

2. GAIA. HIGIDURA PLANOAREN GEOMETRIA.....	2
2.1 PROBLEMA 2.1.....	2
2.1.1 ENUNTZIATUA.....	2
2.1.2 EBAZPENA	3
2.2 PROBLEMA 2.2.....	4
2.2.1 ENUNTZIATUA.....	4
2.2.2 EBAZPENA	5
2.3 PROBLEMA 2.3.....	6
2.3.1 ENUNTZIATUA.....	6
2.3.2 EBAZPENA	7
2.4 PROBLEMA 2.4.....	8
2.4.1 ENUNTZIATUA.....	8
2.4.2 EBAZPENA	9
2.5 PROBLEMA 2.5.....	10
2.5.1 ENUNTZIATUA.....	10
2.5.2 EBAZPENA	11
2.6 PROBLEMA 2.6.....	12
2.6.1 ENUNTZIATUA.....	12
2.6.2 EBAZPENA	13
2.7 PROBLEMA 2.7.....	14
2.7.1 ENUNTZIATUA.....	14
2.7.2 EBAZPENA	15
2.8 PROBLEMA 2.8.....	16
2.8.1 ENUNTZIATUA.....	16
2.8.2 EBAZPENA	17
2.9 PROBLEMA 2.9.....	18
2.9.1 ENUNTZIATUA.....	18
2.9.2 EBAZPENA	19
2.10 PROBLEMA 2.10.....	20
2.10.1 ENUNTZIATUA.....	20
2.10.2 EBAZPENA	21

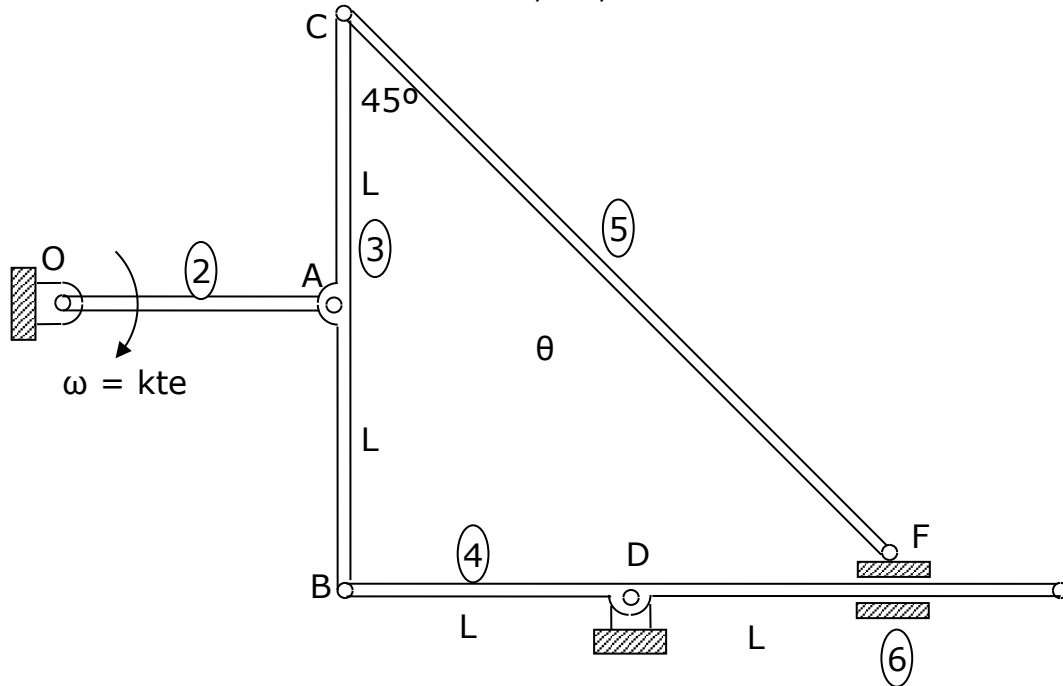
2. GAIA. HIGIDURA PLANOAREN GEOMETRIA

2.1 PROBLEMA 2.1

2.1.1 ENUNTZIATUA

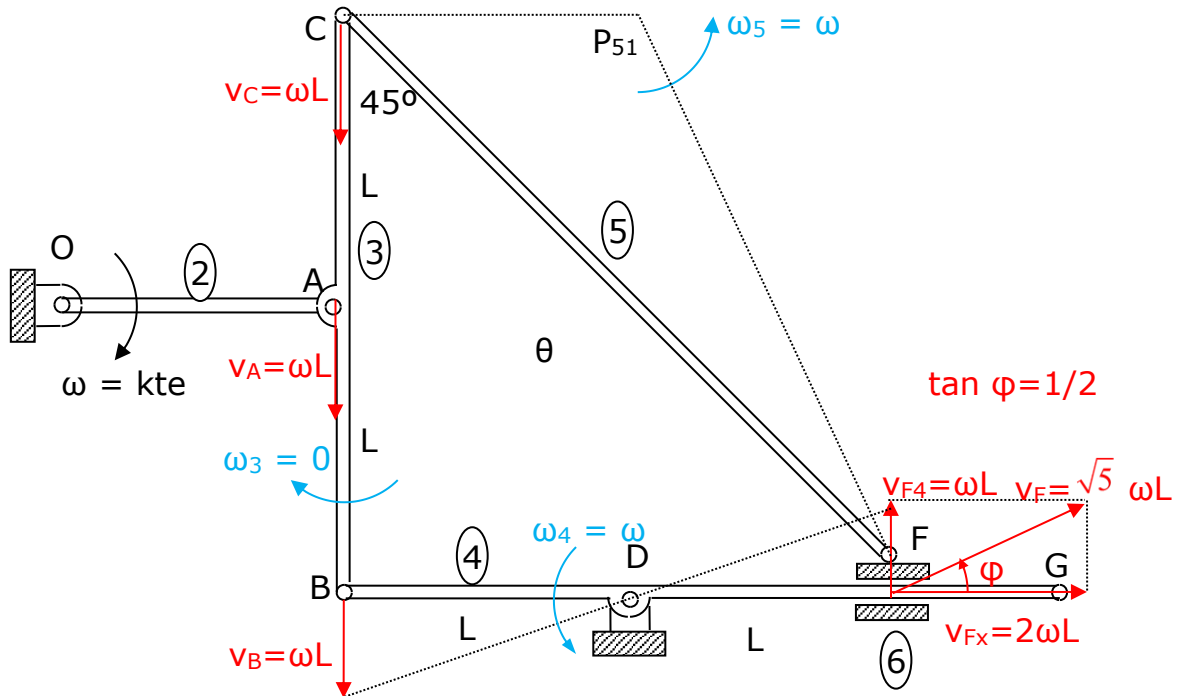
Irudiko mekanismoa planoan OA barra ω abiadura angeluar konstantez higitzen da. Irudiko aldiunean kalkulatu F irristailuaren abiadura eta azelerazioa BD barrarekiko.

Datuak: $OA=AC=AB=BD=DF=L=0,7m$;

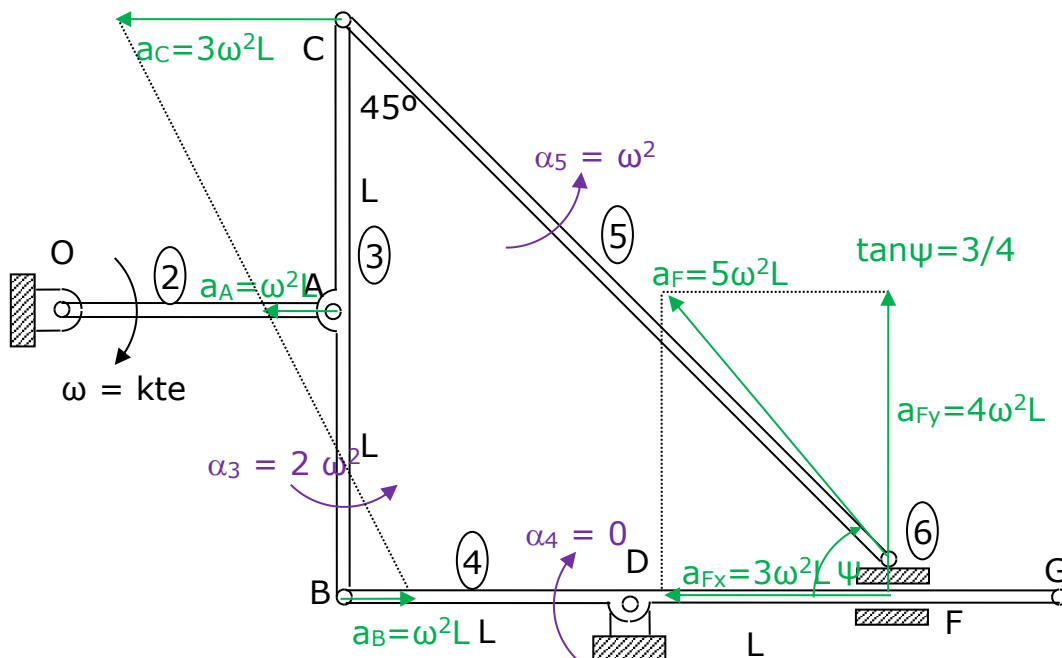


2.1.2 EBAZPENA

ABIADUREN KALKULUA



AZELERAZIOEN KALKULUA



Ebazpenean honako kontzeptuak aplikatu dira:

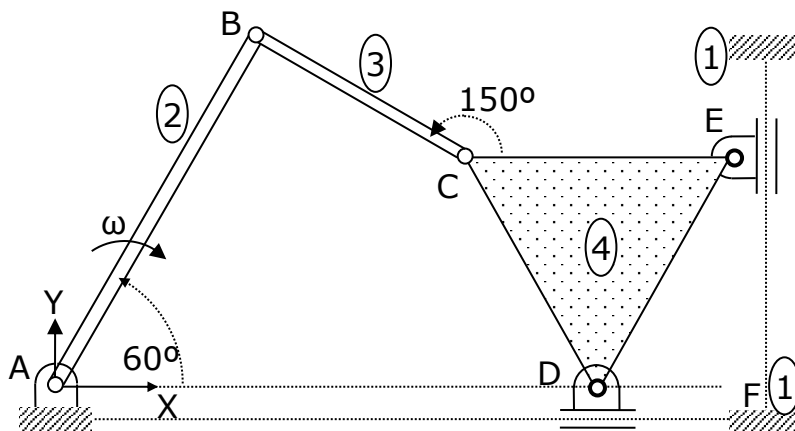
- Abiadurako eta azelerazioko eremuko ekuazioak
- Higidura erlatiboko ekuazioak abiaduretan eta azelerazioetan
- Abiadura-poloak eta abiadura proiektatuen teorema

2.2 PROBLEMA 2.2

2.2.1 ENUNTZIATUA

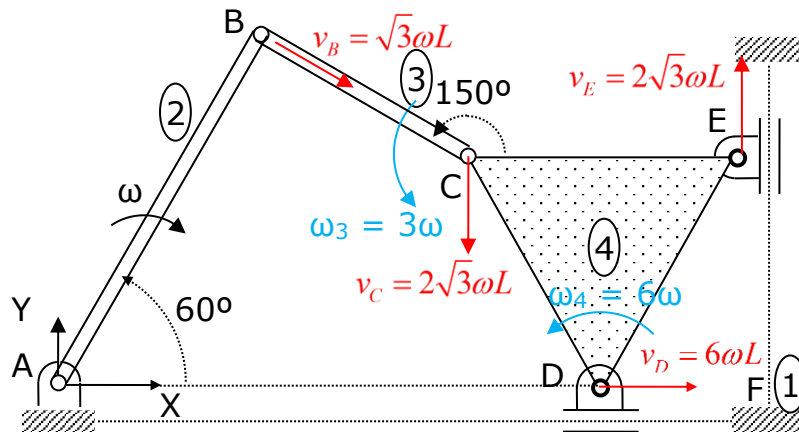
$L\sqrt{3}$ luzerako AB barrak, L luzerako BC barrak eta $2L\sqrt{3}/3$ aldeko CDE triangulu aldekoa irudiko mekanismoa osatzen dute. AB barrak ω abiadura angeluar konstantez biratzen du.

- Kalkulatu mekanismoaren askatasun maila Grubler ekuazioa erabiliz
- Kalkulatu elementu guztien abiadura angeluarrak eta puntu guztien abiadurak
- Kalkulatu elementu guztien azelerazio angeluarrak eta puntu guztien azelerazioak

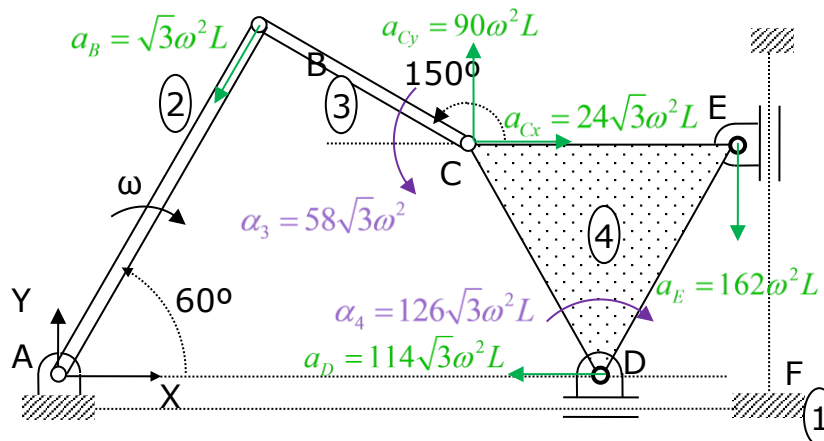


2.2.2 EBAZPENA

- a) $n = 6, p_I = 7, p_{II} = 7 \rightarrow G=1$
 b) ABIADURAK



- c) AZELERAZIOAK



Ebazpenean honako kontzeptuak aplikatu dira:

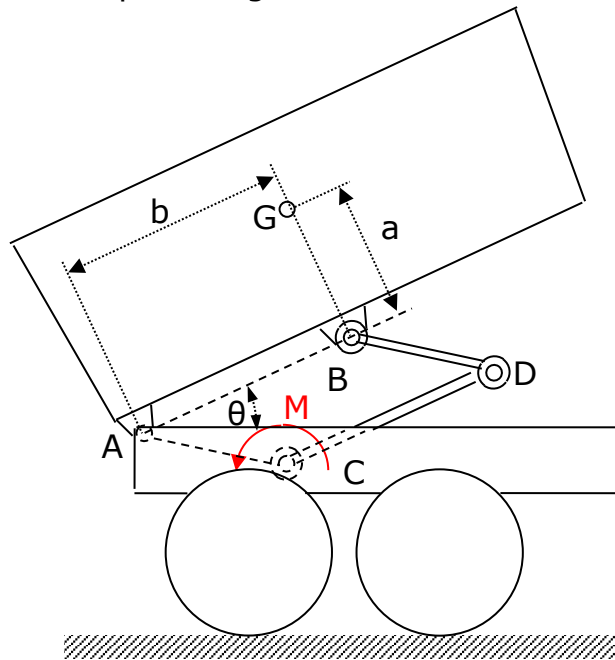
- Abiadurako eta azelerazioko eremuko ekuazioak
- Higidura erlatiboko ekuazioak abiaduretan eta azelerazioetan
- Abiadura-poloak eta abiadura proiektatuen teorema
- E eta D puntuen ibilbideak zuzenak izateagatik bere azelerazioen norabideak ezagunak dira.

2.3 PROBLEMA 2.3

2.3.1 ENUNTZIATUA

Irudian iraulki altxatzeko mekanismoa agertzen da, iraulkiak horizontalarekiko θ angelua osatzen duen posizioan. Irudiko aldiunean honakoa eskatzen da:

- Mekanismoaren askatasun maila Grübler ekuazioa erabiliz.
- P pisuko karga G puntuan aplikatuta dela kontuan hartuz, mekanismoa oreka estatikoan egon dadin, behar den M momentua.
- CD barraren abiadura angeluarra ω konstantea bada, kalkulatu G -ren abiadura.
- CD barraren abiadura angeluarra ω konstantea bada, kalkulatu G -ren azelerazioa
- Kalkulatu mekanismoaren abiadura poloen kopuru osoa, abiadura polo primarioak irudian adieraziz. Non egongo da BD barraren AEZ? Oharra: $ABCD$ puntuek paralelogramo bat osatzen dute



