TEMA 5. MODELADO GEOMÉTRICO Y CINEMÁTICO DEL ROBOT

EJERCICIOS

ROBÓTICA

EJERCICIOS

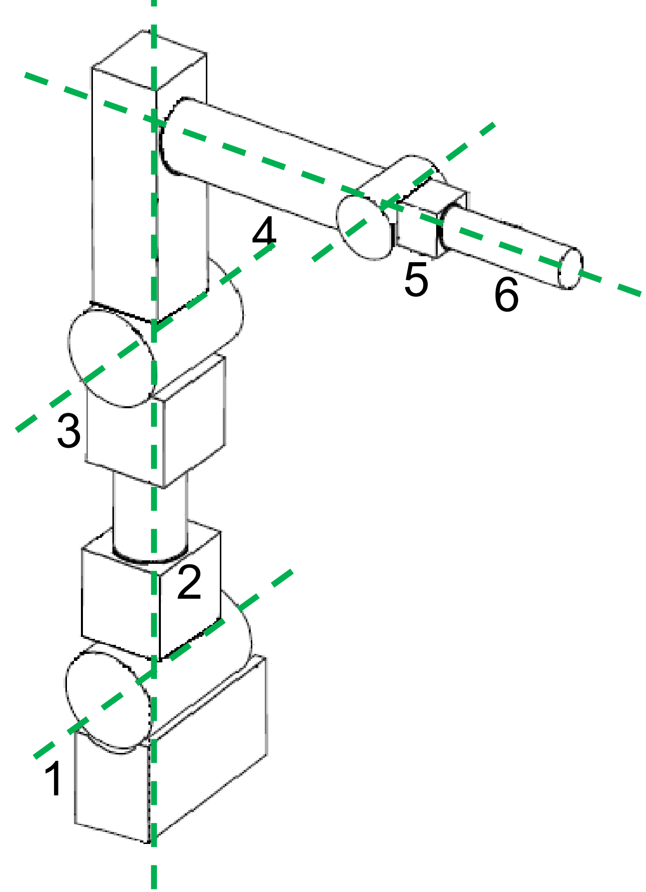
5.1 ejercicio
Obtener la tabla de D-H del robot de 6 GDL mostrado en la figura. Todas articulaciones son rotacionales.

Algoritmo D-H:

Asignación de Sistemas de Referencia

- D-H1: Numerar los eslabones desde 1 hasta n (n=GLD). Se numerará como elemento 0 la base del robot.
- D-H2: Numerar cada articulación desde 1 hasta n.
- D-H3: Localizar los ejes de las articulaciones. Si ésta es rotativa, el eje será el propio eje de giro. Si es prismática, será el eje a lo largo del cual se produce el desplazamiento.

Modelado cinemático directo robot ABB IRB 6400C



Algoritmo D-H:

