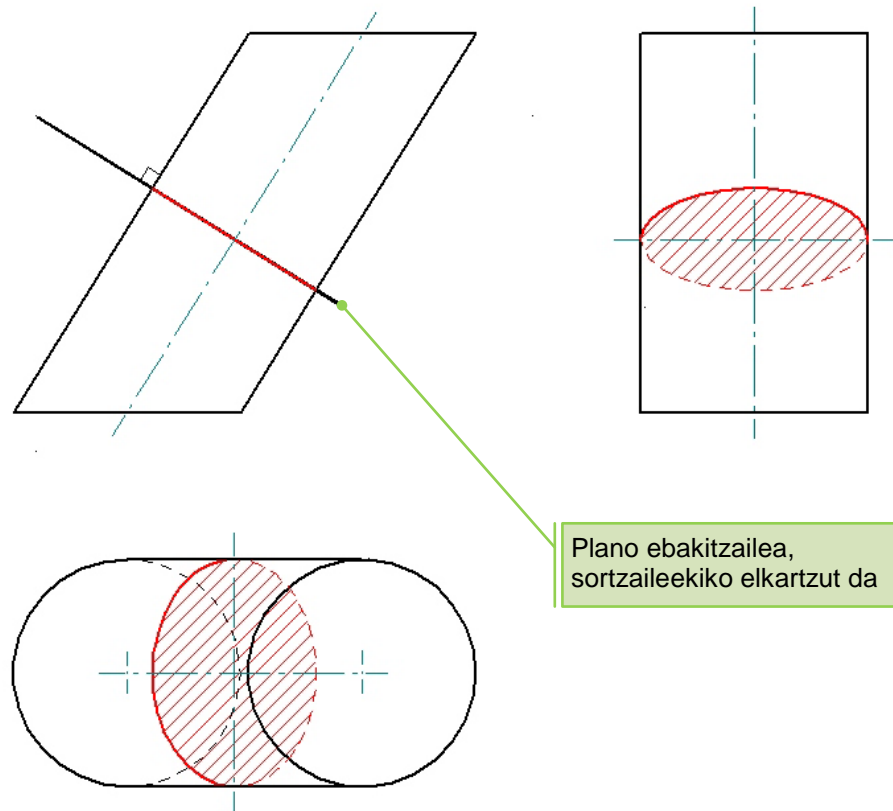


3.20. Prisma baten ebaketa, euren artean paralelo diren bi planoren bitartez (Solid Edge bitartez gauzaturiko irudia)



### 3.4.3. SEKZIO ZUZENA

Prisma naiz zilindroen sortzaileekiko elkartzut diren plano ebakitzaileek sorturiko sekzioari, sekzio zuzena deritze. 3.21 irudia.



3.21. Zilindro baten sekzio zuzena (Solid Edge bitartez gauzaturiko irudia)

Prisma naiz zilindroetako gainazalarekiko sekzio zuzen guztiak berdinak dira, euren artean paraleloak izanik. Ikus 3.20 irudia.