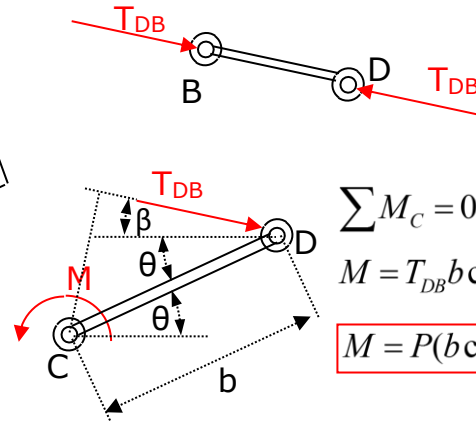
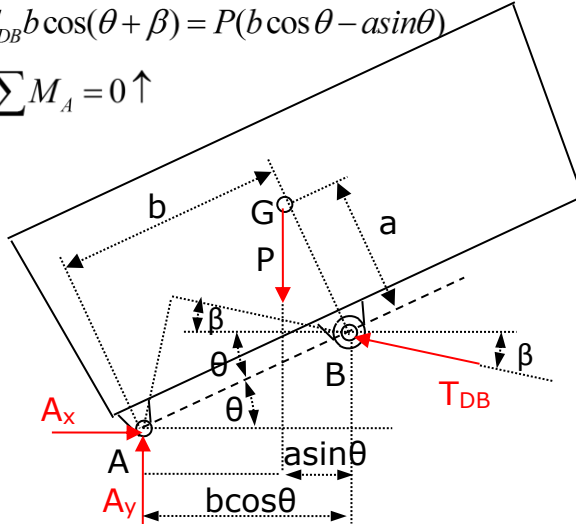
2.3.2 EBAZPENA

a) $n = 4$ $p_I = 4$, $p_{II} = 0 \rightarrow G = 1$

b) ANALISI ESTÁTIKOA

$$T_{DB} b \cos(\theta + \beta) = P(b \cos \theta - a \sin \theta)$$

$$\sum M_A = 0 \uparrow$$

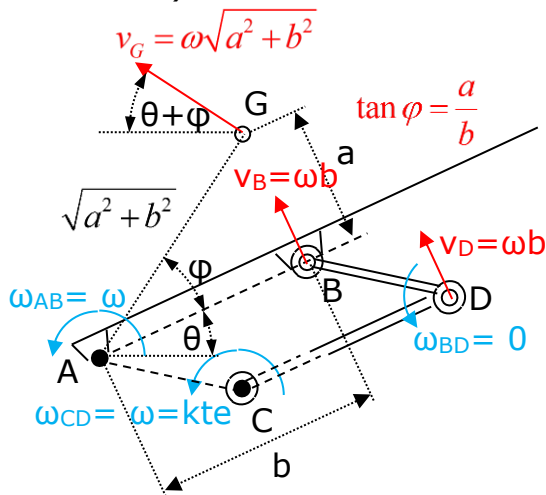


$$\sum M_C = 0 \rightarrow$$

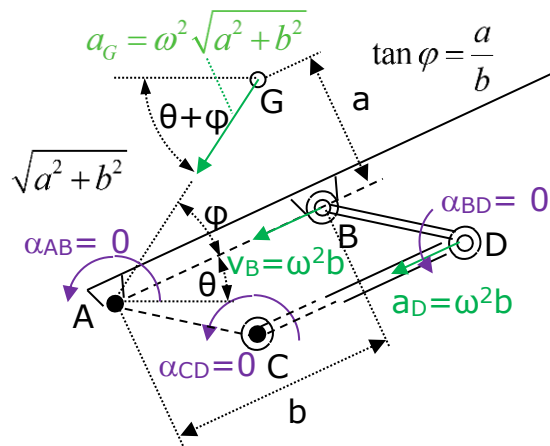
$$M = T_{DB} b \cos(\theta + \beta)$$

$$M = P(b \cos \theta - a \sin \theta)$$

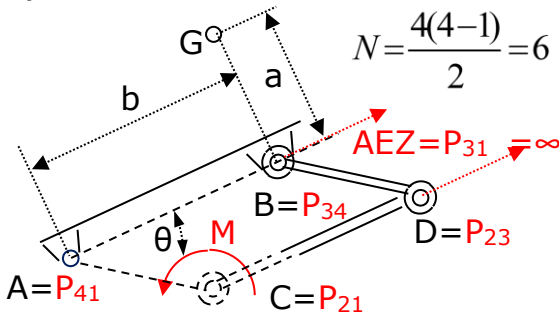
c) ABIADURAK



d) AZELERAZIOAK



e) ABIADURA POLOAK



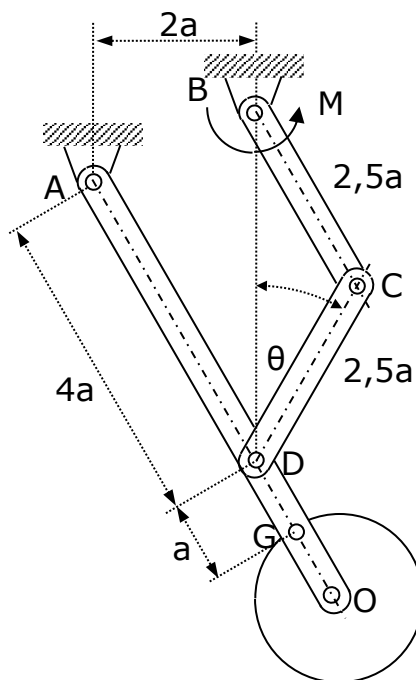
Oharra: Lauki giltzatuia paralelogramoa izateagatik, elkarren artean paraleloak diren barrak abiadura eta azelerazio angeluar berdinarekin higiko dira aldiunero.

2.4 PROBLEMA 2.4

2.4.1 ENUNTZIATUA

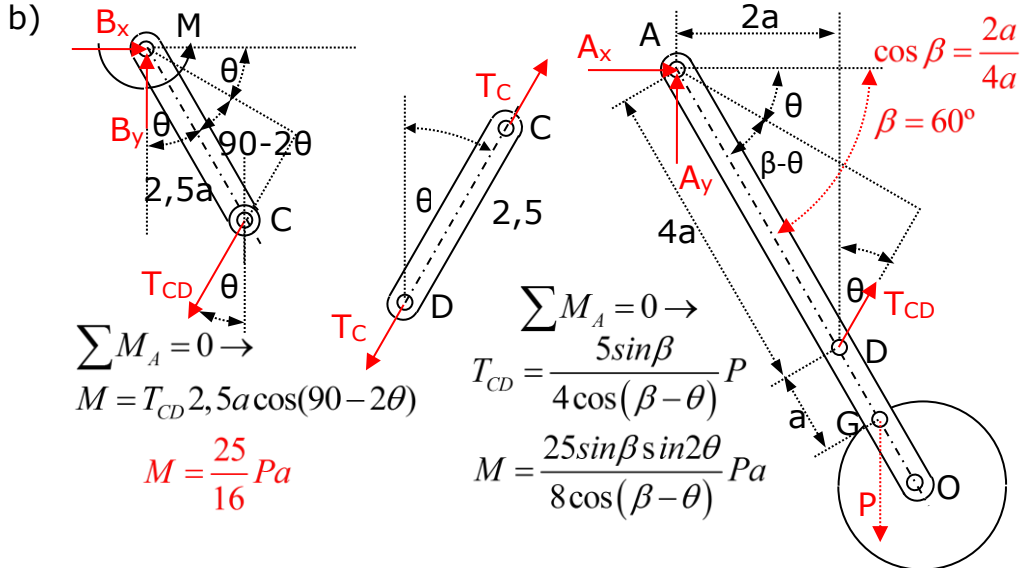
Irudian hegazkin baten aurreko lurreratze-trena erakusten da. AO besoak eta gurpilak osaturiko multzoak P pisatzen du eta pisu hau G puntuan aplikatuta dago. Irudiko posizioan, E eta D zuzen bertikal berean daude eta $\theta = 30^\circ$ da. Irudiko posizioan honakoa kalkulatzeko eskatzen da:

- Mekanismoaren askatasun maila Grübler ekuazioa erabiliz.
- Mekanismoa oreka estatikoan egon dadin, behar den M momentua.
- BC barraren abiadura angeluarra ω konstantea bada, kalkulatu G-ren abiadura.
- BC barraren abiadura angeluarra ω konstantea bada, kalkulatu G-ren azelerazioa.
- Mekanismoaren abiadura poloen kopuru osoa, abiadura-polo primarioak irudian adieraziz. Non egongo da CD barraren AEZ?