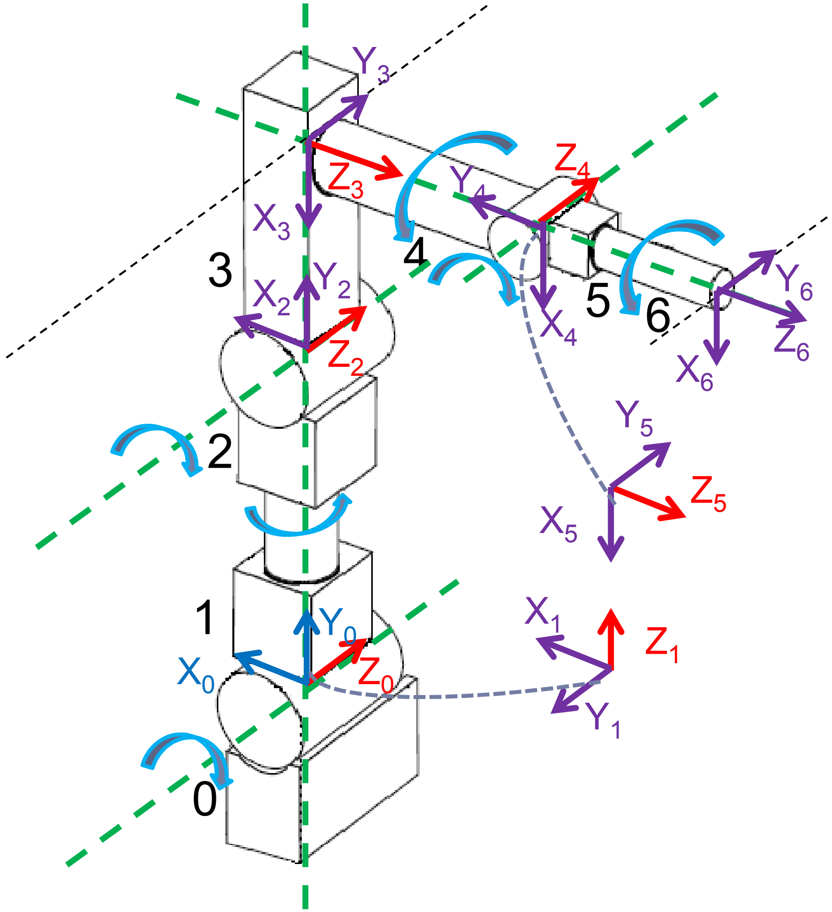
Asignación de Sistemas de Referencia

Establecer el sistema de referencia de cada elemento i

- D-H4: Para i de 0 a n-1, situar el eje Zi sobre el eje de la articulación i+1.
- D-H5: Situar el origen del sistema base So en cualquier punto del eje Z0 (eje de la articulación 1). Los ejes X0 e Y0 se situarán de modo que formen un sistema dextrógiro con Z0.
- D-H6: Para i de 1 a n-1, situar el sistema Si (solidario al elemento i) en la intersección del eje Zi con la línea normal común a Zi-1 y Zi. Si ambos ejes se cortasen se situaría Si en el punto de corte. Si fuesen paralelos se situaría en la articulación i+1.
- D-H7: Situar Xi en la línea normal común al eje Zi-1y Zi. Si los ejes se cortan se sitúa perpendicular al plano formado por Zi-1y Zi.Situar Xi en la línea normal al eje Zi-1, lo corta y apunta hacia afuera de él.
- D-H8: Situar Yi de modo que forme un sistema dextrógiro con Xi y Zi.
- D-H9: Situar el sistema {Sn} en el extremo del robot de modo que Zn coincida con la dirección de Zn-1 y Xn sea normal a Zn-1 y Zn.

Ejemplo:

Modelado cinematico directo robot ABB IRB 6400C



Algoritmo D-H:

Identificación parámetros D-H

Crear una tabla con los parámetros de Denavit-Hartenberg:

- D-H10: Obtener **θi** como el ángulo que hay que girar en torno a Zi-1 para que Xi-1 y Xi queden paralelos.
- D-H11: Obtener **di** como la distancia medida a lo largo de Zi-1, que habría que desplazar {Si-1} para que Xi y Xi-a quedasen en el mismo plano.
- D-H12:Obtener **ai** como la distancia medida a lo largo de Xi (que ahora coincidiría con Xi-1) que habría que desplazar el nuevo {Si-1} para que su origen coincidiese con {Si}.
- D-H13:Obtener αi como el ángulo que habría que girar entorno a Xi (que ahora coincidiría con Xi-1) para que el nuevo {Si-1} coincidiese totalmente con {Si}.

