

Física de Edificios: Transmisión de calor y masa en cerramientos

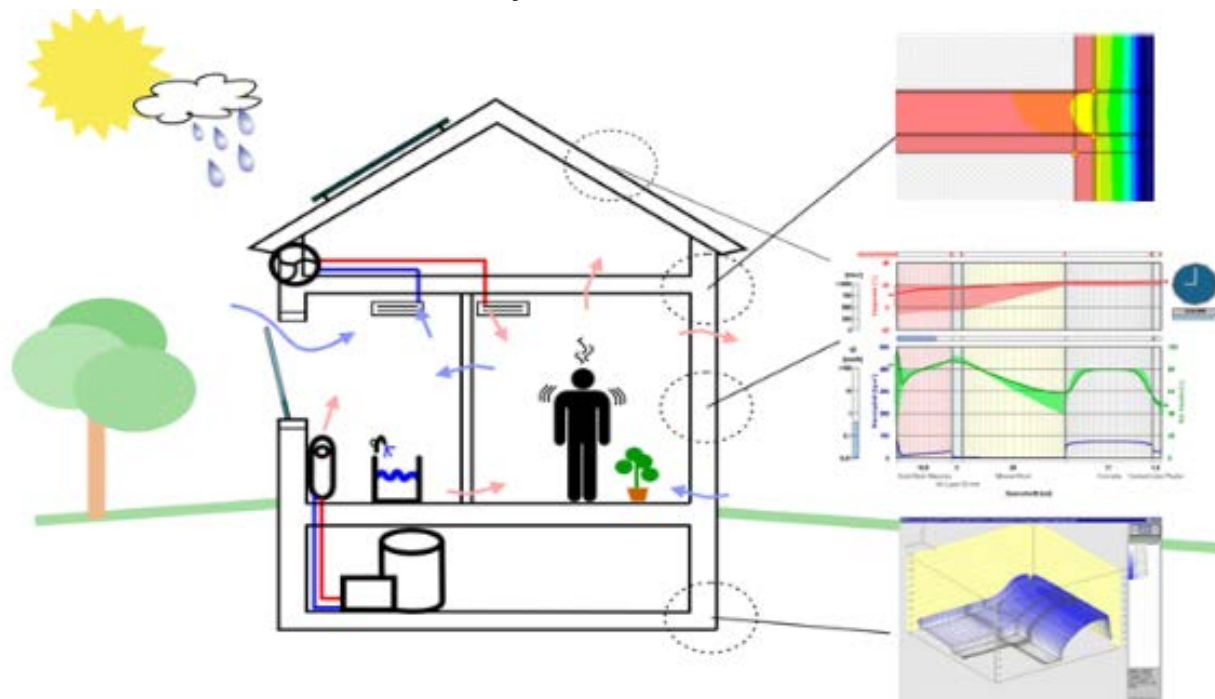


Figura: Fraunhofer Institute for Building Physics IBP
https://wufi.de/en/wp-content/uploads/sites/11/2014/04/800x321_WUFI-Plus-Schaubild.png

- Iñaki Gómez Arriaran
- Moises Odriozola Maritorea
- Koldobika Martín Escudero
- Estibaliz Pérez Iribarren
- Iker González Pino
- Naiara Romero Antón



Makina eta Motor
Termikoak Saila
Departamento de Máquinas
y Motores Térmicos

ikasTHERM
ACTIVE LEARNING IN THERMAL ENGINEERING



Tema 1 -

**TRANSMISIÓN DE CALOR EN
CERRAMIENTOS EN RÉGIMEN PERMANENTE Y TRANSITORIO.
MÉTODOS NUMÉRICOS PARA TRANSMISIÓN DE CALOR.
PUENTES TÉRMICOS**



Transferencia de calor en edificios

- 1ª parte: Transmisión de calor en régimen permanente
- 2ª parte: Transmisión de calor en régimen dinámico
- 3ª parte: Métodos numéricos para transmisión de calor
- 4ª parte: Puentes térmicos



INTRODUCCIÓN



INTRODUCCIÓN

- Objetivos
- Contexto energético
- Mecanismos de transmisión de calor en edificios
- Conducción. Conducción de calor en una pared plana
- Convección. Transmisión de calor por el movimiento del aire
- Transmisión de calor por radiación



Objetivos

- Comprender los mecanismos de transmisión de calor en cerramientos tanto en régimen permanente como transitorio
1. Mecanismos de transmisión de calor
 2. Transmisión de calor en régimen permanente
 3. Transmisión de calor en régimen dinámico
 4. Métodos numéricos para transmisión de calor
 5. Puentes térmicos



1ª parte: Transmisión de calor en régimen permanente

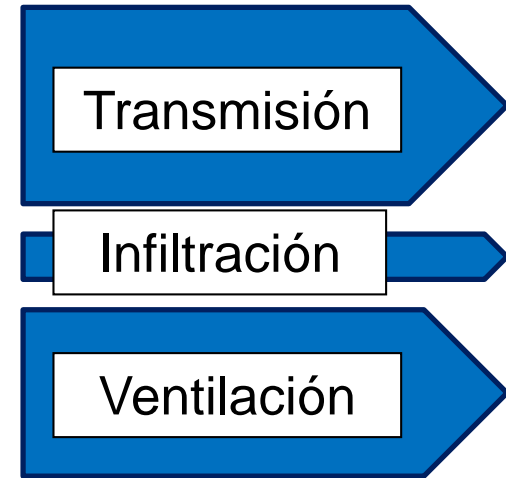


CONTEXTO ENERGÉTICO

Ganancias



Pérdidas



A medida que aumentan las pérdidas o disminuyen las ganancias, aumentan la demanda de calefacción



CONTEXTO ENERGÉTICO

- El consumo energético en edificios representa en torno al 40%
- Medidas para la reducción
 - Reducir pérdidas por transmisión de calor
 - Reducir infiltraciones de aire
- Como consecuencia: Mala calidad del aire interior
 - Problemas de humedades
 - Enfermedades: Asma, cáncer,...
- Incorporación de sistemas de ventilación ⇒ Aumento de las pérdidas por renovación de aire
- Modificación en 2013 del DB HE 0-1



CONTEXTO ENERGÉTICO

- Código Técnico de la Edificación DB HE

- Limitación de la demanda de calefacción →

	Zona climática de invierno					
	α	A	B	C	D	E
$D_{cal,base}$	15	15	15	20	27	40
$F_{cal,sup}$	0	0	0	1000	2000	3000

$$D_{cal,lím} = D_{cal,base} + \frac{F_{cal,sup}}{S} \left[\frac{kWh}{m^2 \cdot año} \right]$$

	Zona climática de invierno					
	α	A	B	C	D	E
$C_{cal,base}$	40	40	45	50	60	70
$F_{cal,sup}$	1000	1000	1000	1500	3000	4000

- Limitación del consumo: Calefacción + ACS ←

$$C_{ep,lím} = C_{ep,base} + \frac{F_{ep,sup}}{S} \left[\frac{kWh}{m^2 \cdot año} \right]$$



CONTEXTO ENERGÉTICO

- Documento Básico HS 3 del CTE
 - Concentración media anual de CO₂ debe ser inferior a 900 ppm
 - Concentración anual acumulada de CO₂ por encima de 1600 ppm debe ser inferior a 500.000 ppm·h
- También se establecen unos caudales fijos mínimos

Tipo de vivienda	Caudal de ventilación mínimo en locales habitables en l/s				
	Locales secos			Locales húmedos	
	Dormitorio principal	Resto de dormitorios	Salas de estar y comedores	Mínimo en total	Mínimo por local
0 ó 1 dormitorios	8	-	6	12	6
2 dormitorios	8	4	8	24	7
3 o más dormitorios	8	4	10	33	8



CONTEXTO ENERGÉTICO

- Cálculo simplificado de la demanda de calefacción
 - La suma de transmitancia térmica de cada

superficie $\implies \sum A \cdot U$

- Caudal de ventilación

$$\dot{Q}_{Demanda} = (T_{Base} - T_e) \cdot (V + \sum A \cdot U)$$

$$Q_{Demanda} = \frac{HDD \cdot (V + \sum A \cdot U)}{3,6 \cdot 10^6} \cdot t$$



CONTEXTO ENERGÉTICO

- Se trata de una aproximación
 - El caudal de ventilación puede variar durante el día
 - Las pérdidas por transmisión también son variables
 - Las ganancias varían a lo largo del día
 - Radiación solar
 - Equipos
 - Ocupación



Mecanismos de transmisión de calor

Dos cuerpos a diferente temperatura intercambian energía en forma de calor hasta que desaparece esa diferencia de temperaturas.

- Existen tres mecanismos fundamentales de transmisión:
 - Conducción
 - Convección
 - Radiación



Mecanismos de transmisión de calor: CONDUCCIÓN

Es el mecanismo de transmisión de calor asociado al intercambio de energía interna de rotación y vibración de las moléculas mediante colisiones entre si. Se puede dar de tres formas diferentes:

- Vibración individual de cada molécula (sólidos amorfos)
- Vibración del conjunto de la red cristalina (sólidos cristalinos)
- Migración de los electrones libres (sólidos metálicos)



Mecanismos de transmisión de calor: CONDUCCIÓN

Es el mecanismo de transferencia entre sólidos en contacto o entre zonas de un sólido que se encuentra a diferentes temperaturas. Aunque en menor cuantía, se produce también en líquidos y gases.

Características:

- Requiere un medio material
- Directamente proporcional a la conductividad del material (k)
- Directamente proporcional a la superficie de intercambio
- Directamente proporcional al salto térmico



Mecanismos de transmisión de calor: CONDUCCIÓN

LEY DE FOURIER

$$\dot{Q}_{cond} = -k \cdot A \frac{dT}{dx}$$

k es la conductividad térmica.

$\frac{dT}{dx}$ es el gradiente de temperatura.



Mecanismos de transmisión de calor: CONDUCCIÓN

- **ECUACIÓN UNIDIMENSIONAL DE LA CONDUCCIÓN DE CALOR EN UNA PARED PLANA GRANDE**

Se aplica cuando existe una dirección dominante de transmisión de calor, siendo las otras dos direcciones despreciables.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \dot{e}_{Gen} = \rho \cdot c \frac{\partial T}{\partial t}$$



Mecanismos de transmisión de calor: CONDUCCIÓN

Conductividad variable:
$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \dot{e}_{Gen} = \rho \cdot c \frac{\partial T}{\partial t}$$

Conductividad constante:
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\dot{e}_{Gen}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

Difusividad térmica:
$$\alpha = \frac{k}{\rho \cdot c}$$

Casos particulares:

- Régimen estacionario
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\dot{e}_{Gen}}{k} = 0$$
- Régimen transitorio sin generación de calor
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$
- Régimen estacionario sin generación de calor
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$$



Mecanismos de transmisión de calor: CONDUCCIÓN

- **ECUACIÓN MULTIDIMENSIONAL DE LA CONDUCCIÓN DE CALOR EN UNA PARED PLANA GRANDE**

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{e}_{Gen} = \rho \cdot c \frac{\partial T}{\partial t}$$



Mecanismos de transmisión de calor: CONVECCIÓN

El mecanismo de transporte de calor relacionado con el transporte de materia en el seno del fluido se denomina **CONVECCIÓN**

- Las fuerzas de unión entre moléculas débiles
- La resistencia térmica a la transmisión de calor por conducción es elevada
- Las moléculas se pueden desplazar libremente
- El transporte de energía se produce por el movimiento de las moléculas



Mecanismos de transmisión de calor: CONVECCIÓN

La transmisión de calor por convección depende de muchos factores:

- La velocidad del fluido
- Geometría
- Características de la superficie de contacto
- Propiedades termofísicas del fluido

Con el objetivo de englobar todos estos factores se utiliza un coeficiente:

h = coeficiente de convección o de película (W/m^2K).

$$\dot{Q} = h \cdot A \cdot (T_{\text{pared}} - T_{\text{fluido}}) = h \cdot A \cdot \Delta T$$

Ley de enfriamiento
de Newton



Mecanismos de transmisión de calor: CONVECCIÓN

- Puede ser de dos tipos:
 - Convección natural
 - Convección forzada



Mecanismos de transmisión de calor: CONVECCIÓN

Convección natural



Superficies internas

- N° de Nusselt →
$$Nu = \frac{h \cdot L}{k} = f(Pr, Gr)$$
- N° de Prandtl →
$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu \cdot c_p}{k}$$
- N° de Grashof →
$$Gr = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta\theta \cdot \Pi^3 \cdot \rho^2}{\mu^2}$$
- N° de Rayleigh →
$$Ra = Gr \cdot Pr$$



Mecanismos de transmisión de calor: CONVECCIÓN

Convección natural



Superficies internas

- N° de Nusselt $\rightarrow Nu = f(Pr, Gr)$
- N° de Prandtl $\rightarrow Nu = C \cdot (Gr \cdot Pr)^m = C \cdot Ra^m$
- N° de Grashof $\rightarrow h_i = k_1 + k_2 \cdot \Delta T^a$
- N° de Rayleigh $\rightarrow \Delta T = T_{superficie} - T_{pared}$



Mecanismos de transmisión de calor: CONVECCIÓN

Convección natural



Superficies internas

Fuente	Sup. vertical			Sup. horizontal					
				Flujo ascendente			Flujo descendente		
	k_1	k_2	a	k_1	k_2	a	k_1	k_2	a
ASHRAE	3,08	-	-	4,04	-	-	0,92	-	-
PERRIES	-	1,60	0,38	-	2,10	0,23	-	1,0	0,33
BAUMAN	-	2,03	0,22	-	1,52	0,33	-	0,51	0,25



Mecanismos de transmisión de calor: CONVECCIÓN

Convección forzada



Superficies externas

- N° de Nusselt $\rightarrow Nu = \frac{h \cdot L}{k} = f(Pr, Gr)$
- N° de Prandtl $\rightarrow Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu \cdot c_p}{k}$
- N° de Reynolds $\rightarrow Re = \frac{c \cdot L}{\nu} = \frac{c \cdot L \cdot \rho}{\mu}$



Mecanismos de transmisión de calor: CONVECCIÓN

Convección forzada



Superficies externas

▪ N° de Nusselt → $Nu = f(Re, Pr)$

$$Nu = C \cdot Re^m \cdot Pr^n \quad \longrightarrow \quad Nu \approx Re^{0,8}$$

$$h_e = a + b \cdot v^n \quad \left\{ \begin{array}{l} h_e = 9 + 0,7 \cdot v \quad (\text{Superficie no expuesta}) \\ h_e = 8 \cdot v^{0,605} \quad (\text{Superficie expuesta}) \end{array} \right.$$



Mecanismos de transmisión de calor: RADIACIÓN

El mecanismo de transporte de calor entre cuerpos que se encuentran a diferente temperatura

- Se produce mediante las ondas electromagnéticas
- La ondas se desplazan en todas las direcciones, fases y frecuencias
- No necesita materia, también se transmite en el vacío
- Todos los cuerpos a temperaturas superiores al cero absoluto emiten radiación



Mecanismos de transmisión de calor: RADIACIÓN

Intercambio de calor por radiación de una superficie:

Es la diferencia entre la energía que emite la superficie y lo que le llega de lo que emiten las superficies la rodean.

La radiación se clasifica función de la frecuencia (o longitud de onda)

La radiación térmica se produce en el intervalo de longitud de onda entre $1000 \div 1.000.000 \text{ A}$



Mecanismos de transmisión de calor: RADIACIÓN

La irradiación G (W/m^2) que llega a una superficie se puede:

- Reflejar

- Absorber

- Transmitir

$$\alpha \cdot G + \rho \cdot G + \tau \cdot G = G$$

$$\alpha + \rho + \tau = 1$$

Absortividad + Reflectividad + Transmisividad = 1

$\alpha(\lambda)$

$\rho(\lambda)$

$\tau(\lambda)$

λ : longitud de onda



Mecanismos de transmisión de calor: RADIACIÓN

■ Reflectividad $\rho(\lambda)$

■ Absortividad $\alpha(\lambda)$

λ : longitud de onda

■ Transmisividad $\tau(\lambda)$

Propiedades espectrales de la radiación:

α_λ = absorptividad espectral

ρ_λ = reflectividad espectral

τ_λ = transmitividad espectral



Mecanismos de transmisión de calor: RADIACIÓN

En base a la transmitividad, los cuerpos se pueden dividir en dos grupos:

- Cuerpos opacos $\longrightarrow \tau = 0$
- Cuerpos semitransparantes $\longrightarrow \tau \neq 0$

- Ultra violeta: $0,25 - 0,37 \mu m$
- Luz visible: $0,37 - 0,7 \mu m$
- Infrarrojo próximo: $0,7 - 2,0 \mu m$
- Infrarrojo: $2,0 - 40 \mu m$



Mecanismos de transmisión de calor: RADIACIÓN

- La absorptividad representa qué fracción de la radiación que llega al cuerpo es absorbida.
- En los cuerpos transparentes es un fenómeno volumétrico, mientras que en los opacos es superficial.
- El valor máximo, la unidad, corresponde al cuerpo negro.

Onda larga:

- 0,9
- Películas met. 0,05 – 0,2

Onda corta:

Color	Claro	Medio	Oscuro
Blanco	0,20	0,30	-
Amarillo	0,30	0,50	0,70
Beige	0,35	0,55	0,75
Marrón	0,50	0,75	0,92
Rojo	0,65	0,80	0,90
Verde	0,40	0,70	0,88
Azul	0,50	0,80	0,95
Gris	0,40	0,65	-
Negro	-	0,96	-



Mecanismos de transmisión de calor: RADIACIÓN

- Todos los cuerpos, por encontrarse a una temperatura absoluta T , emiten radiación.
- El poder emisor de un cuerpo depende de:

- La temperatura del cuerpo, a mayor T^a más importante

- La emisividad del cuerpo

- Constante de Stefan – Boltzmann

$$E\left(\frac{W}{m^2}\right) = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T^4$$

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$$

- Ley de Kirchhoff: $\varepsilon = \alpha$ (Si las temperaturas son similares)



Mecanismos de transmisión de calor: RADIACIÓN

- Emisividad, ε

- Propiedad de los materiales

$$\varepsilon = \frac{E(T)}{E_b(T)}$$

- Sus valores se encuentran entre 0 y 1.

- Depende de las condiciones de la superficie

- Valores típicos:

- Acabados normales, 0,9.

- Películas metálicas y pinturas especiales, 0,03 – 0,2.



Mecanismos de transmisión de calor: RADIACIÓN

Factores de visión:

- F_{ij} \longrightarrow fracción de la radiación que sale de la superficie i y choca directamente contra la superficie j .

- Orientación

- Distancia

- $$\sum_{j=1}^{\infty} F_{1j} = 1$$



Mecanismos de transmisión de calor: RADIACIÓN

El Sol es la fuente primaria de calor de la Tierra.

