6. GAIA

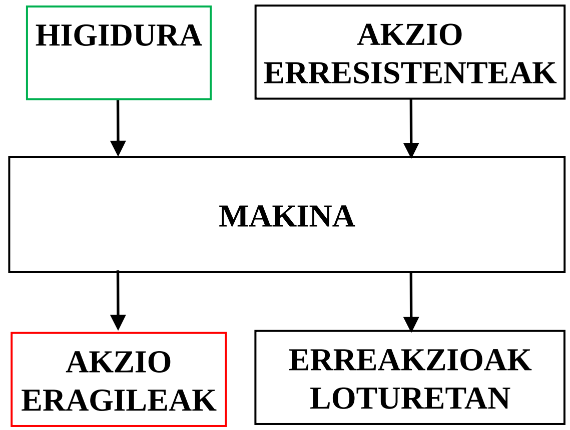
DINAMIKAKO PROBLEMA MOTAK. PROBLEMA ZINETOSTATIKOA

Neftalí Carbajal de la Red

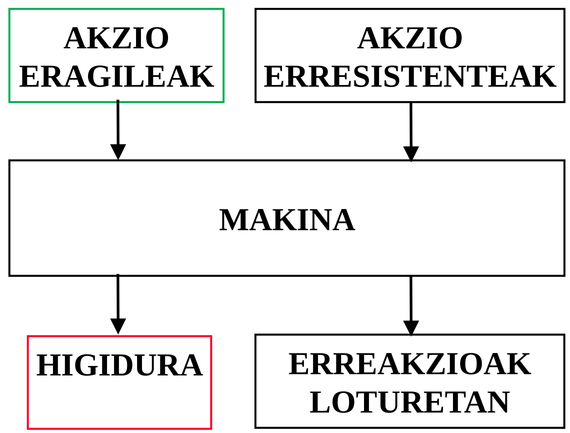
AURKIBIDEA

CC BY NC SA

A. DINAMIKAKO PROBLEMA ZINETOSTATIKOA (6.Gaia)



B. DINAMIKAKO PROBLEMA ZUZENA (7.Gaia)



D’ALEMBERT PRINTZIPIOA

“Higitzen den mekanismo bat kanpo indarrak eta inertzi indarrak aldi berean jasaten dituela kontsideratzen bada oreka estatikoan dago.” ..

$$\begin{cases} \sum \vec{F} + \vec{F}_{in} = 0 \\ \sum \vec{M} + \vec{M}_{in} = 0 \end{cases} \qquad \begin{array}{l} \vec{F}_{in} = -m \cdot \vec{a}_G \\ \vec{M}_{in} = -I_G \cdot \vec{\alpha} \end{array}$$

a) Ekuazioen kopurua eta ezezagunen kopurua

$$\boxed{N_{Ek} = 3(N-1)} = \boxed{N_{Ez} = G + 2P_I + P_{II}}$$

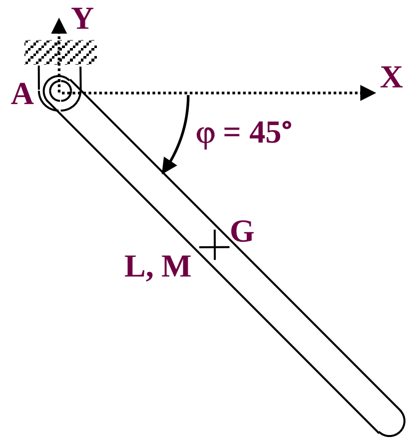
N: Mekanismoaren elementuen kopurua (finkoa barne)

b) Ekuazioen planteamendua

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_G = 0 \end{array} \right\}$$

c) Ekuazioen ebazpena

ADIBIDEA



Emaitzak

$$\vec{\alpha} = -\frac{3\sqrt{2}}{4}\frac{g}{L}\vec{k}$$

$$\vec{R}_{Ax} = -\frac{3}{8} mg\vec{i}$$

$$\vec{R}_{Ay} = \frac{5}{8} mg\vec{j}$$

CC BY NC SA

POTENTZI BIRTUALEN METODOA

Mekanismo batean eragindako indarrek eta momentuek (inertzia-indarrak barne) edozein abiadura eremu birtualetan sortutako potentzia nulua da. Beheko ekuazioan abiadura eremu birtuala abiadura eremu erreala aukeratu da.