Modelado cinemático directo: robot ABB IRB 6400C

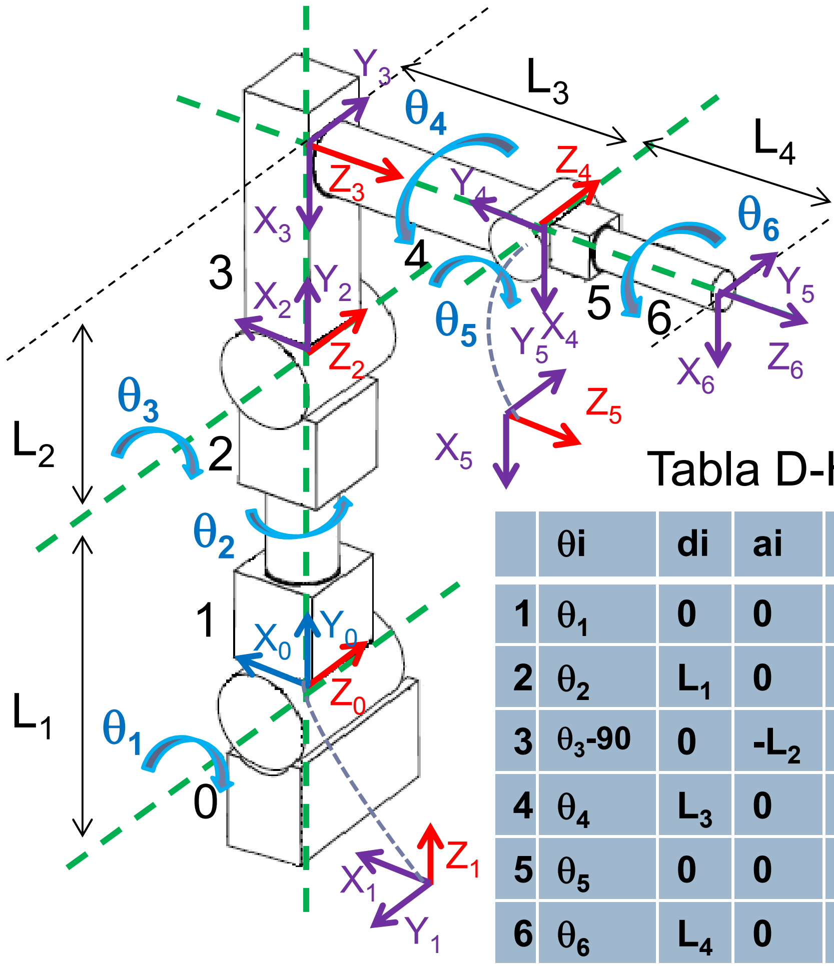


Tabla D-H

	θi	di	ai	αi
1	θ_1	0	0	-90º
2	θ_2	L_1	0	90º
3	θ_3-90	0	$-L_2$	90º
4	θ_4	L_3	0	-90º
5	θ_5	0	0	90º
6	θ_6	L_4	0	0

Jon Legarreta / Raquel Martinez

EJERCICIOS

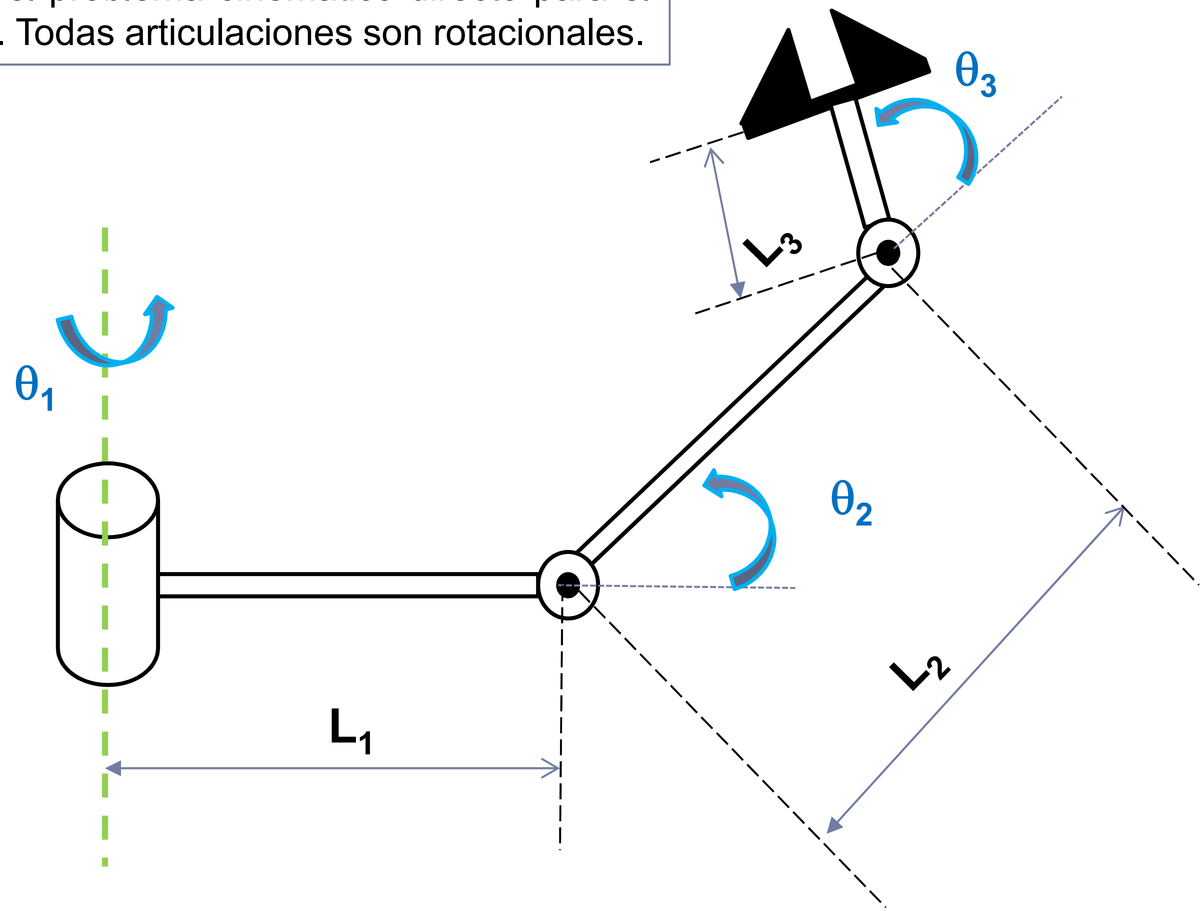
	θi	di	ai	αi
1	θ_1	0	0	-90º
2	θ_2	L_1	0	90º
3	θ_3-90	0	- L_2	90º
4	θ_4	L_3	0	-90º
5	θ_5	0	0	90º
6	θ_6	L_4	0	0