CONSTANTE SOLAR o IRRADIANCIA SOLAR TOTAL:

Irradiancia solar sobre una superficie perpendicular a los rayos solares más allá de la atmósfera terrestre, distancia media Tierra – Sol de 149,5 millones de *km*.

$$C = 1373 \cdot [1 + \cos(0,973 \cdot N)] \quad C = 1373 \frac{W}{m^2}$$

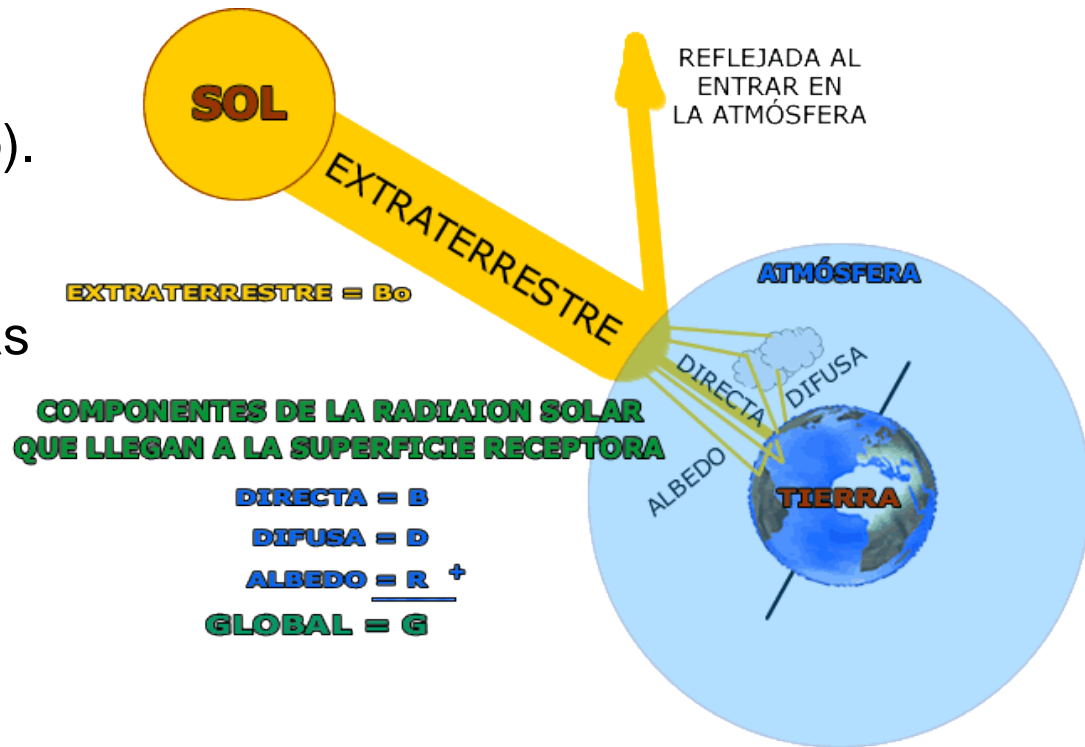
$$N = 1,2,3,\dots,365$$



Mecanismos de transmisión de calor: RADIACIÓN

Toda esta radiación no llega a la superficie del planeta:

- Reflejada (nubes).
- Absorbida
(partículas y capa de Ozono).
- Difundida
(moléculas de gas, partículas
y polvo en suspensión).





Mecanismos de transmisión de calor: RADIACIÓN

La radiación total es la suma de:

- Radiación directa:

Es la radiación que mantiene la línea recta desde el Sol.

- Radiación difusa:

Es la radiación que no llega de forma directa desde el Sol, por haber sufrido cambios bruscos de dirección.

$$G_{Solar} \left(\frac{W}{m^2} \right) = G_D \cdot \cos \theta + G_d$$



Mecanismos de transmisión de calor: RADIACIÓN

Temperatura del cielo:

Temperatura utilizada para considerar el intercambio de calor por radiación con las moléculas de gas y partículas suspendidas en la atmósfera.

$$T_{Cielo} = \begin{cases} 230 \text{ K, cielo frío y claro} \\ 285 \text{ K, cielo cálido y con nubes} \end{cases}$$



Mecanismos de transmisión de calor: RADIACIÓN

Flujo de calor neto por radiación a una superficie

$$\dot{q}_{neta,rad} = \sum E_{absorbida} - \sum E_{emitida}$$

$$\dot{q}_{neta,rad} = E_{solar,absorbida} + E_{cielo,absorbida} - E_{emitida}$$

$$\dot{q}_{neta,rad} = \alpha_s \cdot G_{solar} + \varepsilon \cdot \sigma \cdot T_{cielo}^4 - \varepsilon \cdot \sigma \cdot T_s^4$$

$$\dot{q}_{neta,rad} = \alpha_s \cdot G_{solar} + \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_{cielo}^4 - T_s^4)$$



Régimen permanente

- Una capa

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0 \implies T(x) = A \cdot x + B$$

$$\left. \begin{array}{l} T(x=0) = T_1 \\ T(x=L) = T_2 \end{array} \right\} \text{Condiciones de frontera}$$

$$T(x) = \frac{T_2 - T_1}{L} \cdot x + T_1$$



Régimen permanente

- Hasta hace bien poco el cumplimiento normativo se basaba en el régimen estacionario.
 - Transmitancia térmica.
- Esto supone una simplificación.
- **El comportamiento real es dinámico.**
 - Las excitaciones cambian con el tiempo.



Régimen permanente: CONDUCCIÓN UNIDIMENSIONAL

- Una capa

$$\frac{\dot{Q}}{A} = -k \cdot \frac{dT}{dx} \implies \dot{Q} \cdot dx = -k \cdot A \cdot dT$$

$$\int_0^l \dot{Q} \cdot dx = - \int_{T_1}^{T_2} k \cdot A \cdot dT$$

$$\int_0^l \dot{Q} \cdot dx = \dot{Q} \cdot x \Big|_0^l = \dot{Q} \cdot l$$

$$- \int_{T_1}^{T_2} k \cdot A \cdot dT = -k \cdot A \cdot T \Big|_{T_1}^{T_2} = k \cdot A \cdot (T_1 - T_2)$$

$$\dot{Q} = \frac{k \cdot A \cdot (T_1 - T_2)}{l} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{l}{k \cdot A}}$$



Régimen permanente: CONDUCCIÓN UNIDIMENSIONAL

- Una capa

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{T_1 - T_2}{l/k} \implies R_{\text{Conducción}} = \frac{l}{k} \left[\frac{m^2 \cdot K}{W} \right]$$

- Varias capas

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{T_{s,1} - T_2}{l_A/k_A} = \frac{T_2 - T_3}{l_B/k_B} = \frac{T_3 - T_{s,4}}{l_C/k_C} = \frac{T_{s,1} - T_{s,4}}{l_A/k_A + l_B/k_B + l_C/k_C}$$



Régimen permanente: CONDUCCIÓN UNIDIMENSIONAL

- Varias capas

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{T_{s,1} - T_{s,4}}{\frac{l_A}{k_A} + \frac{l_B}{k_B} + \frac{l_C}{k_C}} = \frac{T_{s,1} - T_{s,4}}{\sum_{i=A}^C \frac{l_i}{k_i}}$$

$$R = \sum_{i=A}^C R_i = \sum_{i=A}^C \frac{l_i}{k_i}$$

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{T_{s,1} - T_{s,4}}{R}$$



Régimen permanente: CONDUCCIÓN UNIDIMENSIONAL

- Transferencia de calor por convección

$$\dot{Q} = h \cdot A_s \cdot (T_s - T_\infty) = \frac{T_s - T_\infty}{\frac{1}{h \cdot A_s}}$$

$$R_{\text{Convección}} = \frac{1}{h \cdot A_s}$$



Régimen permanente: CONDUCCIÓN UNIDIMENSIONAL

- Transferencia de calor por radiación

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{\text{Convección}} + \dot{Q}_{\text{Radiación}}$$

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{\text{Rad}} &= \varepsilon \cdot \sigma \cdot A_s \cdot (T_s^4 - T_{\text{alred}}^4) = \\ &= h_{\text{Rad}} \cdot A_s \cdot (T_s - T_{\text{alred}}) = \\ &= \frac{T_s - T_{\text{alred}}}{R_{\text{Rad}}}\end{aligned}$$

$$h_{\text{Comb}} = h_{\text{Conv}} + h_{\text{Rad}}$$



Régimen permanente: CONDUCCIÓN UNIDIMENSIONAL

- Resistencia térmica superficial
 - Transmisión de calor por convección
 - Transmisión de calor por radiación

$$R_{s,e-i} = \frac{1}{h_{Conv} + h_{Rad}}$$

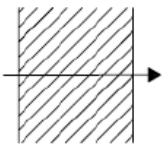
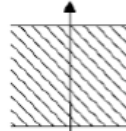
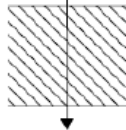
Posición del cerramiento y sentido del flujo de calor	R_{se}	R_{si}
Cerramientos verticales o con pendiente sobre la horizontal $>60^\circ$ y flujo Horizontal 	0,04	0,13
Cerramientos horizontales o con pendiente sobre la horizontal $\leq 60^\circ$ y flujo ascendente (Techo) 	0,04	0,10
Cerramientos horizontales y flujo descendente (Suelo) 	0,04	0,17

Tabla. Código Técnico de la Edificación



Régimen permanente: CONDUCCIÓN UNIDIMENSIONAL

- Transmitancia térmica y resistencia térmica de un cerramiento

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{T_{si} - T_{se}}{\sum_{i=A}^C \frac{l_i}{k_i}} = h_{cre} \cdot (T_e^* - T_{se}) = h_{cri} \cdot (T_i - T_{si})$$

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \frac{T_e - T_i}{\frac{1}{h_{cre}} + \sum_{i=A}^C \frac{l_i}{k_i} + \frac{1}{h_{cri}}} = U \cdot (T_e - T_i)$$



Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- Transmitancia térmica y resistencia térmica de un cerramiento

Transmitancia térmica

$$U = \frac{1}{\frac{1}{h_{cre}} + \sum_{i=A}^C \frac{l_i}{k_i} + \frac{1}{h_{cri}}}$$

Resistencia térmica

$$R = \frac{1}{h_{cre}} + \sum_{i=A}^C \frac{l_i}{k_i} + \frac{1}{h_{cri}} = \frac{1}{U}$$



Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- Resistencia térmica de cámaras de aire
 - Dirección del flujo de calor
 - Horizontal
 - Ascendente
 - Descendente
 - Grado de ventilación
 - Sin ventilar
 - Ligeramente ventilada
 - Cámara de aire muy ventilada



Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- Resistencia térmica de cámaras de aire

Aumenta con el espesor de la cámara, pero el movimiento de aire en su interior, y por lo tanto el efecto de la convección hace que su valor sature.

$$R_{\text{Cámara de aire}} \neq \frac{l_{Ca}}{k_{Ca}}$$



Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- Resistencia térmica de cámaras de aire

Cámaras de aire sin ventilar: Anchura y longitud, por lo menos, 10 veces superior al espesor:

$$R_{\text{Cámara de aire}} = \frac{1}{h_a + h_r}$$

h_a \Rightarrow Coeficiente de conducción – convección.

h_r \Rightarrow Coeficiente de radiación.



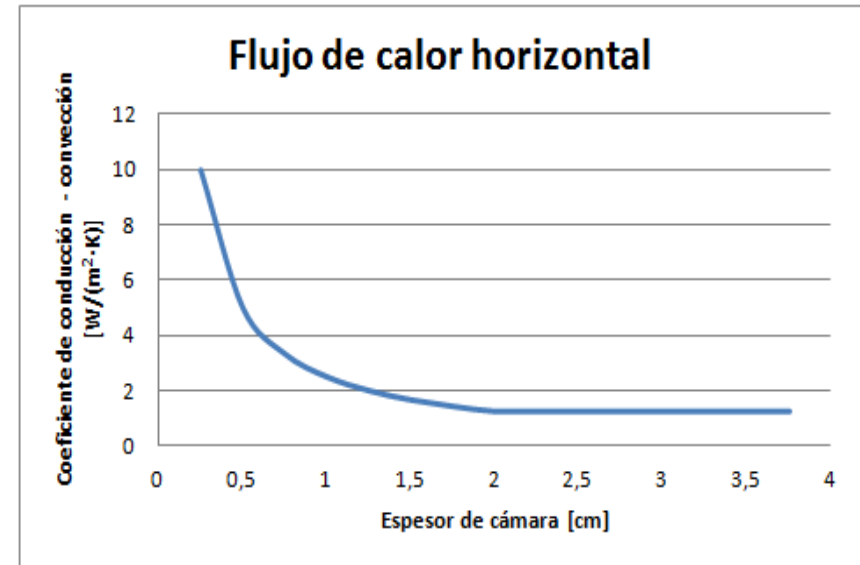
Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- h_a \Rightarrow Coeficiente de conducción – convección.

Flujo de calor hacia arriba $\Rightarrow h_a = \max\left(1,95; \frac{0,025}{d}\right)$

Flujo de calor horizontal $\Rightarrow h_a = \max\left(1,25; \frac{0,025}{d}\right)$

Flujo de calor hacia abajo $\Rightarrow h_a = \max\left(0,12 \cdot d^{-0,44}; \frac{0,025}{d}\right)$





Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- $h_r \Rightarrow$ Coeficiente de radiación.

$$\left(\frac{\dot{Q}}{A} \right)_{Rad} = \frac{\sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

$$\left(\frac{\dot{Q}}{A} \right)_{Rad} = \frac{(T_1 - T_2)}{R_{Rad}}$$

$$R_{Cámara de aire} = \frac{1}{\frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_r}}$$



Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- Resistencia térmica de cámaras de aire  **Film reflexivo**

Cámara de aire sin film reflexivo

Cámara de aire con film reflexivo



$$\left(\frac{\dot{Q}}{A} \right)_{Rad} = \frac{\sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

¿?

- ¿Cuánto representan las pérdidas por radiación con respecto al total? ¿Compensa incorporar el blindaje frente a la radiación?



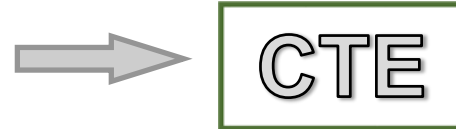
Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- Resistencia térmica de cámaras de aire  
- Cámara de aire sin ventilar:
 - No existe sistema específico para que haya flujo de aire.
 - Existen pequeñas aberturas al exterior:
 - No hay aislamiento entre la cámara y el ambiente exterior.
 - La aberturas no exceden:
 - 500 mm² por m de longitud en cámaras verticales.
 - 500 mm² por m² de superficie en cámaras horizontales.



Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- Resistencia térmica de cámaras de aire



- Cámara de aire sin ventilar

- Emisividad > 0,8

- Espesor máx

$$D_{m\acute{a}x} = 0,1 \cdot m\acute{a}x(\text{altura}; \text{ancho})$$

$$D_{m\acute{a}x} = 0,3 \text{ m}$$

Resistencias térmicas de cámaras de aire en $\text{m}^2 \cdot \text{K} / \text{W}$



e (cm)	Sin ventilar	
	horizontal	vertical
1	0,15	0,15
2	0,16	0,17
5	0,16	0,18

Tabla. Código Técnico de la Edificación

Los valores intermedios se pueden obtener por interpolación lineal.





Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- Resistencia térmica de cámaras de aire  
 - Cámara de aire ligeramente ventilada
 - No existe dispositivo de movimiento de aire.
 - Pero tienes aberturas:
 - $500 \text{ mm}^2 < S_{\text{aberturas}} \leq 1500 \text{ mm}^2$ por m de longitud horizontal entre cámaras verticales.
 - $500 \text{ mm}^2 < S_{\text{aberturas}} \leq 1500 \text{ mm}^2$ por m^2 para cámaras horizontales.

La resistencia térmica de la cámara ligeramente ventilada será la mitad de los valores de la tabla anterior.





Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- Resistencia térmica de cámaras de aire  
 - Cámara de aire ligeramente ventilada
 - No existe dispositivo de movimiento de aire.
 - Pero tienes aberturas:
 - $500 \text{ mm}^2 < S_{\text{aberturas}} \leq 1500 \text{ mm}^2$ por m de longitud horizontal entre cámaras verticales
 - $500 \text{ mm}^2 < S_{\text{aberturas}} \leq 1500 \text{ mm}^2$ por m^2 para cámaras horizontales

La resistencia térmica de la cámara ligeramente ventilada será la mitad de los valores de la tabla anterior.



Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- Resistencia térmica de cámaras de aire  
- Cámara de aire muy ventilada
 - Las aberturas son superiores a:
 - 1500 mm² por m de longitud horizontal entre cámaras verticales.
 - 1500 mm² por m² para cámaras horizontales.

La resistencia térmica se obtiene despreciando la resistencia térmica de la cámara de aire y de las capas entre la cámara y el exterior, y considerando una resistencia superficial exterior correspondiente al aire en calma.



Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- Puentes térmicos

Definición UNE EN ISO 10211:

Parte del cerramiento de un edificio donde la resistencia térmica normalmente uniforme cambia significativamente debido a:

- Penetraciones completas o parciales en el cerramiento de un edificio, de materiales con diferente conductividad térmica;
- un cambio en el espesor de la fábrica;
- una diferencia entre las áreas internas o externas, tales como juntas entre paredes, suelos, o techos.



Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- Puentes térmicos: Clasificación del CTE
 - Integrados en cerramientos
 - Pilares integrados en cerramientos de fachadas
 - Contorno de huecos y lucernario
 - Cajas de persianas
 - Puentes térmicos formados por encuentro de cerramientos
 - Frente de forjado en fachada
 - Unión de cubierta y fachada
 - Uniones de fachadas con losa o solera
 - Esquinas o encuentros de fachadas
 - Encuentros de voladizos con fachadas
 - Encuentros de tabiquería interior con cerramientos exteriores



Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- Puentes térmicos

- Transmitancia térmica lineal, $\psi \left(\frac{W}{m \cdot K} \right)$.

- Transmitancia térmica puntual, $\chi \left(\frac{W}{K} \right)$.



Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- Puentes térmicos: Transmisión de calor
 - Aparecen flujos de calor *bidimensionales* y *tridimensionales*
 - Métodos numéricos (UNE-EN ISO 10211 ó Cobra)
 - Resultados precisos y fiables
 - Mayor esfuerzo
 - Formulaciones simplificadas



Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- Puentes térmicos: Formulación simplificada

$$\Phi_T = \left(\sum U_i \cdot A_i + \sum \psi_j \cdot L_j + \sum \chi_k \right) (\theta_i - \theta_e) = U_m \cdot A_T \cdot (\theta_i - \theta_e)$$

Despreciando la contribución de los puentes térmicos puntuales

$$\Phi_T = \left(\sum U_i \cdot A_i + \sum \psi_j \cdot L_j \right) (\theta_i - \theta_e) = U_m \cdot A_T \cdot (\theta_i - \theta_e)$$



Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- Puentes térmicos: Transmitancia térmica lineal

$$\psi = \frac{\Phi_{2D}}{L \cdot (\theta_i - \theta_e)} - \sum U_i \cdot A_i$$

Transferencia térmica adicional de un puente térmico lineal en relación a la transferencia térmica que se produce en los elementos adyacentes.



Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- Puentes térmicos: Métodos para el cálculo
- Métodos detallados
 - Con modelado tridimensional
 - Con modelado bidimensional
- Métodos simplificados
 - Método simplificado con estimación de ψ
 - Método simplificado con estimación de L
 - Método simplificado con factor corrector de U



Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- Puentes térmicos: Métodos detallados
 - Con modelado tridimensional
 - Cálculo numérico con modelos tridimensionales
 - Exige un alto coste de modelización
 - Con modelado bidimensional
 - Se emplea software como Cobra, o
 - valores precalculados.

$$\Phi_T = \left(\sum U_i \cdot A_i + \sum \psi_j \cdot L_j \right) (\theta_i - \theta_e)$$



Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- Puentes térmicos: Métodos simplificados
 - Se trata de realizar simplificaciones adicionales en

$$\Phi_T = \left(\sum U_i \cdot A_i + \sum \psi_j \cdot L_j \right) (\theta_i - \theta_e)$$

- Método simplificado en estimación de ψ

Se agrupan grupos de encuentros para definir utilizar un valor representativo o tabulado para todos ellos.



Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- Puentes térmicos: Métodos simplificados
 - Método simplificado en estimación de L
- A partir de las características generales del edificio se estiman las longitudes L_j
 - Método simplificado con factor corrector de U
- La parte bidimensional se estima a partir de la parte unidimensional

$$\Phi_T = (1 + \alpha) \sum U_i \cdot A_i \cdot (\theta_i - \theta_e)$$



Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- Puentes térmicos: Métodos simplificados
 - Método simplificado con factor corrector de U

La parte bidimensional se estima a partir de la parte unidimensional

$$\Phi_T = (1 + \alpha) \sum U_i \cdot A_i \cdot (\theta_i - \theta_e)$$

El valor de α varía en función de las características del edificio y los puentes térmicos.



Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- Puentes térmicos: Métodos simplificados
 - Método simplificado con factor corrector de U
- El incremento de U_m por motivo de los puentes térmicos es

$$\Delta U_{PT} = \frac{\sum \psi_j \cdot L_j}{\sum A_i}$$

- Se integra el efecto de los PT en la transmitancia térmica
- Adoptado por CTE DB HE en 2006



Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- Puentes térmicos: Determinación *in situ*

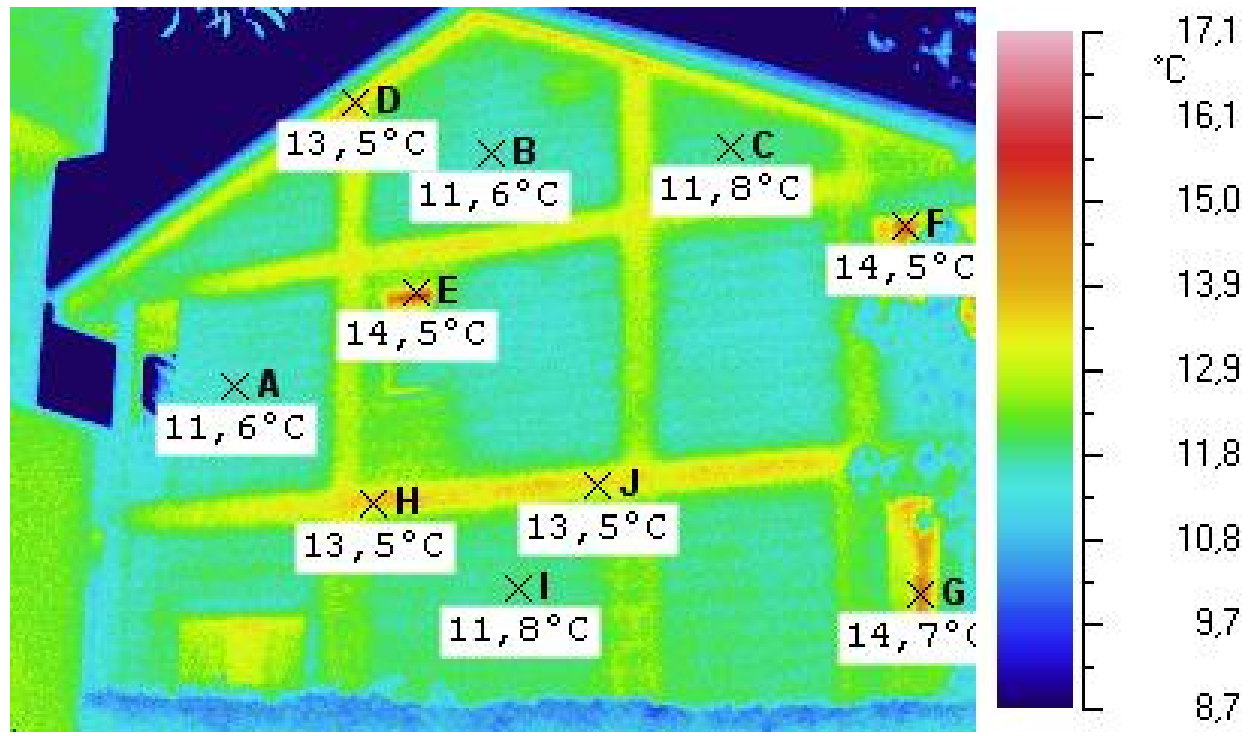
Termografía infrarroja





Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

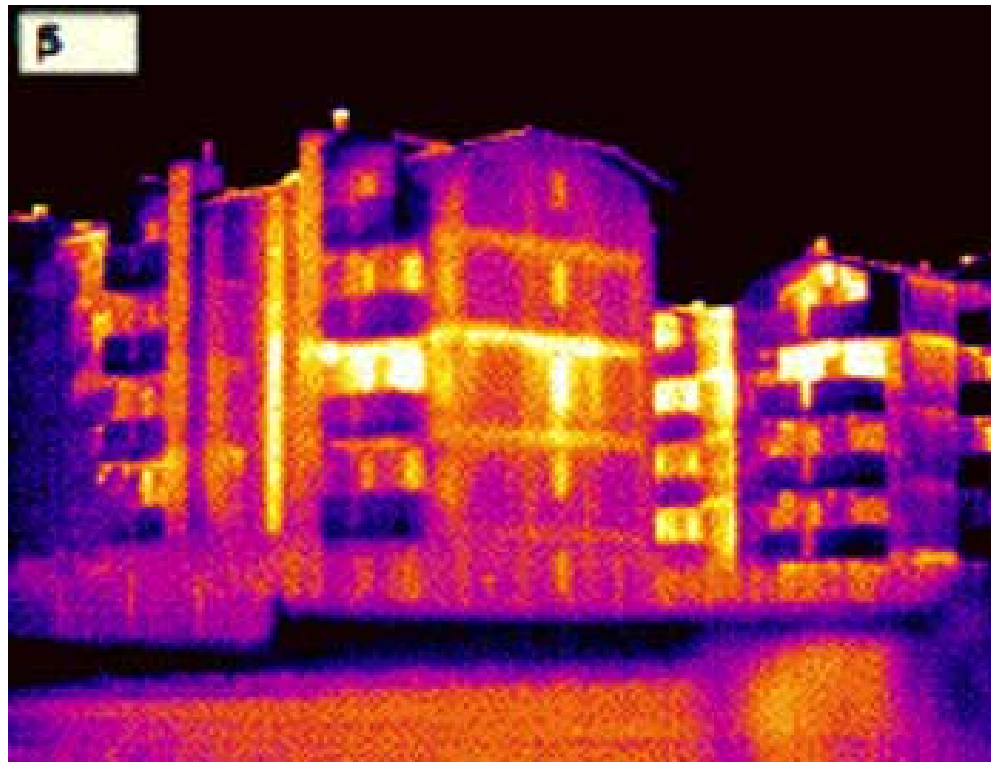
- Puentes térmicos: Determinación *in situ*





Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- Puentes térmicos: Determinación *in situ*





Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- Puentes térmicos: Determinación *in situ*





Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- Puentes térmicos: Humedades por puentes térmicos





Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- Puentes térmicos: Humedades por puentes térmicos





Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- Puentes térmicos: Humedades por puentes térmicos





Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- Valores límite de la transmitancia térmica según el CTE

Documento Básico HE Ahorro de Energía

Tabla 2.3 Transmitancia térmica máxima y permeabilidad al aire de los elementos de la envolvente térmica

Parámetro	Zona climática de invierno					
	α	A	B	C	D	E
Transmitancia térmica de muros y elementos en contacto con el terreno ⁽¹⁾ [W/m ² ·K]	1,35	1,25	1,00	0,75	0,60	0,55
Transmitancia térmica de cubiertas y suelos en contacto con el aire [W/m ² ·K]	1,20	0,80	0,65	0,50	0,40	0,35
Transmitancia térmica de huecos ⁽²⁾ [W/m ² ·K]	5,70	5,70	4,20	3,10	2,70	2,50
Permeabilidad al aire de huecos ⁽³⁾ [m ³ /h·m ²]	≤ 50	≤ 50	≤ 50	≤ 27	≤ 27	≤ 27

⁽¹⁾ Para elementos en contacto con el terreno, el valor indicado se exige únicamente al primer metro de muro enterrado, o el primer metro del perímetro de suelo apoyado sobre el terreno hasta una profundidad de 0,50m.

⁽²⁾ Se considera el comportamiento conjunto de vidrio y marco. Incluye lucernarios y claraboyas.

⁽³⁾ La permeabilidad de las carpinterías indicada es la medida con una sobrepresión de 100Pa.

- Las soluciones constructivas diseñadas para reducir la demanda energética, tales como *invernaderos adosados*, *muros parietodinámicos*, *muros Trombe*, etc., cuyas prestaciones o comportamiento térmico no se describen adecuadamente mediante la transmitancia térmica, pueden superar los límites establecidos en la tabla 2.3.

Fuente: Código Técnico de la Edificación



Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- Valores límite de la transmitancia térmica según el CTE

Limitación de la demanda de calefacción



	Zona climática de invierno					
	α	A	B	C	D	E
$D_{cal,base}$	15	15	15	20	27	40
$F_{cal,sup}$	0	0	0	1000	2000	3000

	Zona climática de invierno					
	α	A	B	C	D	E
$C_{cal,base}$	40	40	45	50	60	70
$F_{cal,sup}$	1000	1000	1000	1500	3000	4000

$$D_{cal,lím} = D_{cal,base} + \frac{F_{cal,sup}}{S} \left[\frac{kWh}{m^2 \cdot año} \right]$$

Tabla. Código Técnico de la Edificación

Limitación del consumo:
Calefacción + ACS



$$C_{ep,lím} = C_{ep,base} + \frac{F_{ep,sup}}{S} \left[\frac{kWh}{m^2 \cdot año} \right]$$

Fuente: Código Técnico de la Edificación



Régimen permanente: TRANSMITANCIA TÉRMICA y RESISTENCIA TÉRMICA

- Valores límite de la transmitancia térmica según el CTE

Documento Básico HE Ahorro de Energía

Bilbao

D.2.9 ZONA CLIMÁTICA C1

Transmitancia límite de muros de fachada y cerramientos en contacto con el terreno

$U_{Mlim}: 0,73 \text{ W/m}^2 \text{ K}$

Transmitancia límite de suelos

$U_{Sim}: 0,50 \text{ W/m}^2 \text{ K}$

Transmitancia límite de cubiertas

$U_{Clim}: 0,41 \text{ W/m}^2 \text{ K}$

Factor solar modificado límite de lucernarios

$F_{Lim}: 0,37$

% de huecos	Transmitancia límite de huecos $U_{Hlim} \text{ W/m}^2 \text{ K}$				Factor solar modificado límite de huecos F_{Hlim}					
	N/NE/NO	E/O	S	SE/SO	Baja carga interna			Alta carga interna		
					E/O	S	SE/SO	E/O	S	SE/SO
de 0 a 10	4,4	4,4	4,4	4,4	-	-	-	-	-	-
de 11 a 20	3,4	3,9	4,4	4,4	-	-	-	-	-	-
de 21 a 30	2,9	3,3	4,3	4,3	-	-	-	-	-	-
de 31 a 40	2,6	3,0	3,9	3,9	-	-	-	0,56	-	0,60
de 41 a 50	2,4	2,8	3,6	3,6	-	-	-	0,47	-	0,52
de 51 a 60	2,2	2,7	3,5	3,5	-	-	-	0,42	-	0,46

Fuente: Código Técnico de la Edificación



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas
 - Tipos de ventanas
 - Según el tipo de apertura
 - Comportamiento según el tipo de ventana
 - Ventanas fijas
 - Batientes
 - Correderas



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas
 - Partes de ventana
 - Marcos de ventanas
 - 10 – 30% de la superficie
 - Madera
 - Apariencia tradicional
 - Buen comportamiento térmico (aumenta con el grosor)
 - Revestimientos empeoran el comportamiento
 - Aluminio
 - Bueno conductor del calor
 - Pueden aparecer condensaciones
 - Rotura de puente térmico



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas
 - Marcos de ventanas
 - PVC
 - Buen comportamiento térmico (madera)
 - Es muy versátil
 - Otros materiales
 - Compuesto de madera
 - Marcos compuestos o híbridos



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas
 - Acristalamiento
 - Vidrios
 - Vidrios transparentes
 - Características mecánicas
 - Plásticos
 - Barato
 - Buenas características de transmitividad y durabilidad
 - Requisitos especiales



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas
 - Acristalamiento
 - Acristalamientos mejorados
 - Tintados
 - Gris, bronce, azul-verde
 - Absorben parte de la luz y calor que llega del Sol
 - Tradicionales
 - Gris y bronce
 - Mayor reducción de la luz y que de calor
 - Selectividad espectral
 - Azules y verdes
 - Transmiten luz solar, absorben infrarroja.



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas
 - Acristalamiento
 - Acristalamientos mejorados
 - Revestimientos bajo emisivos
 - Mayor reducción de la luz y que de calor
 - Mayores espesores, mayores reducciones
 - Plata, oro, bronce
 - Acristalamientos dobles
 - Revestimientos y tintados efectivos para verano
 - Sólo ciertos revestimientos reducen las pérdidas
 - 4 superficies para el revestimiento



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas
 - Acristalamiento
 - Acristalamientos mejorados
 - Acristalamientos dobles
 - Revestimientos y tintados efectivos para verano
 - Sólo ciertos revestimientos reducen las pérdidas
 - 4 superficies para el revestimiento
 - Espesor de la cámara
 - 12 mm, aire o Argón
 - 6 mm, Kriptón



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas
 - Revestimientos bajo emisivos
 - Posición

El principal mecanismo de transferencia de calor en acristalamientos múltiples es la radiación entre la hoja caliente y la hoja fría.

Objetivo: REDUCIR EL EFECTO DE ESTE MECANISMO




Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas
 - Revestimientos bajo emisivos
 - Tipos \longrightarrow Verano o invierno
 - Tres tipos básicos
 - Alta transmisión y baja emisión
 - Transmisión moderada y baja emisión
 - Baja transmisión y baja emisión



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas
 - Revestimientos bajo emisivos
 - Posición  Superficie de la cámara de aire.



El efecto resultante es igual al de añadir una hoja más.

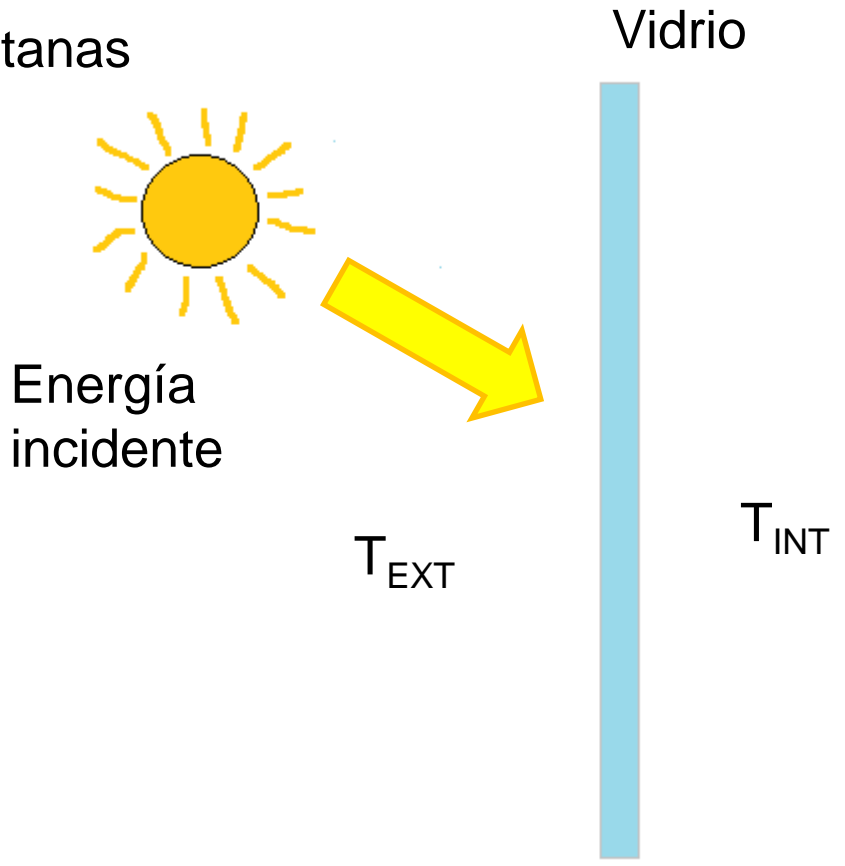
Pero, ¿en qué superficie?



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas

No consideramos las infiltraciones de aire

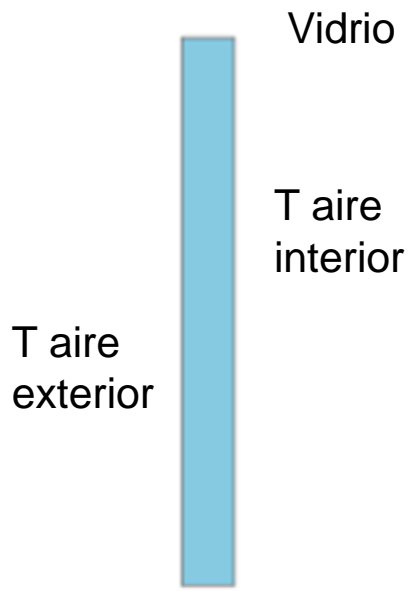




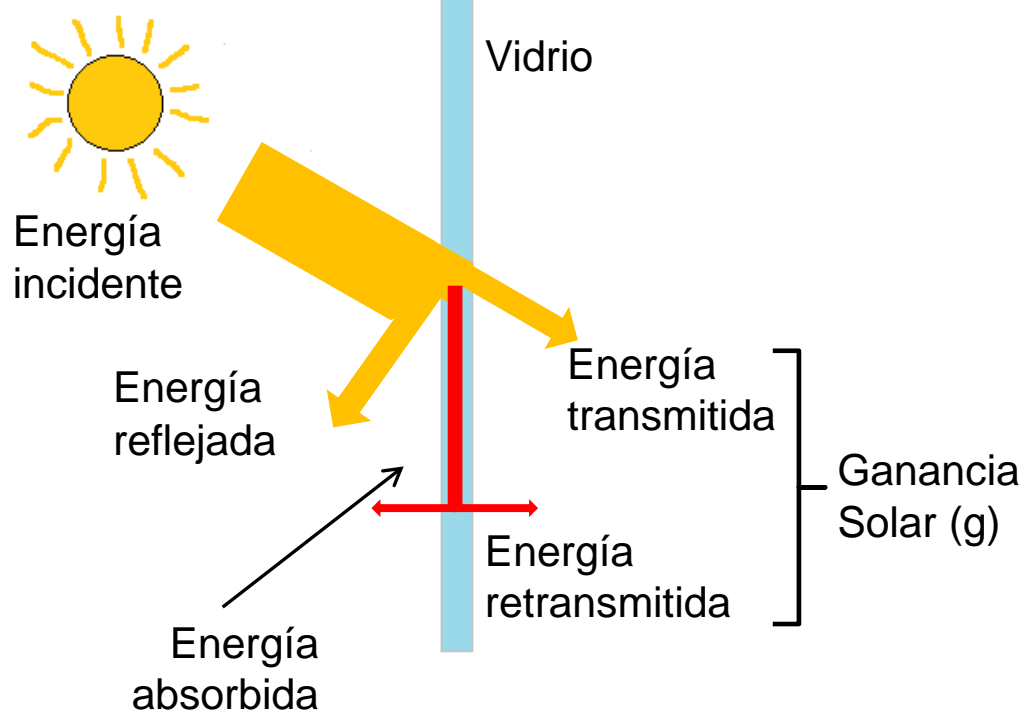
Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas

Transmitancia



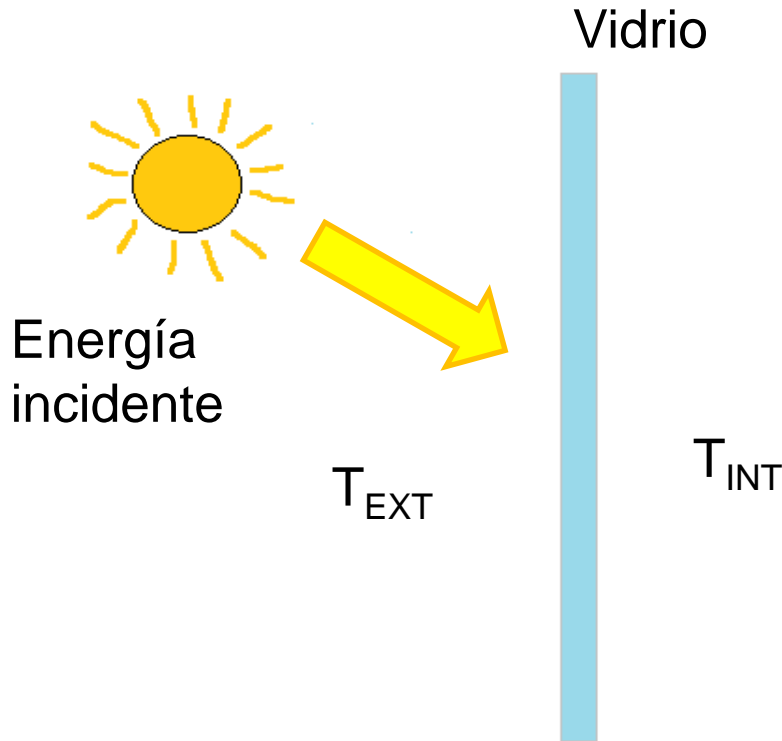
Ganancia solar





Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas



$$\dot{Q}_I = U \cdot A \cdot (T_{Ext} - T_{Int})$$

$$\dot{Q}_{II} = \tau \cdot A \cdot I$$

$$\dot{Q}_{III} = \alpha \cdot A \cdot I \cdot \frac{h_i}{h_i + h_e}$$

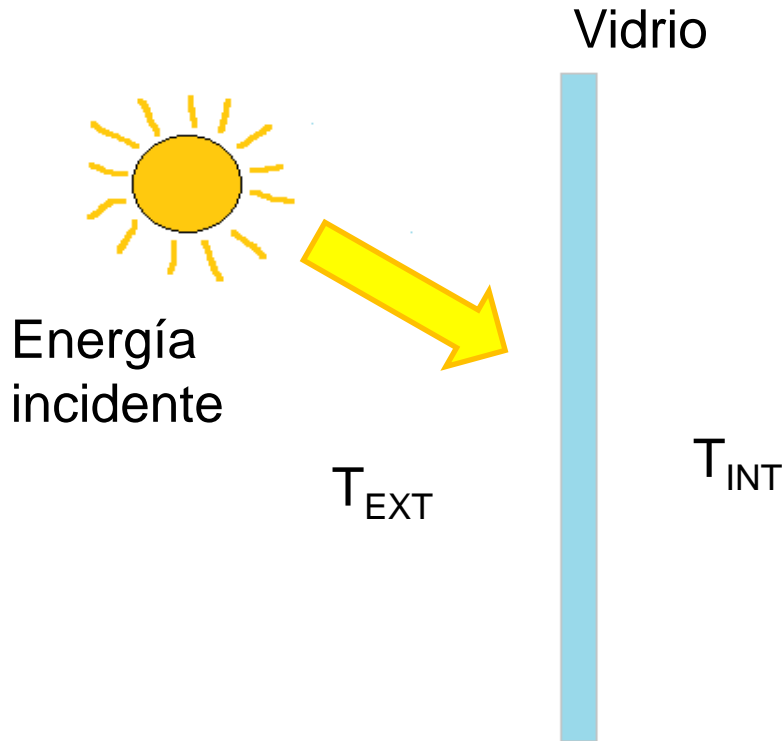
$$\dot{Q} = U \cdot A \cdot (T_{Ext} - T_{Int}) + g \cdot A \cdot I$$

$g \Rightarrow$ Factor solar



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas



$$\dot{Q} = \dot{Q}_I + \dot{Q}_{II} + \dot{Q}_{III}$$

$$\dot{Q} = U \cdot A \cdot (T_{Ext} - T_{Int}) + g \cdot A \cdot I$$

$g \Rightarrow$ Factor solar

Relación entre la energía incidente y lo que llega al interior del edificio.



