3. GAIA. MEKANISMO PLANOEN AZTERKETA ZINEMATIKOA

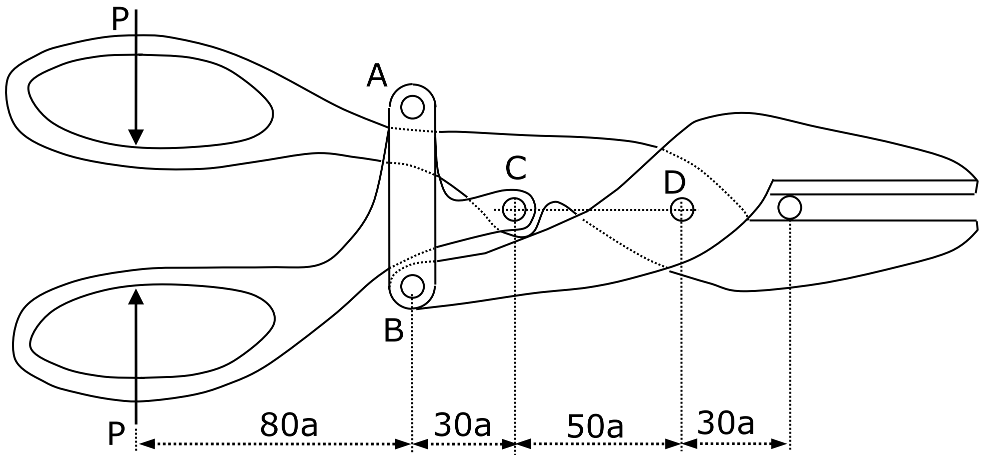
3.1 PROBLEMA 3.1

3.1.1 ENUNTZIATUA

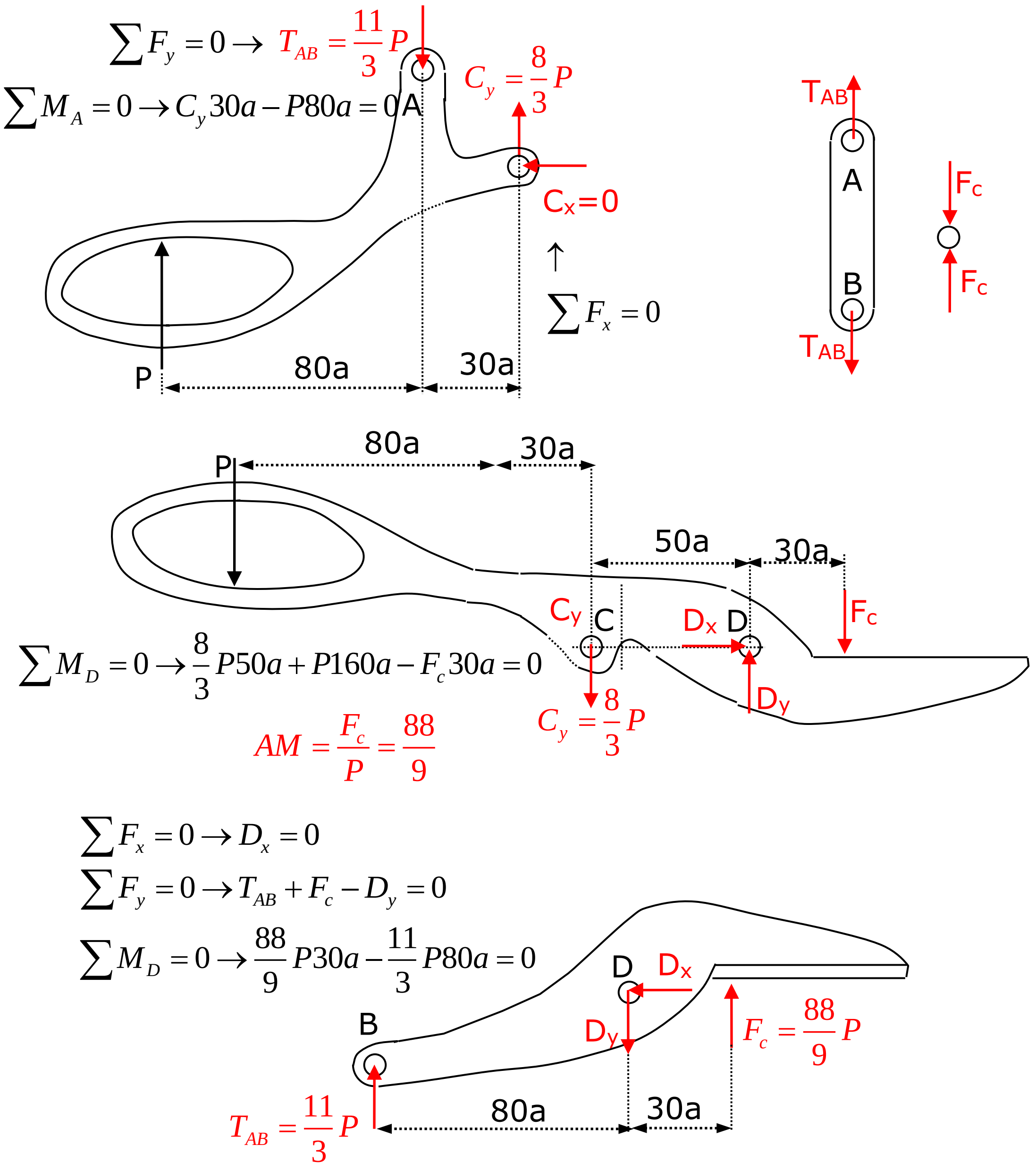
Irudiko guraizeak erabili ohi dira ebakitze-indarrak handiak direnen kasuetan.

a) Kalkulatu guraizeen abantaila mekanikoa.

b) P=150 N-eko konpresio-indarra egiten bada, zenbatekoa da ebakitze-indarra D puntutik 30 mm-ra kokatutako puntuan?



3.1.2 EBAZPENA



$$\sum F_y = 0 \rightarrow T_{AB} = \frac{11}{3}P$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow C_y 30a - P80a = 0$$

$$C_y = \frac{8}{3}P$$

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum M_D = 0 \rightarrow \frac{8}{3}P50a + P160a - F_c 30a = 0$$

$$C_y = \frac{8}{3}P$$

$$AM = \frac{F_c}{P} = \frac{88}{9}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow D_x = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow T_{AB} + F_c - D_y = 0$$

$$\sum M_D = 0 \rightarrow \frac{88}{9}P30a - \frac{11}{3}P80a = 0$$

$$F_c = \frac{88}{9}P$$

$$T_{AB} = \frac{11}{3}P$$

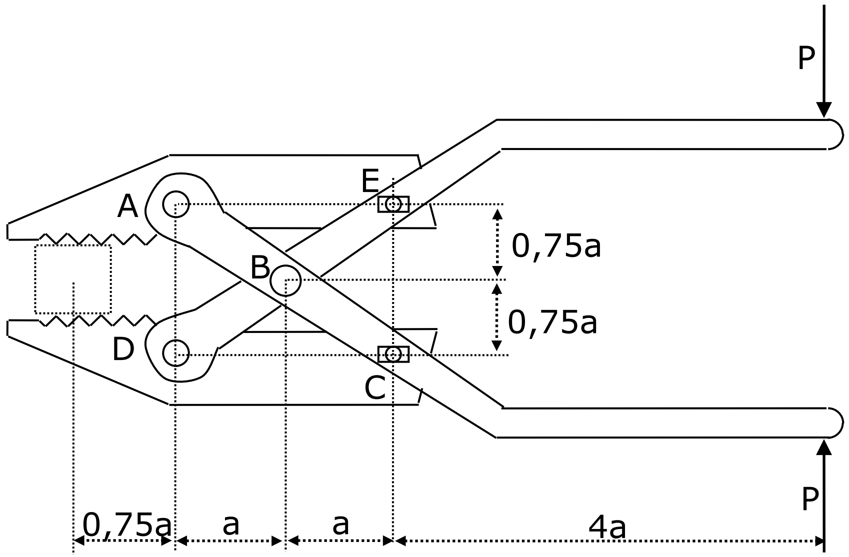
b) P = 150 N -> $F_c = \frac{88}{9}150$ -> Fc = 1467 N

Azalpena: Mekanismoaren elementuz elementu solido askearen diagramak irudikatuz eta estatiko ekuazioak planteatuz, irteerako indarraren eta sarrerako indarraren arteko erlazioa, hau da, abantaila mekanikoa lortzen da.