$$ {}^{i-1}_{\;\;i}A = \begin{bmatrix} C\theta i & -C\alpha i\,S\theta i & S\alpha i\,S\theta i & ai\,C\theta i \\ S\theta i & C\alpha i C\theta i & -S\alpha i C\theta i & ai\,S\theta i \\ 0 & S\alpha i & C\alpha i & di \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{0}_{1}A = \begin{bmatrix} C\theta 1 & 0 & -S\theta 1 & 0 \\ S\theta 1 & 0 & C\theta 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^{1}_{2}A = \begin{bmatrix} C\theta 2 & 0 & S\theta 2 & 0 \\ S\theta 2 & 0 & -C\theta 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^{2}_{3}A = \begin{bmatrix} C(\theta 3-90) & 0 & S(\theta 3-90) & L2C(\theta 3-90) \\ S(\theta 3-90) & 0 & -C(\theta 3-90) & L2S(\theta 3-90) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{3}_{4}A = \begin{bmatrix} C\theta 4 & 0 & -S\theta 4 & 0 \\ S\theta 4 & 0 & C\theta 4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & L3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^{4}_{5}A = \begin{bmatrix} C\theta 5 & 0 & -S\theta 5 & 0 \\ S\theta 5 & 0 & -C\theta 5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^{5}_{6}A = \begin{bmatrix} C\theta 6 & -S\theta 6 & 0 & 0 \\ S\theta 6 & C\theta 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

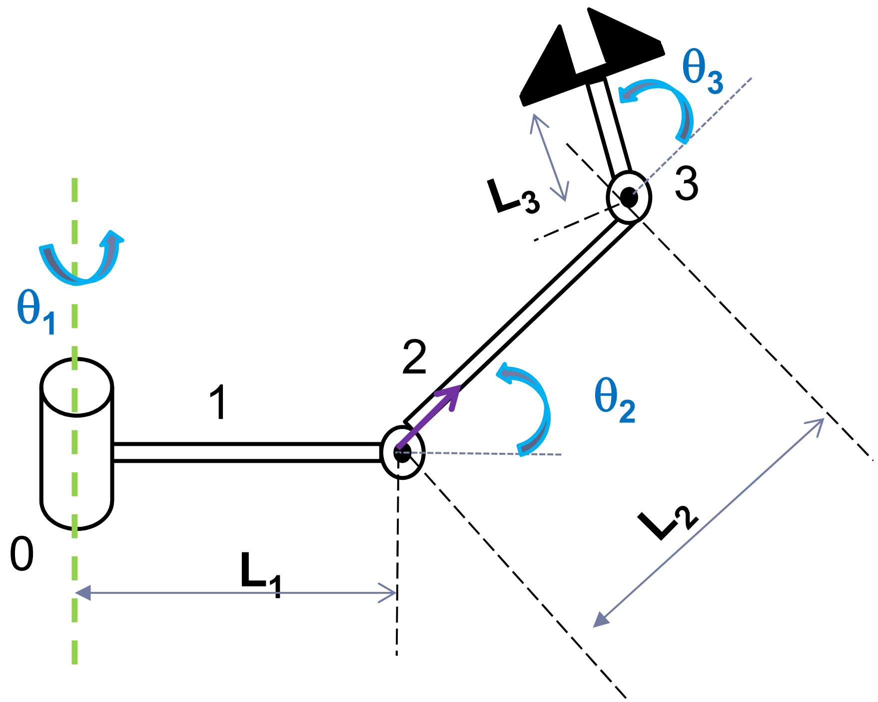
5.2 ejercicio
Resolver mediante D-H el problema cinemático directo para el robot 3 GDL de la figura. Todas articulaciones son rotacionales.



Algoritmo D-H:

Asignación de Sistemas de Referencia

- D-H1: Numerar los eslabones desde 1 hasta n (n=GLD). Se numerará como elemento 0 la base del robot.
- D-H2: Numerar cada articulación desde 1 hasta n.
- D-H3: Localizar los ejes de las articulaciones. Si ésta es rotativa, el eje será el propio eje de giro. Si es prismática, será el eje a lo largo del cual se produce el desplazamiento.

