

9

EJES

1. INTRODUCCIÓN

Los ejes son elementos giratorios que transmiten una potencia P al transmitir un par T con una velocidad de giro w :

$$Pot = T \cdot w \quad (1)$$

Normalmente son de sección circular, y sirven de soporte y eje de rotación de elementos como engranajes, poleas, volantes, etcétera; en este sentido, los ejes suelen estar escalonados (constan de varios diámetros) para acomodar a estos elementos, tal y como se muestra el ejemplo de la Figura 1. Estos cambios de diámetro y otras irregularidades como chaveteros, ranuras para anillos de retención o agujeros para pasadores (todos ellos necesarios para posicionar y fijar los elementos al eje) crean zonas concentración de tensiones, cuyo efecto perjudicial debe minimizarse en la medida de lo posible.

Como norma general es recomendable que los ejes sean biapoyados, aunque en ejes muy largos se hace inevitable contar con más de dos apoyos. En la misma línea, es preferible usar longitudes de eje cortas entre apoyos, por las ventajas que conlleva: en primer lugar, se reduce el momento flector en el eje, minimizando las tensiones y deflexiones resultantes; en segundo lugar, una longitud corta entre apoyos aumenta la velocidad crítica del eje (el concepto de velocidad crítica se explica más adelante). Por último, hay que tratar de evitar fuerzas en voladizo en el eje.

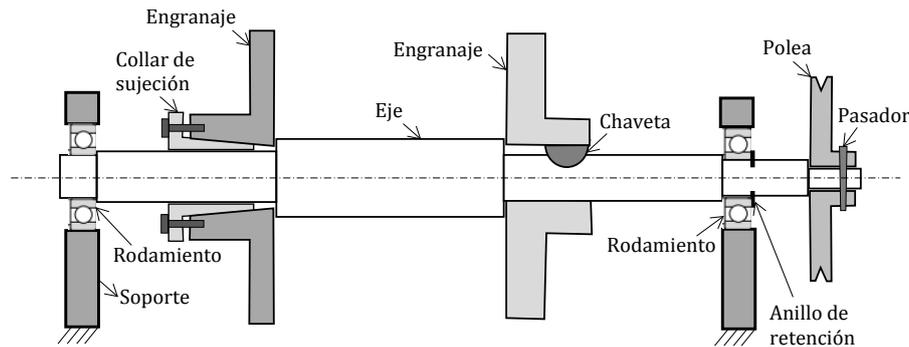


Figura 1. Esquema simplificado de un montaje típico de un eje de transmisión de potencia.

Al servir de apoyo y eje de rotación de los elementos montados sobre él (engranajes, poleas, volantes...), el proceso de diseño del eje tiene interdependencia con dichos elementos. Los pasos para el diseño de un eje son:

- 1) Dimensionar las secciones críticas del eje en base a tensiones, para que resistan a estática y/o fatiga.
- 2) Dimensionar el resto de las secciones del eje para cumplir los requisitos de montaje impuestos por los elementos montados sobre él.
- 3) Comprobar que las deflexiones, pendientes y velocidad crítica del eje dimensionado según los puntos anteriores sean admisibles; en caso de no serlo, redimensionar el eje.

2. DISEÑO DEL EJE EN BASE A TENSIONES

Como en cualquier otro elemento, se debe estudiar el estado tensional del punto más solicitado del eje; si ese estado tensional es admisible, no se producirá el fallo del eje.

Las tensiones en el eje son causadas por los esfuerzos introducidos por los elementos montados en él (engranajes, poleas, volantes...). Estos esfuerzos pueden ser:

- a) Momento torsor: generalmente sólo existe en un tramo del eje (ver Figura 2), entre los puntos de entrada y salida de la potencia. La tensión tangencial (Figura 3) generada por el momento torsor es:

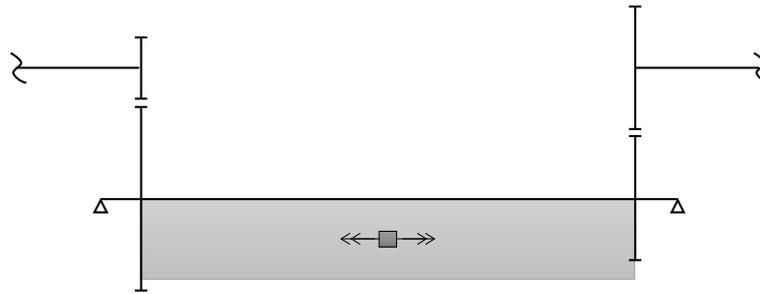


Figura 2. Eje sometido a momento torsor.