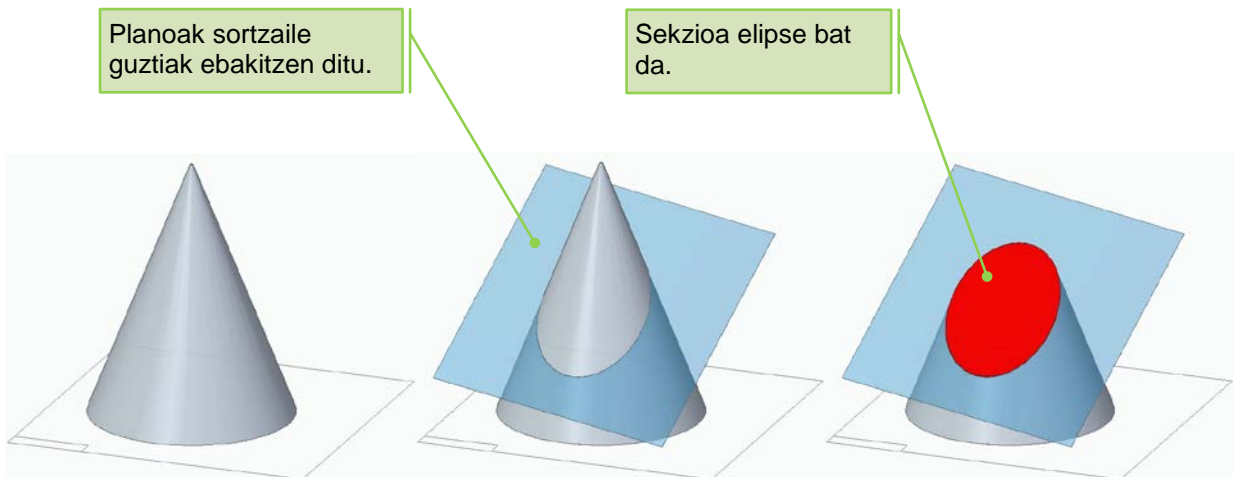
### 3.4.4. KURBA KONIKOAK

Zuzentzaile gisa gainazal erradiatuak dituzten, zirkunferentzia edo elipseak, gainazalarekiko ebaketa planoak konika bat definituko du sekzio gisa. Konika mota, gainazalarekiko ebaketa planoak duen posizioaren baitan egongo da.

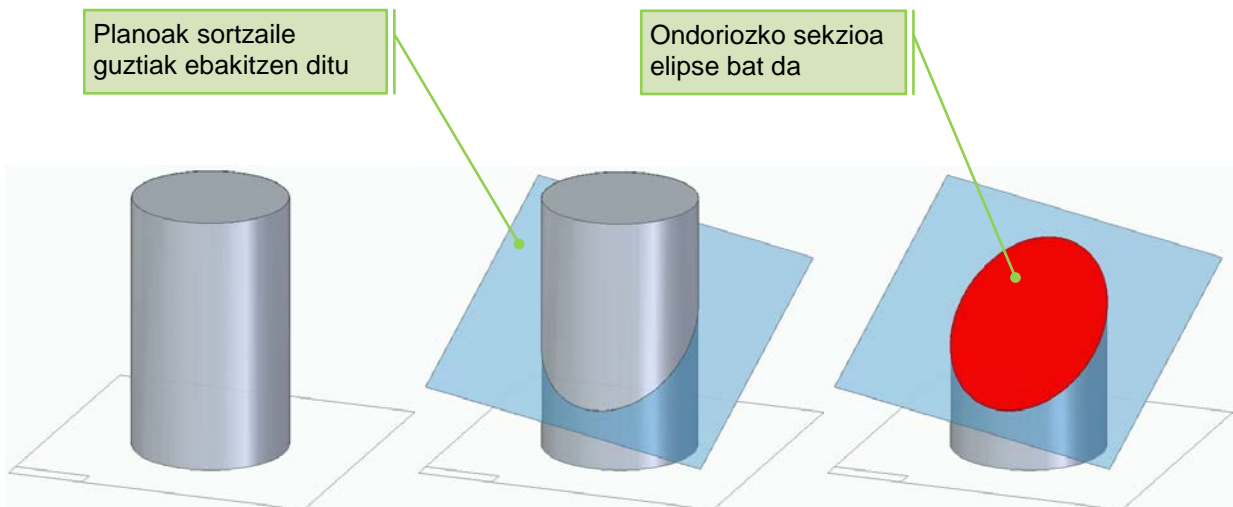
Azterketa hau gainazal koniko eta zilindrikoeri bakarrik aplikatzen zaie, biak hala biak erreboluziozkoak, hots, zuzentzaile zirkularra duten gainazal zuzenak.