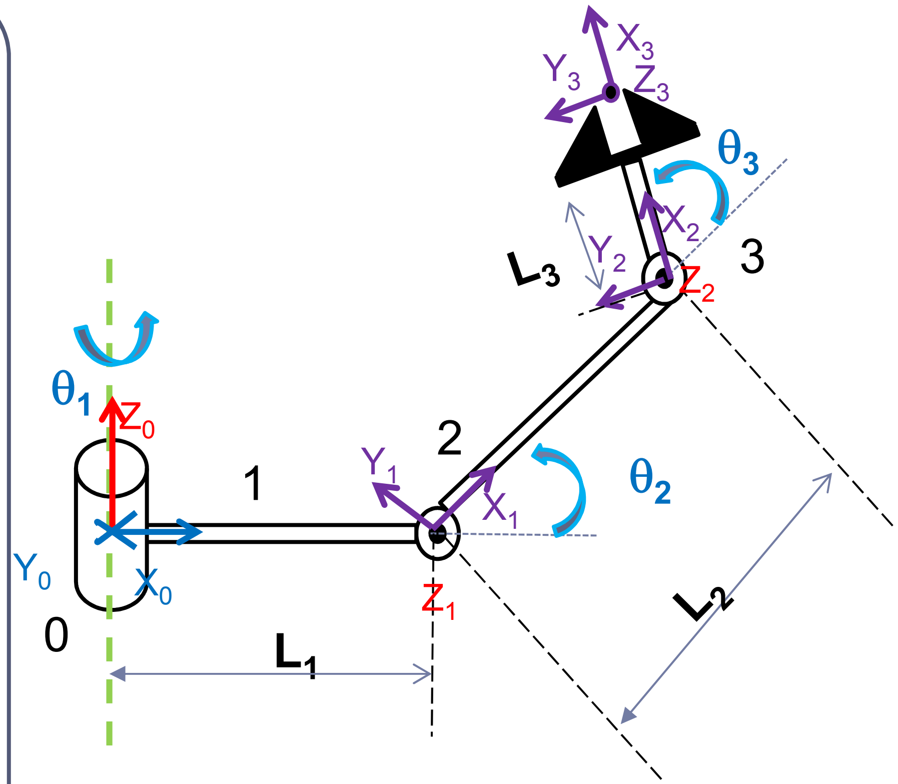


Algoritmo D-H:

Asignación de Sistemas de Referencia

Establecer el sistema de referencia de cada elemento i

- D-H4: Para i de 0 a n-1, situar el eje Zi sobre el eje de la articulación i+1.
- D-H5: Situar el origen del sistema base So en cualquier punto del eje Z0 (eje de la articulación 1). Los ejes X0 e Y0 se situarán de modo que formen un sistema dextrógiro con Z0.
- D-H6: Para i de 1 a n-1, situar el sistema Si (solidario al elemento i) en la intersección del eje Zi con la línea normal común a Zi-1 y Zi. Si ambos ejes se cortasen se situaría Si en el punto de corte. Si fuesen paralelos se situaría en la articulación i+1.
- D-H7: Situar Xi en la línea normal común al eje Zi-1y Zi. Si los ejes se cortan se sitúa perpendicular al plano formado por Zi-1y Zi.Situar Xi en la línea normal al eje Zi-1, lo corta y apunta hacia afuera de él.
- D-H8: Situar Yi de modo que forme un sistema dextrógiro con Xi y Zi.
- D-H9: Situar el sistema {Sn} en el extremo del robot de modo que Zn coincida con la dirección de Zn-1 y Xn sea normal a Zn-1 y Zn.



Jon Legarreta / Raquel Martinez

EJERCICIOS

	θi	di	ai	αi
1	θ_1	0	L_1	90º
2	θ_2	0	L_2	0
3	θ_3	0	L_3	0

$$ {}^{i-1}_{i}A = \begin{bmatrix} C\theta i & -C\alpha i\,S\theta i & S\alpha i\,S\theta i & ai\,C\theta i \\ S\theta i & C\alpha i C\theta i & -S\alpha i C\theta i & ai\,S\theta i \\ 0 & S\alpha i & C\alpha i & di \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{0}_{1}A = \begin{bmatrix} C\theta 1 & 0 & S\theta 1 & L_1 C\theta 1 \\ S\theta 1 & 0 & -C\theta 1 & L_1 S\theta 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{2}_{3}A = \begin{bmatrix} C\theta 3 & -S\theta 3 & 0 & L_3 C\theta 3 \\ S\theta 3 & C\theta 3 & 0 & L_3 S\theta 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{1}_{2}A = \begin{bmatrix} C\theta 2 & -S\theta 2 & 0 & L_2 C\theta 2 \\ S\theta 2 & C\theta 2 & 0 & L_2 S\theta 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

Algoritmo D-H: **Formar las Matrices de Transformación Homogéneas**

D-H15: Obtener la matriz de transformación que relaciona el sistema de la base con el del extremo del robot
${}^0T_4 = {}^0A_1\, {}^1A_2\, {}^2A_3\, {}^3A_4$

$$ {}^0_3T = {}^0_1A\, {}^1_2A\, {}^2_3A \quad \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