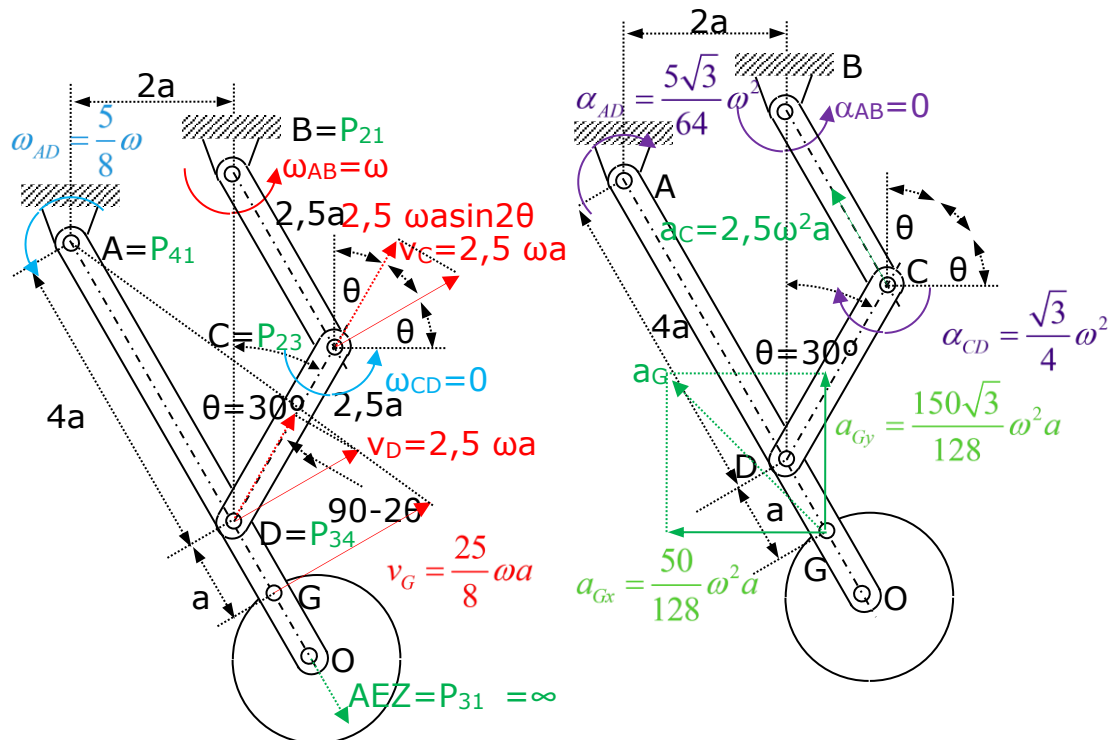


2.4.2 EBAZPENA

a) $n = 4, p_I = 4 \rightarrow G=1$



c) y d) y e) ABIADURAK, AZELERAZIOAK ETA ABIADURA-POLOAK



e) $N = \frac{4(4-1)}{2} = 6$

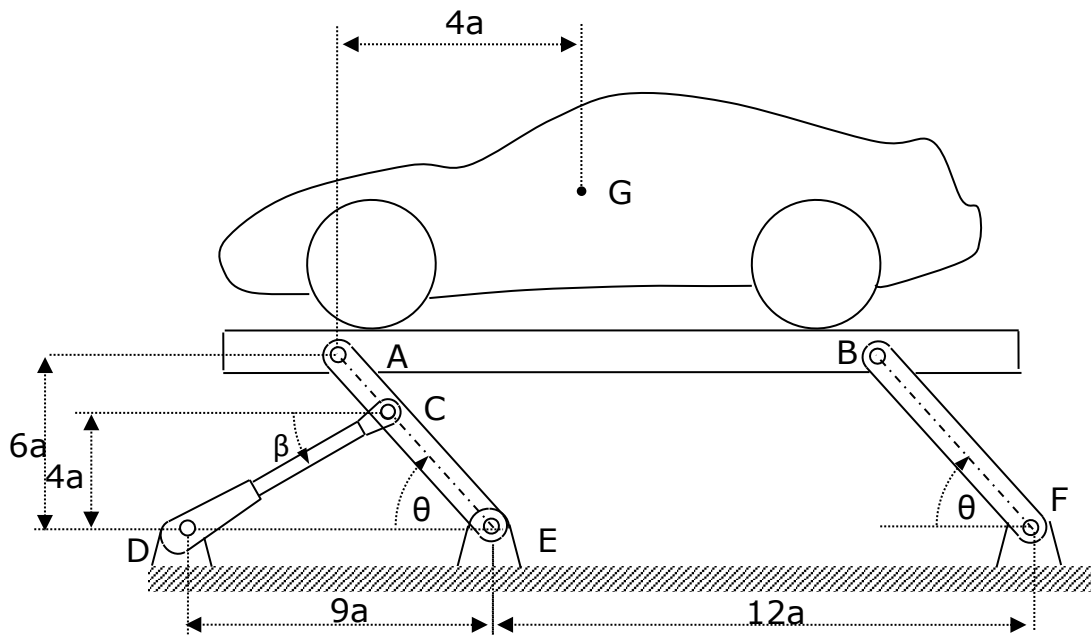
Oharra: Irudiko aldiunean AD eta BC barrak paraleloak dira eta BCD hirukia isoszelea da.

2.5 PROBLEMA 2.5

2.5.1 ENUNTZIATUA

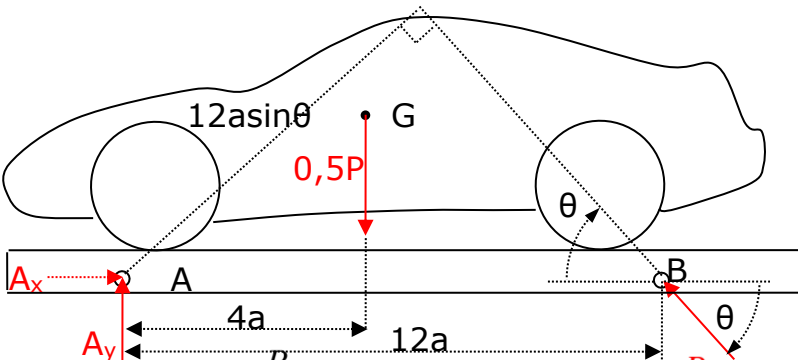
Irudian automobilak igotzeko mekanismoa ikusten da. Badaude bi mekanismo paralelo, mekanismo bakoitzak P automobilaren pisuaren erdiari eusten diona, pisu hau G grabitate-zentroan aplikatuta dagoela kontsideratuz. Honakoak eskatzen da:

- Mekanismoaren askatasun maila kalkulatu.
- Zilindriko hidrauliko bakoitzak egiten duen indarra kalkulatu eta FB barra bakoitzak jasaten duen indarra kalkulatu P , θ eta β aldagaien menpe.
- Kalkulatu zilindro hidraulikoak egindako indarra automobilaren pisua $P = 1600 \text{ kg}$ eta $\theta = 45^\circ$ denean.
- Kalkulatu G -ren abiadura eta azelerazioa AE barra ω abiadura angeluar konstantez erlojuaren orratzen alde higitzen denean.
- Kalkulatu mekanismoaren abiadura-polo kopuru osoa, abiadura-polo primarioak zehaztuz. Non egongo da ABren AEZ?



2.5.2 EBAZPENA

- a) $n = 4, p_I = 4 \rightarrow G=1$
 b) ANALISI ESTATIKOA



$$\sum M_A = 0 \rightarrow A_x - \frac{P}{6 \sin \theta} \cos \theta = 0 \rightarrow A_x = \frac{P}{6 \tan \theta}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow A_x = \frac{P}{6 \tan \theta}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow A_y = \frac{P}{3}$$

$$F_{BF} = \frac{P}{6 \sin \theta}$$

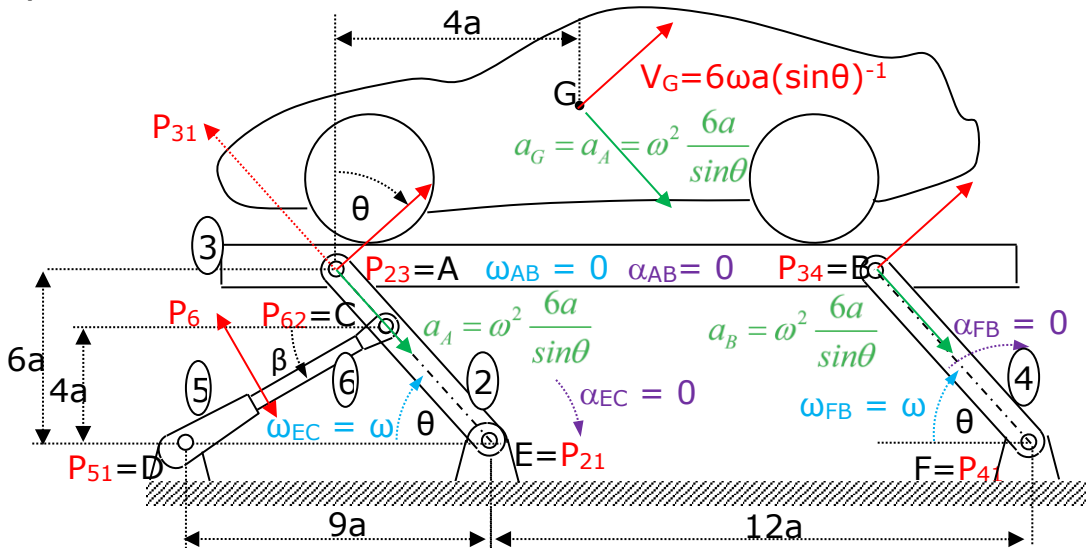
$$\frac{P}{3} \frac{6}{\sin \theta} \cos \theta + \frac{P}{6 \tan \theta} 6a - F_C \frac{4}{\sin \theta} \sin(\theta + \beta) = 0$$

$$F_C = \frac{3 \cos \theta}{4 \sin(\theta + \beta)} P$$

c) $\left(\frac{4a}{\sin \beta}\right)^2 = (9a)^2 + \left(\frac{4a}{\sin \theta}\right)^2 - 2(9a)\left(\frac{4a}{\sin \theta}\right) \cos \theta \rightarrow \sin \beta = \sqrt{\frac{16a^2 \sin^2 \theta}{81a^2 \sin^2 \theta + 16a^2 - 36a^2 \sin 2\theta}}$