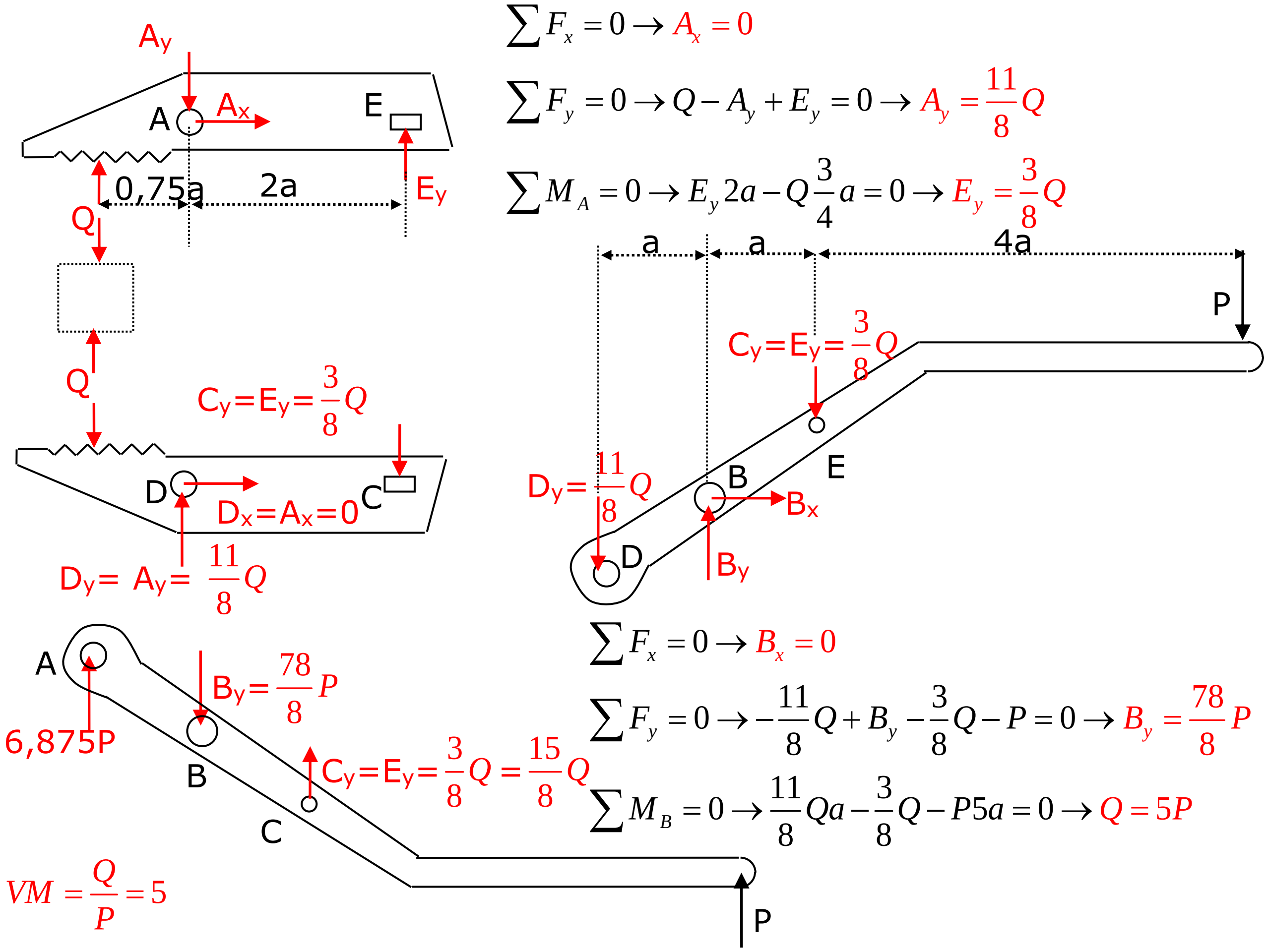
3.2 PROBLEMA 3.2

3.2.1 ENUNTZIATUA

Irudiko mekanismoan irudiko aldiunean E eta C marruskadurarik ez dagoela kontuan hartuz, kalkulatu mekanismoaren abantaila mekanikoa.



3.2.2 EBAZPENA



$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow Q - A_y + E_y = 0 \rightarrow A_y = \frac{11}{8}Q$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow E_y 2a - Q\frac{3}{4}a = 0 \rightarrow E_y = \frac{3}{8}Q$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow B_x = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow -\frac{11}{8}Q + B_y - \frac{3}{8}Q - P = 0 \rightarrow B_y = \frac{78}{8}P$$

$$\sum M_B = 0 \rightarrow \frac{11}{8}Qa - \frac{3}{8}Q - P5a = 0 \rightarrow Q = 5P$$

$$VM = \frac{Q}{P} = 5$$

Azalpena: Mekanismoaren elementuz elementu solido askearen diagramak irudikatuz eta estatiko ekuazioak planteatuz, irteerako indarraren eta sarrerako indarraren arteko erlazioa, hau da, abantaila mekanikoa lortzen da.

3.3 PROBLEMA 3.3

3.3.1 ENUNTZIATUA

$L\sqrt{3}$ luzerako AB barrak, *L* luzerako BC barrak eta $2L\sqrt{3}/3$ aldeko CDE triangelu aldekideak irudiko mekanismoa osatzen dute. AB barrak ω abiadura angeluar konstantez biratzen du.

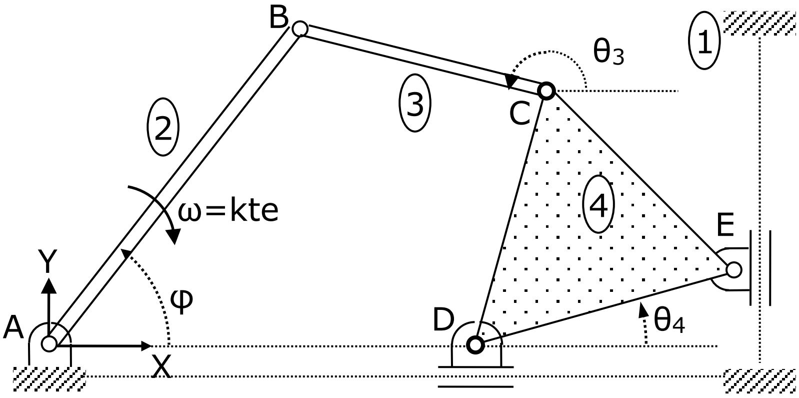
a) Planteatu kokapen-problema, φ aldagai independentea eta θ_3 eta θ_4 aldagai ezezagunak direla jakinik. Oharra: φ = 60º denean θ_3 = 150º eta θ_4 = 60º kokapen-problemaren soluzioak dira.