## Sekzio Eliptikoa

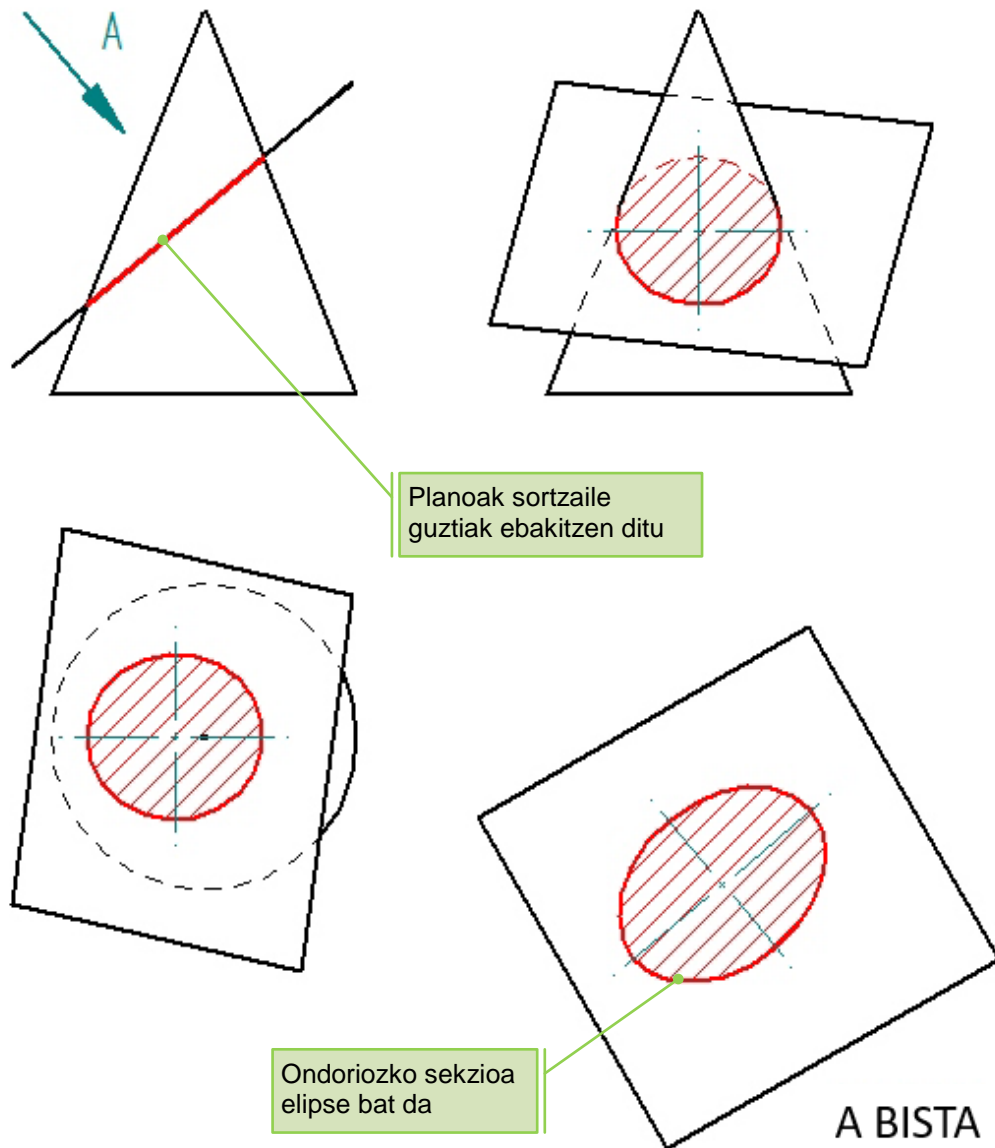
Plano ebakitzaileak gainazala definitzen duten sortzaile guztiak ebakitzean sortzen da sekzio mota hau. Gainazal koniko halanola zilindrikoetan gerta daiteke. 3.22, 3.23 eta 3.24 irudiak.



