3. GAIA: ARIKETA EBATZIAK

1. Kolesterola kontrolatzeko analisien %8-ak emaitza okerrak ematen ditu eta analisia errepikatu behar da.

   a) Analisi bat egiten bada zein da emaitza okerra izatearen probabilitatea?
   b) Zoriz 15 analisi behatzen badira, zein da gutxienez 2 analisi errepikatu behar izatearen probabilitatea?
   c) Zein da 200 analisitan errepikatzea espero diren analisi kopurua?
   d) Egun batean laborategian 50 analisi egin badira, zein da gehienez 3 analisi errepikatzeko probabilitatea?

a) Lehenik eta behin zorizko aldagaia definitu eta honek jarraitzen duen banaketa ipini behar da.

X : 'Emaitza okerreko kolesterol analisia'

$X \sim \text{Binario}(p = 0,08)$

$$P(X = 1) = 0,08^1 \cdot 0,02^0 = \boxed{0,08}$$

b) Kasu honetan, esperimentu binario hainbat alditan errepikatzen da beraz zorizko aldagai berri bat definitu eta honek jarraitzen duen banaketa ipini behar da.

X : 'Emaitza okerreko kolesterol analisi kopurua'

$X \sim B(n = 15, p = 0,08)$

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - \left[\binom{15}{0} \cdot 0,08^0 \cdot 0,92^{15} + \binom{15}{1} \cdot 0,08^1 \cdot 0,92^{14}\right] = \boxed{0,3403}$$

c) Errepikatzea espero diren analisi kopurua kalkulatzeko, batezbestekoa kalkulatu behar da.

$n = 200$

$E(X) = n \cdot p = 200 \cdot 0,08 = \boxed{\text{16 analisi errepikatzea espero dira.}}$

d) Kasu honetan $n = 50 > 30$ izanik eta $p = 0,08 < 0,1$ banaketa binomiala, Poisson-en banaketa batera hurbil daiteke.

X : 'Emaitza okerreko kolesterol analisi kopurua'

$X \sim B(n=50, p=0,08) \cong P(n \cdot p = 4)$

Beraz,

$$P(X \leq 3) = \left[e^{-4} \left(\frac{4^0}{0!} + \frac{4^1}{1!} + \frac{4^2}{2!} + \frac{4^3}{3!} \right) \right] = \boxed{0,4335}$$

2. Ultrasoinu ekipo batekin egindako entseguak eraginkorrak izateko probabilitatea %80-koa da. Suposatuz egindako entseguak elkarrekiko independenteak direla, kalkulatu:

   a) Lehenengo entsegu eraginkorra bostgarren entseguan gertatzearen probabilitatea.
   b) Lehenengo entsegu eraginkorra lortzeko gutxienez lau entsegu egin behar izatearen probabilitatea.
   c) 5 entsegu eraginkor izateko 12 entsegu egin behar izatearen probabilitatea.
   d) 3 entsegu eraginkor izateko gehienez 10 eta gutxienez 7 entsegu egitearen probabilitatea.

a) Lehenik eta behin zorizko aldagaia definitu eta honek jarraitzen duen banaketa ipini behar da.

X : 'Lehenengo entsegu eraginkorra lortu arte egindako entsegu kopurua'

$X \sim G(p=0,8)$

Bostgarren entseguan eraginkorra izan dadin, aurreko lau entseguak ez-eraginkorrak izan behar dira, beraz:

$$P(X=4)=(1-p)^x \cdot p = 0,2^4 \cdot 0,8 = \boxed{0,00128}$$

b) Gutxienez lau entsegu egin behar izatea, gutxienez hiru entsegu ez-eraginkorrak izatea da.

$$P(X \geq 3) = 1-P(X \leq 2) = 1-\left[P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)\right]=$$
$$=1-\left[\left(0,2^0 \cdot 0,8\right)+\left(0,2^1 \cdot 0,8\right)+\left(0,2^2 \cdot 0,8\right)\right]=\boxed{0,008}$$

c) Kasu honetan, zorizko aldagaia aldatu egin behar da eta honek jarraitzen duen banaketa desberdina da; geometriko bat izatetik binomial negatibo bat izatera pasatzen da. Bost entsegu eraginkor izateko 7 ez eraginkorrak izan behar dira.