b) Matrize jakobianoa kalkulatu

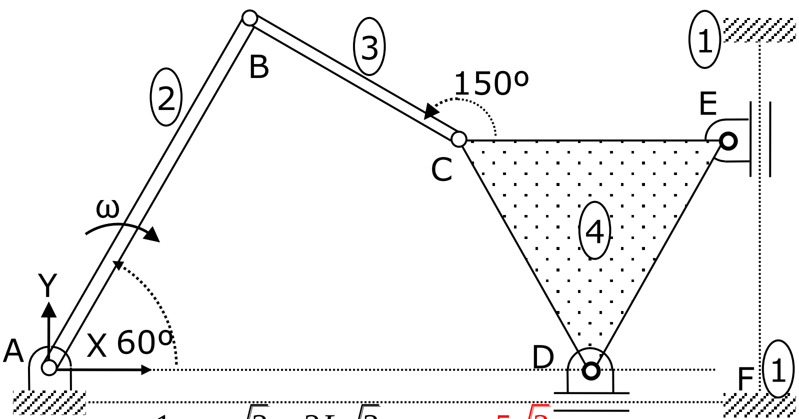
c) Abiadura-problema planteatu

d) Azelerazio-problema planteatu

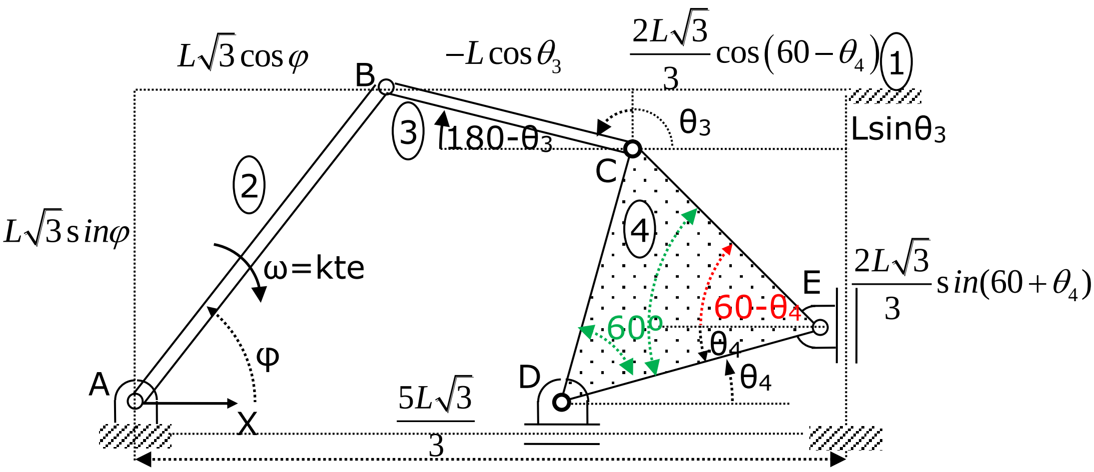
e) φ = 60º, θ_3 = 150º, θ_4 = 60º eta AB barrak erlojuaren orratzen aldeko ω abiadura angeluar konstantez biratzen duenean, kalkulatu abiadura eta azelerazio angeluarrak, bai 3. elementuarentzat, bai 4. elementuarentzat.



3.3.2 EBAZPENA



$$L\sqrt{3}\frac{1}{2}+L\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{2L\sqrt{3}}{3}=\overline{EF}=\frac{5\sqrt{3}}{3}L$$



a)
$$f_1(\theta_3,\theta_4)=L\sqrt{3}\cos\varphi-L\cos\theta_3+\frac{2L\sqrt{3}}{3}\cos(60-\theta_4)-\frac{5L\sqrt{3}}{3}=0$$
$$f_2(\theta_3,\theta_4)=L\sqrt{3}sin\varphi-Lsin\theta_3-\frac{2L\sqrt{3}}{3}sin(60+\theta_4)=0$$

b) $$Z=\begin{bmatrix}\frac{\partial f_1}{\partial\theta_3} & \frac{\partial f_1}{\partial\theta_4}\\ \frac{\partial f_2}{\partial\theta_3} & \frac{\partial f_2}{\partial\theta_4}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}Lsin\theta_3 & \frac{2L\sqrt{3}}{3}sin(60-\theta_4)\\ -Lcos\theta_3 & -\frac{2L\sqrt{3}}{3}\cos(60+\theta_4)\end{bmatrix}$$

c) $$[Z]\begin{Bmatrix}\dot\theta_3\\ \dot\theta_4\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}L\sqrt{3}sin\varphi\cdot\dot\varphi\\ -L\sqrt{3}cos\varphi\cdot\dot\varphi\end{Bmatrix}$$

d) $$[Z]\begin{Bmatrix}\ddot\theta_3\\ \ddot\theta_4\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}L\sqrt{3}cos\varphi\dot\varphi^2+L\sqrt{3}sin\varphi\ddot\varphi-L\cos\theta_3\dot\theta_3^2+2L\frac{\sqrt{3}}{3}\cos(60-\theta_4)\dot\theta_4^2\\ L\sqrt{3}sin\varphi\dot\varphi^2-L\sqrt{3}cos\varphi\ddot\varphi-Lsin\theta_3\dot\theta_3^2-2L\frac{\sqrt{3}}{3}sin(60+\theta_4)\dot\theta_4^2\end{Bmatrix}$$

e) $\overrightarrow{\omega_3}=3\omega\left(\overrightarrow{-k}\right)$, $\overrightarrow{\omega_4}=6\omega\left(\vec{k}\right)$ $\overrightarrow{\alpha_3}=58\sqrt{3}\omega^2\left(\vec{k}\right)$, $\overrightarrow{\alpha_4}=126\sqrt{3}\omega^2\left(\overrightarrow{-k}\right)$

Azalpena: Askatasun maila bakarreko mekanismoa denez, aldagai independente bakar batekin definitua geratzen da mekanismoaren posizioa. Zirkuitu bakarreko mekanismoa da. Aldiune zehatz bati dagokion posizioa ezagutzen da. Kokapen problemako bi ekuazio ez linealeko sistema bat sortzen da. Abiadurako eta azelerazioko problemei lotutako ekuazio-sistema linealak dira eta matrize jakobianoaren bidez adieraz daitezke. Posizioa ezaguna den aldiune zehatz batean ebatzi dira abiadura-problema eta azelerazio-problema eta 2.2 problemaren emaitz bera lortu da.

3.4 PROBLEMA 3.4

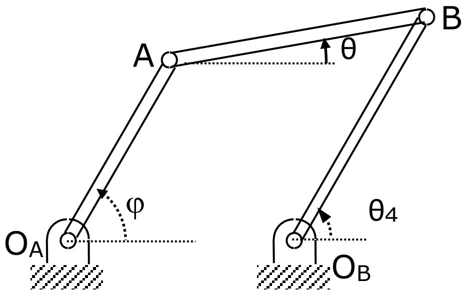
3.4.1 ENUNTZIATUA

Irudiko lauki giltzatuarentzat honako datuak ezagunak dira.

- Barren luzerak: $\overline{O_A A}=L$, $\overline{AB}=L\sqrt{3}$, $\overline{O_B B}=2L$, $\overline{O_A O_B}=L$
- Koordenatu orokorra edo koordenatu independentea: φ
- Koordenatu dependenteak edo ezezagunak: θ_3, θ_4
- $\overline{O_A A}=L$ barraren abiadura angeluarra $\dot{\varphi}=\omega$ konstantea erlojuaren orratzen kontrakoa.

Honakoa eskatzen da:

1) Esan mekanismoak Grashoff legea betetzen duen
2) Irudiko aldiunean φ = 60º izanik kokapen-problema ebatzi trigonometria erabiliz eta kokapen-problemako ekuazioak planteatu gabe.
3) Planteatu kokapen-problemako ekuazioak φ, θ_3, eta θ_4 erabiliz eta baieztatu φ = 60º denean ekuazioak betetzen direla.
4) Matrize Jakobianoa kalkulatu.
5) Irudiko aldiunean φ = 60º izanik, kalkulatu AB eta O_BB barren abiadura angeluarrak.
6) Irudiko aldiunean φ = 60º izanik, kalkulatu AB eta O_BB barren azelerazio angeluarrak.