3.22. Kono baten sortzaile guztien ebaketa, plano baten bidez (Solid Edge bitartez gauzaturiko irudia)



3.23. Zilindro baten sortzaile guztien ebaketa, plano baten bidez. (Solid Edge bitartez gauzaturiko irudia)

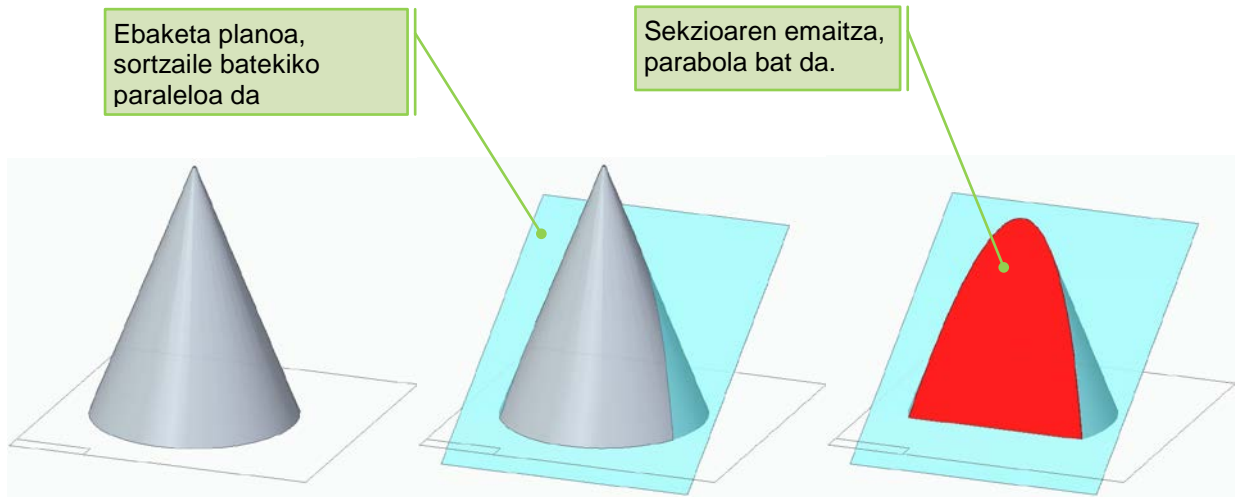


3.24. Ebaketa plano batek, kono baten sortzaile guztiak ebakitzean sorturiko sekzioa (Solid Edge bitartez gauzaturiko irudia)

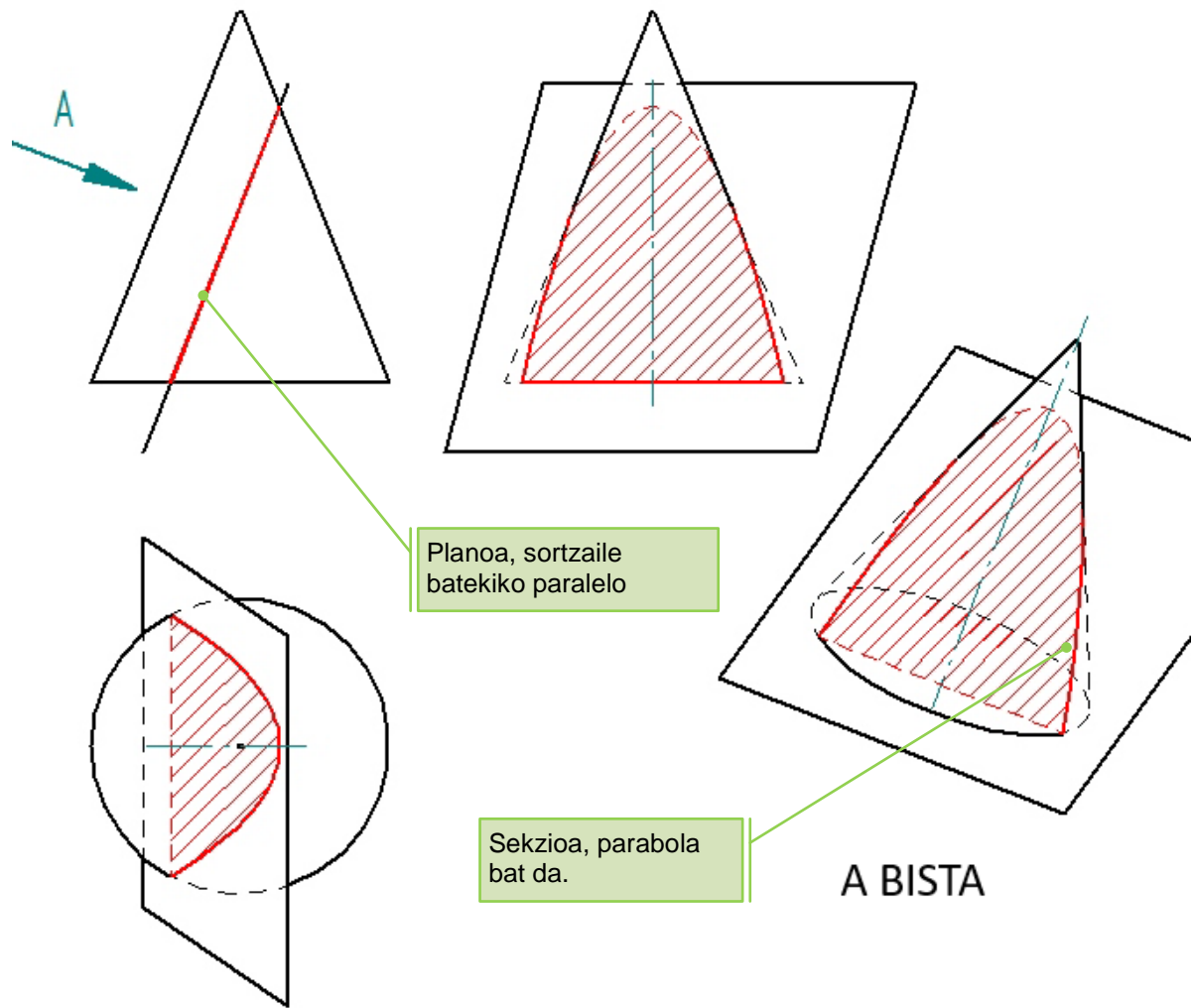
Ebaketa planoak zuzentzailearekiko paralelo denean, sekzioa zirkunferentzia bat da. Ikus 3.17 eta 3.19 irudiak.