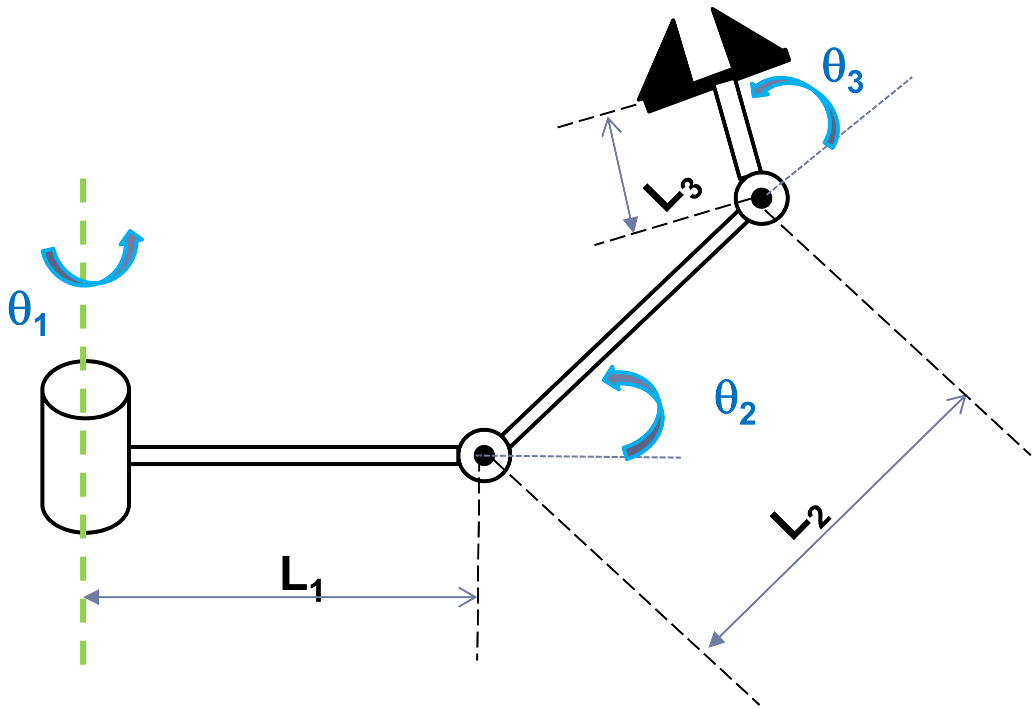
$$\vec{n} = (C1C2C3 - C1S2S3, S1C2C3 - S1S2S3, 0, 0)$$

$$\vec{o} = (C1S2S3 - C1S2S3, -S1C2C3 - S1S2C3, -S2S3 + C2C3, 0)$$

$$\vec{a} = (S1, -C1, 0, 0)$$

$$\vec{p} = (C1C2L3C3 - C1S2S3L3 + C1L2S2 + L1C2, S1C2L3C3 - S1S2L3S3 + S1L2C2 + L1S1, S2L3C3 + C2L3C3 + L2S2, 1)$$

5.3 ejercicio
Calcular la matriz jacobiana del robot de 3 GDL del ejercicio 5.2.



	θi	di	ai	αi
1	θ_1	0	L_1	90º
2	θ_2	0	L_2	0
3	θ_3	0	L_3	0

3. Cinemática de Movimiento: Matriz Jacobiana

Ejemplo: **Robot esférico 3 GDL**

$${}^{0}_{3}A = {}^{0}_{1}A\,{}^{1}_{2}A\,{}^{2}_{3}A$$

$${}^{0}_{3}A = \begin{bmatrix} C\theta1 & 0 & S\theta1 & L_1C\theta1 \\ S\theta1 & 0 & -C\theta1 & L_1S\theta1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta2 & -S\theta2 & 0 & L_2C\theta2 \\ S\theta2 & C\theta2 & 0 & L_2S\theta2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta3 & -S\theta3 & 0 & L_3C\theta3 \\ S\theta3 & C\theta3 & 0 & L_3S\theta3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^{0}_{3}A = \begin{bmatrix} C1C2C3-C1S2S3 & C1S2S3-C1S2S3 & S1 & \boxed{C1C2L3C3-C1S2S3L3+C1L2C2+L1C2} \\ S1C2C3-S1S2S3 & -S1C2C3-S1S2C3 & -C1 & \boxed{S1C2L3C3-S1S2L3S3+S1L2C2+L1S1} \\ 0 & -S2S3+C2C3 & 0 & \boxed{S2L3C3+C2L3C3+L2S2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$x = f_x(q_1, q_2, \ldots, q_n)$$
$$y = f_y(q_1, q_2, \ldots, q_n)$$
$$z = f_z(q_1, q_2, \ldots, q_n)$$

$$x = C1C2L3C3 - C1S2S3L3 + C1L2C2 + L1C2$$
$$y = S1C2L3C3 - S1S2L3S3 + S1L2C2 + L1S1$$
$$z = S2L3C3 + C2L3C3 + L2S2$$

Ahora se calcula el Jacobiano, a partir de las ecuaciones de posición del extremo.

