TEORIA

1) Nombrar las características estáticas del brazo robot. (**0.5 puntos**)

   a. Grados de libertad
   b. Volumen de trabajo
   c. Accesibilidad
   d. Maniobrabilidad
   e. Movilidad

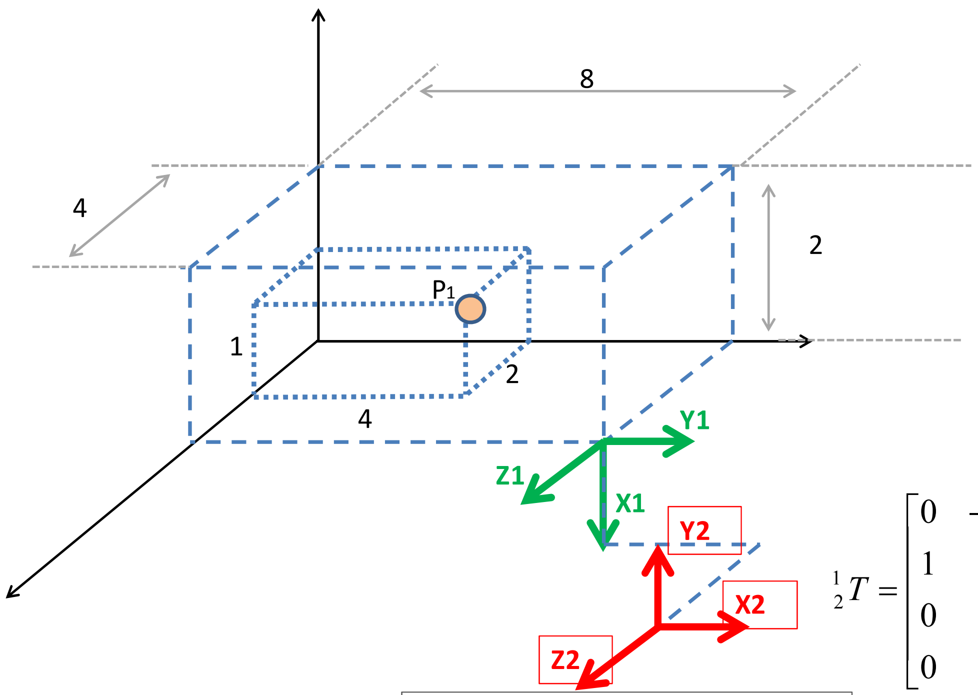
2) ¿El **ENCODER** es un sensor interno o externo?, ¿Que mide? (**0.5 puntos**)

El enconder es un sensor interno y mide la posición

3) En la figura aparecen dibujados el punto P1 y el sistema de referencia {S1}. Dada la MTH que relaciona el sistma {S1} y {S2}.

$$ {}^{1}_{2}T = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

Dibuja el sistema {S2} y calcula las coordenadas del punto P1 respecto al sistema {S2}. Debes utilizar las MTH. (**1.5 puntos**)



$$ {}^{1}_{2}T = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

1) **Traslación (1,2,3)**
2) **Rotación R(Z, 90º)**

Coordenadas del punto P1 respecto el sistema 1: $^{1}P1 = [-1, -4, -2]$

Coordenadas del punto P1 respecto el sistema 2:

$$^{2}P1 \Rightarrow {}^{2}P1 = {}^{2}_{1}T \cdot {}^{1}P1$$

Cálculo de la MTH que relaciona el sistema 2 respecto del 1:

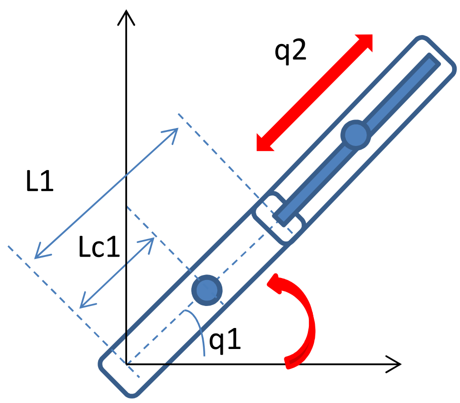
$$^{1}_{2}T = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad {}^{2}_{1}T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$^{2}P1 = {}^{2}_{1}T\,{}^{1}P1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ -4 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ 2 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Coordenadas del punto P1 respecto el sistema 2: $\boxed{^{2}P1 = [-6, 2, -5]}$

1 EJERCICIO: (4 puntos)

El robot de la figura posee 2 GDL, siendo la primera articulación rotacional y la segunda prismático. Calcular el LAGRANGIANO basado en el balance de energías.