## Sekzio parabolikoa

Sekzio mota hau gainazal konikoetan agertuko da, plano ebakitzaila, gainazalaren sortzaileetako batekiko plano paraleloa denean. 3.25 eta 3.26 irudiak.



3.25. Kono baten sortzaileetako bati paralelo den plano batek sorturiko ebaketa (Solid Edge bitartez gauzaturiko irudia)



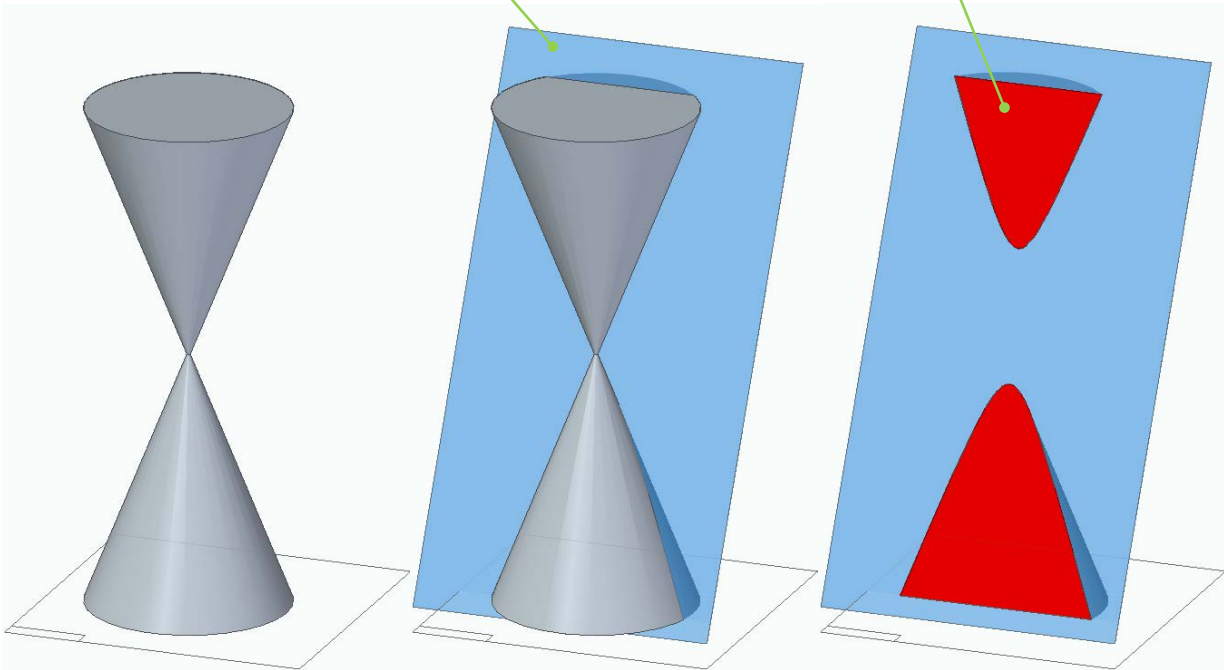
3.26. Kono baten sekzioa, sortzaile bati paralelo den plano baten bitartez (Solid Edge bitartez gauzaturiko irudia)

