Ejercicios propuestos del tema 10: Cálculo del módulo en engranajes

ENUNCIADO:

Un par de ruedas cilíndricas rectas transmiten el movimiento entre dos ejes que giran en sentido contrario y que se encuentran a una distancia de 168 mm. La potencia a transmitir es N=25 CV, y las velocidades de giro de los ejes son ω_1=1650 rpm y ω_2=550 rpm. La duración prevista para el engranaje es de 3000 horas de funcionamiento. La rueda menor será de acero al carbono tipo St.50. Para el ancho de rueda, considerar b=20·m. Se pide escoger un módulo de la serie I para las ruedas.

El cálculo del módulo de los engranajes cilíndricos rectos se realizará mediante los dos criterios estudiados en el tema:

a) Por el criterio de la flexión: fórmula de Lewis.
b) Por el criterio de fallos superficiales: ecuación de Hertz.

SOLUCIÓN:

a) Por el criterio de la flexión: fórmula de Lewis.

$$m \geq 267.62 \cdot \sqrt[2]{\frac{Pot \cdot (i+1)}{\omega \cdot a \cdot \Psi \cdot \sigma_{adm} \cdot Y}}$$

Las unidades para la obtención de *m* en cm son:

- Pot en CV → 25 CV
- ω en rpm (de la rueda pequeña) → 1650 rpm
- *a* en cm → En función de Y
- σ_{adm} en kg/cm^2 → (St-50 Normalizado: 130-172MPa = 1300 – 1720 kg/ cm^2). Se selecciona 1300 kg/cm^2 por obtener un cálculo más conservador.
- i≥1 → i= ω_1/ω_2=1650/550=3
- Ψ es el factor de guiado y para un guiado preciso se puede considerar 20.

La forma de proceder para la obtención del valor de Y es de forma iterativa. Se escoge un valor cualquiera de Y, se calcula el módulo, y de ahí el valor de z_1 que le corresponde a ese módulo con la ecuación:

$$z_1 = \frac{2 \cdot a}{m \cdot (i+1)}$$

A continuación se comprueba si el valor de Y escogido corresponde al valor de z_1 calculado; en caso negativo, se repite el proceso. En general, este proceso converge en dos o tres iteraciones.

Para una primera iteración, se considera que $z_1 = 15$, y de la tabla de valores del factor de forma de Lewis se obtiene que ese número de dientes se corresponde con un valor de Y=0,29. Sustituyendo:

$$m \geq 267.62 \cdot \sqrt[2]{\frac{Pot \cdot (i+1)}{\omega \cdot a \cdot \Psi \cdot \sigma_{adm} \cdot Y}} = 267.62 \cdot \sqrt[2]{\frac{25 \cdot (3+1)}{1650 \cdot 16{,}8 \cdot 20 \cdot 1300 \cdot 0{,}29}}$$
$$= 0{,}185cm = 1{,}85mm \approx 2mm$$

Con ese valor del módulo se calculan *z* y *a*.

$z_1 = \frac{2 \cdot a}{m \cdot (i+1)} \rightarrow a = \frac{m}{2}(z_1 + 3z_1) \rightarrow$ 168; 2/2(15+45)=60≠168

Para que a=168 y m=2mm, z debe tener otro valor al inicialmente escogido:

$$168 = \frac{2}{2}(z_1 + 3z_1) \rightarrow z_1 = 42\ dientes \rightarrow Y = 0.395$$

De donde:

$$m \geq 267.62 \cdot \sqrt[2]{\frac{25 \cdot (3+1)}{1650 \cdot 16{,}8 \cdot 20 \cdot 1300 \cdot 0{,}395}} = 0{,}159cm = 1{,}6mm \approx 2mm$$

Por tanto la solución definitiva es:

- m=2mm
- $z_1 = 42\ dientes$
- $z_2 = 126\ dientes$

b) Por el criterio de fallos superficiales: ecuación de Hertz.

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot T_1 \cdot (i \pm 1)}{K_{adm} \cdot \Psi \cdot z_1^2 \cdot i \cdot sin\alpha \cdot cos\alpha}}$$

Las unidades para la obtención de *m* en cm son:

- El par torsor T en kg·cm
- La presión admisible de rodadura $K_{adm=}$ 11,73 kg/cm^2
  Se obtiene realizando dos operaciones de interpelación sobre los valores de la Tabla 6. Las ruedas están fabricadas en acero St-50 y la velocidad angular del piñón es de 1650 rpm. Los valores de K_{adm} para 5000 horas, para las ruedas de este acero, están tabulados para los valores 1500 y 2500 rpm. con 10 y 8,5 respectivamente. Se realizará una primera interpolación porque ω_1=1650 r.p.m. De esta interpolación obtenemos una K_{adm} para 5000 horas de 9,775.
  Las horas de servicio estimadas para las ruedas son 3000, por ello, es preciso multiplicar la K_{adm} para 5000 horas de 9,775 x φ_{3000}, pero como la Tabla 6 no muestra un valor específico para una duración de 3000 horas de servicio, debemos interpolar entre los valores 1,25 (relativo a 2500 horas) y 1 para 5000 horas. φ_{3000}=1,2, por lo que K_{adm} para 3000 horas de 9,775 x 1,2=11,73.

Así,

- $i \geq 1 \rightarrow i = \omega_1/\omega_2 = 1650/550 = 3$
- Ψ es el factor de guiado y para un guiado preciso se puede considerar 20.
- $T_1 = \frac{Pot}{\omega_1} = 1063{,}4\ kgm$

Como $z_1 = \frac{2 \cdot a}{m \cdot (i+1)}$, se sustituirá en la ecuación para el cálculo del módulo:

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2 \cdot T_1 \cdot (i \pm 1)^3 \cdot m^2}{K_{adm} \cdot \Psi \cdot 4a^2 \cdot i \cdot sin\alpha \cdot cos\alpha}}$$

Si eliminamos la raíz,

$$m^3 \geq \frac{2 \cdot T_1 \cdot (i \pm 1)^3 \cdot m^2}{K_{adm} \cdot \Psi \cdot 4a^2 \cdot i \cdot sin\alpha \cdot cos\alpha}$$

$$m \geq \frac{2 \cdot T_1 \cdot (i \pm 1)^3}{K_{adm} \cdot \Psi \cdot 4a^2 \cdot i \cdot sin\alpha \cdot cos\alpha}$$

$m \geq \frac{2 \cdot 1063{,}4 \cdot (3 \pm 1)^3}{11{,}73 \cdot \Psi \cdot 4a^2 \cdot i \cdot sin\alpha \cdot cos\alpha}$ = 0,531 cm = 5,31 mm ≈ 6 mm

$$z_1 = \frac{2 \cdot a}{m \cdot (i+1)} = \frac{2 \cdot 168}{6 \cdot (3+1)} = 14\ ;\ z_2 = 3 \cdot z_1 = 42$$

El módulo obtenido mediante el método de fallos superficial es más restrictivo que el obtenido mediante el cálculo a flexión, y por tanto deberá tomarse ese valor m = 6 mm como valor de diseño del engranaje.