3. Cinemática de Movimiento: Matriz Jacobiana

$$x = C1C2L3C3 - C1S2S3L3 + C1L2C2 + L1C2$$
$$y = S1C2L3C3 - S1S2L3S3 + S1L2C2 + L1S1$$
$$z = S2L3C3 + C2L3C3 + L2S2$$

Jacobiano $\Longrightarrow$

Matriz Jacobiano:

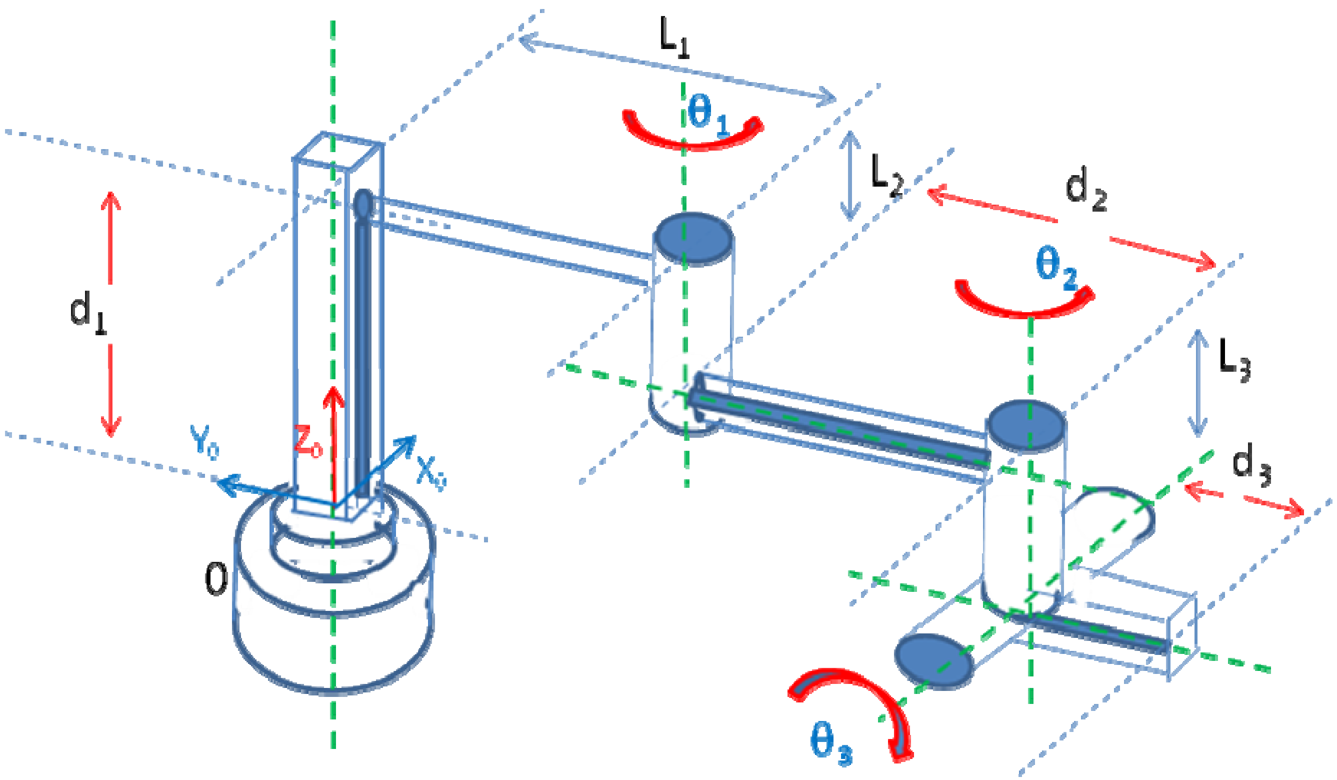
$$\boldsymbol{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial \boldsymbol{q}_1} & \frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial \boldsymbol{q}_2} & \frac{\partial \boldsymbol{x}}{\partial \boldsymbol{q}_3} \\ \frac{\partial \boldsymbol{y}}{\partial \boldsymbol{q}_1} & \frac{\partial \boldsymbol{y}}{\partial \boldsymbol{q}_2} & \frac{\partial \boldsymbol{y}}{\partial \boldsymbol{q}_3} \\ \frac{\partial \boldsymbol{z}}{\partial \boldsymbol{q}_1} & \frac{\partial \boldsymbol{z}}{\partial \boldsymbol{q}_2} & \frac{\partial \boldsymbol{z}}{\partial \boldsymbol{q}_3} \end{bmatrix} =$$

$$J = \begin{bmatrix} -S1C2L3C3 + S1S2S3L3 - S1L2C2 & -C1S2L3C3 - C1C2S3L3 - C1L3S2 - L1S2 & -C1C2L3S3 - C1S2C3L3 \\ C1C2L3C3 - C1S2L3S3 + C1L2C2 + L1C1 & -S1S2L3C3 - S1C2L3S3 - S1L2S2 & -S1C2L3S3 - S1S2L3C3 \\ 0 & C2L3C3 - S2L3C3 + L2C2 & -S2L3S3 - C2L3S3 \end{bmatrix}$$

Jon Legarreta / Raquel Martinez

5.4 ejercicio

Obtener la tabla de parámetros de D-H, del robot de 6 GDL mostrado en la figura. El robot posee 3 articulaciones rotacionales($\theta_1\theta_2\theta_3$) y otras 3 translacionales (d_1, d_2, d_3).