$\theta = 45^\circ \Rightarrow \beta = 38,7^\circ \rightarrow F_C = 853,7 \text{ kg}$

d) ABIADURAK ETA AZELERAZIOAK



e) $n = 6 \rightarrow N = \frac{6(6-1)}{2} = 15$

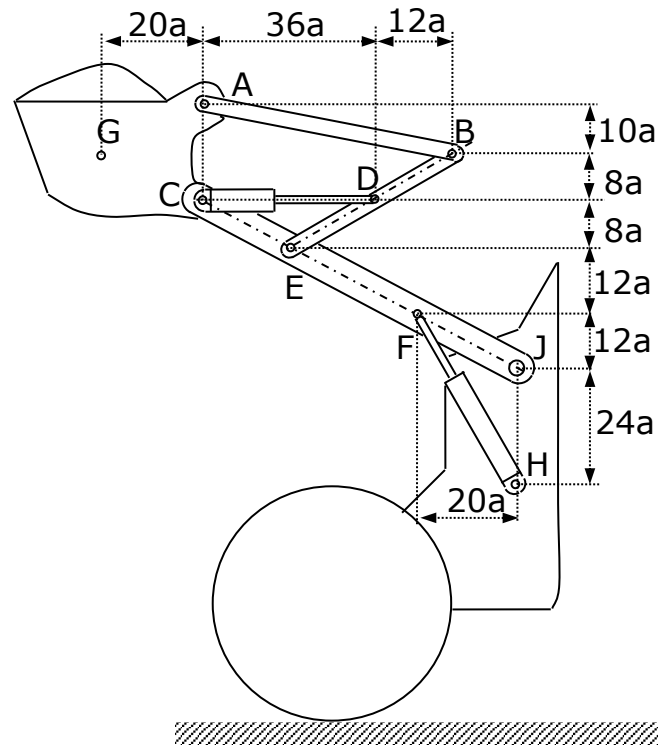
Oharra: ECBF lauki giltzatu paralelogramoa izateagatik, elkarren artean paraleloak diren barrak abiadura eta azelerazio angeluar berdinarekin higiko dira aldiunero.

2.6 PROBLEMA 2.6

2.6.1 ENUNTZIATUA

Makina kargatzaile baten koilara kontrolatzen dutenen mekanismo bietako bat aldiune zehatz batean ikusten da irudian. Koilarak eta bere kargak osatzen duten multzoaren pisua P da eta G puntuan aplikatuta dago.

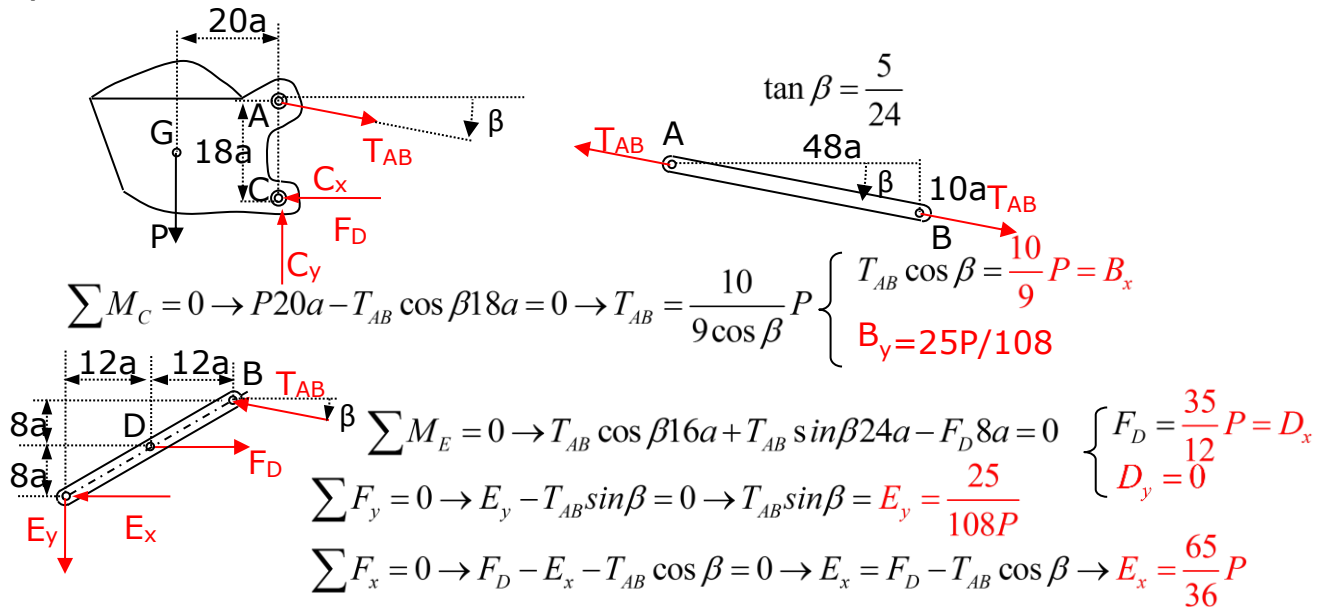
- Kalkulatu mekanismoaren askatasun maila.
- Kalkulatu EDB elementuaren B , D eta E puntuetan eragiten duten indar guztiak, CD zilindro hidraulikoa posizio horizontalean dagoela kontuan hartuz.
- Kalkulatu mekanismoaren abiadura poloen kopuru osoa.
- Zehaztu abiadura polo primarioak.



2.6.2 EBAZPENA

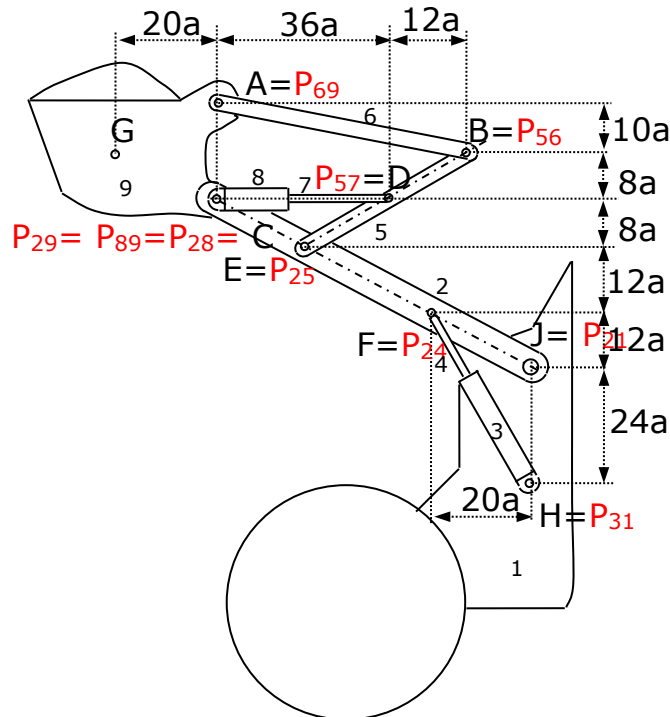
a) $G = 2$, ($n = 9$, $P_I = 11 = 9R + 2P$)

b)



c) $N = \frac{n(n-1)}{2} \rightarrow N = 36$

d)



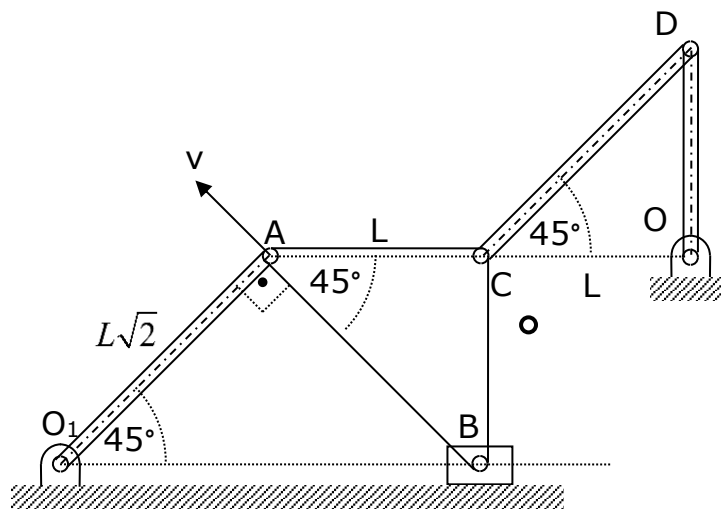
Oharra: Estatikako ekuazioak elementuz elementu aplikatuz B, D eta E korapiloetan eragindako indarrak kalkulatu dira.