$$M = 1 \quad \left\{ \quad \sum_{i=1}^{p} \overrightarrow{F_i} \cdot \overrightarrow{v_i} + \sum_{j=1}^{q} \overrightarrow{M_j} \cdot \overrightarrow{\omega_j} + \left(\sum_{j=1}^{N} \overrightarrow{F_{in\,j}} \cdot \overrightarrow{v_{Gj}} + \sum_{j=1}^{N} \overrightarrow{M_{in\,j}} \cdot \overrightarrow{\omega_j} \right) = 0 \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{F_{in}} = -m \cdot \overrightarrow{a_G} \\ \overrightarrow{M_{in}} = -I_G \cdot \overrightarrow{\alpha} \end{array} \right.$$

CC BY NC SA

PROBLEMA 1

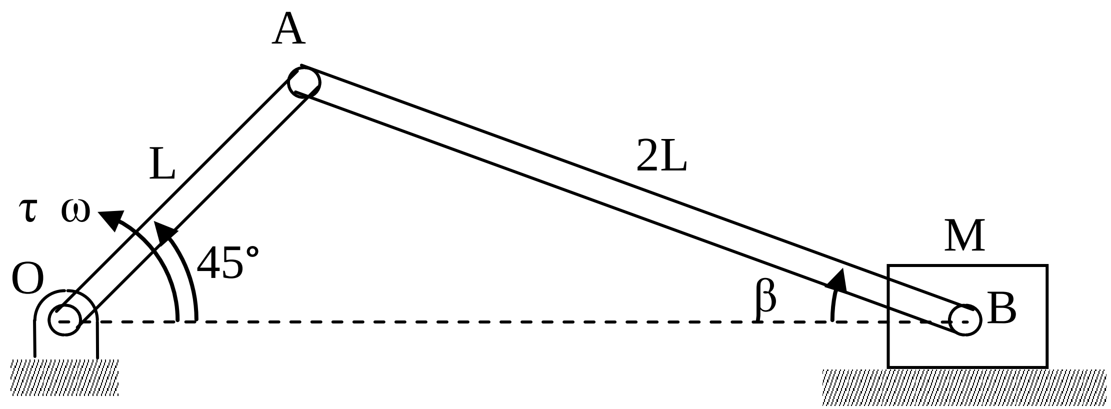
Irudiko mekanismoaren OA barra ω abiadura angeluar konstantez higitzen dela jakinik, OA barran aplikatu behar den τ momentua kalkulatzea eskatzen da.

Datuak:

OA: L luzerakoa eta masa mespretxagarria.

AB: 2L luzerakoa eta masa mespretxagarria.

B irristailea: Puntuala eta M masakoa .



Emaitza: $\boxed{\vec{\tau} = 0,7262 M \omega^2 L^2 \vec{k}}$

PROBLEMA 2

Irudiko mekanismoaren AB barra, M momentu eragilearen ondorioz, ω=20 rads^{-1} abiadura angeluar konstantez higitzen da dela jakinik, honakoak kalkulatzea eskatzen da.

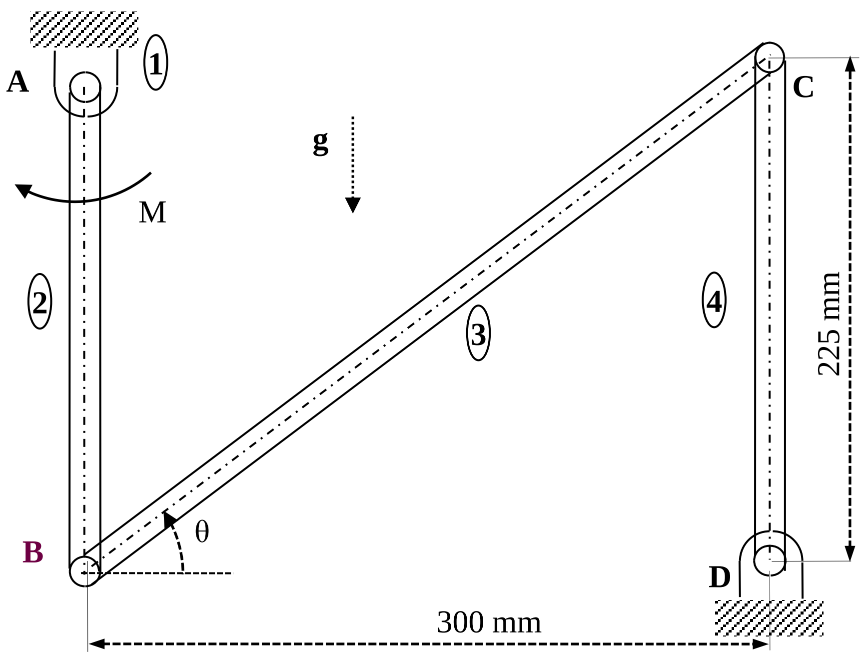
a) AB barrrak jasaten duen M momentu eragilea