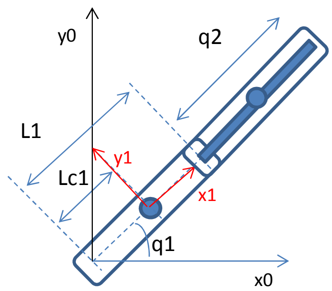


$$^{i-1}_{i}A = \begin{bmatrix} C\theta i & -C\alpha i\, S\theta i & S\alpha i\, S\theta i & ai\, C\theta i \\ S\theta i & C\alpha i C\theta i & -S\alpha i C\theta i & ai\, S\theta i \\ 0 & S\alpha i & C\alpha i & di \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

1º paso calculo de la **energía cinética**

1 eslabón:

$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^T v_1 + \frac{1}{2} \omega_1^T I_1 \omega_1$$



	θi	di	ai	αi
1	q1	0	L_{c1}	0º

Obtención de la MTH:

$$ {}^0_1A = \begin{bmatrix} Cq1 & -Sq1 & 0 & \boxed{L_{c1}Cq1} \\ Sq1 & Cq1 & 0 & \boxed{L_{c1}Sq1} \\ 0 & 0 & 1 & \boxed{0} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \rightarrow x = L_{c1}Cq1 \\ \rightarrow y = L_{c1}Sq1 \\ \rightarrow z = 0 \\ \\ \end{matrix}$$

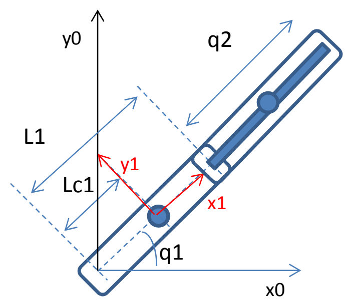
Matriz Jacobiana

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial q_1} & \frac{\partial x}{\partial q_2} & \frac{\partial x}{\partial q_3} \\ \frac{\partial y}{\partial q_1} & \frac{\partial y}{\partial q_2} & \frac{\partial y}{\partial q_3} \\ \frac{\partial z}{\partial q_1} & \frac{\partial z}{\partial q_2} & \frac{\partial z}{\partial q_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_{c1}Sq1 & 0 & 0 \\ L_{c1}Cq1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow v_1 = \begin{bmatrix} -L_{c1}Sq1 & 0 & 0 \\ L_{c1}Cq1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_{c1}Sq1\,\dot{q}1 \\ L_{c1}Cq1\,\dot{q}1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Velocidad lineal del primer eslabón

1º paso calculo de la **energía cinética**

Energía cinética $K_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^T v_1 + \frac{1}{2} \omega_1^T I_1 \omega_1$



$$v_1^T v_1 = \begin{bmatrix} -L_{c1}Sq1\,\dot{q}1 & L_{c1}Cq1\,\dot{q}1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -L_{c1}Sq1\,\dot{q}1 \\ L_{c1}Cq1\,\dot{q}1 \\ 0 \end{bmatrix} = L_{c1}^2 \dot{q}_1^2$$

Velocidad angular del primer eslabón

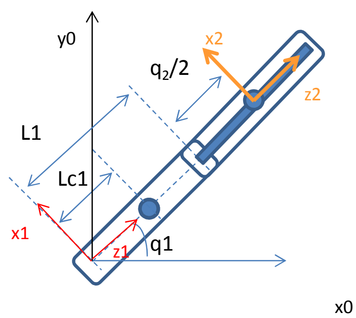
$$\vec{w}_1 = \dot{q}_1 \vec{z}_0$$

Energía cinética del 1 eslabón

$$\boxed{K_1 = \frac{1}{2} m_1 L_{c1}^2 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{q}_1^2}$$

1º paso calculo de la **energía cinética**

2 eslabón: $K_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^T v_2 + \frac{1}{2} \omega_2^T I_2 \omega_2$



Obtención de la MTH:

	θi	di	ai	αi
1	Q1+90	0	0	90º
2	0	$L_1 + q_2/2$	0	0º

$${}^0_2A = {}^0_1A\,{}^1_2A = \begin{bmatrix} -Sq1 & 0 & Cq1 & 0 \\ Cq1 & 0 & Sq1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_1 + q_2/2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0_2A = {}^0_1A\,{}^1_2A = \begin{bmatrix} -Sq1 & 0 & Cq1 & \boxed{Cq1(L_1 + q_2/2)} \\ Cq1 & 0 & Sq1 & \boxed{Sq1(L_1 + q_2/2)} \\ 0 & 1 & 0 & \boxed{0} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} =x \\ =y \\ =z \\ \\ \end{matrix}$$

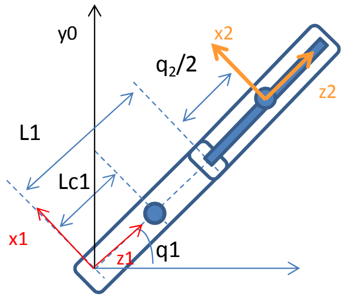
1º paso calculo de la **energía cinética**

2 eslabón
$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^T v_2 + \frac{1}{2} \omega_2^T I_2 \omega_2$$

Obtención de la MTH:

	θi	di	ai	αi
1	Q1+90	0	0	90º
2	0	$L_1 + q_2/2$	0	0º

$$x = Cq1(L_1 + {}^{q_2}\!/_2)$$
$$y = Sq1(L_1 + {}^{q_2}\!/_2)$$
$$z = 0$$



$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial q_1} & \frac{\partial x}{\partial q_2} & \frac{\partial x}{\partial q_3} \\ \frac{\partial y}{\partial q_1} & \frac{\partial y}{\partial q_2} & \frac{\partial y}{\partial q_3} \\ \frac{\partial z}{\partial q_1} & \frac{\partial z}{\partial q_2} & \frac{\partial z}{\partial q_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Sq1(L_1 + {}^{q_2}\!/_2) & {}^{Cq_1}\!/_2 & 0 \\ Cq1(L_1 + {}^{q_2}\!/_2) & {}^{Sq_1}\!/_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

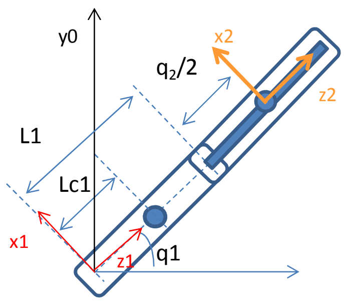
$$v_2 = \begin{bmatrix} -Sq1(L_1 + {}^{q_2}\!/_2) & {}^{Cq_1}\!/_2 & 0 \\ Cq1(L_1 + {}^{q_2}\!/_2) & {}^{Sq_1}\!/_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}1 \\ \dot{q}2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{q}1[Sq1(L_1 + {}^{q_2}\!/_2)] + \dot{q}2\, {}^{Cq_1}\!/_2 \\ -\dot{q}1[Cq1(L_1 + {}^{q_2}\!/_2)] + \dot{q}2\, {}^{Sq_1}\!/_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

1º paso calculo de la **energía cinética**

2 eslabón
$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^T v_2 + \frac{1}{2} \omega_2^T I_2 \omega_2$$

$$v_2^T v_2 = \begin{bmatrix} \dot{q}1[Sq1(L_1 + {}^{q_2}\!/_2)] + \dot{q}2\, {}^{Cq_1}\!/_2 & -\dot{q}1[Cq1(L_1 + {}^{q_2}\!/_2)] + \dot{q}2\, {}^{Sq_1}\!/_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\dot{q}1[Sq1(L_1 + {}^{q_2}\!/_2)] + \dot{q}2\, {}^{Cq_1}\!/_2 \\ -\dot{q}1[Cq1(L_1 + {}^{q_2}\!/_2)] + \dot{q}2\, {}^{Sq_1}\!/_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$v_2^T v_2 = \dot{q}1^2 (L_1 + {}^{q_2}\!/_2)^2 + \dot{q}2^2 - 2\dot{q}1\dot{q}2(L_1 + {}^{q_2}\!/_2) S({}^{q_1}\!/_2)$$