2.7 PROBLEMA 2.7

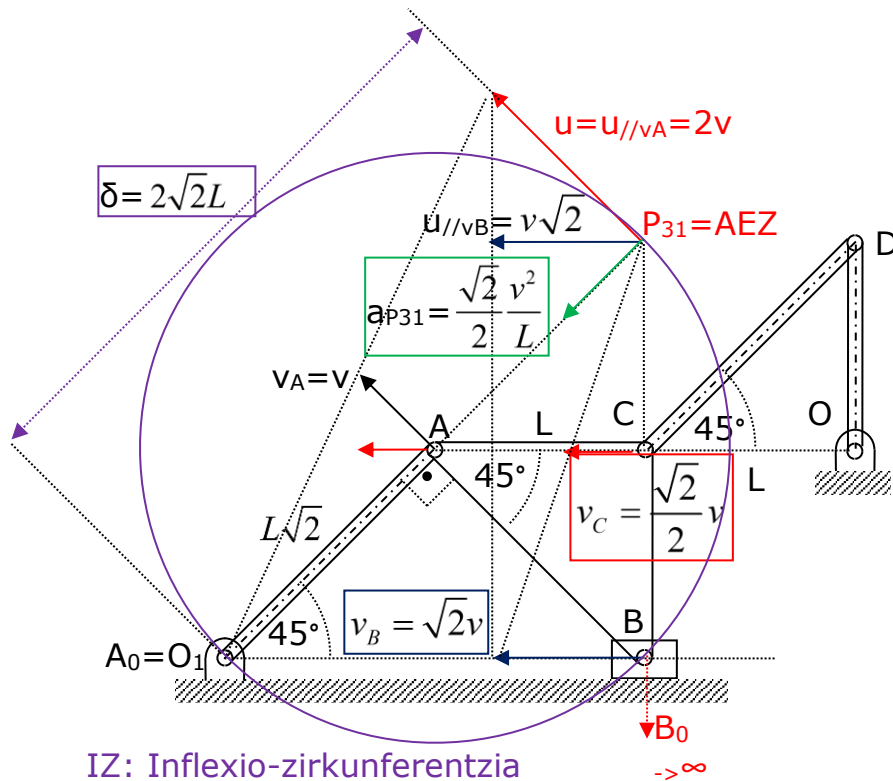
2.7.1 ENUNTZIATUA

Irudiko mekanismoan A puntuaren abiadura konstantea v da. Irudiko aldiunean ABC elementuarentzat:

- Irudikatu inflexio-zirkunferentzia (zentroa eta erradioa zehaztuz)
- Kalkulatu Segidako abiadura
- Kalkulatu Aldiuneko errotazio zentroaren azelerazioa.



2.7.2 EBAZPENA



Azalpena: Inflexio-zirkunferentzia kalkulatzeko bi bide erabil daitezke.
 1. Bidea (Irudian ikusten da).

Inflexio-zirkunferentzia $P_{31}=AEZ$ eta B puntuetatik pasatzen da eta AEZ puntuan jarraipen abiadurarekiko ukitzaila da.

A eta B puntuetan Hartman teorema betetzen dela kontuan hartuz kalkulatu da Jarraipen abiadura ABC elementuarentzat.

2. Bidea.

Inflexio-zirkunferentziak honako hiru propietateak betetzen ditu:

- AEZ puntuan jarraipen abiadurarekiko ukitzaila da.

- Bere diametroa $\delta = \frac{u}{\omega}$ non u jarraipen abiadura eta ω abiadura angeluarra diren.

- AEZren azelerazioaren aldean kokatuta dago bere zentroa.

AEZren azelearioa kalkulatu daiteke azelerazio eremuko ekuazioaren bidez eta gero $\vec{a}_p = \vec{u} \times \vec{\omega}$ ekuaziotik jarraipen abiaduraren modulua eta noranzkoa lortzen dira.

2.8 PROBLEMA 2.8

2.8.1 ENUNTZIATUA

Irudiko palankako mekanismoaren bidez A puntuan indar bat aplikatuz gero E blokean konpresio-indar bat egiten da. D Irristailua marruskadurarik gabe higitzen da.

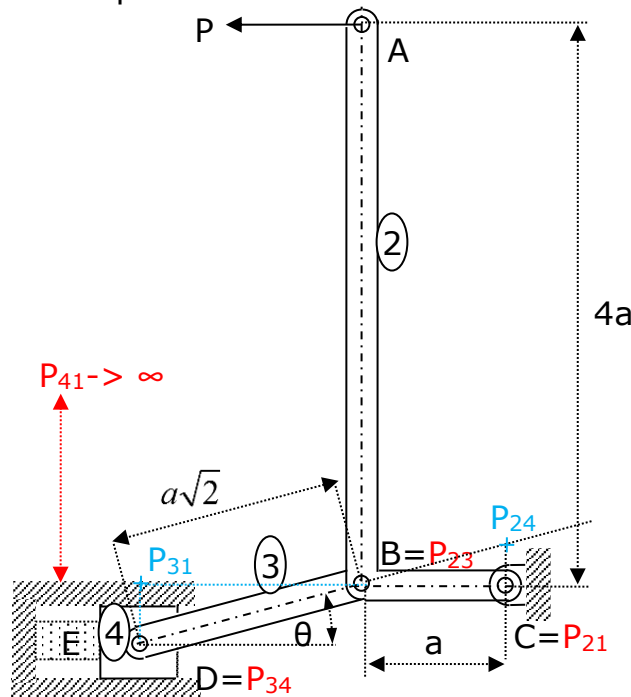
1. ATALA

- 1) Kalkulatu mekanismoaren askatasun maila
- 2) Kalkulatu E blokean egiten den konpresio indarra
- 3) Kalkulatu abiadura poloen kopuru osoa, eta zehaztu abiadura polo guztien posizioak

2. ATALA

BC barra erlojuarren orratzen kontrako ω abiadura angeluar konstantez higitzen dela kontuan hartuz, $\theta = 45^\circ$ den aldiunean kalkulatu:

- 4) DB barraren abiadura angeluarra eta D irristailuaren abiadura.
- 5) DB barraren azelerazio angeluarra eta D irristailuaren azelerazioa
- 6) DB barraren AEZ-ren azelerazioa kalkulatu azelerazioen eremuko ekuazioa erabiliz.
- 7) DB barraren jarraipen abiadura \vec{u} kalkulatu $\vec{a}_{AEZ} = \vec{u} \times \vec{\omega}$ ekuazioa erabiliz
- 8) DB barraren inflexio-zirkunferentziaren diametroa?
- 9) DB barraren inflexio-poloaren abiadura.
- 10) Baieztatu D eta B puntuetan Hartman teorema betetzen dela.

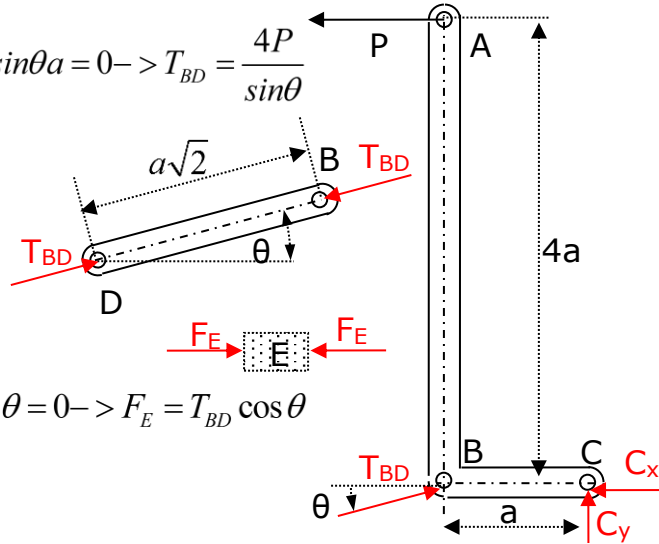
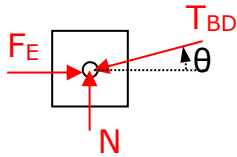


2.8.2 EBAZPENA

1) $n = 4, P_I = 4 = 3R + 1P, P_I = 0 \rightarrow G = 1$

2)

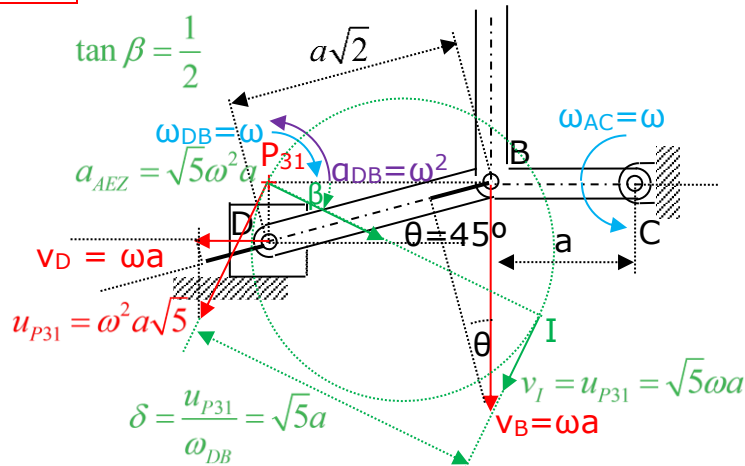
$$\sum M_C = 0 \rightarrow P4a - T_{BD} \sin \theta a = 0 \rightarrow T_{BD} = \frac{4P}{\sin \theta}$$