b) B eta C puntuetan agertzen diren loturako indarrak

Datuak:

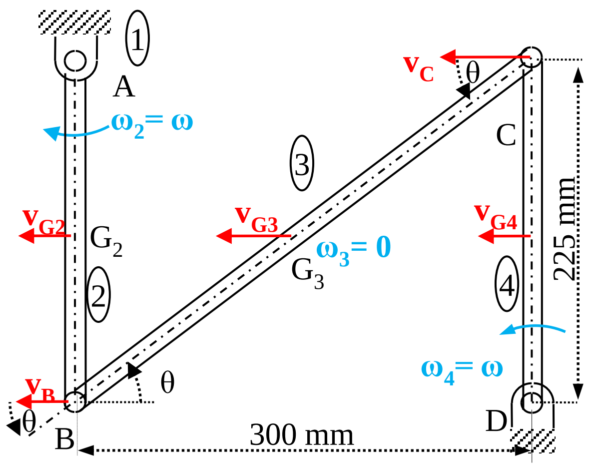
$m_{AB} = m_{CD}$=1,5 kg

m_{BC} = 3kg



IKASKETA ZINEMATIKOA

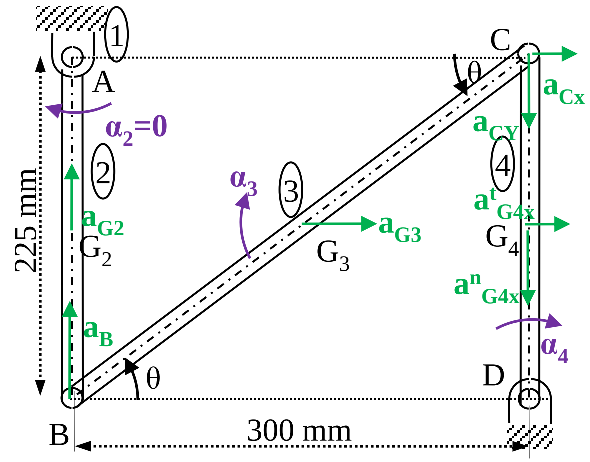
ABIADURAK



AZELERAZIOAK

$$\vec{a}_C = \vec{a}_C^{\,n} + \vec{a}_C^{\,t} = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB}^{\,n} + \vec{a}_{CB}^{\,t}$$

3	Modulua	Norabidea
$\vec{a}_C^{\,n}$	$\omega_4^2 \overline{DC}$	↓
$\vec{a}_C^{\,t}$	$\alpha_4 \overline{DC}$	←
$\vec{a}_B$	90	↑
$\vec{a}_{CB}^{\,n}$	$\omega_3^2 \overline{BC} = 0$	θ ↙
$\vec{a}_{CB}^{\,t}$	$\alpha_3 \overline{BC}$	↖ θ



$$\begin{cases} \vec{v}_B = 4{,}5\,ms^{-1}\ \ -\vec{i} \\ \vec{v}_C = 4{,}5\,ms^{-1}\ \ -\vec{i} \\ \vec{\omega}_3 = 0 \\ \vec{\omega}_4 = 20 s^{-1}\vec{k} \end{cases}$$