3.4.2 EBAZPENA

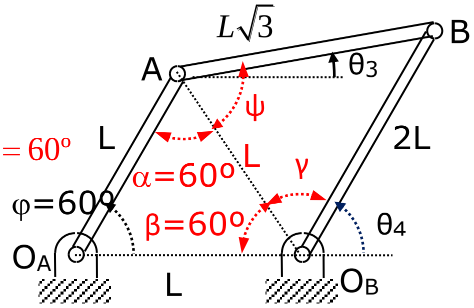
1) $a+d=L+2L=3L>b+c=L+L\sqrt{3}$ -> Ez da betetzen Grashoff legea

2)

$$\frac{L}{sin\alpha}=\frac{L}{sin\beta}\rightarrow\alpha=\beta$$

$$60+2\alpha=180\rightarrow\alpha=\beta=60^o$$

$$\overline{O_BA}=L$$



$$\left(L\sqrt{3}\right)^2=L^2+\left(2L\right)^2-2L\left(2L\right)\cos\gamma->\cos\gamma=\frac{1}{2}->\gamma=60^o$$

$$\beta+\gamma+\theta_4=180^o\rightarrow\theta_4=60^o$$

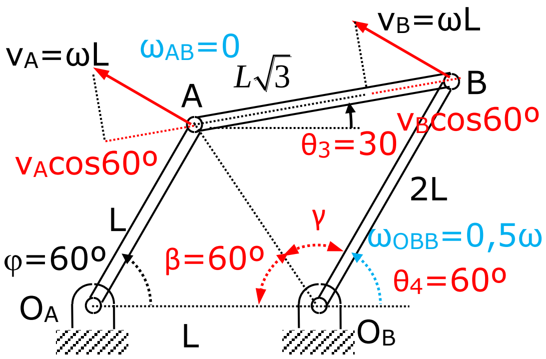
$$\frac{L\sqrt{3}}{sin60^o}=\frac{2L}{sin\psi}\rightarrow\psi=90^o\rightarrow\theta_3=30^o$$

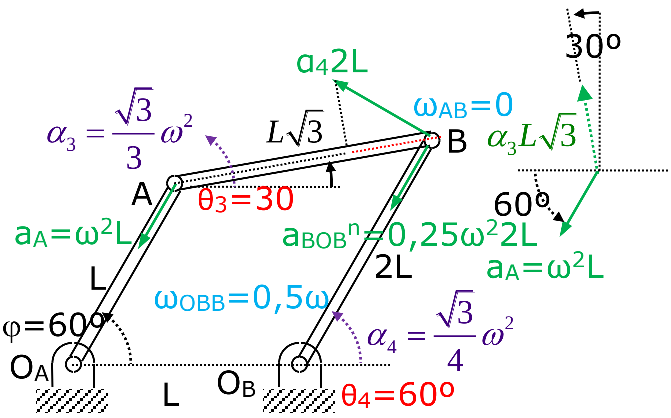
3)
$$\begin{matrix} f_1\left(\theta_3,\theta_4\right)=L\sqrt{3}\cos\theta_3-2L\cos\theta_4-L+L\cos\varphi=0 \\ f_2\left(\theta_3,\theta_4\right)=L\sqrt{3}\,sin\theta_3-2L\,sin\theta_4+Lsin\varphi=0 \end{matrix} -> \boxed{\begin{matrix} f_1\left(\theta_3=30^o,\theta_4=60^o\right)=0 \\ f_2\left(\theta_3=30^o,\theta_4=60^o\right)=0 \end{matrix}}$$

4)
$$Z=\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial\theta_3} & \frac{\partial f_1}{\partial\theta_4} \\ \frac{\partial f_2}{\partial\theta_3} & \frac{\partial f_2}{\partial\theta_4} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -L\sqrt{3}sin\theta_3 & -2L(-sin\theta_4) \\ L\sqrt{3}cos\theta_3 & -2Lcos\theta_4 \end{bmatrix}$$

5)
$$\left[Z\right]\begin{Bmatrix} \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} Lsin\varphi\cdot\dot{\varphi} \\ -Lcos\varphi\cdot\dot{\varphi} \end{Bmatrix} -> \boxed{\dot{\theta}_3=0}\ \boxed{\dot{\theta}_4=\frac{\omega}{2}}$$

6)



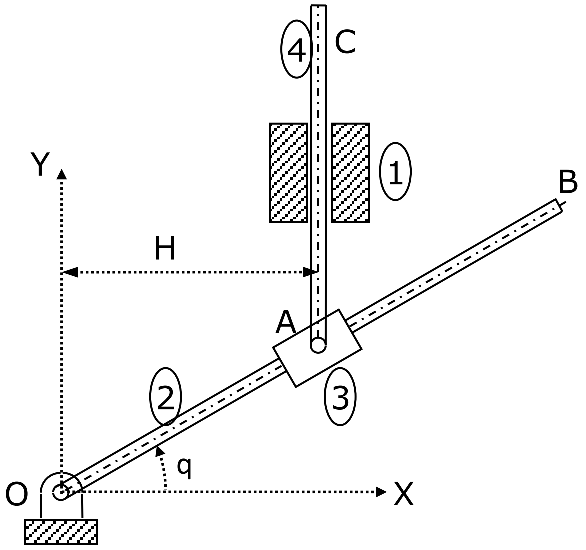


Azalpena: Lauki giltzatuan sarrerako elementuaren behin finkatuta beste elementuen kokapenak trigonometriaren bidez lor daitezke, sinu eta kosinu teoremak erabiliz gero.

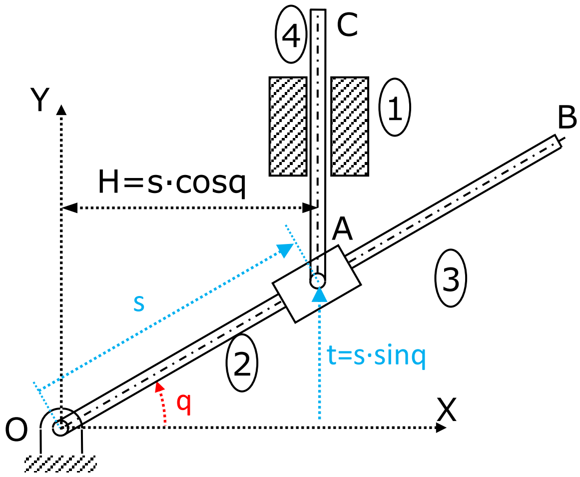
3.5 PROBLEMA 3.5

3.5.1 ENUNTZIATUA

Irudiko mekanismoarentzat kokapen-problema, abiadura-problema eta azelerazio-problema planteatu behar dira, q, $\dot{q}$, $\ddot{q}$ ezagunak direla kontuan hartuz.
Ebatzi hiru problemak q = 30º, eta $\dot{q}$ = 1 rad·s^{-1} konstante izanik.



3.5.2 EBAZPENA



KOKAPEN-PROBLEMA		
PLANTEAMENDUA	EBAZPENA (q =30º)	
$f_1(s,t) = s\cdot\cos q - H = 0$ $f_2(s,t) = s\cdot\sin q - t = 0$	$\boxed{s = \frac{2\sqrt{3}}{3}H}$	$\boxed{t = \frac{\sqrt{3}}{3}H}$
ABIADURa-PROBLEMA		
PLANTEAMENDUA	EBAZPENA ($\dot{q}$ = 1 rad·s^{-1})	
$[Z]\begin{Bmatrix}\dot{s}\\ \dot{t}\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} s\cdot\sin q\cdot\dot{q} \\ -s\cdot\cos q\cdot\dot{q}\end{Bmatrix}$	$\boxed{\dot{s} = \frac{2}{3}H}$	$\boxed{\dot{t} = \frac{4}{3}H}$
AZELERAZIO-PROBLEMA		
PLANTEAMENDUA	EBAZPENA ($\ddot{q}$ = 0 rad·s^{-2})	
$[Z]\begin{Bmatrix}\ddot{s}\\ \ddot{t}\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2\dot{s}\cdot\dot{q}\cdot\sin q + \dot{q}^2 s\cdot\cos q + \ddot{q}\cdot s\cdot\sin q \\ -2\dot{s}\cdot\dot{q}\cdot\cos q + \dot{q}^2 s\cdot\sin q - \ddot{q}\cdot s\cdot\cos q\end{Bmatrix}$	$\boxed{\ddot{s} = \frac{10\sqrt{3}}{9}H}$	$\boxed{\ddot{t} = \frac{8\sqrt{3}}{9}H}$

non matrize jakobianoa $[Z] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial s} & \frac{\partial f_1}{\partial t} \\ \frac{\partial f_2}{\partial s} & \frac{\partial f_2}{\partial t} \end{bmatrix}$ $[Z] = \begin{bmatrix} \cos q & 0 \\ \sin q & -1 \end{bmatrix}$ den

Azalpena: Askatasun maila bakarreko mekanismoa denez, aldagai independente bakar batekin definitua geratzen da mekanismoaren posizioa. Zirkuitu bakarreko mekanismoa da. Aldiune zehatz bati dagokion posizioa ezagutzen da. Kokapen-problemako bi ekuazio ez linealeko sistema bat sortzen da. Abiadurako eta azelerazioko problemei lotutako ekuazio-sistema linealak dira eta matrize jakobianoaren bidez adieraz daitezke. Posizioa ezaguna den aldiune zehatz batean ebatzi dira abiadura-problema eta azelerazio-problemak.