### Sekzio hiperbolikoa

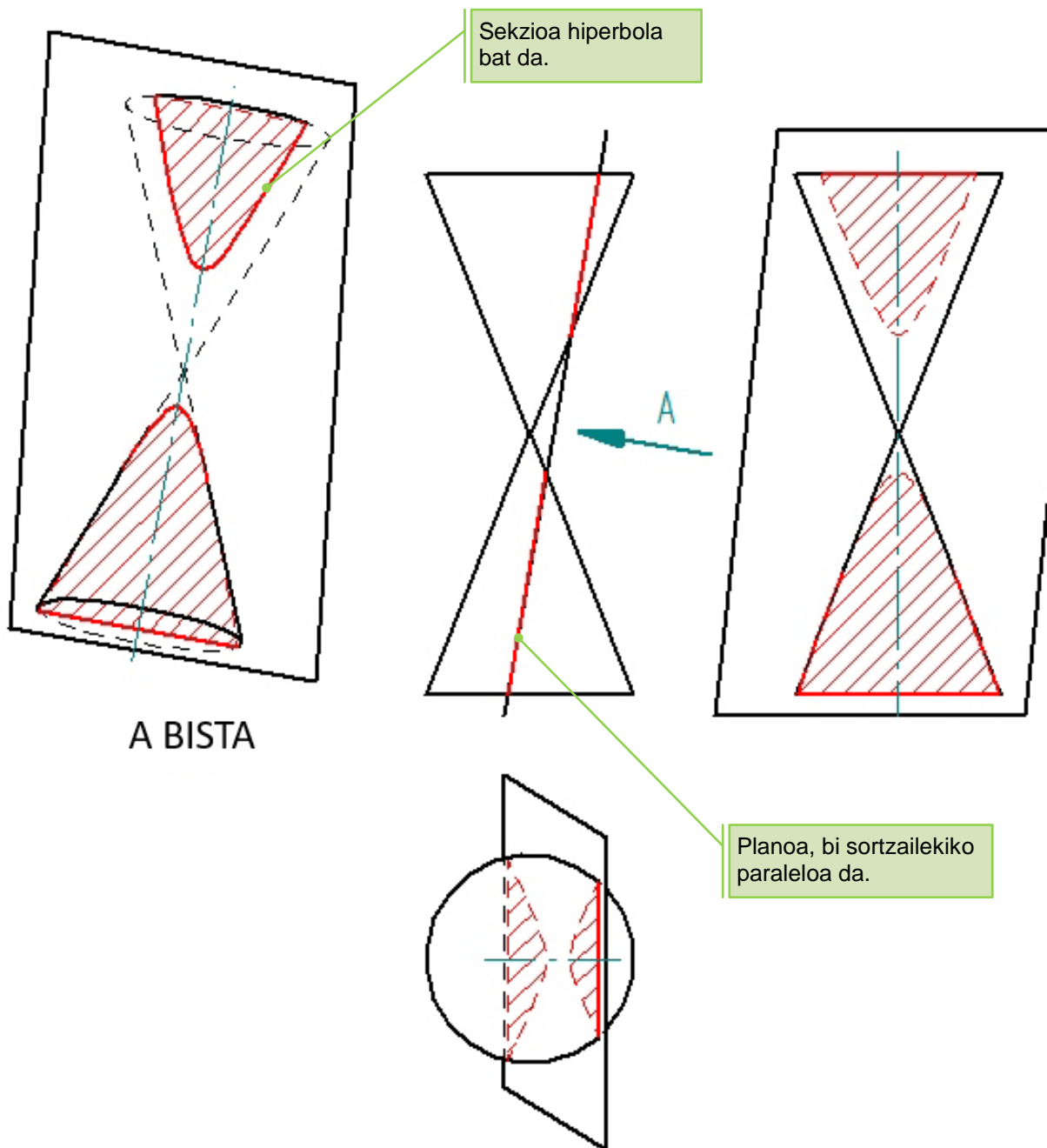
Sekzio mota hau gainazal konikoetan agertuko da, plano ebakitzailea, gainazalaren bi sortzaileeri paraleloa denean. 3.27 eta 3.28 irudiak.