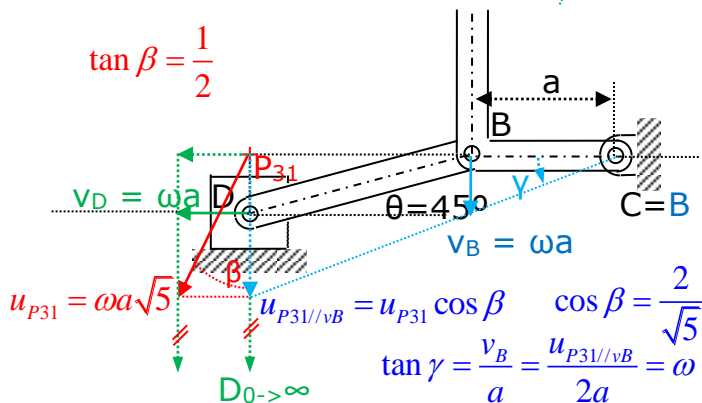
$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_E - T_{BD} \cos \theta = 0 \rightarrow F_E = T_{BD} \cos \theta$$

$$F_E = \frac{4P}{\tan \theta}$$

4)-9) $\vec{a}_D = 3\omega^2 a \leftarrow$



10)



Azalpena: AEZren azelerazioa azelerazio eremua erabiliz kalkulatu

da eta $\vec{a}_p = \vec{u} \times \vec{\omega}$ erabiliz u askatzen da eta $\delta = \frac{u}{\omega}$ -tik δ lortzen da.

2.9 PROBLEMA 2.9

2.9.1 ENUNTZIATUA

Irudiko mekanismoarentzat honakoa kalkulatzeko eskatzen da.

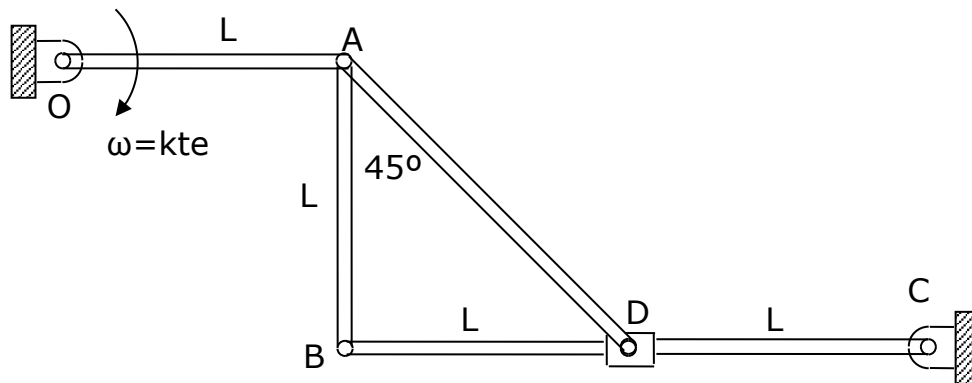
1. ATALA

- 1) Kalkulatu mekanismoaren askatasun maila
- 2) Kalkulatu O puntuan egin behar den M momentua D irristailuan P indar horizontal bat eskubirantz egiten denean
- 3) Kalkulatu abiadura-poloen kopuru osoa, eta zehaztu abiadura-polo guztien posizioak

2. ATALA

OA barra erlojuaren orratzen kontrako ω abiadura angeluar konstantez higitzen dela kontuan hartuz, irudiko aldiunean kalkulatu:

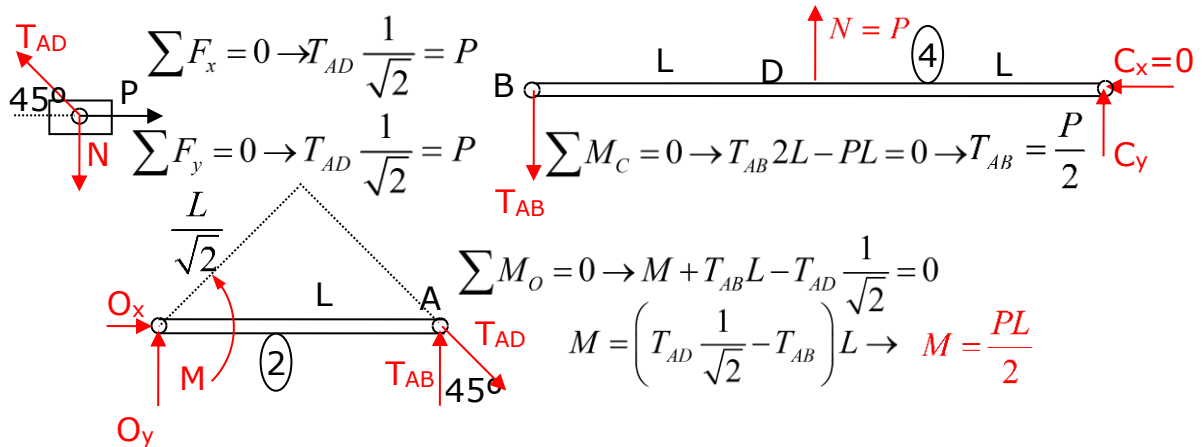
- 4) AD barraren abiadura angeluarra eta D irristailuaren abiadura.
- 5) AD barraren azelerazio angeluarra eta D irristailuaren azelerazioa
- 6) AD barraren AEZren azelerazioa kalkulatu azelerazioen eremuko ekuazioa erabiliz.
- 7) AD barraren jarraipen abiadura \vec{u} kalkulatu $\vec{a}_{AEZ} = \vec{u} \times \vec{\omega}$ ekuazioa erabiliz
- 8) AD barraren inflexio-zirkunferentziaren diamentroa?
- 9) AD barraren inflexio-poloaren abiadura.
- 10) Baieztatu A puntuan Hartman teorema betetzen dela.



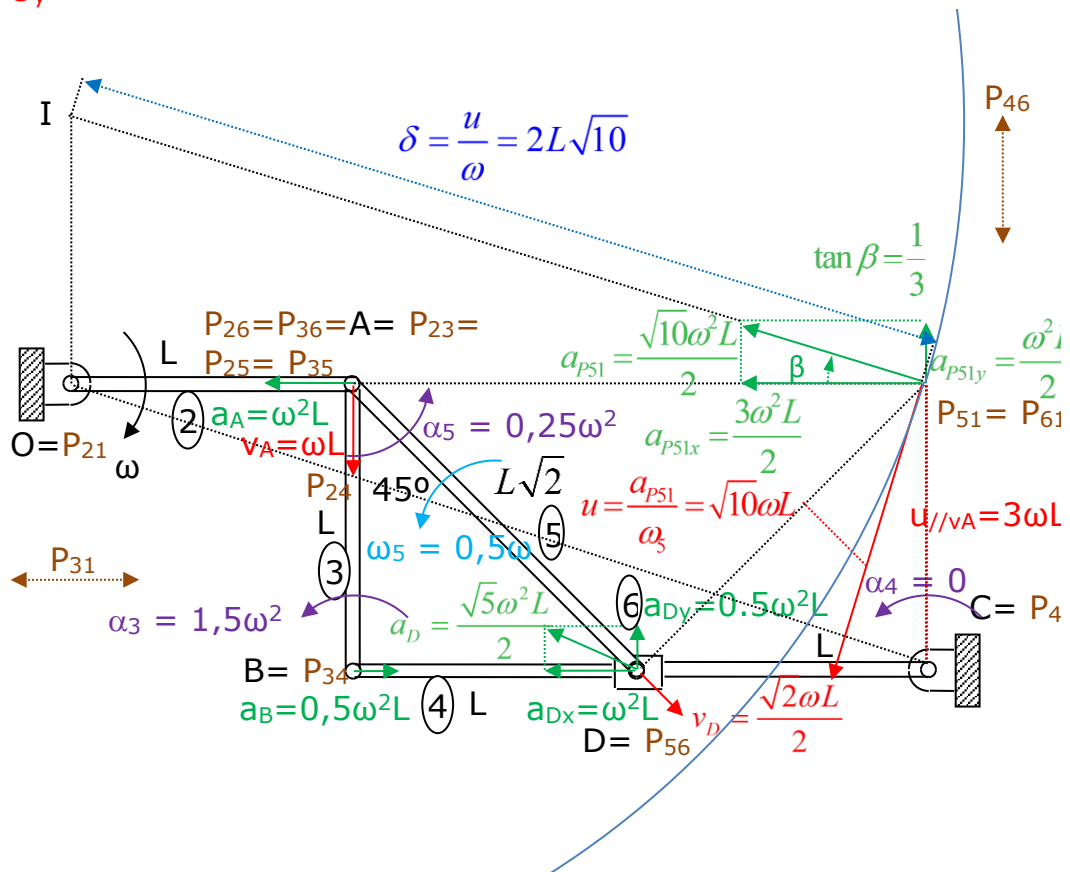
2.9.2 EBAZPENA

1) $G = 1$ ($n = 6, P_I = 7$ ($6R+1P$) $P_{II}=0$)

2) $N = \frac{n(n-1)}{2} = 15$



3)-
10)



Azalpena: AD barraren AEZ= P_{51} zirkuluaren metodoa erabiliz lortzen da eta AEZ-ren azelerazioa azelerazio eremua erabiliz kalkulatzen da eta $\vec{a}_p = \vec{u} \times \vec{\omega}$ erabiliz u askatzen da eta $\delta = u/\omega$ -tik δ lortzen da.