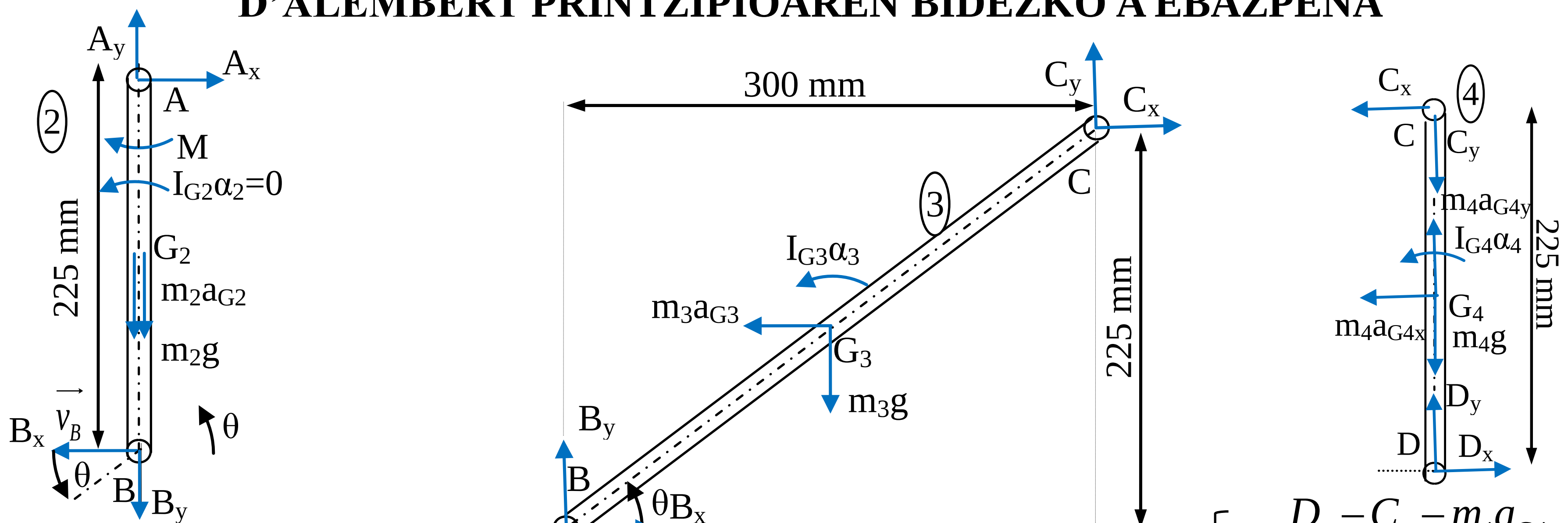
$$\begin{cases} \vec{v}_{G2} = 2{,}25\,ms^{-1}\ \ -\vec{i} \\ \vec{v}_{G3} = 4{,}5\,ms^{-1}\ \ -\vec{i} \\ \vec{v}_{G4} = 2{,}25\,ms^{-1}\ \ -\vec{i} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{a}_B = 90\,ms^{-2}\,\vec{j} \\ \vec{a}_C = \left[135\ \vec{i}\ + 90\ -\vec{j}\ \right] ms^{-2} \\ \vec{\alpha}_3 = 600 s^{-2}\ \ -\vec{k}\ \ s^{-2} \\ \vec{\alpha}_4 = 600 s^{-2}\ \ -\vec{k}\ \ s^{-2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \vec{a}_{G2} = 45\,ms^{-2}\,\vec{j} \\ \vec{a}_{G3} = 67{,}5\,ms^{-2}\ \ \vec{i} \\ \vec{a}_{G4} = \left[67{,}5\ \vec{i}\ + 45\ -\vec{j}\ \right] ms^{-2} \end{cases}$$

CC BY NC SA

D'ALEMBERT PRINTZIPIOAREN BIDEZKO A EBAZPENA



$$\begin{cases} A_x - B_x = 0 \\ A_y - B_y - m_2 g - m_2 a_{G2y} = 0 \\ A_x \cdot \dfrac{0,225}{2} + B_x \cdot \dfrac{0,225}{2} + M = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} B_x + C_x - m_3 a_{G3} = 0 \\ B_y + C_y - m_3 g = 0 \\ C_y \dfrac{0,3}{2} - C_x \dfrac{0,225}{2} - B_y \dfrac{0,3}{2} + B_x \dfrac{0,225}{2} + I_{G3}\alpha_3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} D_x - C_x - m_4 a_{G4x} = 0 \\ D_y - C_y - m_4 g + m_4 a_{G4y} = 0 \\ D_x \dfrac{0,225}{2} + C_x \dfrac{0,225}{2} + I_{G4}\alpha_4 = 0 \end{cases}$$