X : '5 entsegu eraginkor lortu arte egindako entsegu kopurua'

$X \sim BN(n=5, p=0,8)$

$$P(X=7)=\binom{n+x-1}{x} \cdot q^x \cdot p^n = \binom{11}{7} \cdot 0,2^7 \cdot 0,8^5 = \boxed{0,00138}$$

d) Kasu honetan, 3 entsegu eraginkor izateko, entsegu ez eraginkorrak 4 eta 7 artean izan behar dira.

X : '3 entsegu eraginkor lortu arte egindako entsegu kopurua'

$X \sim BN(n=3, p=0,8)$

$$P(4 \leq X \leq 7) = P(X \leq 7) - P(X \leq 4) = P(X=5) + P(X=6) + P(X=7)$$

$$P(4 \leq X \leq 7) = \binom{7}{5} \cdot 0,2^5 \cdot 0,8^3 + \binom{8}{6} \cdot 0,2^6 \cdot 0,8^3 + \binom{9}{7} \cdot 0,2^7 \cdot 0,8^3 = \boxed{0,00459}$$

3. Fusibleak ekoizten dituen enpresa elektriko batean fusibleak akastunak izateko probabilitatea 0,2 izanik. Bezero batek 15 fusible erosten ditu, baina horietatik 5 bakarrik erabili behar ditu.

   a) Zein izango da 5 fusible horietatik gehienez 2 akastunak izateko probabilitatea?
   b) Zein izango da 5 fusible horietan akastunak izatea espero diren fusible kopurua?
   c) Beste bezero batek 200 fusibleko kaxa bat erosi du horietatik 10 erabiltzeko. Kasu honetan zein izango da 10 fusible horietatik gehienez 2 akastunak izateko probabilitatea?

a) Lehenik eta behin zorizko aldagaia definitu eta honek jarraitzen duen banaketa ipini behar da

X : 'Akastunak diren fusible kopurua'

$X \sim H(N=15, n=5, p=0,2)$

$$P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) = \frac{\binom{3}{0}\binom{12}{5} + \binom{3}{1}\binom{12}{4} + \binom{3}{2}\binom{12}{3}}{\binom{15}{5}} = \boxed{0,9780}$$

b) Akastunak izatea espero diren fusible kopurua kalkulatzeko, batezbestekoa kalkulatu behar da.

$n = 5; \ p = 0,2$

$E(X) = n \cdot p = 5 \cdot 0,2 = 1.$ $\boxed{\text{Fusibleetako bat akastuna izatea espero da.}}$

c) Kasu honetan $N = 200$ eta $n = 10$ izanik, eta $N > 10 \cdot n$, betetzen da beraz banaketa hipergeometrikoa, binomial batera hurbil daiteke.

X : 'Akastunak diren fusible kopurua'

$X \sim H(N=200, n=10, p=0,2) \cong B(n=10, p=0,2)$

$P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)$

$$P(X \leq 2) = \binom{10}{0} \cdot 0,2^0 \cdot 0,8^{10} + \binom{10}{1} \cdot 0,2^1 \cdot 0,8^9 + \binom{10}{2} \cdot 0,2^2 \cdot 0,8^8 = \boxed{0,6778}$$

4. Edinburgoko artile fabrika batean, ekoiztutako oihalaren 5 metroko akats bat agertzen da. Oihalean agertutako akats kopurua Poisson-en banaketa bat jarraitzen duela jakinik. Kalkulatu:

   a) Artilez egineko oihalaren bost metro erosten badira, bi akats baina gehiago egoteko probabilitatea
   b) "Kilt" izeneko 15 gona egiteko, 50 metro oihal erosten badira, zazpi akats aurkitzeko probabilitatea.

a) Lehenik eta behin zorizko aldagaia definitu eta honek jarraitzen duen banaketa ipini behar da.

X : 'Artilezko oihalaren bost metrotan dagoen akats kopurua'

$X \sim P(\lambda = 1)$

$$P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - \left[e^{-1} \left(\frac{1^0}{0!} + \frac{1^1}{1!} + \frac{1^2}{2!} \right) \right] = \boxed{0{,}0803}$$

b) Kasu honetan λ parametro berri bat kalkulatu behar da. Zorizko aldagaia orain aldatu egin da eta. Bost metro eduki beharrean 50 metro daude beraz, λ parametroa linealki aldatuko da.

X : 'Artilezko oihalaren 50 metrotan dagoen akats kopurua'

$X \sim P(\lambda = 1 \cdot 10)$

$$P(X = 7) = \frac{e^{-10} \cdot 10^7}{7!} = \boxed{0{,}0901}$$