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas

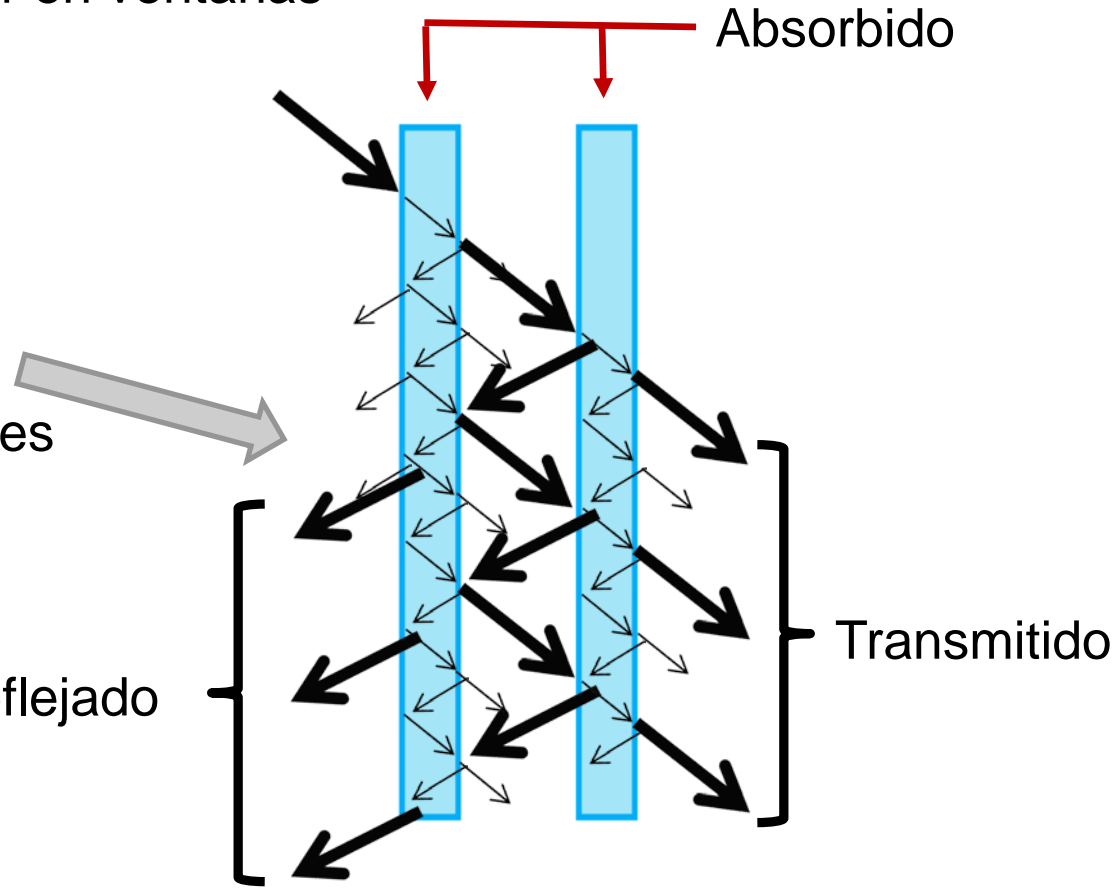
Ventana doble

Aparecen múltiples absorciones y reflexiones

Reflejado

Absorbido

Transmitido





Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas
 - Cálculo de la transmitancia térmica (Ventanas dobles)

UNE – EN ISO 10077-1:2006

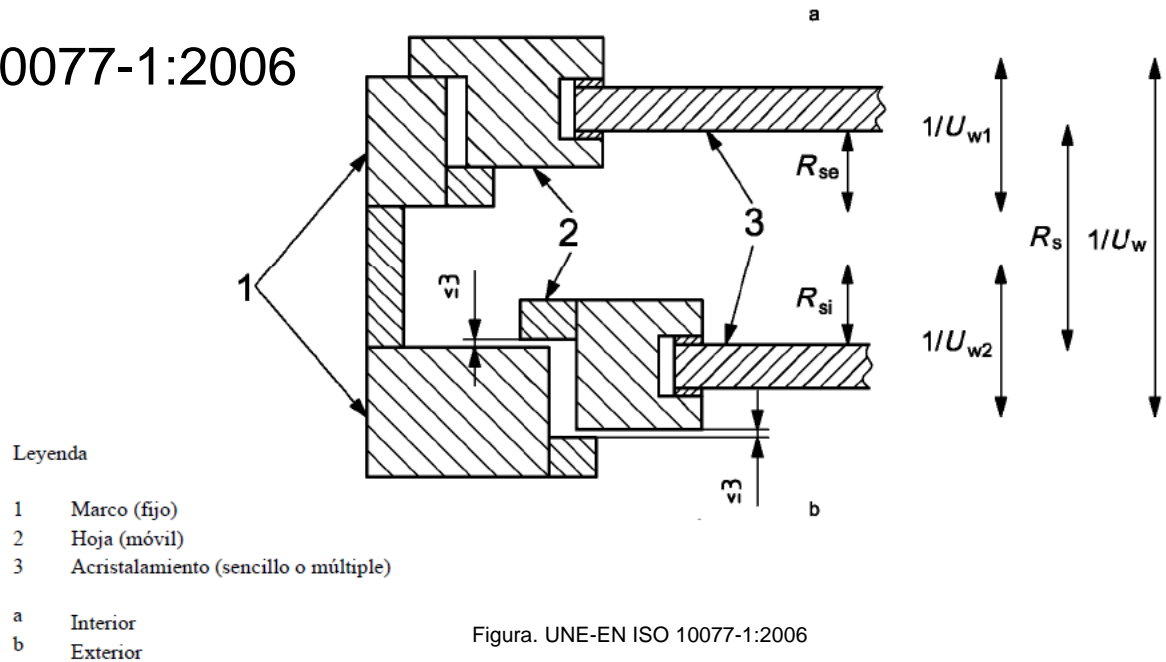


Figura. UNE-EN ISO 10077-1:2006



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas
 - Cálculo de la transmitancia térmica (Ventanas dobles)

UNE – EN ISO 10077-1:2006

$$U_w = \frac{1}{\frac{1}{U_{w_1}} - R_{si} + R_s - R_{se} + \frac{1}{U_{w_2}}}$$

$$U_{w_{1,2}} = \frac{\sum A_g \cdot U_g + \sum A_f \cdot U_f + \sum l_g \cdot \Psi_g}{\sum A_g + \sum A_f}$$

En ausencia de información la conductividad térmica del vidrio, debería utilizarse el valor $\lambda = 1,0 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$

$\Psi_g \implies$ Transmitancia térmica lineal por efectos térmicos combinados del acristalamiento, espaciador y marco.



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas
 - Cálculo de la transmitancia térmica (Ventanas dobles)

UNE – EN ISO 10077-1:2006

$$U_{W_{1,2}} = \frac{\sum A_g \cdot U_g + \sum A_f \cdot U_f + \sum l_g \cdot \Psi_g}{\sum A_g + \sum A_f}$$

Tipo de marco	Transmitancia térmica lineal para distintos tipos de acristalamientos Ψ_g	
	Doble o triple acristalamiento vidrio sin revestir relleno de aire o gas	Doble ^a o triple ^b acristalamiento con vidrio bajo emisivo relleno de aire o gas
Madera o PVC	0,06	0,08
Metálico con rotura de puente térmico	0,08	0,11
Metálico sin rotura de puente térmico	0,02	0,05

^a Una de las hojas de vidrio del doble acristalamiento revestida.
^b Dos hojas de vidrio del triple acristalamiento revestidas.

Fuente: Código Técnico de la Edificación



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas
 - Cálculo de la transmitancia térmica (Ventanas dobles)

UNE – EN ISO 10077-1:2006

$$U_{W_{1,2}} = \frac{\sum A_g \cdot U_g + \sum A_f \cdot U_f + \sum l_g \cdot \Psi_g}{\sum A_g + \sum A_f}$$

Tipo de marco	Transmitancia térmica lineal para diferentes tipos de acristalamientos con prestaciones térmicas mejoradas Ψ_g	
	Doble o triple acristalamiento vidrio sin revestir relleno de aire o gas	Doble ^a o triple ^b acristalamiento con vidrio bajo emisivo relleno de aire o gas
Madera o PVC	0,05	0,06
Metálico con rotura de puente térmico	0,06	0,08
Metálico sin rotura de puente térmico	0,01	0,04

^a Una de las hojas de vidrio del doble acristalamiento revestida.
^b Dos hojas de vidrio del triple acristalamiento revestidas.

Fuente: Código Técnico de la Edificación



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas
 - Cálculo de la transmitancia térmica (Ventanas dobles)

UNE – EN ISO 10077-1:2006

Posición de la ventana	Interior R_{si} [m ² ·K/W]	Exterior R_{se} [m ² ·K/W]
Acrilamiento vertical o inclinado respecto a la horizontal con un ángulo, α , tal que $90^\circ \geq \alpha \geq 60^\circ$ (dirección del flujo de calor de $\pm 30^\circ$ respecto al plano horizontal)	0,13	0,04
Acrilamiento horizontal o inclinado respecto a la horizontal con un ángulo, α , tal que $60^\circ > \alpha \geq 0$ (dirección del flujo de calor de más de 30° respecto al plano horizontal)	0,10	0,04

$$U_w = \frac{1}{\frac{1}{U_{w1}} - R_{si} + R_s - R_{se} + \frac{1}{U_{w2}}}$$

Fuente: UNE-EN ISO 10077-1:2006



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas
 - Cálculo de la transmitancia térmica (Ventanas dobles)

R_s según norma EN 673

- Ventanas
- Cámaras de aire
- Con ambas caras sin revestir o con una cara revestida con una capa de baja emisividad
- Temperatura media de 283 K y una ΔT de 15 K entre las dos externas

$$U_w = \frac{1}{\frac{1}{U_{w_1}} - R_{si} + R_s - R_{se} + \frac{1}{U_{w_2}}}$$



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas
 - Cálculo de la transmitancia térmica (Ventanas dobles)

R_s según norma EN 673

$$U_w = \frac{1}{\frac{1}{U_{W_1}} - R_{si} + R_s - R_{se} + \frac{1}{U_{W_2}}}$$

Espesor de la cámara de aire	Resistencia térmica R_s m ² ·K/W				
	Una cara revestida, con una emisividad normal de:				Ambas caras sin revestir
mm	0,1	0,2	0,4	0,8	
6	0,211	0,191	0,163	0,132	0,127
9	0,299	0,259	0,211	0,162	0,154
12	0,377	0,316	0,247	0,182	0,173
15	0,447	0,364	0,276	0,197	0,186
50	0,406	0,336	0,260	0,189	0,179

Fuente: UNE-EN ISO 10077-1:2006



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas
 - Cálculo de la transmitancia térmica (Ventanas dobles)
 - Transmitancia térmica del vidrio

$$U_g = \frac{1}{\frac{1}{U_{g1}} - R_{si} + R_s - R_{se} + \frac{1}{U_{g2}}}$$

$$U_g = \frac{1}{R_{se} + \sum_j \frac{l_j}{k_j} + \sum_j R_{s,j} + R_{se}}$$

- Para vidrios sencillos y laminados

$$U_{g1,2} = \frac{1}{R_{si} + \sum_j \frac{l_j}{k_j} + R_{se}}$$



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

Acristalamiento				Transmitancia térmica para diferentes tipos de gases de la cámara ^a U_g				
Tipo	Vidrio	Emisividad normal	Dimensiones mm	Aire	Argón	Kriptón	SF ₆ ^b	Xenón
Doble acristalamiento	Vidrio sin revestimiento (vidrio flotado)	0,89	4-6-4	3,3	3,0	2,8	3,0	2,6
			4-8-4	3,1	2,9	2,7	3,1	2,6
			4-12-4	2,8	2,7	2,6	3,1	2,6
			4-16-4	2,7	2,6	2,6	3,1	2,6
			4-20-4	2,7	2,6	2,6	3,1	2,6
	Un vidrio revestido	≤ 0,2	4-6-4	2,7	2,3	1,9	2,3	1,6
			4-8-4	2,4	2,1	1,7	2,4	1,6
			4-12-4	2,0	1,8	1,6	2,4	1,6
			4-16-4	1,8	1,6	1,6	2,5	1,6
			4-20-4	1,8	1,7	1,6	2,5	1,7
	Un vidrio revestido	≤ 0,15	4-6-4	2,6	2,3	1,8	2,2	1,5
			4-8-4	2,3	2,0	1,6	2,3	1,4
			4-12-4	1,9	1,6	1,5	2,3	1,5
			4-16-4	1,7	1,5	1,5	2,4	1,5
			4-20-4	1,7	1,5	1,5	2,4	1,5
	Un vidrio revestido	≤ 0,1	4-6-4	2,6	2,2	1,7	2,1	1,4
			4-8-4	2,2	1,9	1,4	2,2	1,3
			4-12-4	1,8	1,5	1,3	2,3	1,3
			4-16-4	1,6	1,4	1,3	2,3	1,4
			4-20-4	1,6	1,4	1,4	2,3	1,4
Un vidrio revestido	≤ 0,05	4-6-4	2,5	2,1	1,5	2,0	1,2	
		4-8-4	2,1	1,7	1,3	2,1	1,1	
		4-12-4	1,7	1,3	1,1	2,1	1,2	
		4-16-4	1,4	1,2	1,2	2,2	1,2	
		4-20-4	1,5	1,2	1,2	2,2	1,2	

Fuente: UNE-EN ISO 10077-1:2006



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

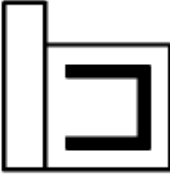
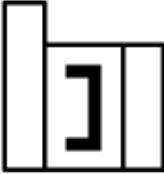
Acristalamiento				Transmitancia térmica para diferentes tipos de gases de la cámara ^a U_g				
Tipo	Vidrio	Emisividad normal	Dimensiones mm	Aire	Argón	Kriptón	SF ₆ ^b	Xenón
Triple acristalamiento	Vidrio sin revestimiento (vidrio flotado)	0,89	4-6-4-6-4	2,3	2,1	1,8	1,9	1,7
			4-8-4-8-4	2,1	1,9	1,7	1,9	1,6
			4-12-4-12-4	1,9	1,8	1,6	2,0	1,6
	Dos vidrios revestido	≤ 0,2	4-6-4-6-4	1,8	1,5	1,1	1,3	0,9
			4-8-4-8-4	1,5	1,3	1,0	1,3	0,8
			4-12-4-12-4	1,2	1,0	0,8	1,3	0,8
	Dos vidrios revestido	≤ 0,15	4-6-4-6-4	1,7	1,4	1,1	1,2	0,9
			4-8-4-8-4	1,5	1,2	0,9	1,2	0,8
			4-12-4-12-4	1,2	1,0	0,7	1,3	0,7
	Dos vidrios revestido	≤ 0,1	4-6-4-6-4	1,7	1,3	1,0	1,1	0,8
			4-8-4-8-4	1,4	1,1	0,8	1,1	0,7
			4-12-4-12-4	1,1	0,9	0,6	1,2	0,6
	Dos vidrios revestido	≤ 0,05	4-6-4-6-4	1,6	1,2	0,9	1,1	0,7
			4-8-4-8-4	1,3	1,0	0,7	1,1	0,5
			4-12-4-12-4	1,0	0,8	0,5	1,1	0,5

Fuente: UNE-EN ISO 10077-1:2006



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas
 - Cálculo de la transmitancia térmica (Ventanas dobles)

Material del marco	Tipo de marco	U_f W/(m ² ·K)
Poliuretano	Con núcleo metálico Espesor de PUR ≥ 5 mm	2,8
Perfiles huecos de PVC ^a	Con dos cámaras exterior  interior	2,2
	Con tres cámaras exterior  interior	2,0
^a La distancia entre las paredes cada cavidad o cámara debe ser al menos de 5 mm (véase figura D.1).		