D’ALEMBERT PRINTZIPIOAREN BIDEZKO A EBAZPENA

$$\left.\begin{array}{lccccccccccc}
(1) & A_x & & -B_x & & & & & & & = & 0 \\
(2) & & A_y & & -B_y & & & & & & = & 82,2 \\
(3) & 0,225A_x & & & & & & & & +M & = & 0 \\
(4) & & & +B_x & & +C_x & & & & & = & 202, \\
(5) & & & & +B_y & & +C_y & & & & = & 29,4 \\
(6) & & & +0,11B_x & -0,15B_y & -0,11C_x & +0,15C_y & & & & = & -21,0 \\
(7) & & & & & -C_x & & +D_x & & & = & 101,2 \\
(8) & & & & & & -C_y & & +D_y & & = & -52, \\
(9) & & & & & +0,11C_x & & +0,11D_x & & & = & -3,8
\end{array}\right\}$$

$$\boxed{M = -60,75\,N\cdot m}$$

$$\boxed{B_x = 270,0\,N}$$

$$\boxed{B_y = 211,57\,N}$$

$$\boxed{C_x = -67,51\,N}$$

$$\boxed{C_y = -182,17\,N}$$

Ebazteko pausuak honakoak dira:

1. Hasieran, (7) eta (9) ekuazioetatik -> Cx eta Dx askatuko dira.
2. Cx (4) ekuazioan ordezkatuz, Bx askatuko da. Bx (1) ekuazioan ordezkatuz, Ax askatuko da.
3. Ax (3) ekuazioan ordezkatuz, M lortuko da.
4. Bx eta Cx (6) ekuazioan ordezkatuz, eta 5 ekuazioarekin, By eta Cy askatuko dira.
5. By (2) ekuazioan ordezkatuz, Ay askatuko da.
6. Azkenik, Cy (8) ekuazioan ordezkatuz, Dy askatuko da.

CC BY NC SA

POTENTZI BIRTUALEN BIDEZKO EBAZPENA

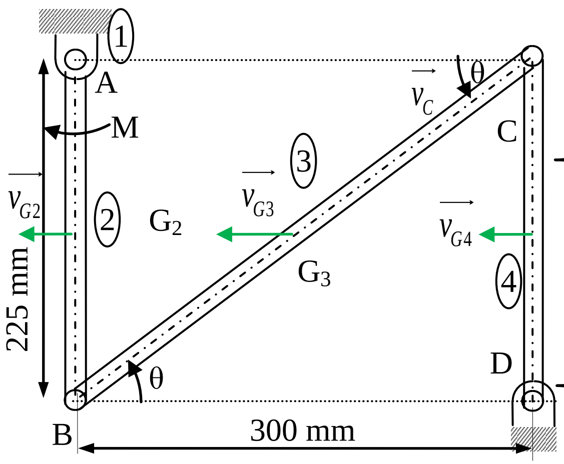
$$\boxed{\vec{M}\cdot\vec{\omega}+m_2\vec{g}\cdot\vec{v_{G2}}+m_3\vec{g}\cdot\vec{v_{G3}}+m_4\vec{g}\cdot\vec{v_{G4}}-m_2\vec{a_{G2}}\cdot\vec{v_{G2}}-m_3\vec{a_{G3}}\cdot\vec{v_{G3}}-m_4\vec{a_{G4}}\cdot\vec{v_{G4}}-I_{G2}\vec{\alpha_2}\cdot\vec{\omega_2}-I_{G3}\vec{\alpha_3}\cdot\vec{\omega_3}-I_{G4}\vec{\alpha_4}\cdot\vec{\omega_4}=0}$$