Velocidad angular del 2 eslabón
$$\vec{w}_2 = \dot{q}_1 \vec{z}_0$$

Energía cinética del 2º eslabón

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 \left[\dot{q}1^2 (L_1 + {}^{q_2}\!/_2)^2 + \dot{q}2^2 - 2\dot{q}1\dot{q}2(L_1 + {}^{q_2}\!/_2) S({}^{q_1}\!/_2) \right] + \frac{1}{2} I_2 \dot{q}_1^2$$

2º paso calculo de la **energía potencial**

La energía potencial del brazo robot, es la suma de las energías potencial de cada eslabón

$$U = U(q)$$

$$U = \sum_{1=1}^{n} U_i \qquad U_i = m_i g^T p_{ci}$$

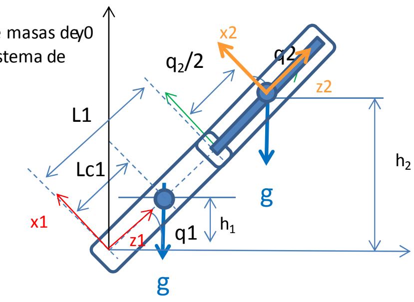
m_i= masa del eslabón i
g= fuerza de la gravedad
p_{ci}= La distancia del centro de masas de y0
Cada eslabón i, respecto al sistema de referencia

1 eslabón:

$$U_1 = m_1 g \overbrace{L_{c1} sen\, q_1}^{h1}$$

2 eslabón:

$$U_2 = m_2 g \overbrace{(L_1 + q_2/2) sen\, q_1}^{h2}$$



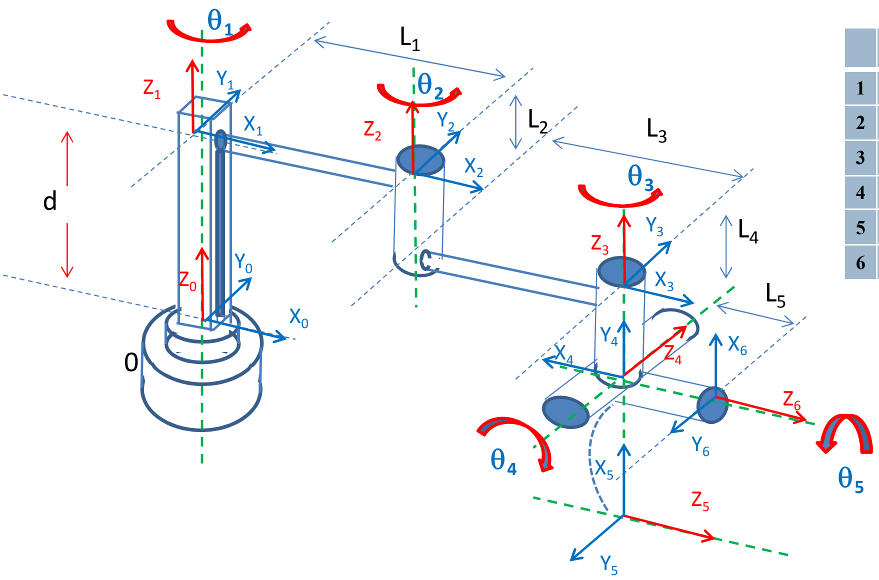
3º paso calculo de **Lagrangiano**

$$\boxed{L = \frac{1}{2} m_1 L_{c1}{}^2 \dot{q}_1{}^2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \left[\dot{q}1^2 (L_1 + q_2/2)^2 + \dot{q}2^2 - 2\dot{q}1\dot{q}2 (L_1 + q_2/2) S(q_1/2) \right] + \frac{1}{2} I_2 \dot{q}_1{}^2 - m_1 g L_{c1} sen\, q_1 - m_2 g (L_1 + q_2/2) sen\, q_1}$$

2 EJERCICIO: (3.5 puntos)

Sea el siguiente robot de 6 grados de libertad:

1) Utilizar el algoritmo de D-H para asignar los sistemas de referencia a cada eje. (La primera articulación es prismática y las demás rotacionales)
2) Obtener la tabla de D-H



	θi	di	ai	αi
1	0	d	0	0
2	θ_1	0	L_1	0
3	θ_2	$-L_2$	L_3	0
4	θ_3+180	$-L_4$	0	90
5	θ_4+90	0	0	-90
6	θ_5	L_5	0	0