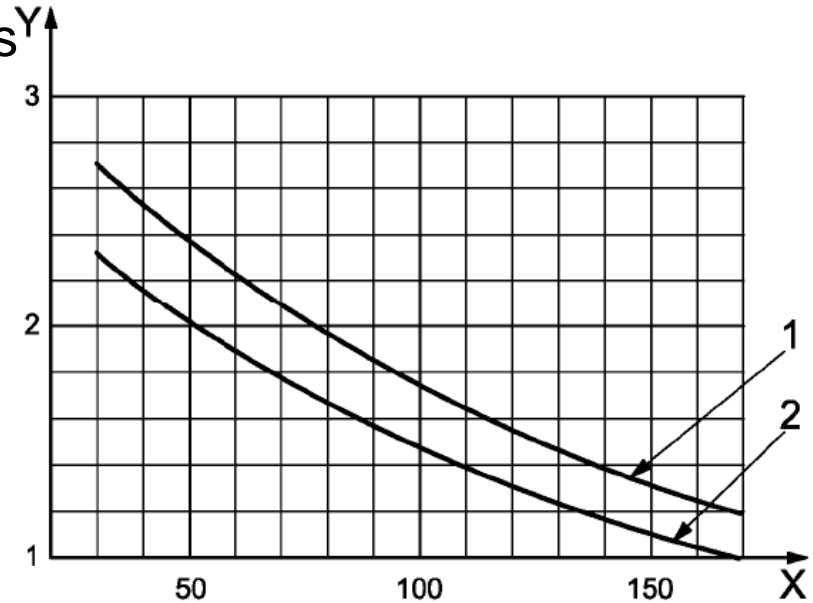
Fuente: UNE-EN ISO 10077-1:2006



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas
 - Cálculo de la transmitancia térmica (Ventanas dobles)

Marcos de madera →



Leyenda

X Espesor del marco, d_f , expresado en milímetros

Y Transmitancia térmica del marco, U_f , en $W/(m^2 \cdot K)$

1 Frondosas (densidad 700 kg/m^3 , $\lambda = 0,18 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$)

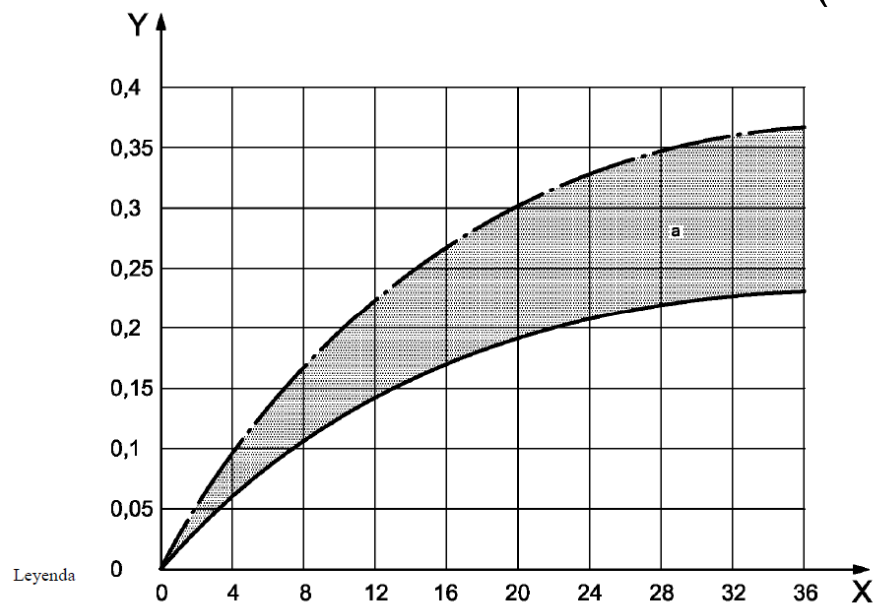
2 Coníferas (densidad 500 kg/m^3 , $\lambda = 0,13 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$)

Fuente: UNE-EN ISO 10077-1:2006



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas
 - Cálculo de la transmitancia térmica (Ventanas dobles)



Leyenda

- X Menor distancia, d , entre las secciones metálicas opuestas, expresada en milímetros
- Y Resistencia térmica, R_f , del marco, expresada en $m^2 \cdot K/W$

^a La zona sombreada indica la gama de valores obtenidos a partir de numerosas mediciones sobre marcos, realizadas en varios países europeos, a partir de la diferencia de temperatura superficial de una parte a otra del marco.

Fuente: UNE-EN ISO 10077-1:2006



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

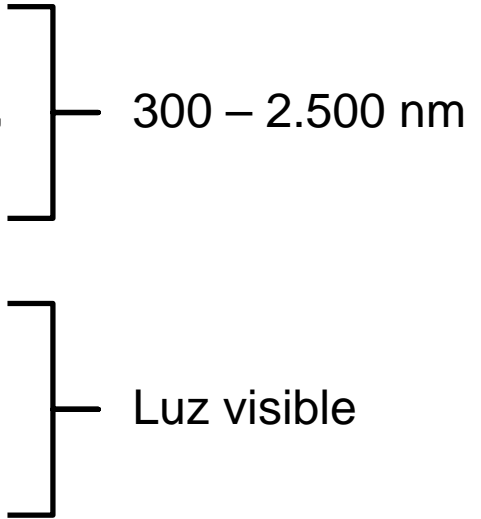
- Transmisión de calor en ventanas
 - Cálculo de la transmitancia térmica (Ventanas dobles)
 - Transmitancia térmica del marco
 - Norma ISO 10077-2 \Rightarrow Método numérico
 - Norma EN 12412-2 \Rightarrow Caja caliente

Valores representativos para los tipos comunes de marcos se dan en la norma ISO 10077-1. Pueden emplearse en ausencia de mediciones específicas.



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas
 - Características lumínicas y factor solar
 - Vidrios
 - Norma UNE – EN 410
 - Transmitividad espectral, $\tau(\lambda)$
 - Reflectividad espectral interna, $\rho_i(\lambda)$, y externa, $\rho_o(\lambda)$
 - Transmitividad, $\tau_V(\lambda)$
 - Reflectividad de la luz exterior, $\rho_o(\lambda)$, e interior, $\rho_i(\lambda)$





Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas
 - Características lumínicas y factor solar
 - Vidrios
 - Norma UNE – EN 410:2011
 - Transmitividad solar directa, τ_e
 - Reflectividad solar directa, ρ_e
 - Transmitividad solar total (factor solar), g
 - Transmitividad de la luz UV, τ_{UV}



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas \longrightarrow
 - Transmitancia térmica de huecos
 - UNE EN ISO 10077
 - Alternativamente



$$U_H = (1 - FM) U_{H,g} + FM \cdot U_{H,m}$$

$U_{H,v}$ \longrightarrow Transmitancia térmica de la parte semitransparente, $\frac{W}{m^2 \cdot K}$.

$U_{H,m}$ \longrightarrow Transmitancia térmica del marco, $\frac{W}{m^2 \cdot K}$.

FM \longrightarrow Fracción del hueco ocupada por el marco.



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas \longrightarrow CTE
 - Factor solar modificado de huecos y lucernarios

$$F = F_S \cdot [(1 - FM)g + FM \cdot 0,04 \cdot U_m \cdot \alpha]$$

F_S \longrightarrow Factor de sombra del hueco, ver tablas. Si no se justifica adecuadamente se debe considerar la unidad.

g \longrightarrow Factor solar de la parte semitransparente a incidencia normal.

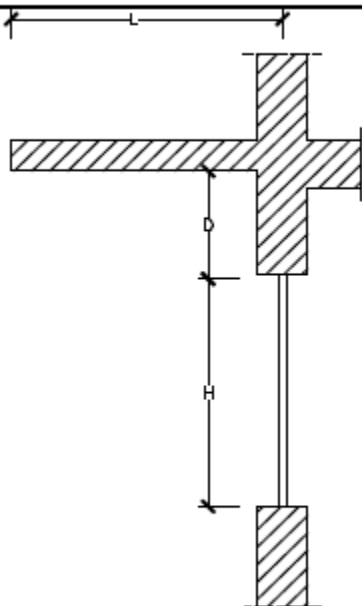
α \longrightarrow Absortividad del marco, ver tabla.



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas

Factor de sombra para obstáculos de fachada: Voladizo



NOTA: En caso de que exista un retranqueo, la longitud L se medirá desde el centro del acristalamiento.

ORIENTACIONES DE FACHADAS			$0,2 < L/H \leq 0,5$	$0,5 < L/H \leq 1$	$1 < L/H \leq 2$	$L/H > 2$
			S	SE/SO	E/O	
S	$0 < D/H \leq 0,2$		0,82	0,50	0,28	0,16
	$0,2 < D/H \leq 0,5$		0,87	0,64	0,39	0,22
	$D/H > 0,5$		0,93	0,82	0,60	0,39
SE/SO	$0 < D/H \leq 0,2$		0,90	0,71	0,43	0,16
	$0,2 < D/H \leq 0,5$		0,94	0,82	0,60	0,27
	$D/H > 0,5$		0,98	0,93	0,84	0,65
E/O	$0 < D/H \leq 0,2$		0,92	0,77	0,55	0,22
	$0,2 < D/H \leq 0,5$		0,96	0,86	0,70	0,43
	$D/H > 0,5$		0,99	0,96	0,89	0,75

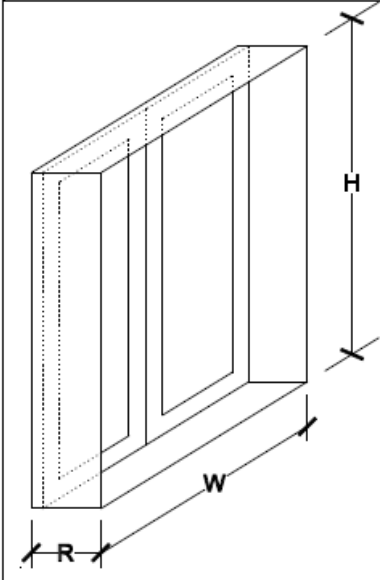
Fuente: Código Técnico de la Edificación.



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas

Factor de sombra para obstáculos de fachada: Retranqueo



ORIENTACIONES DE FACHADAS		Factor de sombra para obstáculos de fachada: Retranqueo			
		$0,05 < R/W \leq 0,1$	$0,1 < R/W \leq 0,2$	$0,2 < R/W \leq 0,5$	$R/W > 0,5$
S	$0,05 < R/H \leq 0,1$	0,82	0,74	0,62	0,39
	$0,1 < R/H \leq 0,2$	0,76	0,67	0,56	0,35
	$0,2 < R/H \leq 0,5$	0,56	0,51	0,39	0,27
	$R/H > 0,5$	0,35	0,32	0,27	0,17
SE/SO	$0,05 < R/H \leq 0,1$	0,86	0,81	0,72	0,51
	$0,1 < R/H \leq 0,2$	0,79	0,74	0,66	0,47
	$0,2 < R/H \leq 0,5$	0,59	0,56	0,47	0,36
	$R/H > 0,5$	0,38	0,36	0,32	0,23
E/O	$0,05 < R/H \leq 0,1$	0,91	0,87	0,81	0,65
	$0,1 < R/H \leq 0,2$	0,86	0,82	0,76	0,61
	$0,2 < R/H \leq 0,5$	0,71	0,68	0,61	0,51
	$R/H > 0,5$	0,53	0,51	0,48	0,39

Fuente: Código Técnico de la Edificación.



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

■ Transmisión de calor en ventanas

Factor de sombra para obstáculos de fachada: lamas

LAMAS HORIZONTALES		ANGULO DE INCLINACIÓN (β)		
		0	30	60
ORIENTACIÓN	SUR	0,49	0,42	0,26
	SURESTE/ SUROESTE	0,54	0,44	0,26
	ESTE/ OESTE	0,57	0,45	0,27

Fuente: Código Técnico de la Edificación.

LAMAS VERTICALES		ANGULO DE INCLINACIÓN (σ)						
		-60	-45	-30	0	30	45	60
ORIENTACIÓN	SUR	0,37	0,44	0,49	0,53	0,47	0,41	0,32
	SURESTE	0,46	0,53	0,56	0,56	0,47	0,40	0,30
	ESTE	0,39	0,47	0,54	0,63	0,55	0,45	0,32
	OESTE	0,44	0,52	0,58	0,63	0,50	0,41	0,29
	SUROESTE	0,38	0,44	0,50	0,56	0,53	0,48	0,38

NOTAS Los valores de factor de sombra que se indican en estas tablas han sido calculados para una relación D/L igual o inferior a 1. El ángulo σ debe ser medido desde la normal a la fachada hacia el plano de las lamas, considerándose positivo en dirección horaria.



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas

Factor de sombra para obstáculos de fachada: toldos

	CASO A		Tejidos opacos $\tau=0$		Tejidos translúcidos $\tau=0,2$	
	α	SE/S/SO	E/O	SE/S/SO	E/O	
	30	0,02	0,04	0,22	0,24	
	45	0,05	0,08	0,25	0,28	
	60	0,22	0,28	0,42	0,48	

	CASO B			Tejidos opacos $\tau=0$			Tejidos translúcidos $\tau=0,2$		
	α	S	SE/SO	E/O	S	SE/SO	E/O		
	30	0,43	0,61	0,67	0,63	0,81	0,87		
	45	0,20	0,30	0,40	0,40	0,50	0,60		
	60	0,14	0,39	0,28	0,34	0,42	0,48		

Fuente: Código Técnico de la Edificación.



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Transmisión de calor en ventanas

		Factor de sombra para lucernarios Z						
		0,1	0,5	1,0	2,0	5,0	10,0	
X / Z	0,1	0,42	0,43	0,43	0,43	0,44	0,44	
	0,5	0,43	0,46	0,48	0,50	0,51	0,52	
	1,0	0,43	0,48	0,52	0,55	0,58	0,59	
	2,0	0,43	0,50	0,55	0,60	0,66	0,68	
	5,0	0,44	0,51	0,58	0,66	0,75	0,79	
	10,0	0,44	0,52	0,59	0,68	0,79	0,85	

NOTAS Los valores de factor de sombra que se indican en esta tabla son válidos para lucernarios sensiblemente horizontales.
En caso de lucernarios de planta elíptica o circular podrán tomarse como dimensiones características equivalentes los ejes mayor y menor o el diámetro.

Fuente: Código Técnico de la Edificación.



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Valores límite de la transmitancia térmica según el CTE

Documento Básico HE Ahorro de Energía

Tabla 2.3 Transmitancia térmica máxima y permeabilidad al aire de los elementos de la envolvente térmica

Parámetro	Zona climática de invierno					
	α	A	B	C	D	E
Transmitancia térmica de muros y elementos en contacto con el terreno ⁽¹⁾ [W/m ² ·K]	1,35	1,25	1,00	0,75	0,60	0,55
Transmitancia térmica de cubiertas y suelos en contacto con el aire [W/m ² ·K]	1,20	0,80	0,65	0,50	0,40	0,35
Transmitancia térmica de huecos ⁽²⁾ [W/m ² ·K]	5,70	5,70	4,20	3,10	2,70	2,50
Permeabilidad al aire de huecos ⁽³⁾ [m ³ /h·m ²]	≤ 50	≤ 50	≤ 50	≤ 27	≤ 27	≤ 27

⁽¹⁾ Para elementos en contacto con el terreno, el valor indicado se exige únicamente al primer metro de muro enterrado, o el primer metro del perímetro de suelo apoyado sobre el terreno hasta una profundidad de 0,50m.

⁽²⁾ Se considera el comportamiento conjunto de vidrio y marco. Incluye lucernarios y claraboyas.

⁽³⁾ La permeabilidad de las carpinterías indicada es la medida con una sobrepresión de 100Pa.

- Las soluciones constructivas diseñadas para reducir la demanda energética, tales como *invernaderos adosados*, *muros parietodinámicos*, *muros Trombe*, etc., cuyas prestaciones o comportamiento térmico no se describen adecuadamente mediante la transmitancia térmica, pueden superar los límites establecidos en la tabla 2.3.

Fuente: Código Técnico de la Edificación.



Régimen permanente: CERRAMIENTOS SEMITRANSSPARENTES

- Valores límite de la transmitancia térmica según el CTE

Documento Básico HE Ahorro de Energía

Bilbao

D.2.9 ZONA CLIMÁTICA C1

Transmitancia límite de muros de fachada y cerramientos en contacto con el terreno

$U_{Mlim}: 0,73 \text{ W/m}^2 \text{ K}$

Transmitancia límite de suelos

$U_{Slim}: 0,50 \text{ W/m}^2 \text{ K}$

Transmitancia límite de cubiertas

$U_{Clim}: 0,41 \text{ W/m}^2 \text{ K}$

Factor solar modificado límite de lucernarios

$F_{Llim}: 0,37$

% de huecos	Transmitancia límite de huecos $U_{Hlim} \text{ W/m}^2 \text{ K}$				Factor solar modificado límite de huecos F_{Hlim}					
	N/NE/NO	E/O	S	SE/SO	Baja carga interna			Alta carga interna		
					E/O	S	SE/SO	E/O	S	SE/SO
de 0 a 10	4,4	4,4	4,4	4,4	-	-	-	-	-	-
de 11 a 20	3,4	3,9	4,4	4,4	-	-	-	-	-	-
de 21 a 30	2,9	3,3	4,3	4,3	-	-	-	-	-	-
de 31 a 40	2,6	3,0	3,9	3,9	-	-	-	0,56	-	0,60
de 41 a 50	2,4	2,8	3,6	3,6	-	-	-	0,47	-	0,52
de 51 a 60	2,2	2,7	3,5	3,5	-	-	-	0,42	-	0,46

Fuente: Código Técnico de la Edificación.



2ª parte: Transmisión de calor en régimen transitorio



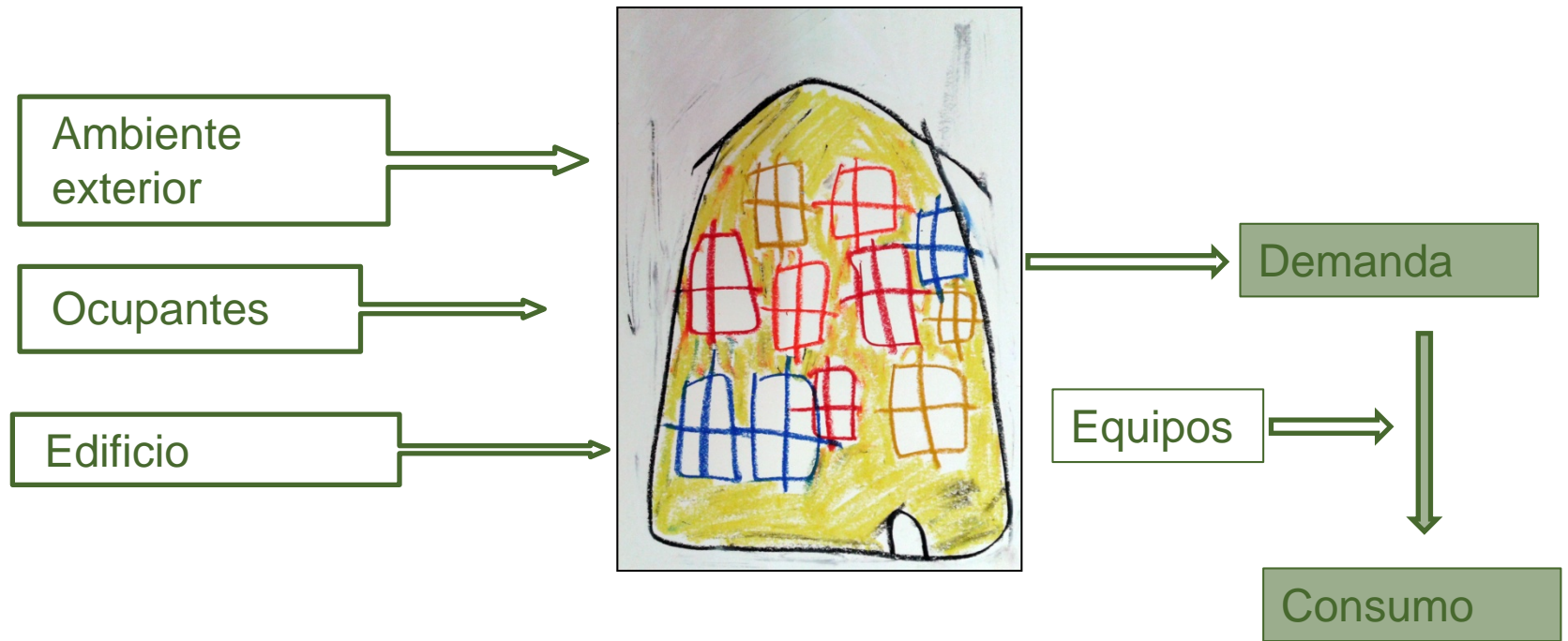
Régimen permanente vs. Régimen transitorio

- Régimen permanente vs. Régimen transitorio o dinámico
- Comportamiento dinámico en paredes planas
- Condiciones de frontera y condiciones iniciales
- Métodos analíticos
 - Método de separación de variables
 - Método de la transformada de Laplace
- Métodos basados en la aproximación de las solicitaciones
 - Factores de respuesta
 - Coeficientes de la función de transferencia
 - Método armónico
- Método numéricos



Régimen permanente vs. Régimen transitorio

Edificio en su integridad





Régimen permanente vs. Régimen transitorio

Cálculos energéticos

- Se procede de forma progresiva

Envolvente  Define el ambiente interior

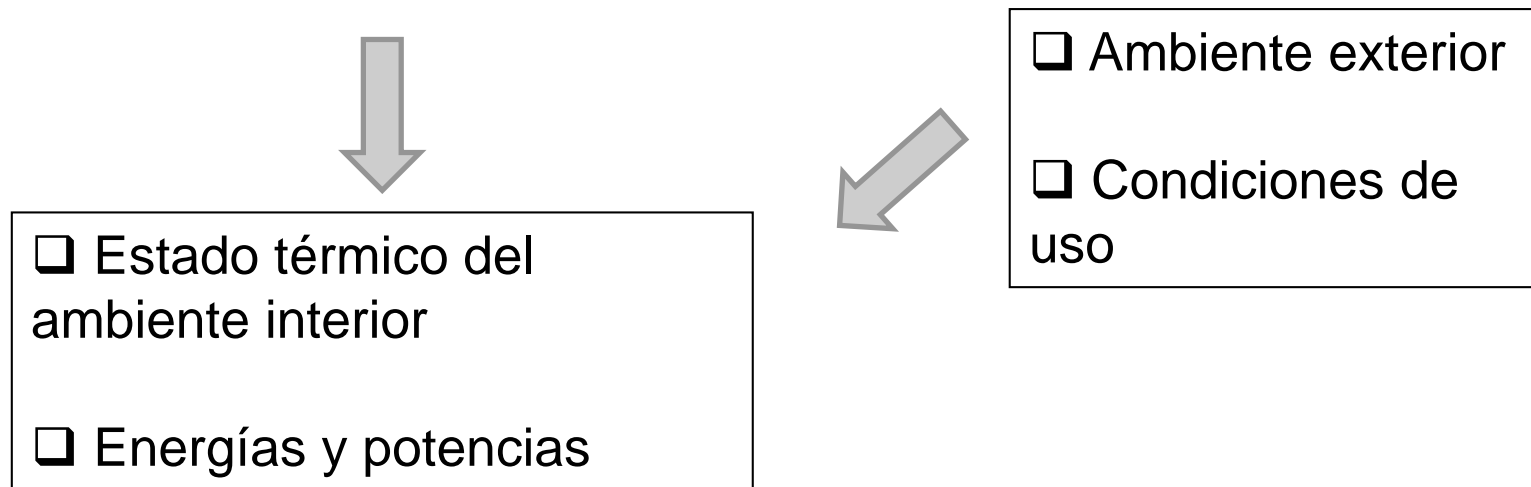
- Fachadas
- Cubiertas
- Vidrios
- Tabiquería interior



Régimen permanente vs. Régimen transitorio

Cálculos energéticos

Una vez que se ha definido la geometría y las características térmicas de la envolvente





Régimen permanente vs. Régimen transitorio

Cálculos energéticos

- Modelos elementales
 - Se trata de modelos estáticos \longrightarrow Régimen permanente

Se desprecia el efecto
de:

**INERCIA
TÉRMICA**



Régimen permanente vs. Régimen transitorio

Inercia Térmica

- Las solicitaciones de un edificio varían con el tiempo
 - Ambiente exterior
 - Condiciones de uso
- Es necesario considerar la inercia térmica





Régimen permanente vs. Régimen transitorio

Régimen dinámico

- Hipótesis de invarianza

Del modelo físico, no del régimen térmico del modelo.