Planoa, bi sortzailekiko paralelo da.

Sekzioa hiperbola bat da.



3.27. Kono baten ebaketa, bi sortzailekiko paralelo den plano baten bidez (Solid Edge bitartez gauzaturiko irudia)



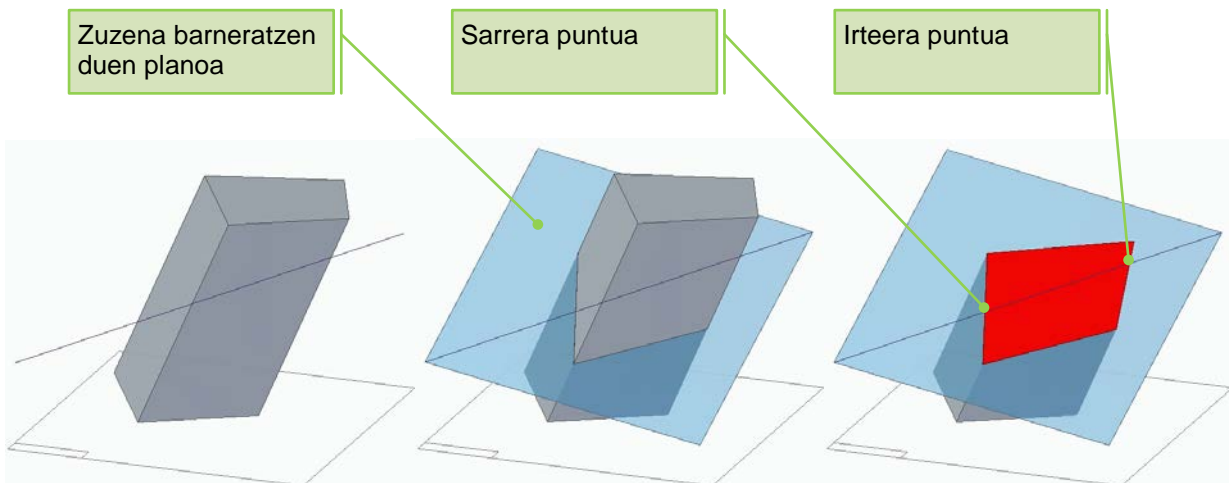
3.28 Irudia. Kono baten ebaketa, bi sortzailekiko paralelo den plano baten bidez (Solid Edge bitartez gauzaturiko irudia)

### 3.5. ZUZEN ETA GAINAZAL BATEN ARTEKO ELKARGUNE EDO INTERSEKZIO PUNTUAK

Zuzen batek gainazal batekiko intersekzio edo elkar-ebakitze puntu bat edo gehiago izan ditzake.

Zuzen baten eta gainazal baten arteko elkargune puntuen zenbateko maximoak, gainazalaren ordena edo maila adierazten dute. Adibidez, plano lehen mailako gainazala da. Gainazal erradiatu ganbilak edo konbexuak, eta gainazal esferikoak bigarren mailakoak liratezke, gainazal koadratikoak ere deituak.

Elkargune puntuak lortzeko prozedura orokorra, emandako zuzena barneratzen duen plano batek gainazalarekin sortzen duen sekzio laua zehaztean datza. Zuzenak eta sekzio lauk amankomunean edo partekatzen dituzten puntuak izango dira aurkitu beharrekoak, emaitza gisa. 3.29 Irudia.



3.29 Irudia. Zuzen baten eta prisma baten arteko elkargunea (Solid Edge bitartez gauzaturiko irudia)

Zuzen batetik pasa daitezkeen plano kopurua mugagabea denez, gainazala ebakitzeko aukeraturiko planoak, era arin eta azkarrean lortu dezakegun plano lagungarri bat izango da, ebaketa lau garbi bat eskainiko diguna. Prisma, piramide edota esferaren kasuan, proiektzio planoekiko elkartut diren plano laguntzaileak izango dira aukeratuak, ikus 3.7 irudia. Zilindro eta konoaren kasuetan, gainazalen erpinetatik pasako diren plano ebakitzaila laguntzaileak aukeratuak ditugu, ikus 3.12 eta 3.15 irudiak.