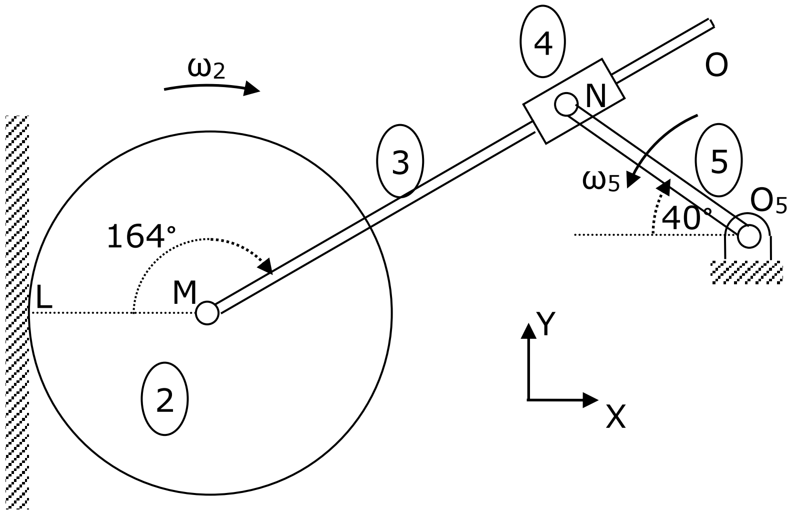
3.6 PROBLEMA 3.6

3.6.1 ENUNTZIATUA

Irudiko mekanismoak plano horizontalean lan egiten du, eta bere sarrerako mugimenduak azaltzen dira irudian. Ezagutzen da 2 elementuak errodadura hutsez higitzen dela, ω_2 = 3 rad·s^{-1}, ω_5 = 0,5 rad·s^{-1} (konstante), $\overrightarrow{a_M} = -2m \cdot s^{-2}\vec{j}$ izanik.

a) Kalkulatu mekanismoaren askatasun maila

b) Kalkulatu (3) elementuaren aldiuneko errotazio zentroaren eta M puntuaren artean dagoen distantzia.

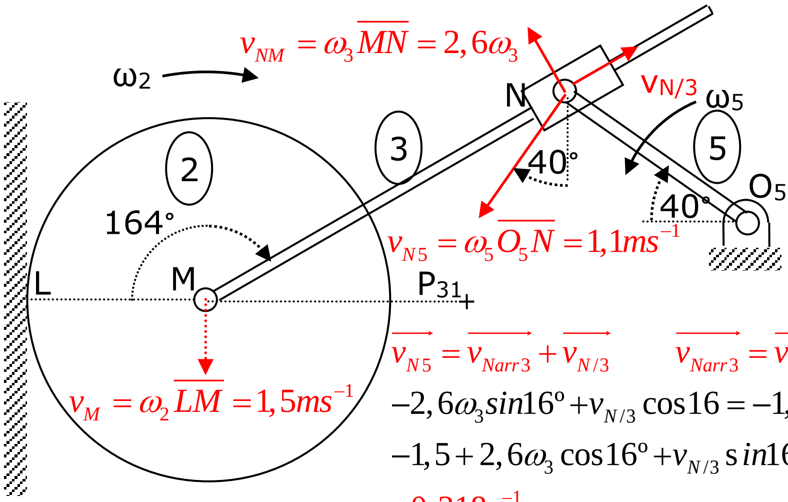


DATUAK: $\overline{O_5N} = 2,2m$, $\overline{MN} = 2,6m$, $\overline{LM} = 0,5m$, $\overline{MG_3} = 2m$, $\overline{MO} = 4m$

3.6.2 EBAZPENA

a) G = 2 (n = 5, P_I = 5, P_{II} = 0)

b)



$$\overrightarrow{v_{N5}} = \overrightarrow{v_{Narr3}} + \overrightarrow{v_{N/3}} \qquad \overrightarrow{v_{Narr3}} = \overrightarrow{v_M} + \overrightarrow{v_{N/M}}$$

$$-2,6\omega_3 sin16^o + v_{N/3}\cos 16 = -1,1 sin40^o$$

$$-1,5 + 2,6\omega_3 \cos 16^o + v_{N/3}\, s\,in16 = -1,1cos40^o$$

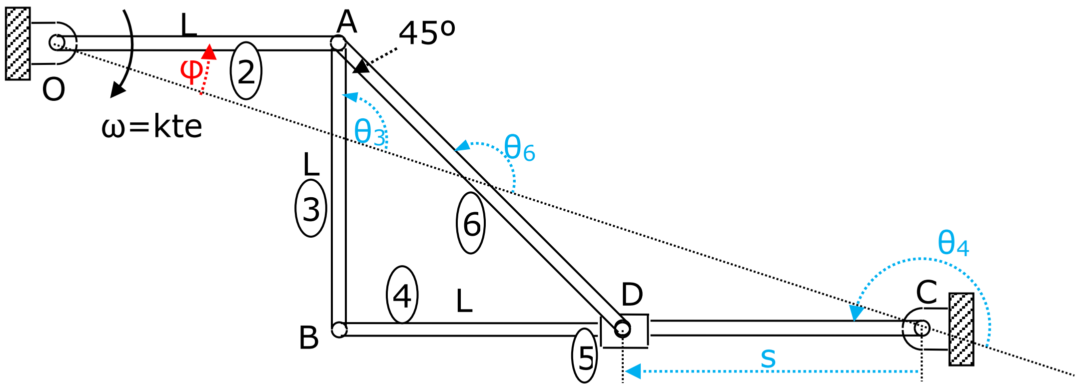
$$\omega_3 = 0,318s^{-1}$$

$$v_M = \omega_3 \overline{P_{31}M} \rightarrow \overline{P_{31}M} = \frac{v_M}{\omega_3} = \frac{1,5ms^{-1}}{0,318s^{-1}} = 4,7m$$

Azalpena: M-ren abiadura norabide horizontalekoa denez, (3) elementuari dagokion aldiuneko errotazio-zentroa (AEZ=P_{31}) M-tik pasatzen den zuzen horizontalaren gainean kokatuta dago. M-ren abiadura ezagutuz eta (3)-ren abiadura angeluarra kalkulatuz lor daiteke $\overline{P_{31}M}$ distantzia v_M/ω_3 eginez.

3.7 PROBLEMA 3.7

3.7.1 ENUNTZIATUA



Irudiko mekanismoarentzat honakoa ezagutzen da:

a) Kokapen-problemarako planteamendua

$$f_1(\theta_3,\theta_4,s,\theta_4)=L\cos\varphi-L\cos\theta_3-2L\cos\theta_4-L\sqrt{10}=0$$

$$f_2(\theta_3,\theta_4,s,\theta_4)=L\sin\varphi-L\sin\theta_3-2L\sin\theta_4=0$$

$$f_3(\theta_3,\theta_4,s,\theta_4)=-L\cos\theta_3-(2L-s)\cos\theta_4+L\sqrt{2}\cos\theta_6=0$$

$$f_4(\theta_3,\theta_4,s,\theta_4)=-L\sin\theta_3-(2L-s)\sin\theta_4+L\sqrt{2}\sin\theta_6=0$$

b) Abiadura-problemarako planteamendua

$$[Z]\begin{Bmatrix}\dot{\theta}_3\\ \dot{\theta}_4\\ \dot{s}\\ \dot{\theta}_6\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}L\sin\varphi\dot{\varphi}\\ -L\cos\varphi\dot{\varphi}\\ 0\\ 0\end{Bmatrix}\qquad [Z]=\begin{bmatrix}L\sin\theta_3 & 2L\sin\theta_4 & 0 & 0\\ -L\cos\theta_3 & -2L\cos\theta_4 & 0 & 0\\ L\sin\theta_3 & (2L-s)\sin\theta_4 & \cos\theta_4 & -L\sqrt{2}\sin\theta_6\\ -L\cos\theta_3 & -(2L-s)\cos\theta_4 & \sin\theta_4 & L\sqrt{2}\cos\theta_6\end{bmatrix}$$