La configuración de la envolvente no se modifica.



Régimen permanente vs. Régimen transitorio

Régimen dinámico

- Modelos térmicos
 - Modelos completos
 - Modelos parciales
 - Desacoplamiento en subsistemas: Facilita los cálculos
 - Fachadas
 - Ventanas
 - Cubiertas
 - Tabiques

Resolución de la ecuación de la transmisión de calor por conducción



Comportamiento transitorio en paredes planas

Ecuación unidimensional de la conducción de calor

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\dot{e}_{Gen}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

\dot{e}_{Gen} \Rightarrow Generación de calor por unidad de tiempo y volumen $\left[\frac{W}{m^3} \right]$

Casos particulares $\dot{e}_{Gen} \neq 0$

- Suelo radiante
- Ventanas



Comportamiento transitorio en paredes planas

Ecuación unidimensional de la conducción de calor

$$\frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial T(x, t)}{\partial t}$$

$$\dot{e}_{Gen} = 0$$

Ecuación en derivadas parciales de tipo parabólico.



Condiciones de frontera y condiciones iniciales

Ecuación unidimensional de la conducción de calor

- Condiciones de frontera

Condición de frontera de primera especie (Dirichlet).

Imposición de temperaturas en superficie:

$$T(0, t) = T_0$$

$$T(l, t) = T_1$$



Condiciones de frontera y condiciones iniciales

Ecuación unidimensional de la conducción de calor

- Condiciones de frontera

Condición de frontera de segunda especie (Neumann).

Imposición de flujos de calor en superficie:

$$-k \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = \dot{q}_0$$

Caso particular: $-k \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0$

$$-k \cdot \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=l} = \dot{q}_1$$



Condiciones de frontera y condiciones iniciales

Ecuación unidimensional de la conducción de calor

- Condiciones de frontera

Condición de frontera de tercera especie (Fourier).

Imposición de temperaturas ambiente:

$$-k \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = h_e \cdot (T(0, t) - T_e(t))$$

$$-k \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=l} = h_i \cdot (T(l, t) - T_i(t))$$



Condiciones de frontera y condiciones iniciales

Ecuación unidimensional de la conducción de calor

- Condiciones iniciales

Se trata de la condición que se define en el instante inicial.

$$T(x,0) = f(x)$$



Condiciones de frontera y condiciones iniciales

Ecuación unidimensional de la conducción de calor

- Hipótesis
 - Sistemas homogéneos e isótropos
 - Sistemas lineales
 - Sistemas invariantes
 - Ecuación lineal homogénea \Rightarrow No existe término fuente



Métodos de resolución

Métodos de resolución de la ecuación de conducción de calor

- Métodos analíticos
 - Separación de variables
 - Transformada de Laplace
- Métodos de resolución aproximada
 - Métodos numéricos (DF, VF, EF)
 - Métodos de aproximación de solicitudes (FR, CTF, AR)



Métodos analíticos

- Se trata de los más antiguos.
- Resolución exacta de la ecuación.
- Son la base del desarrollo de métodos numéricos y aproximados.
- Su campo de aplicación es limitado (p.e., conducción unidimensional en paredes planas homogéneas).



Métodos analíticos

Método de separación de variables

Descomponer la función $T = T(x,t)$ en dos funciones:

- la que depende de la posición $f(x)$,
- y la que depende del tiempo $g(t)$.

de tal forma que $T(x,t) = f(x) \cdot g(t)$.



Métodos analíticos

Método de separación de variables

$$\frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(x, t)}{\partial t}$$

$$T(0, t) = h_1(t)$$

$$T(l, t) = h_2(t)$$

$$T(x, 0) = h_3(x)$$

OBJETIVO:

Resolver la ecuación
general



Métodos analíticos

Método de separación de variables

$$\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t}$$

$$\left. \begin{array}{l} T(0,t) = 0 \\ T(l,t) = 0 \end{array} \right\} \text{Condiciones de contorno} \\ \text{homogéneas}$$

$$T(x,0) = h(x)$$



Métodos analíticos

Método de separación de variables

Solución:

$$T(x, t) = \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{l} \cdot x\right) \cdot e^{\frac{-n^2 \cdot \pi^2 \cdot \alpha}{l^2} \cdot t} \int_0^l h(x) \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{l} \cdot x\right) \cdot dx$$

Si

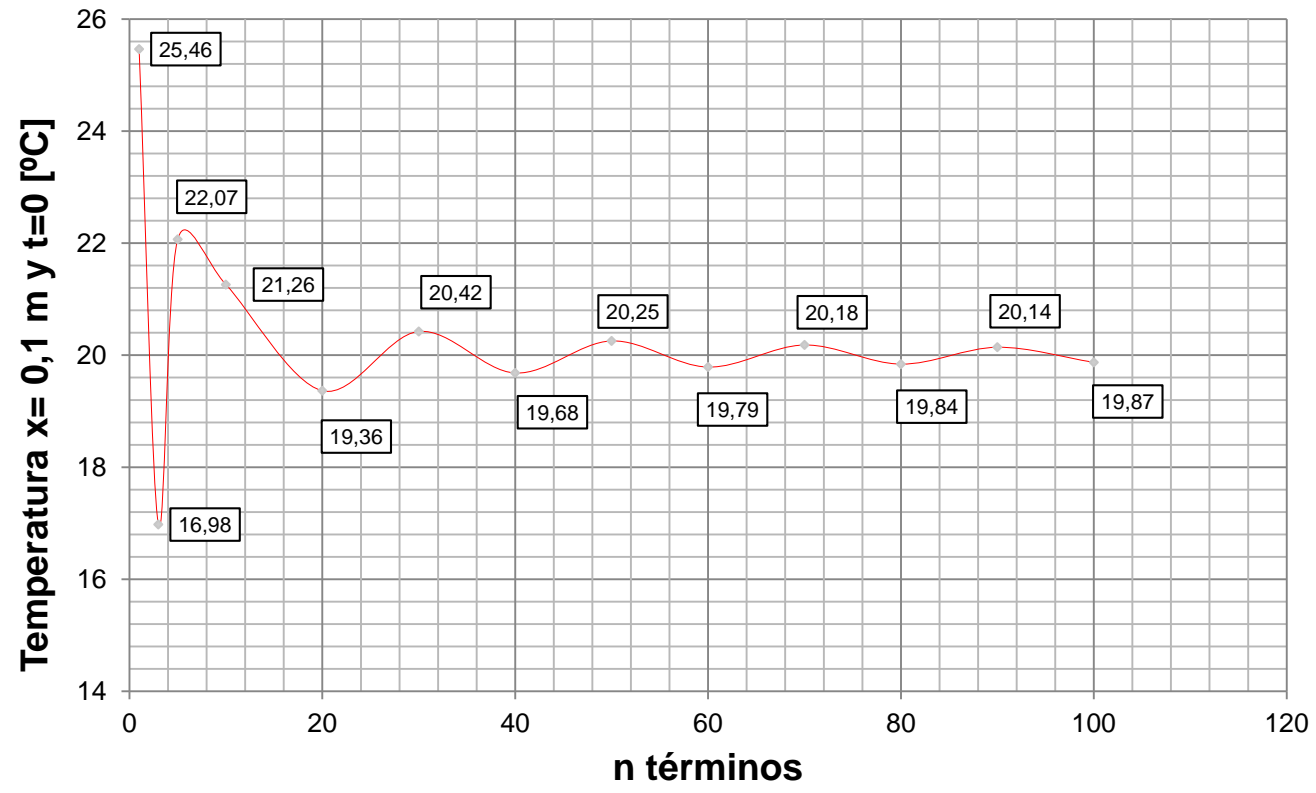
$$T(x, 0) = h(x) = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T(x, t) = \frac{80}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{l} \cdot x\right) \cdot e^{\frac{-n^2 \cdot \pi^2 \cdot \alpha}{l^2} \cdot t}$$



Métodos analíticos

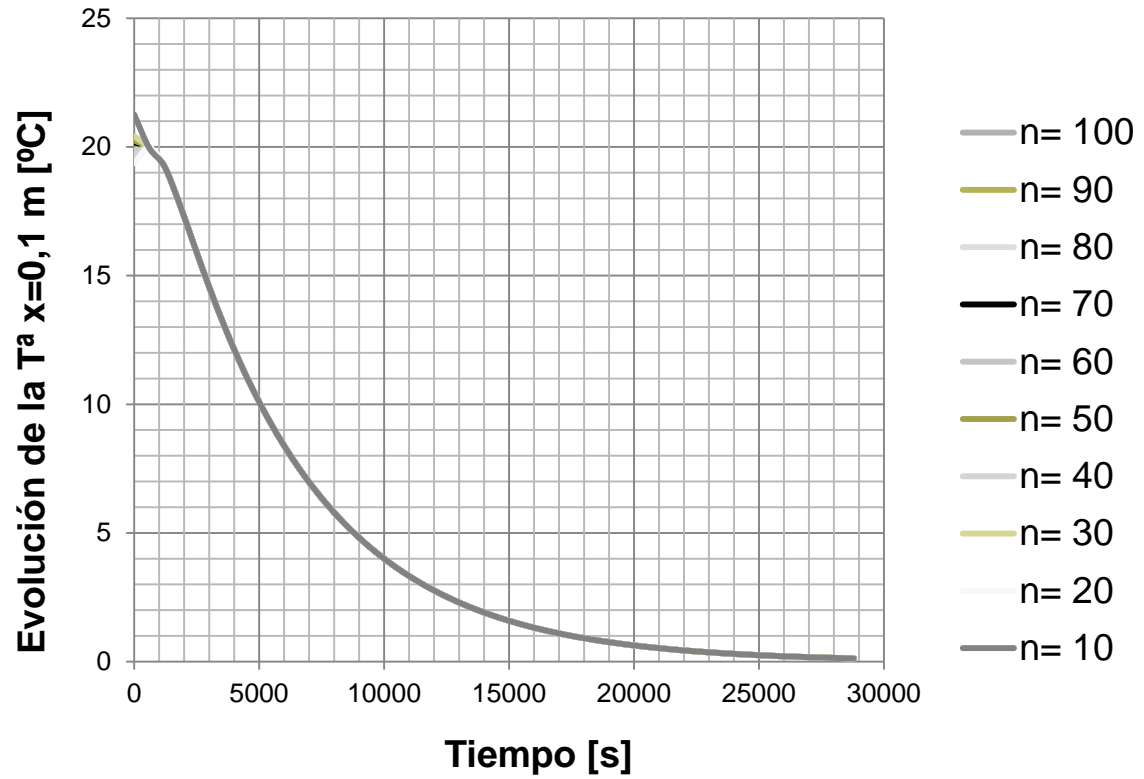
Influencia de n





Métodos analíticos

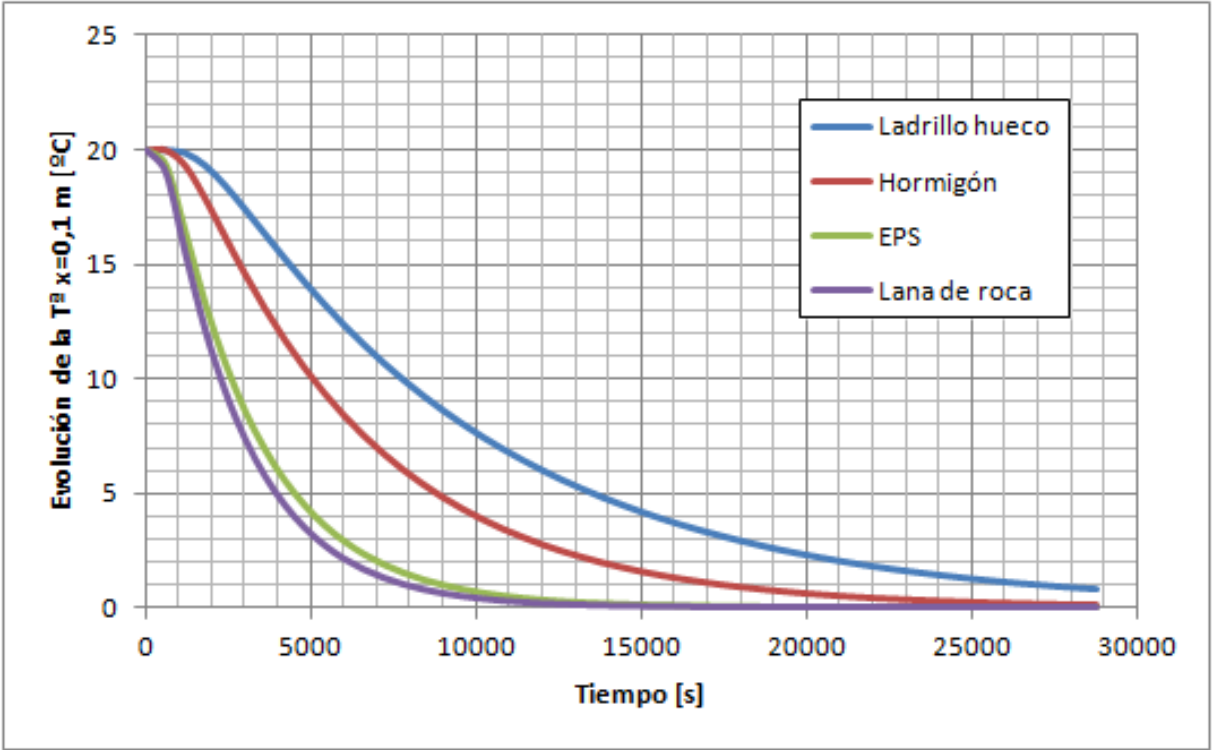
Influencia de n





Métodos analíticos

Influencia del material



$$\alpha_{Ladrillo\ hueco} = 4,884 \cdot 10^{-4} \frac{m^2}{kW}$$

$$\alpha_{Hormigón} = 7,5 \cdot 10^{-4} \frac{m^2}{kW}$$

$$\alpha_{EPS} = 1,471 \cdot 10^{-3} \frac{m^2}{kW}$$

$$\alpha_{Lana\ de\ roca} = 1,68 \cdot 10^{-3} \frac{m^2}{kW}$$



Métodos analíticos

Método de separación de variables

$$\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t}$$

$$T(0,t) = 1$$

$$T(l,t) = 0$$

$$T(x,0) = 0$$

Condiciones de contorno **no**
homogéneas

Escalón unitario $T(x,t) = f(x) + g(x,t)$

Parte homogénea
Parte no homogénea



Métodos analíticos

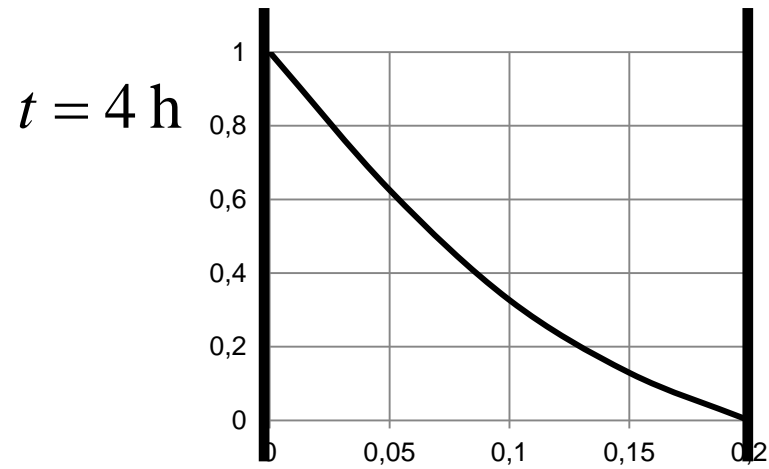
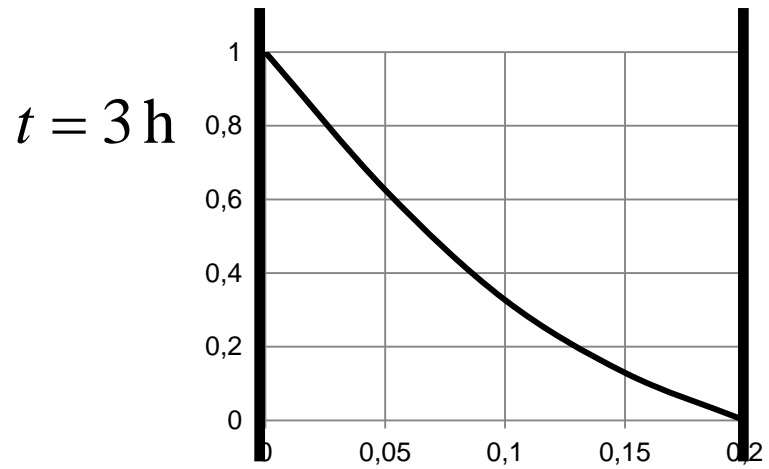
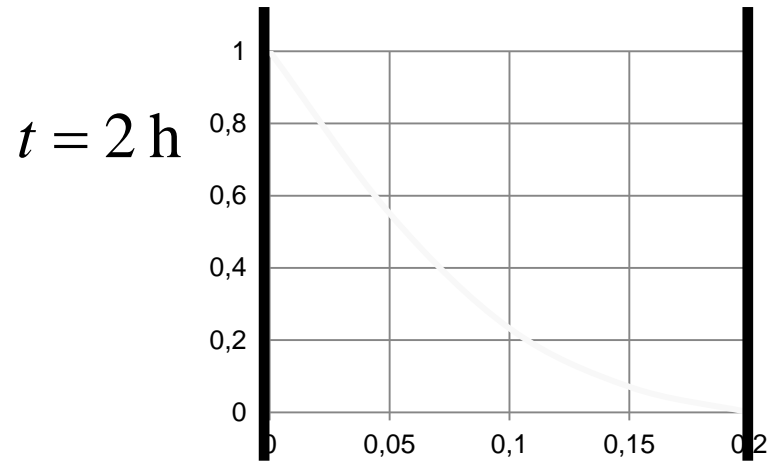
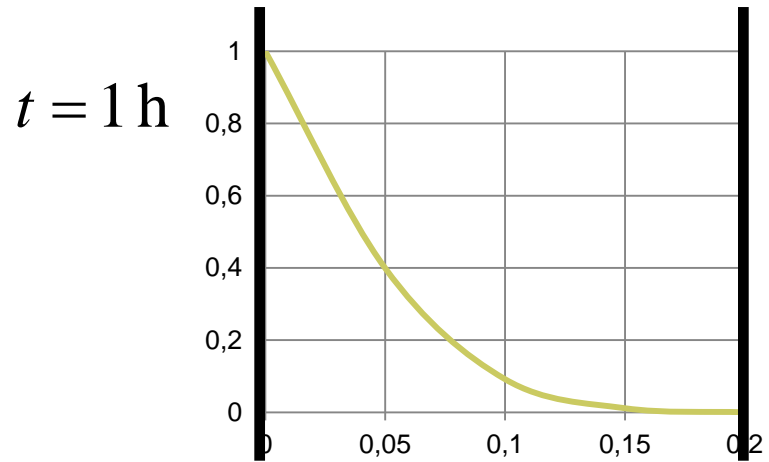
Método de separación de variables