Jon Legarreta / Raquel Martinez

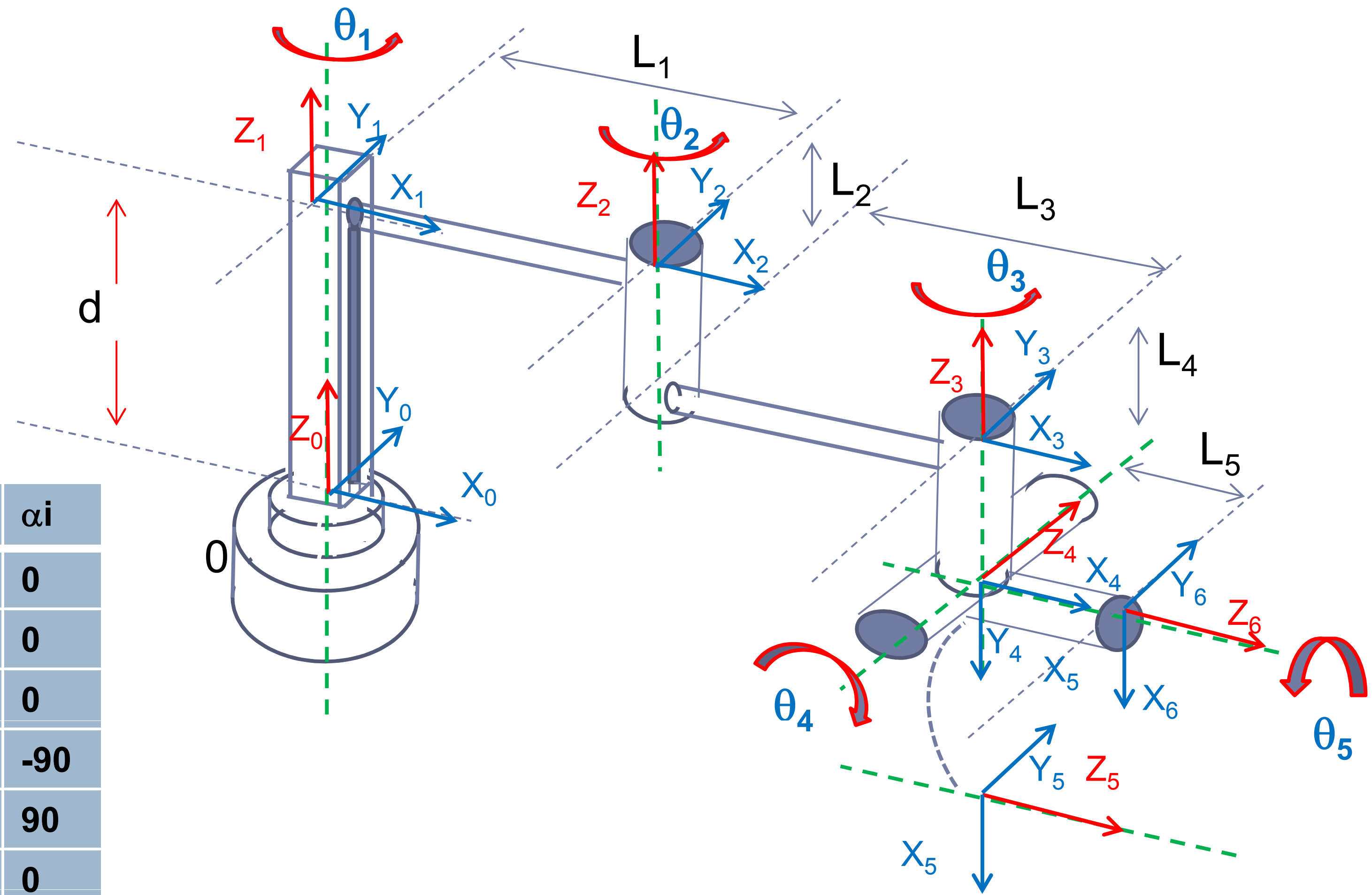


Tabla D-H

	θi	di	ai	αi
1	0	d	0	0
2	θ_1	0	L_1	0
3	θ_2	$-L_2$	L_3	0
4	θ_3	$-L_4$	0	-90
5	θ_4+90	0	0	90
6	θ_5	L_5	0	0

Jon Legarreta / Raquel Martinez