c) Azelerazio-problemarako planteamendua

$$[Z]\begin{Bmatrix}\ddot{\theta}_3\\ \ddot{\theta}_4\\ \ddot{s}\\ \ddot{\theta}_6\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}L\cos\varphi\dot{\varphi}^2+L\sin\varphi\ddot{\varphi}-L\cos\theta_3\dot{\theta}_3^2-2L\cos\theta_4\dot{\theta}_4^2\\ L\sin\varphi\dot{\varphi}^2-L\cos\varphi\ddot{\varphi}-L\sin\theta_3\dot{\theta}_3^2-2L\sin\theta_4\dot{\theta}_4^2\\ -L\cos\theta_3\dot{\theta}_3^2+2\dot{s}\dot{\theta}_4\sin\theta_4-(2L-s)\cos\theta_4\dot{\theta}_4^2+L\sqrt{2}\cos\theta_6\dot{\theta}_6^2\\ -L\sin\theta_3\dot{\theta}_3^2-2\dot{s}\dot{\theta}_4\cos\theta_4-(2L-s)\sin\theta_4\dot{\theta}_4^2+L\sqrt{2}\sin\theta_6\dot{\theta}_6^2\end{Bmatrix}$$

Honetaz gain, irudiko aldiunean kokapen-problema ebatzita dago:

φ	θ3	θ4	s	θ6
$\cos\varphi=\frac{3}{\sqrt{10}}$, $\sin\varphi=\frac{1}{\sqrt{10}}$	$\cos\theta_3=\frac{-1}{\sqrt{10}}$, $\sin\theta_3=\frac{3}{\sqrt{10}}$	$\cos\theta_4=\frac{-3}{\sqrt{10}}$, $\sin\theta_4=\frac{-1}{\sqrt{10}}$	s = L	$\cos\theta_6=\frac{-4}{\sqrt{20}}$, $\sin\theta_6=\frac{2}{\sqrt{20}}$

1) Irudiko aldiunean kokapen-problemako ekuazioak betetzen dira?
2) Ebatzi abiadura-problema irudiko aldiunean $\dot{\varphi}=-\omega$ jakinik.
3) Ebatzi azelerazio-problema irudiko aldiunean $\ddot{\varphi}=0$ jakinik.
4) Baieztatu abiadura eta azelerazioen balioak zuzenak direla.

3.7.2 EBAZPENA

1)

$$f_1(\theta_3,\theta_4,s,\theta_4)=L\frac{3}{\sqrt{10}}-L\left(\frac{-1}{\sqrt{10}}\right)-2L\left(\frac{-3}{\sqrt{10}}\right)-L\sqrt{10}=0$$

$$f_2(\theta_3,\theta_4,s,\theta_4)=L\frac{1}{\sqrt{10}}-L\frac{3}{\sqrt{10}}-2L\left(\frac{-1}{\sqrt{10}}\right)=0$$

$$f_3(\theta_3,\theta_4,s,\theta_4)=-L\left(\frac{-1}{\sqrt{10}}\right)-(2L-L)\left(\frac{-3}{\sqrt{10}}\right)+L\sqrt{2}\left(\frac{-4}{\sqrt{20}}\right)=0$$

$$f_4(\theta_3,\theta_4,s,\theta_4)=-L\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)-(2L-L)\left(\frac{-1}{\sqrt{10}}\right)+L\sqrt{2}\left(\frac{2}{\sqrt{20}}\right)=0$$

2)

$$\left.\begin{array}{l}Lsin\theta_3\dot{\theta}_3+2Lsin\theta_4\dot{\theta}_3=Lsin\varphi\dot{\varphi}\\-L\cos\theta_3\dot{\theta}_3-2Lcos\theta_4\dot{\theta}_4=-Lcos\varphi\dot{\varphi}\end{array}\right\}\rightarrow\left\{\begin{array}{l}\dot{\theta}_3=0\\\dot{\theta}_4=\dfrac{\omega}{2}\end{array}\right.$$

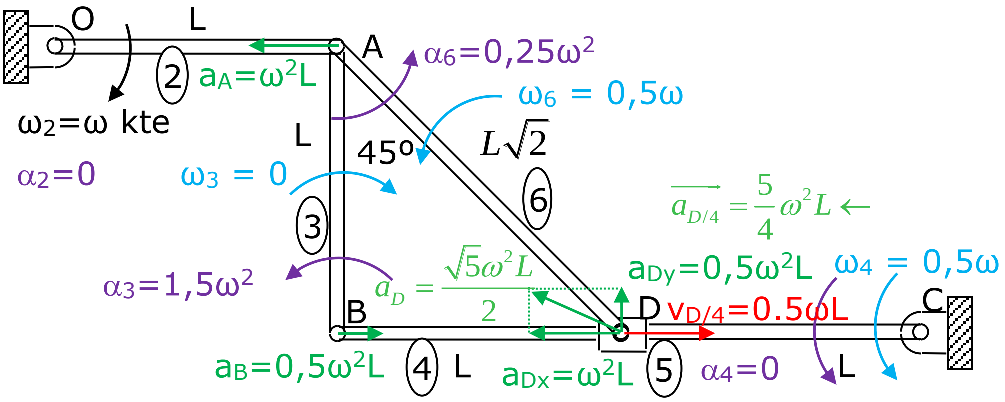
$$\left.\begin{array}{l}Lsin\theta_3\dot{\theta}_3+(2L-s)sin\theta_4\dot{\theta}_4+\cos\theta_4\dot{s}-L\sqrt{2}sin\theta_6\dot{\theta}_6=0\\-L\cos\theta_3\dot{\theta}_3-(2L-s)\cos\theta_4\dot{\theta}_4+\sin\theta_4\dot{s}+L\sqrt{2}cos\theta_6\dot{\theta}_6=0\end{array}\right\}\rightarrow\left\{\begin{array}{l}\dot{s}=-\dfrac{\omega L}{2}\\\dot{\theta}_6=\dfrac{\omega}{2}\end{array}\right.$$

3)

$$\left.\begin{array}{l}Lsin\theta_3\ddot{\theta}_3+2Lsin\theta_4\ddot{\theta}_4=L\cos\varphi\dot{\varphi}^2+Lsin\varphi\ddot{\varphi}-L\cos\theta_3\dot{\theta}_3^2-2L\cos\theta_4\dot{\theta}_4^2\\-L\cos\theta_3\ddot{\theta}_3-2Lcos\theta_4\ddot{\theta}_4=Lsin\varphi\dot{\varphi}^2-L\cos\varphi\ddot{\varphi}-L\sin\theta_3\dot{\theta}_3^2-2L\sin\theta_4\dot{\theta}_4^2\end{array}\right\}\rightarrow\left\{\begin{array}{l}\ddot{\theta}_3=\dfrac{3}{2}\omega^2\\\ddot{\theta}_4=0\end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{l}Lsin\theta_3\ddot{\theta}_3+(2L-s)sin\theta_4\ddot{\theta}_4+\cos\theta_4\ddot{s}-L\sqrt{2}sin\theta_6\ddot{\theta}_6=\\\quad=-L\cos\theta_3\dot{\theta}_3^2+2\dot{s}\dot{\theta}_4sin\theta_4-(2L-s)\cos\theta_4\dot{\theta}_4^2+L\sqrt{2}\cos\theta_6\dot{\theta}_6^2\\-L\cos\theta_3\ddot{\theta}_3-(2L-s)\cos\theta_4\ddot{\theta}_4+\sin\theta_4\ddot{s}+L\sqrt{2}cos\theta_6\ddot{\theta}_6=\\\quad=-L\sin\theta_3\dot{\theta}_3^2-2\dot{s}\dot{\theta}_4\cos\theta_4-(2L-s)sin\theta_4\dot{\theta}_4^2+L\sqrt{2}sin\theta_6\dot{\theta}_6^2\end{array}\right\}\rightarrow\left\{\begin{array}{l}\ddot{s}=\dfrac{5}{4}\omega^2L\\\ddot{\theta}_6=\dfrac{\omega^2}{4}\end{array}\right.$$

4)



Azalpena: Askatasun maila bakarrekoa eta bi zirkuituko mekanismoa da, non 4 ekuazioko sistemak agertzen diren kokapen-problemako, abiadura-problemako eta azelerazio-problemako planteamenduetan. Aldiune zehatz batean abiadura-problema eta azelerazio-problema ebatziz 2.9 problemaren emaitz berak lortzen dira.