Solución:

$$T(x, t) = \left(1 - \frac{x}{l}\right) - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{l} \cdot x\right) \cdot e^{\frac{-n^2 \cdot \pi^2 \cdot \alpha}{l^2} \cdot t}$$



Métodos analíticos





Métodos analíticos

Método de separación de variables

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} &= \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} \\ T(0,t) &= h_1(t) \\ T(l,t) &= h_2(t) \\ T(x,0) &= h_3(x) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} T(x,t) &= f(x,t) + g(x,t) \\ T(x,t) &= u(x) \cdot v(t) + w(x) \cdot y(t) \\ f(x,t) &= u(x) \cdot v(t) \\ g(x,t) &= w(x) \cdot y(t) \end{aligned}$$

Parte homogénea y la parte resuelta mediante la aplicación del principio de Duhamel



Métodos analíticos

Método de separación de variables

$$\frac{\partial^2 f(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial f(x,t)}{\partial t}$$

$$f(0,t) = 0$$

$$f(l,t) = 0$$

$$f(x,0) = h_3(x)$$

$$\frac{\partial^2 g(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial g(x,t)}{\partial t}$$

$$g(0,t) = h_1(t)$$

$$g(l,t) = h_2(t)$$

$$g(x,0) = 0$$



Métodos analíticos

Método de separación de variables

- Solución del problema homogéneo para $f(x,t)$:

¡Ya lo hemos
calculado!

$$f(x,t) = \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{l} \cdot x\right) \cdot e^{\frac{-n^2 \cdot \pi^2 \cdot \alpha}{l^2} \cdot t} \int_0^l h_3(x) \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{l} \cdot x\right) \cdot dx$$



Métodos analíticos

Método de separación de variables

- Solución del problema **no** homogéneo para $g(x,t)$:

El principio de Duhamel permite determinar la respuesta a una señal cualquiera si se conoce la respuesta a la señal escalón.



Métodos analíticos

Método de separación de variables

- Solución del problema **no** homogéneo para $g(x,t)$:

Si $H(x,t)$ respuesta de señal escalón aplicado sobre la superficie del cerramiento, manteniendo la otra superficie en cero:

Mediante la integral de convolución se obtiene la respuesta $R(x,t)$ a $h(t)$.

$$R(x,t) = \int_0^t h(\tau) \frac{\partial}{\partial t} H(x,t-\tau) d\tau = \int_0^t H(x,t-\tau) \frac{\partial h(\tau)}{\partial \tau} d\tau$$



Métodos analíticos

Método de separación de variables

- Solución del problema **no** homogéneo para $g(x,t)$:

En el caso general, tanto la superficie interior como la exterior pueden ser excitadas.

$$g(0,t) = h_1(t) \implies \text{Superficie exterior}$$

$$g(l,t) = h_2(t) \implies \text{Superficie interior}$$

$$R(x,t) = \int_0^t \left[h_1(\tau) \frac{\partial H_1(x,t-\tau)}{\partial t} + h_2(\tau) \frac{\partial H_2(x,t-\tau)}{\partial t} \right] \cdot d\tau$$



Métodos analíticos

Método de separación de variables

- Solución del problema **no** homogéneo para $g(x,t)$:

$$R(x,t) = \int_0^t \left[h_1(\tau) \frac{\partial H_1(x,t-\tau)}{\partial t} + h_2(\tau) \frac{\partial H_2(x,t-\tau)}{\partial t} \right] \cdot d\tau$$

$$H_1(x,t-\tau) = \left(1 - \frac{x}{l}\right) - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{l} \cdot x\right) \cdot e^{-\frac{n^2 \cdot \pi^2 \cdot \alpha}{l^2} \cdot (t-\tau)}$$

$$H_2(x,t-\tau) = \frac{x}{l} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cos(n \cdot \pi) \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{l} \cdot x\right) \cdot e^{-\frac{n^2 \cdot \pi^2 \cdot \alpha}{l^2} \cdot (t-\tau)}$$



Métodos analíticos

Método de separación de variables

- Solución del problema **no** homogéneo para $g(x,t)$:

$$\underline{g(x,t)} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \alpha}{l^2} \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot e^{\frac{-n^2 \cdot \pi^2 \cdot \alpha}{l^2} \cdot t} \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{l} \cdot x\right) \cdot \int_0^t e^{\frac{-n^2 \cdot \pi^2 \cdot \alpha}{l^2} \cdot \tau} \cdot [h_1(\tau) - (-1)^n \cdot h_2(\tau)] d\tau$$



Métodos analíticos

Método de separación de variables

- Solución del problema general:

$$T(x, t) = f(x, t) + g(x, t)$$

$$\underline{f(x, t)} = \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{l} \cdot x\right) \cdot e^{\frac{-n^2 \cdot \pi^2 \cdot \alpha}{l^2} \cdot t} \int_0^l h_3(x) \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{l} \cdot x\right) \cdot dx$$

$$\underline{g(x, t)} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \alpha}{l^2} \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot e^{\frac{-n^2 \cdot \pi^2 \cdot \alpha}{l^2} \cdot t} \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{l} \cdot x\right) \cdot \int_0^t e^{\frac{-n^2 \cdot \pi^2 \cdot \alpha}{l^2} \cdot \tau} \cdot [h_1(\tau) - (-1)^n \cdot h_2(\tau)] \cdot d\tau$$



Métodos analíticos

Método de la transformada de Laplace

- Muy utilizado para ecuaciones diferenciales lineales
- Se transforma la ecuación diferencial en una algebraica en el espacio imaginario.

$$L[f(t)] = \bar{f}(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-s \cdot t} dt$$

- Existen tablas para pares de transformadas de Laplace y de propiedades



Métodos analíticos

Método de la transformada de Laplace

- Esta ecuación algebraica es fácil de resolver.
- La solución se transforma al espacio original.

$$f(t) = L^{-1}[\bar{f}(s)] = \frac{1}{2\pi} \int_{c-i\omega}^{c+i\omega} f(s) e^{s \cdot t} ds$$

- El cálculo de la integral es normalmente difícil.



Métodos analíticos

Método de la transformada de Laplace

- Existe una serie de teoremas importantes.
- La transformada inversa se resuelve:
 - Mediante tablas
 - Teorema de residuos



Métodos analíticos

Método de la transformada de Laplace

- Respuesta impulsional e integral de convolución

$$G(s) = \frac{R(s)}{E(s)}$$

$G(s)$ \Rightarrow Función de transferencia

$R(s)$ \Rightarrow Transformada de Laplace de la respuesta

$E(s)$ \Rightarrow Transformada de Laplace de la entrada



Métodos analíticos

Método de la transformada de Laplace

Si la entrada $e(t)$ es una función impulso unitario $\delta(t)$

$$e(t) = \delta(t) \rightarrow L(\delta(t)) = E(s) = 1$$

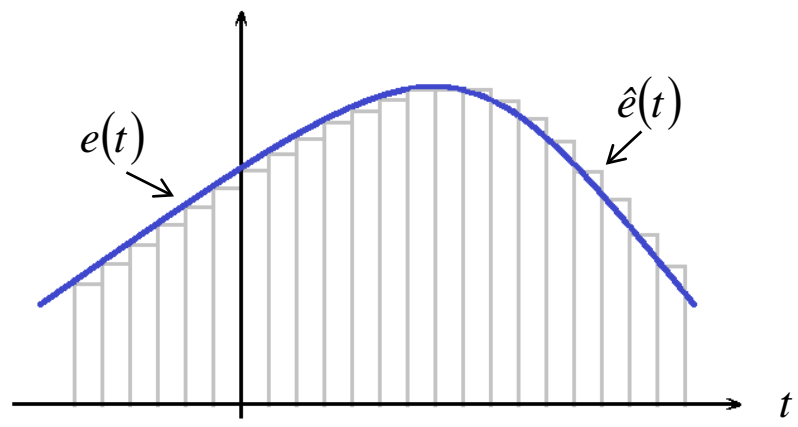
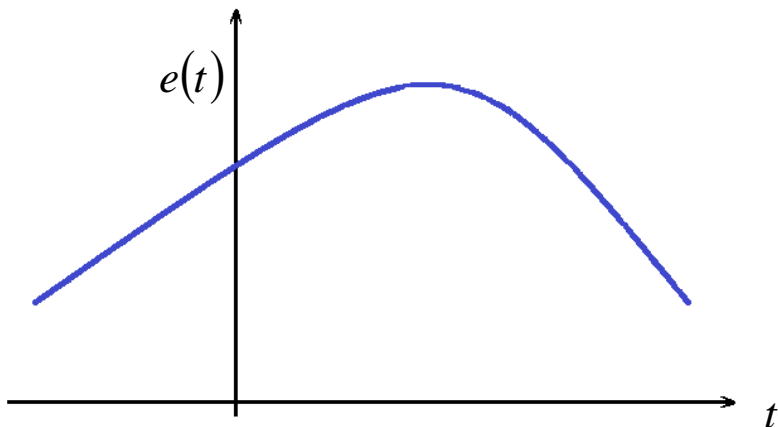
$$R(s) = G(s)$$

La transformada inversa $\Rightarrow r(t) = g(t) = \varphi(t)$



Métodos analíticos

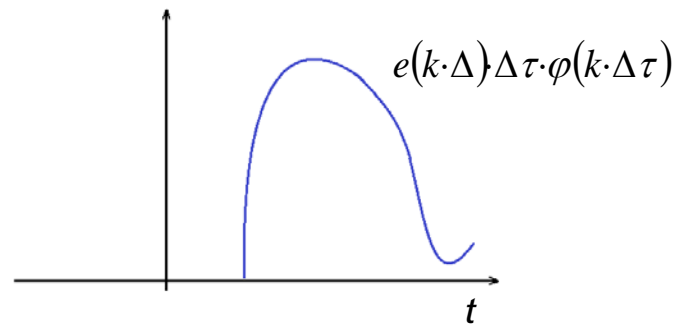
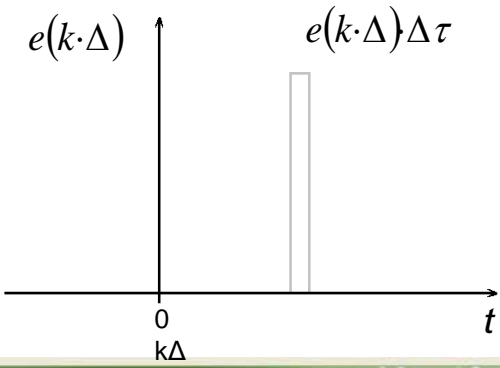
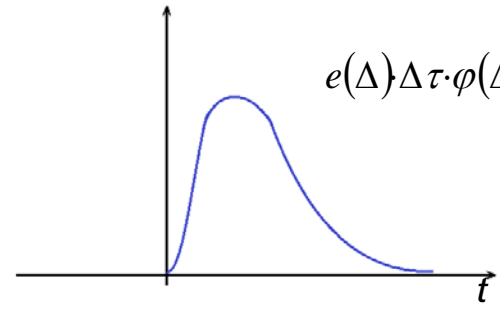
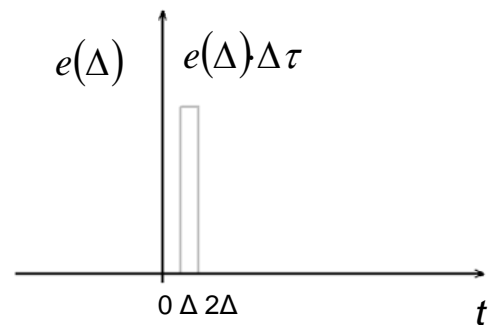
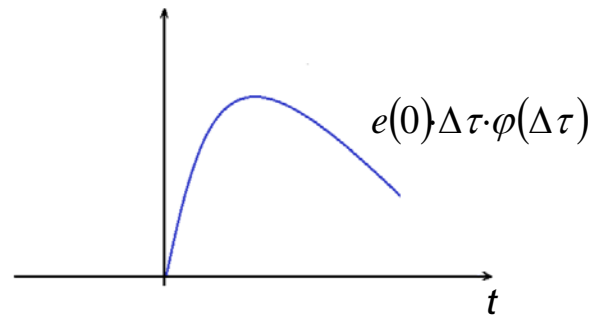
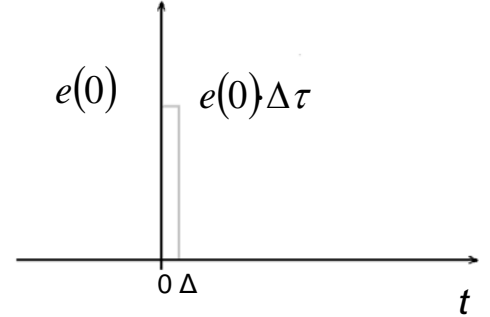
Método de la transformada de Laplace



Si $\Delta \rightarrow 0$, tenemos una serie de impulsos



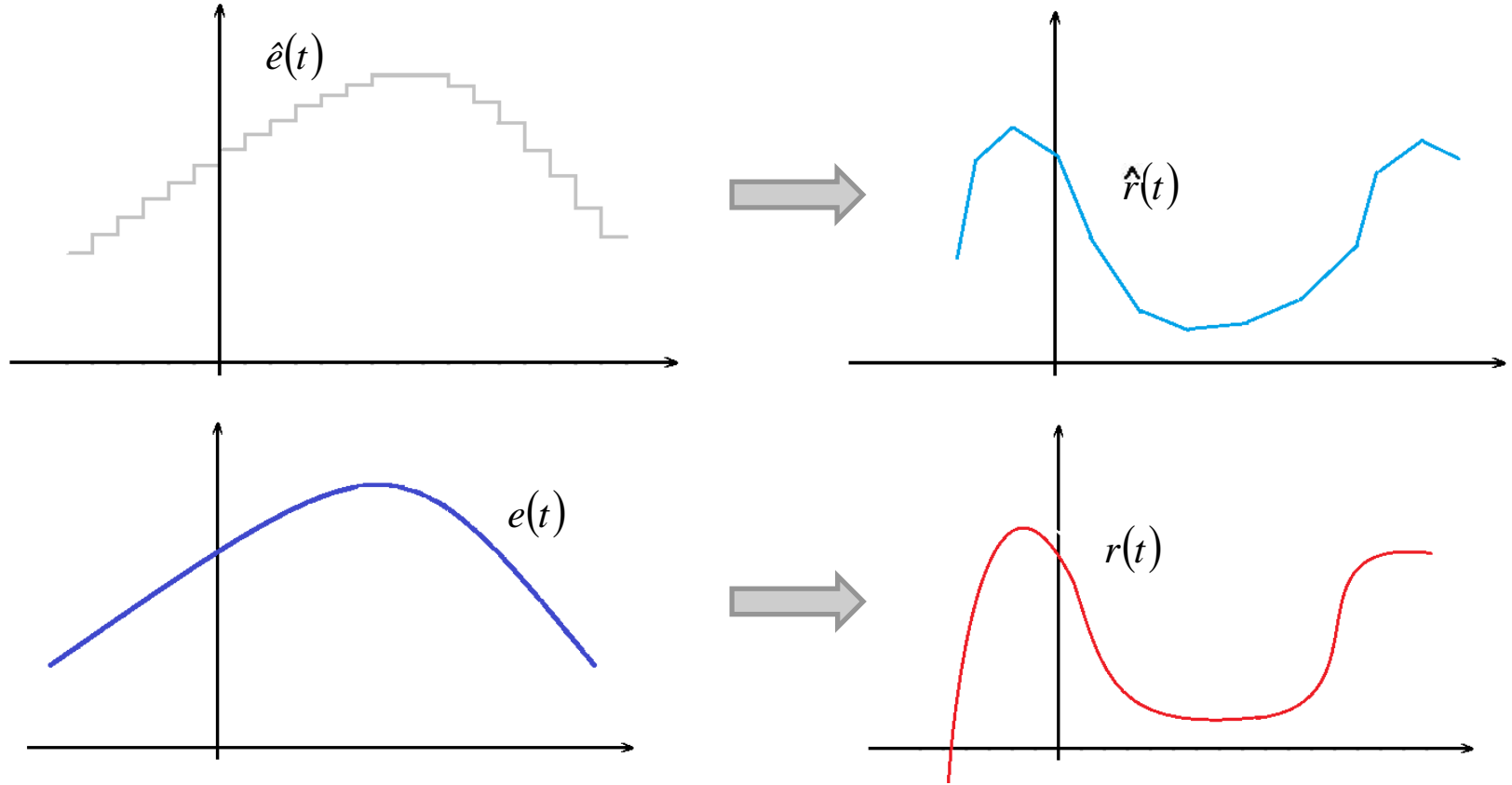
Métodos analíticos





Métodos analíticos

Método de la transformada de Laplace





Métodos analíticos

Método de la transformada de Laplace

- Se utiliza el impulso unitario
- Se suman las respuesta a la excitación de cada instante

$$r(t) = \lim_{\substack{\Delta\tau \rightarrow 0 \\ n \rightarrow \infty}} \sum \varphi(k \cdot \Delta\tau) e(t - k \cdot \Delta\tau) \Delta\tau$$

$$r(t) = \int_0^{\infty} \varphi(\tau) e(t - \tau) d\tau = \varphi(t) * e(t)$$



Métodos analíticos

Método de la transformada de Laplace

$$\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t}$$

$$\left. \begin{aligned} T(0,t) &= 0 \\ T(l,t) &= \delta(t) \end{aligned} \right\}$$

Impulso en la superficie interior
del cerramiento

$$T(x,0) = 0$$



Métodos analíticos

Método de la transformada de Laplace

$$\frac{\partial^2 T(x, s)}{\partial x^2} = \frac{s}{\alpha} \bar{T} \quad \text{“Solución”:$$

$$\left. \begin{array}{l} \bar{T}(0, s) = 0 \\ \bar{T}(l, s) = 1 \\ \bar{T}(x, 0) = 0 \end{array} \right\} \bar{\varphi}_{T1}(x, s) = \frac{\sinh\left(x \cdot \sqrt{\frac{s}{\alpha}}\right)}{\sinh\left(l \cdot \sqrt{\frac{s}{\alpha}}\right)}$$

Hay que hallar la transformada inversa

La transformada inversa representa la temperatura en x para una entrada unitaria en $x = l$.