$$\begin{cases}\vec{M}\cdot\vec{\omega}=M\ \overrightarrow{-k}\ \cdot 20\ \overrightarrow{-k}\ =20M\\ m_2\vec{g}\cdot\vec{v_{G2}}=1{,}5\cdot 9{,}8\ \overrightarrow{-j}\ \cdot 2{,}25\ \overrightarrow{-i}\ =0\\ m_3\vec{g}\cdot\vec{v_{G3}}=3\cdot 9{,}8\ \overrightarrow{-j}\ \cdot 4{,}5\ \overrightarrow{-i}\ =0\\ m_4\vec{g}\cdot\vec{v_{G4}}=1{,}5\cdot 9{,}8\ \overrightarrow{-j}\ \cdot 2{,}25\ \overrightarrow{-i}\ =0\end{cases}$$

$$\begin{cases}-m_2\vec{a_{G2}}\cdot\vec{v_{G2}}=-1{,}5\cdot 45\ \vec{j}\ \cdot 2{,}25\ \overrightarrow{-i}\ =0\\ -m_3\vec{a_{G3}}\cdot\vec{v_{G3}}=-3\cdot 67{,}5\ \vec{i}\ \cdot 4{,}5\ \overrightarrow{-i}\ =911{,}25\\ -m_4\vec{a_{G4}}\cdot\vec{v_{G4}}=-3\cdot\left[67{,}5\ \vec{i}\ +45\ \vec{j}\ \right]\cdot 2{,}25\ \overrightarrow{-i}\ =227{,}81\end{cases}$$

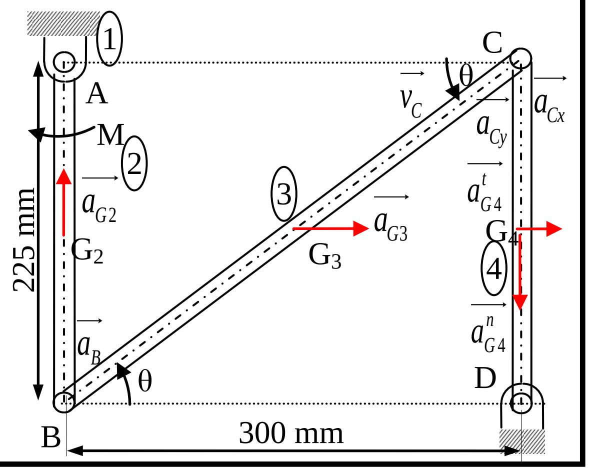
$$\begin{cases}-I_{G2}\vec{\alpha_2}\cdot\vec{\omega_2}=0{,}0063\cdot 0\ \vec{k}\ \cdot 20\ \overrightarrow{-k}\ =0\\ -I_{G3}\vec{\alpha_3}\cdot\vec{\omega_3}=0.0351\cdot 600\ \overrightarrow{-k}\ \cdot 0\ \vec{k}\ =0\\ -I_{G4}\vec{\alpha_4}\cdot\vec{\omega_4}=-0{,}0063\cdot 600\ \overrightarrow{-k}\ 20\ \vec{k}\ =75{,}94\end{cases}$$

$$\boxed{M=-60{,}75\,Nm}$$



$$\begin{cases}\vec{v_{G2}}=2{,}25ms^{-1}\ \overrightarrow{-i}\\ \vec{v_{G3}}=4{,}5ms^{-1}\ \overrightarrow{-i}\\ \vec{v_{G4}}=2{,}25ms^{-1}\ \overrightarrow{-i}\end{cases}\qquad\begin{cases}\vec{a_{G2}}=45ms^{-2}\,\vec{j}\\ \vec{a_{G3}}=67{,}5ms^{-2}\ \vec{i}\\ \vec{a_{G4}}=\left[67{,}5\ \vec{i}\ +45\ \overrightarrow{-j}\ \right]ms^{-2}\end{cases}$$

$$\begin{cases}\vec{\omega_2}=20s^{-1}\ \overrightarrow{-k}\\ \vec{\omega_3}=0\\ \vec{\omega_4}=20s^{-1}\vec{k}\end{cases}\qquad\begin{cases}\vec{\alpha_2}=0\\ \vec{\alpha_3}=-600s^{-2}\vec{k}\\ \vec{\alpha_4}=-600s^{-2}\vec{k}\end{cases}$$



5. BIBLIOGRAFIA

- Hernández, A. Dinámica de maquinaria. Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Bilbao, 2007

BY NC SA