3.8 PROBLEMA 3.8

3.8.1 ENUNTZIATUA

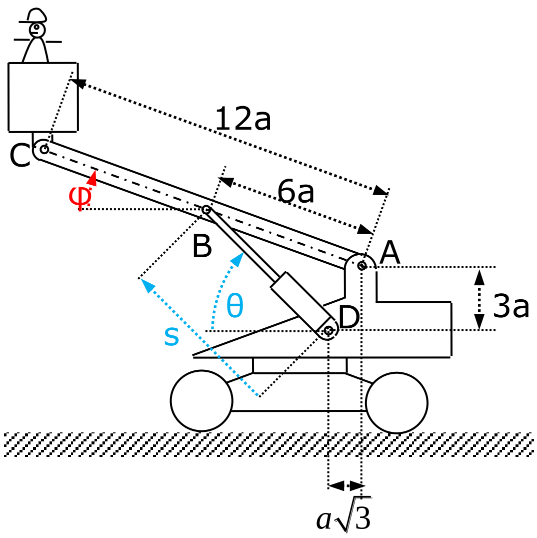
Irudiko beso teleskopikoa eraikuntzako langileak kaxa baten barruan igotzeko erabiltzen da. C puntuan aplikatuta dago langileek eta kaxak osaturiko multzoaren pisua P. Honakoa eskatzen da:

a) Kalkulatu zilindro hidraulikoak egin behar duen indarra oreka estatikoan egoteko

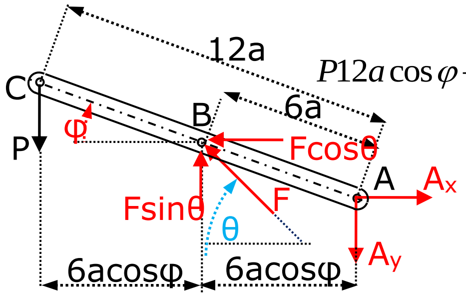
b) Planteatu kokapen-problema, abiadura-problema eta azelerazio-problema φ aldagai independentea eta s eta θ aldagai dependenteak erabiliz

c) Ebatzi aurreko problemak φ=30º den eta dφ/dt=ω konstante den aldiunean.

d) Baieztatu abiaduren eta azelerazioen balioak beste metodo baten bidez kalkulaturiko balioekin.



3.8.2 EBAZPENA

a) 

$$\sum M_A = 0$$

$$P12a\cos\varphi + F\cos\theta 6a\cdot sin\varphi - F\,sin\theta 6a\cdot cos\varphi = 0$$

$$F = \frac{2\cos\varphi}{sin(\theta-\varphi)}P$$

KOKAPEN-PROBLEMA

PLANTEAMENDUA

$$f_1(s,\theta) = \sqrt{3}a + s\cdot\cos\theta - 6a\cos\varphi = 0$$

$$f_2(s,\theta) = 3a - s\cdot sin\theta + 6a\,sin\varphi = 0$$

EBAZPENA (φ =30º)

$$\boxed{\theta = 60^{\circ}} \qquad \boxed{s = 4a\sqrt{3}}$$

ABIADURA-PROBLEMA

PLANTEAMENDUA

$$[Z]\begin{Bmatrix}\dot{s}\\ \dot{\theta}\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}-6a\cdot sin\varphi\dot{\varphi}\\ -6a\cdot\cos\varphi\dot{\varphi}\end{Bmatrix}$$

EBAZPENA($\dot{q}$ =1 rads^{-1})

$$\boxed{\dot{\theta} = \frac{3}{4}\omega} \qquad \boxed{\dot{s} = 3\omega a}$$

AZELERAZIO-PROBLEMA

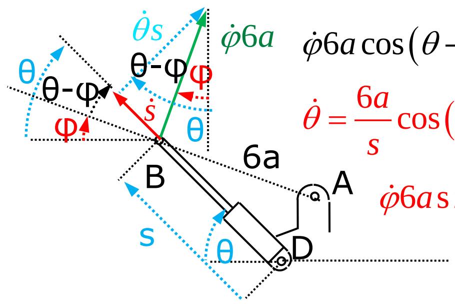
PLANTEAMENDUA

$$[Z]\begin{Bmatrix}\ddot{s}\\ \ddot{\theta}\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}2\dot{s}\cdot sin\theta\cdot\dot{\theta} + s\cdot\cos\theta\cdot\dot{\theta}^2 - 6a\cos\varphi\dot{\varphi}^2 - 6asin\varphi\ddot{\varphi}\\ 2\dot{s}\cdot\cos\theta\cdot\dot{\theta} - s\cdot sin\theta\cdot\dot{\theta}^2 - 6asin\varphi\dot{\varphi}^2 - 6a\cos\varphi\ddot{\varphi}\end{Bmatrix}$$

EBAZPENA ($\ddot{q}$ =0)

$$\boxed{\ddot{\theta} = \frac{5\sqrt{3}}{8}\omega^2} \qquad \boxed{\ddot{s} = -\frac{3\sqrt{3}}{4}\omega^2 a}$$

non matrize jakobianoa $Z = \begin{bmatrix}\frac{\partial f_1}{\partial s} & \frac{\partial f_1}{\partial\theta}\\ \frac{\partial f_2}{\partial s} & \frac{\partial f_2}{\partial\theta}\end{bmatrix} \rightarrow Z = \begin{bmatrix}\cos\theta & -s\cdot sin\theta\\ -sin\theta & -s\cdot cos\theta\end{bmatrix}$



$$\dot{\varphi}6a\cos(\theta-\varphi) = \dot{\theta}s \rightarrow$$

$$\dot{\theta} = \frac{6a}{s}\cos(\theta-\varphi)\dot{\varphi}$$

$$\dot{\varphi}6a\,sin(\theta-\varphi) = \dot{s}$$

Azalpena: Askatasun maila bakarreko mekanismoa denez, φ aldagai independentearekin definitua geratzen da mekanismoaren posizioa. Zirkuitu bakarreko mekanismoa da. Kokapen-problemako bi ekuazio ez linealeko sistema bat sortzen da. Abiadurako eta azelerazioko problemei lotutako ekuazio-sistema linealak dira eta matrize jakobianoaren bidez adieraz daitezke. Posizioa ezaguna den aldiune zehatz batean ebatzi dira abiadura-problema eta azelerazio problema.

3.9 PROBLEMA 3.9

3.9.1 ENUNTZIATUA

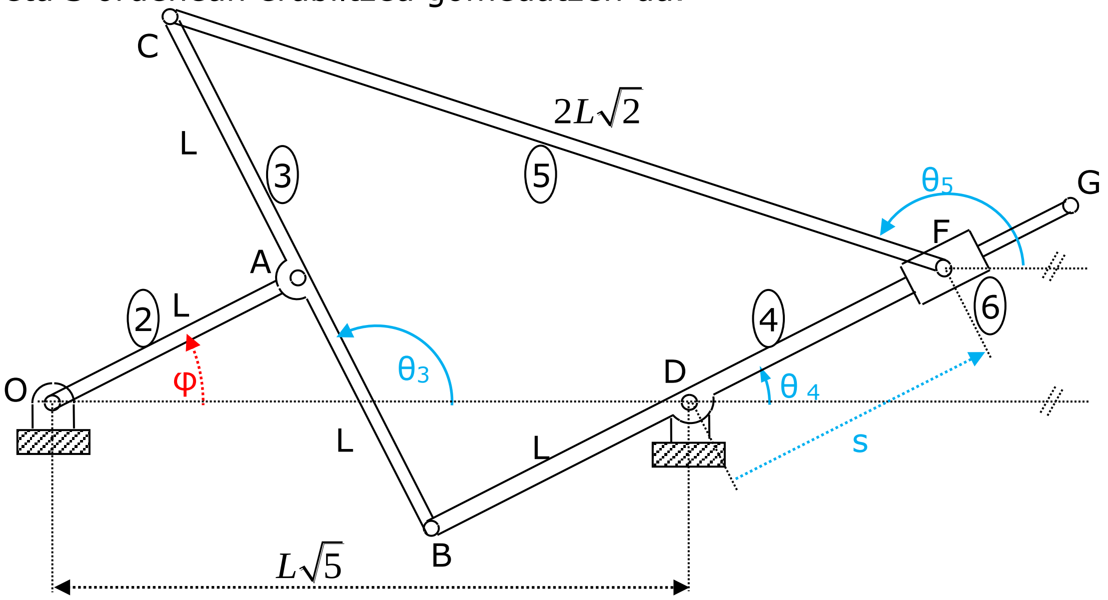
Barraz osaturiko mekanismoa irudian erakusten da. Barren luzerak irudian adierazita daude eta honakoak kalkulatzea eskatzen da:

a) Planteatu kokapen-problema $\boldsymbol{\varphi}$ aldagai independentea eta $\boldsymbol{\theta_3}$, $\boldsymbol{\theta_4}$, $\boldsymbol{\theta_5}$ eta **s** aldagai dependenteak erabiliz

b) Kalkulatu matrize jakobianoa

c) Planteatu abiadura-problema

Oharra: OABDO eta CBFC zirkuitu itxiak erabiltzea gomendatzen da. Matrize jakobianoa lortzeko asmoz aldagai dependenteak $\boldsymbol{\theta_3}$, $\boldsymbol{\theta_4}$, $\boldsymbol{\theta_5}$ eta **s** ordenean erabiltzea gomedatzen da.



3.9.2 EBAZPENA

a) KOKAPEN-PROBLEMAKO EKUAZIOAK

$$f_1(\varphi,\theta_3,\theta_4,\theta_5) = L\cos\varphi - L\cos\theta_3 + L\cos\theta_4 - L\sqrt{5} = 0$$

$$f_2(\varphi,\theta_3,\theta_4,\theta_5) = L\sin\varphi - L\sin\theta_3 + L\sin\theta_4 = 0$$

$$f_3(\varphi,\theta_3,\theta_4,\theta_5) = -2L\cos\theta_3 + (L+s)\cos\theta_4 + 2L\sqrt{2}\cos\theta_5 = 0$$

$$f_4(\varphi,\theta_3,\theta_4,\theta_5) = 2L\sin\theta_3 - (L+s)\sin\theta_4 - 2L\sqrt{2}\sin\theta_5 = 0$$

b) MATRIZE JAKOBIANOA

$$[Z] = \begin{bmatrix} Lsin\theta_3 & -Lsin\theta_4 & 0 & 0 \\ -L\cos\theta_3 & L\cos\theta_4 & 0 & 0 \\ 2Lsin\theta_3 & -(L+s)sin\theta_4 & -2L\sqrt{2}sin\theta_5 & \cos\theta_4 \\ 2L\cos\theta_3 & -(L+s)cos\theta_4 & -2L\sqrt{2}cos\theta_5 & -sin\theta_4 \end{bmatrix}$$

b) ABIADURA-PROBLEMAKO EKUAZIOAK

$$-L\sin\varphi\dot{\varphi} - L(-\sin\theta_3)\dot{\theta}_3 + L\left(-\sin\theta_4\right)\dot{\theta}_4 = 0$$

$$L\cos\varphi\dot{\varphi} - L\cos\theta_3\dot{\theta}_3 + L\cos\theta_4\dot{\theta}_4 = 0$$

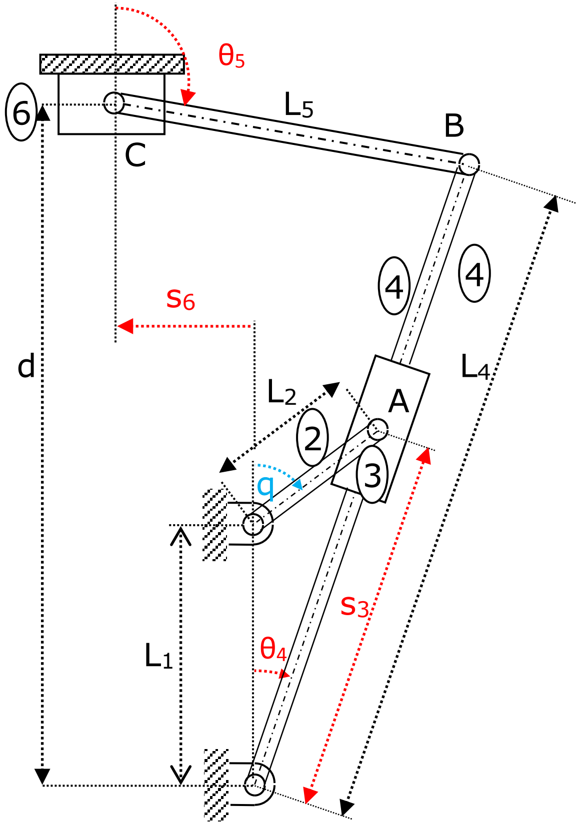
$$-2L(-\sin\theta_3)\dot{\theta}_3 + \dot{s}\cos\theta_4 + (L+s)\left(-\sin\theta_4\right)\dot{\theta}_4 + 2L\sqrt{2}\left(-\sin\theta_5\right)\dot{\theta}_5 = 0$$

$$2L\cos\theta_3\dot{\theta}_3 - (\dot{s})\sin\theta_4 - (L+s)\cos\theta_4\dot{\theta}_4 - 2L\sqrt{2}\cos\theta_5\dot{\theta}_5 = 0$$

3.10 PROBLEMA 10

3.10.1 ENUNTZIATUA

Irudiko mekanismoarentzat kokapen-problema eta abiadura-problema planteatu behar dira, q, $\dot{q}$, $\ddot{q}$ ezagunak direla kontuan hartuz.



3.10.2 EBAZPENA

KOKAPEN-PROBLEMA

$$f_1(s_3,\theta_4,\theta_5,s_6) = s_3 sin\theta_4 - L_2 sinq = 0$$
$$f_2(s_3,\theta_4,\theta_5,s_6) = s_3 cos\theta_4 - L_2 cosq - L_1 = 0$$
$$f_3(s_3,\theta_4,\theta_5,s_6) = L_4 sin\theta_4 - L_5 sin\theta_5 + s_6 = 0$$
$$f_4(s_3,\theta_4,\theta_5,s_6) = L_4 cos\theta_4 - L_5 cos\theta_5 - d = 0$$

MATRIZE JAKOBIANOA

$$[Z] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial s_3} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta_4} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta_5} & \frac{\partial f_1}{\partial s_6} \\ \frac{\partial f_2}{\partial s_3} & \frac{\partial f_2}{\partial \theta_4} & \frac{\partial f_2}{\partial \theta_5} & \frac{\partial f_2}{\partial s_6} \\ \frac{\partial f_3}{\partial s_3} & \frac{\partial f_3}{\partial \theta_4} & \frac{\partial f_3}{\partial \theta_5} & \frac{\partial f_3}{\partial s_6} \\ \frac{\partial f_4}{\partial s_3} & \frac{\partial f_4}{\partial \theta_4} & \frac{\partial f_4}{\partial \theta_5} & \frac{\partial f_4}{\partial s_6} \end{bmatrix}$$

ABIADURA-PROBLEMA

$$[Z]\begin{Bmatrix} \dot{s}_3 \\ \dot{\theta}_4 \\ \dot{\theta}_5 \\ \dot{s}_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} L_2 \cos q \cdot \dot{q} \\ -L_2 \sin q \cdot \dot{q} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

MATRIZE JAKOBIANOA

$$[Z] = \begin{bmatrix} sin\theta_4 & s_3 cos\theta_4 & 0 & 0 \\ cos\theta_4 & -s_3 sin\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & L_4 \cos\theta_4 & -L_5 \cos\theta_5 & 1 \\ 0 & -L_4 sin\theta_4 & L_5 \sin\theta_5 & 0 \end{bmatrix}$$