2.10 PROBLEMA 2.10

2.10.1 ENUNTZIATUA

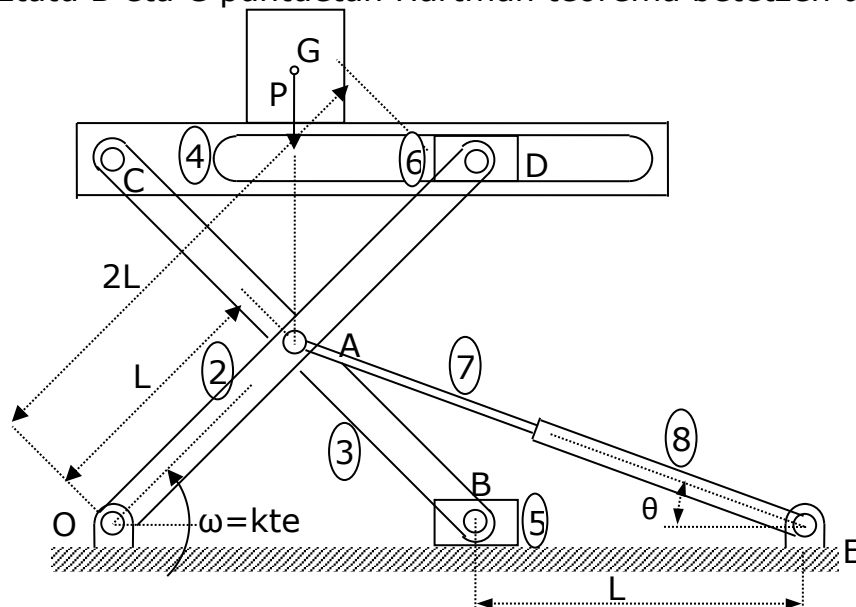
Irudiko mekanismoa P pisuko kargak altxatzeko erabiltzen da. Mekanismoaren 2. eta 3. barrak berdinak dira eta mekanismoaren eragingailua zilindro hidraulikoa da.

- 1) Kalkulatu mekanismoaren askatasun maila
- 2) Kalkulatu zilindro hidraulikoak egin behar duen indarra oreka estatikoan egoteko G puntuan P indarra aplikatuta dagoenean.
- 3) Kalkulatu abiadura-poloen kopuru osoa, eta zehaztu abiadura-polo primarioak

2. ATALA

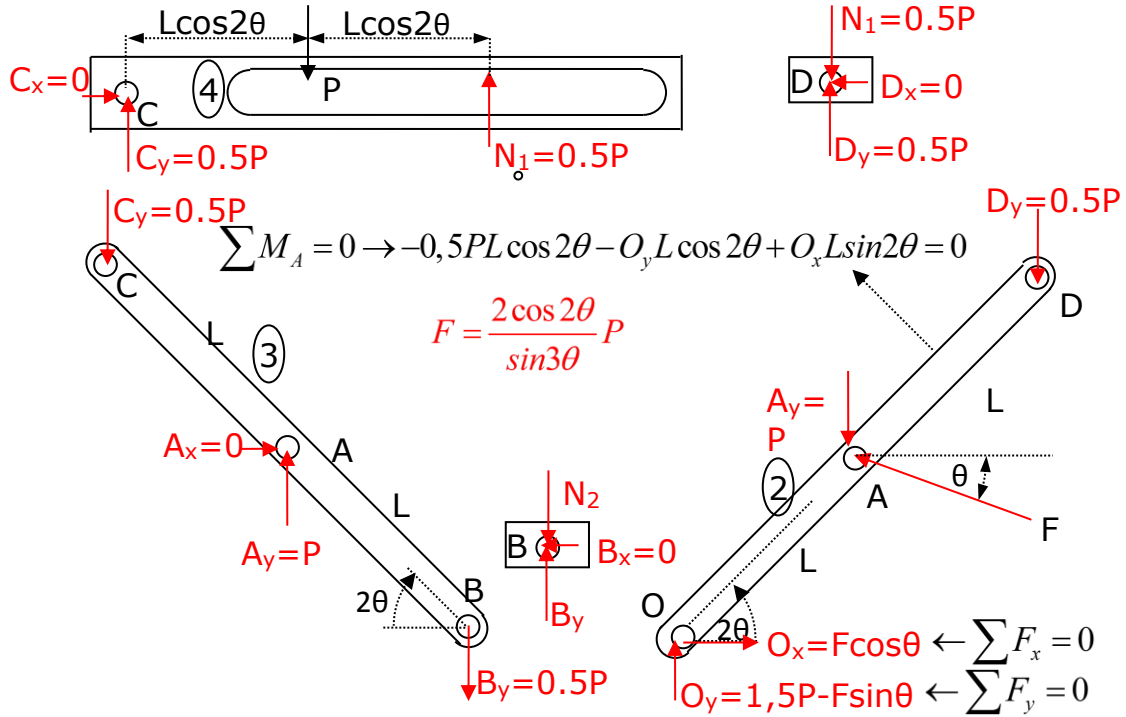
OA barra erlojuaren orratzen aldeko ω abiadura angeluar konstantez higitzen dela kontuan hartuz, irudiko aldiunean kalkulatu:

- 4) BC barraren abiadura angeluarra eta B irristailuaren abiadura.
- 5) BC barraren azelerazio angeluarra eta B irristailuaren azelerazioa
- 6) BC barraren AEZren azelerazioa kalkulatu azelerazioen eremuko ekuazioa erabiliz.
- 7) BC barraren jarraipen abiadura \vec{u} kalkulatu $\vec{a}_{AEZ} = \vec{u} \times \vec{\omega}$ ekuazioa erabiliz
- 8) BC barraren inflexio-zirkunferentziaren diametroa?
- 9) BC barraren inflexio-poloaren abiadura.
- 10) Baieztatu B eta C puntuetan Hartman teorema betetzen dela.



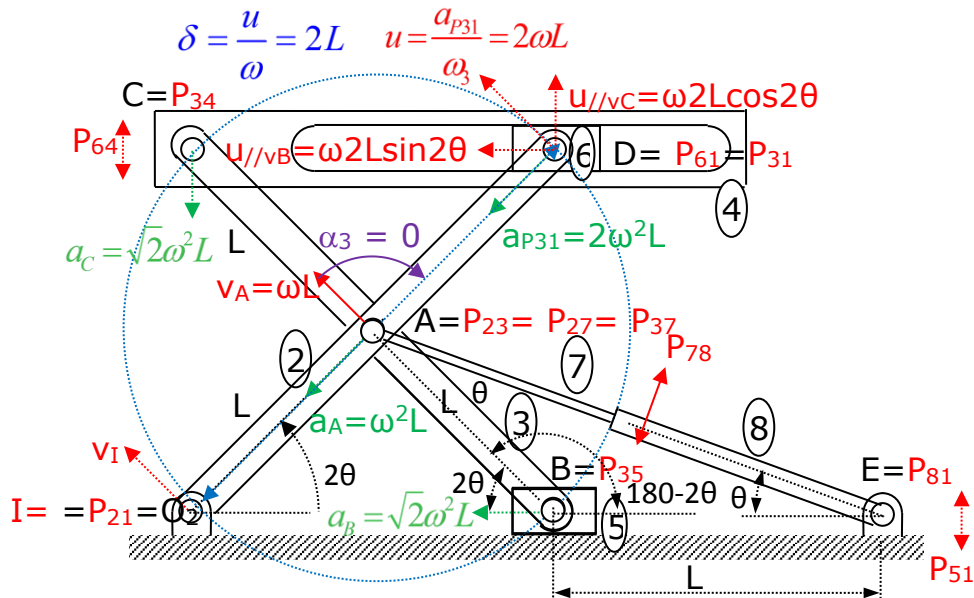
2.10.2 EBAZPENA

- 1) $G = 1$ ($n = 8$, $P_I = 10$ ($7R + 3P$), $P_{II} = 0$)
- 2)



3) $N = \frac{n(n-1)}{2} = 28$

4)-10)



Azalpena: Inflexio-zirkunferentzia B eta $D = P_{31}$ puntuetatik pasatzen da eta AEZren azelerazioa azelerazio eremua erabiliz kalkulatzen da eta $\vec{a}_p = \vec{u} \times \vec{\omega}$ -tik u askatzen da eta $\delta = u/\omega$ -tik δ diametroa lortzen da.