Métodos analíticos

Método de la transformada de Laplace

Aplicando la ley de Fourier a la transformada inversa:

$$\varphi_{q1}(x, t) = -k \cdot \frac{d\varphi_{T1}}{dx}$$

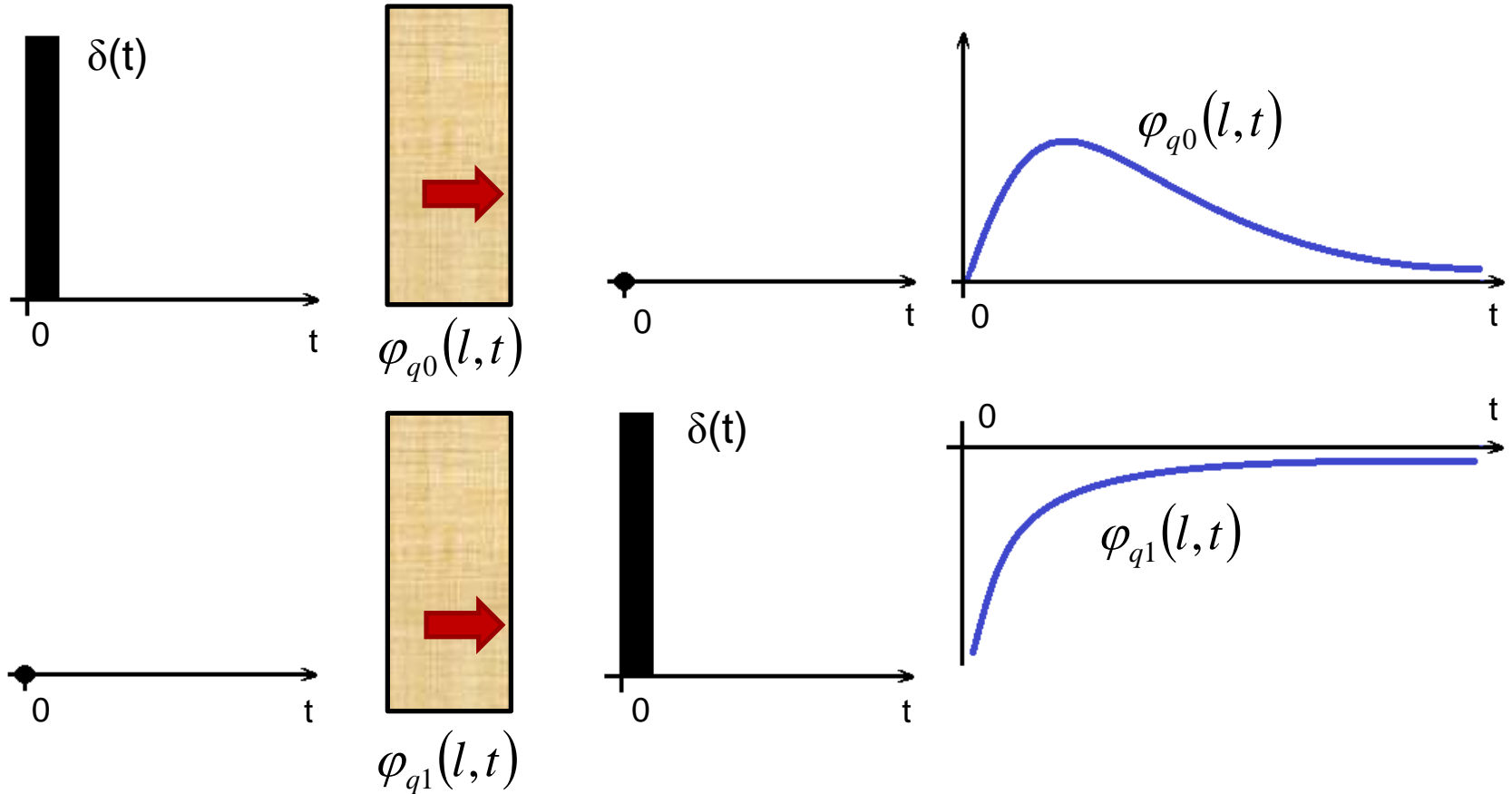


Flujo de calor en x debido a una excitación impulso de la temperatura en $x = l$.



Métodos analíticos

Método de la transformada de Laplace





Métodos analíticos

Método de la transformada de Laplace

- Interesa saber **temperaturas** y **flujos de calor** en las superficies.
- Cuando hay una excitación en la superficie del cerramiento $T(0,t)$ y $T(l,t)$, mediante superposición \longrightarrow convolución

$$\dot{q}(0,t) = \int_0^\infty \varphi_{q0}(0,\tau) T(0,t-\tau) d\tau + \int_0^\infty \varphi_{q1}(0,\tau) T(l,t-\tau) d\tau$$

$$\dot{q}(l,t) = \int_0^\infty \varphi_{q0}(l,\tau) T(0,t-\tau) d\tau + \int_0^\infty \varphi_{q1}(l,\tau) T(l,t-\tau) d\tau$$



Métodos analíticos

Método de la transformada de Laplace

$$\bar{q}(0, s) = \bar{\varphi}_{q0}(0, s) \bar{T}(0, s) + \bar{\varphi}_{q1}(0, s) \bar{T}(l, s)$$

$$\bar{q}(l, s) = \bar{\varphi}_{q0}(l, s) \bar{T}(0, s) + \bar{\varphi}_{q1}(l, s) \bar{T}(l, s)$$

Forma matricial \Rightarrow
$$\begin{bmatrix} \bar{q}(0, s) \\ \bar{q}(l, s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\varphi}_{q0}(0, s) & \bar{\varphi}_{q1}(0, s) \\ \bar{\varphi}_{q0}(l, s) & \bar{\varphi}_{q1}(l, s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{T}(0, s) \\ \bar{T}(l, s) \end{bmatrix}$$



Métodos analíticos

Método de la transformada de Laplace

$$\begin{bmatrix} \bar{\varphi}_{q0}(0, s) & \bar{\varphi}_{q1}(0, s) \\ \bar{\varphi}_{q0}(l, s) & \bar{\varphi}_{q1}(l, s) \end{bmatrix} \longrightarrow \text{Matriz de transferencia}$$

Se puede reordenar

$$\begin{bmatrix} \bar{T}(0, s) \\ \bar{q}(l, s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(s) & B(s) \\ C(s) & D(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{T}(l, s) \\ \bar{q}(l, s) \end{bmatrix}$$



Métodos analíticos

Método de la transformada de Laplace: Pared multicapa

$$\begin{bmatrix} \bar{T}(0, s) \\ \bar{q}(l, s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1(s) & B_1(s) \\ C_1(s) & D_1(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_2(s) & B_2(s) \\ C_2(s) & D_2(s) \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} A_n(s) & B_n(s) \\ C_n(s) & D_n(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{T}(l, s) \\ \bar{q}(l, s) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} A(s) & B(s) \\ C(s) & D(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1(s) & B_1(s) \\ C_1(s) & D_1(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_2(s) & B_2(s) \\ C_2(s) & D_2(s) \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} A_n(s) & B_n(s) \\ C_n(s) & D_n(s) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{T}(0, s) \\ \bar{q}(l, s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(s) & B(s) \\ C(s) & D(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{T}(l, s) \\ \bar{q}(l, s) \end{bmatrix}$$



Métodos analíticos

Método de la transformada de Laplace: Pared multicapa

- Cuando se consideran las resistencias superficiales

$$\begin{bmatrix} \bar{T}(0, s) \\ \bar{q}(l, s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & R_{se} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A(s) & B(s) \\ C(s) & D(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & R_{si} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{T}(l, s) \\ \bar{q}(l, s) \end{bmatrix}$$

donde

$$R_{se} = \frac{1}{h_e} \qquad R_{si} = \frac{1}{h_i}$$



Métodos analíticos

Método de la transformada de Laplace: Pared multicapa

Tenemos que hallar las transformadas inversas de los 4 términos de la matriz de transferencia.



Métodos basados en la aproximación de las solicitaciones

Existen dos grupos:

- Métodos impulsionales:

Excitaciones básicas de tipo impulso, escalón, rampa,...

- Métodos armónicos:

Excitaciones básicas de tipos sinusoidal.



Métodos basados en la aproximación de las solicitaciones

- Sólo son válidos si las ecuaciones diferenciales y algebraicas son
 - Lineales
- *La amplitud de la respuesta es proporcional a la excitación.*
 - Invariabilidad
- *Excitaciones idénticas en tiempos diferentes producen siempre respuestas idénticas.*
- Además, en el caso de los métodos armónicos
 - *Las excitaciones tienen que ser periódicas.*

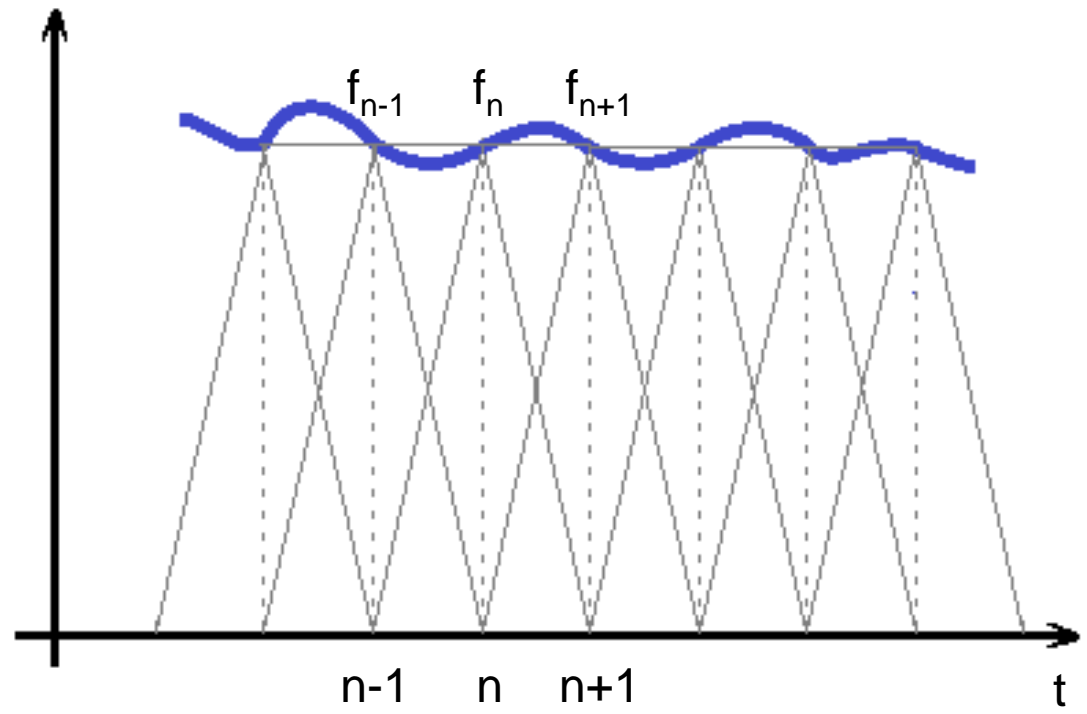


Factores de respuesta

Excitaciones exterior no periódicas

- Temperatura del aire
- Radiación solar

Representación mediante
señales triangulares





Factores de respuesta

Excitaciones elementales de tipo triangulo

- Objetivo: Determinar la respuesta a estas excitaciones

4 tipos de factores de respuesta:

$X(j)$ \Rightarrow Respuesta en la superficie exterior ante una excitación en el exterior

$Y(j)$ \Rightarrow Respuesta en la superficie interior ante una excitación en el exterior

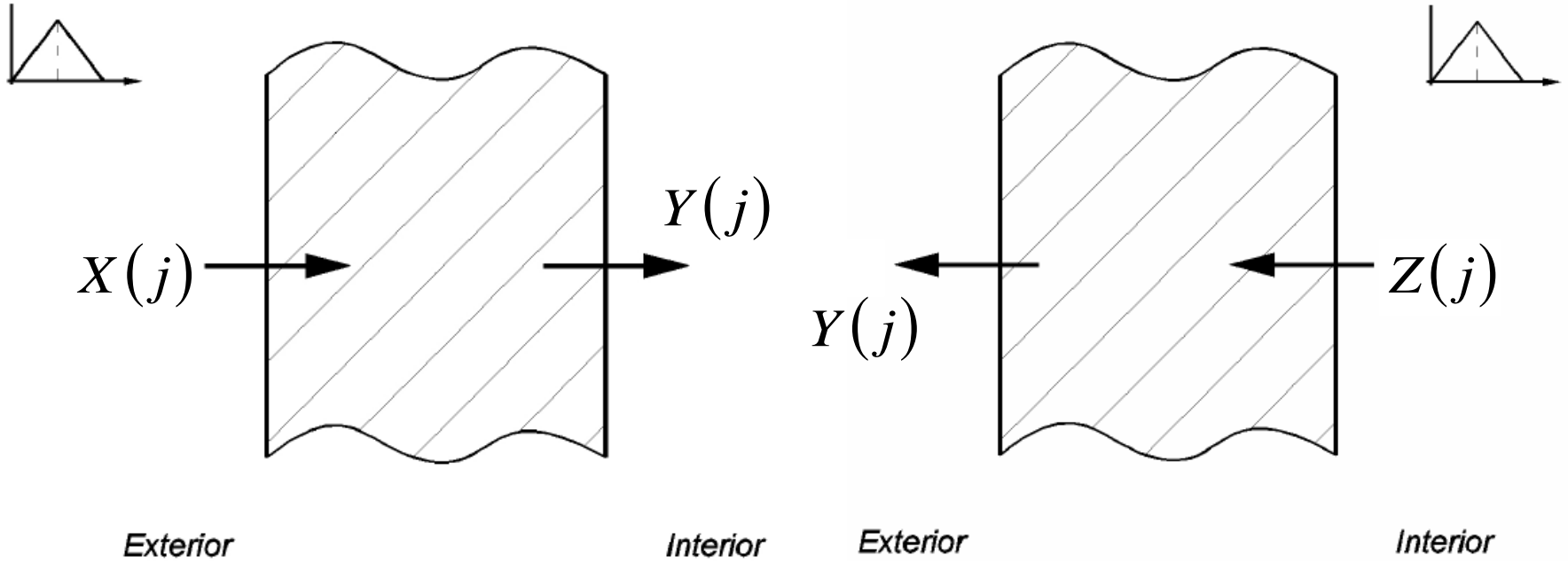
$Y(j)$ \Rightarrow Respuesta en la superficie exterior ante una excitación en el interior

$Z(j)$ \Rightarrow Respuesta en la superficie interior ante una excitación en el interior



Factores de respuesta

Excitaciones elementales de tipo triangulo





Factores de respuesta

- Flujo de calor en la superficie exterior

Flujo de calor por la excitación exterior $\Rightarrow q_0(0, n) = \sum_{j=0}^{\infty} X(j) \cdot T_0(n - j)$

Flujo de calor por la excitación interior $\Rightarrow q_0(l, n) = \sum_{j=0}^{\infty} Y(j) \cdot T_1(n - j)$

$$q(0, n) = \sum_{j=0}^{\infty} X(j) \cdot T_0(n - j) - \sum_{j=0}^{\infty} Y(j) \cdot T_1(n - j)$$



Factores de respuesta

- Flujo de calor en la superficie interior

Flujo de calor por la excitación exterior $\Rightarrow q_1(0, n) = \sum_{j=0}^{\infty} Y(j) T_0(n - j)$

Flujo de calor por la excitación interior $\Rightarrow q_1(l, n) = \sum_{j=0}^{\infty} Z(j) T_1(n - j)$

$$q(l, n) = \sum_{j=0}^{\infty} Y(j) T_0(n - j) - \sum_{j=0}^{\infty} Z(j) T_1(n - j)$$

La respuesta total es la suma de las infinitas contribuciones de las excitaciones previas y la actual.



Coeficientes de la función de transferencia

- El método de los FR

Mucha inercia térmica  Gran número de términos

- Reflejar **historia de la T^a** vs. **historia del flujo de calor**
 - Reducción considerable de N^0 de términos.
- Coeficientes de la función de transferencia (CTF).



Coeficientes de la función de transferencia

- En el caso anterior la transformada de Laplace

$$L[f(t)] = \bar{f}(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-s \cdot t} dt$$

- En este caso discretizaremos la función $f(t)$ según un paso de tiempo $\longrightarrow f(0), f(\Delta t), f(2 \cdot \Delta t), \dots$

$$f^*(t) = f(0) \cdot \delta(t) + f(\Delta t) \cdot \delta(t - \Delta t) + f(2 \cdot \Delta t) \cdot \delta(t - 2 \cdot \Delta t) + \dots$$



Coeficientes de la función de transferencia

- La transformada de Laplace de la función discretizada

$$L[f^*(t)] = \overline{f^*}(s) = f(0) + f(\Delta t)e^{-s \cdot \Delta t} + f(2 \cdot \Delta t)e^{-s \cdot 2 \cdot \Delta t} + \dots$$

$$z = e^{s \cdot \Delta t}$$

$$\overline{f^*}(s) = f(0)z^0 + f(\Delta t)z^{-1} + f(2 \cdot \Delta t)z^{-2} + \dots$$

- Polinomio de potencias negativas en z



Coeficientes de la función de transferencia

- Si la función de transferencia de un sistema es conocida

$$G(z) = \frac{R(z)}{E(z)}$$

- La función de transferencia será, en general

$$G(z) = \frac{a_0 + a_1 \cdot z^{-1} + a_2 \cdot z^{-2} + a_3 \cdot z^{-3} + \dots}{b_0 + b_1 \cdot z^{-1} + b_2 \cdot z^{-2} + b_3 \cdot z^{-3} + \dots} = \frac{N(z)}{D(z)}$$

- El orden de los polinomios indica los tiempos característicos considerados



Método armónico

- Una excitación en temperatura de periodo T se puede representar mediante una serie de Fourier

$$T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_n \cdot e^{i\omega_n t}$$

$$\omega_n = \frac{2\pi}{T} \longrightarrow \text{Frecuencia angular}$$

Siendo el problema lineal e invariante, es posible aplicar el principio de superposición.



Método armónico

- Si la respuesta que se obtiene es un flujo de calor

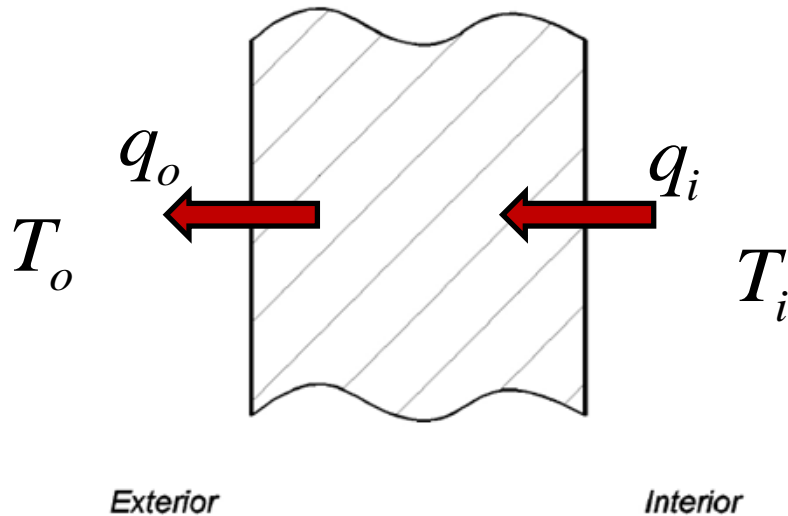
$$q(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} q_n \cdot e^{i\omega_n t}$$

- Por lo que en función de los armónicos de excitación, se obtienen los de la respuesta



Método armónico

- Problemas de térmica en edificios $\longrightarrow q_o, q_i, T_o, T_i$



$$\begin{bmatrix} T_o \\ q_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_i \\ q_i \end{bmatrix}$$

$$A = D = \cosh(\xi \cdot l)$$

$$B = \frac{\sinh(\xi \cdot l)}{k \cdot \xi} \quad \xi = (1 + i) \sqrt{\frac{\omega}{2 \cdot \alpha}}$$

$$C = k \cdot \xi \cdot \sinh(\xi \cdot l)$$

La ecuación matricial es la misma que la obtenida por transformadas de Laplace.



Dispones de un video resumen de recapitulación sobre este tema en el canal de youtube, ver el link en la plataforma eCampusOCW

Muchas Gracias