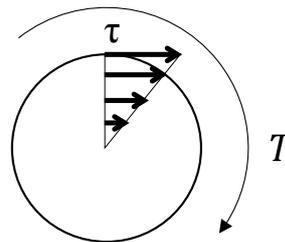


Figura 3. Estado tensional generado por un momento torsor.

$$\tau = \frac{T \cdot r}{J} \quad (2)$$

b) Momento flector: generalmente, un eje está sometido a momentos flectores en varios planos. En tal caso se deben descomponer todos los momentos flectores en los planos vertical y horizontal (M_V y M_H), a partir de los cuales se calcula el momento flector total M y la tensión normal resultante (Figura 4):

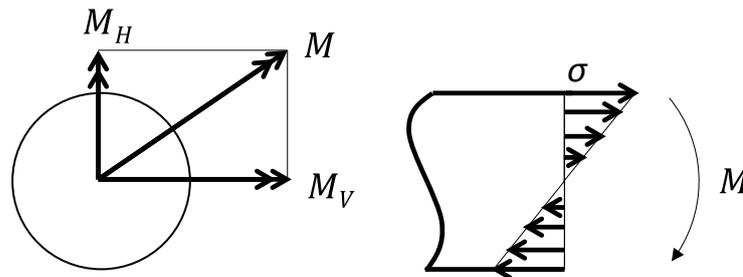


Figura 4. Estado tensional generado por un momento flector.

$$M = \sqrt{M_V^2 + M_H^2} \rightarrow \sigma = \frac{M \cdot r}{I} \quad (3)$$

c) Carga axial: originada habitualmente por engranajes helicoidales y/o rodamientos de rodillos cónicos, el valor de la tensión normal generada por la carga axial (Figura 5) suele ser despreciable en comparación con las tensiones debidas a la flexión y torsión:

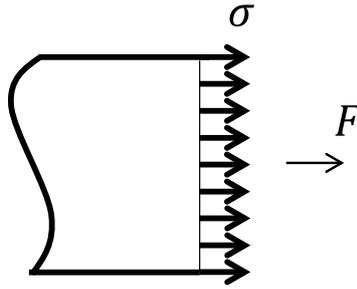


Figura 5. Estado tensional generado por una carga axial.

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (4)$$

En un eje también existen tensiones tangenciales por el esfuerzo cortante, pero al ser los ejes esbeltos estas tensiones suelen ser despreciables.

En definitiva, el estado tensional del punto más solicitado de un eje es generalmente el mostrado en la Figura 6.

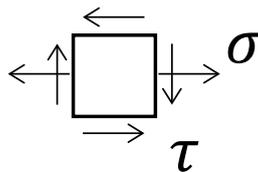


Figura 6. Estado tensional del punto más solicitado de un eje.

Estas tensiones σ y τ pueden ser constantes o variables a lo largo del tiempo.

Yendo del caso más sencillo al más complicado, se va a estudiar en primer lugar la naturaleza de la tensión normal por carga axial. La expresión de dicha tensión es $\sigma = F/A$ según la ecuación (4), de manera que si F varía a lo largo del tiempo ($F(t)$), la tensión normal $\sigma(t) = F(t)/A$ varía con el mismo patrón que lo hace $F(t)$ porque el área A no cambia con el tiempo. Es decir:

- Si F es constante, σ es constante.
- Si F es alterna, σ es alterna.
- Si F varía siguiendo cualquier otro patrón, σ sigue ese mismo patrón.

Esto se cumple independientemente de que el eje esté girando o no.

Con la tensión tangencial por momento torsor sucede lo mismo. La expresión de dicha tensión es $\tau = T \cdot r/J$, de manera que si T varía a lo largo del tiempo ($T(t)$), la tensión $\tau(t) = T(t) \cdot r/J$ varía de la misma forma en que lo hace $T(t)$ porque el radio r y la inercia polar

J no cambian con el tiempo. Es decir:

- a) Si T es constante, τ es constante.
- b) Si T es alterna, τ es alterna.
- c) Si T varía siguiendo cualquier otro patrón, τ sigue ese mismo patrón.

Nuevamente, esto se cumple independientemente de que el eje esté girando o no.

El estudio de la tensión normal por momento flector es más complicado. La expresión de dicha tensión es $\sigma = M \cdot y / I$. En este caso, además de la posible variabilidad de M, también hay que tener en cuenta que si el eje está girando la distancia “y” (distancia entre el punto cuya tensión se está estudiando y la fibra neutra del eje) cambiará a medida que el eje gire. Es decir, la tensión es $\sigma(t) = M(t) \cdot y(t) / I$ (la inercia es lo único que no cambia con el tiempo). Así, en función de si el eje gira o no, se pueden dar los siguientes casos:

- a) Si el eje no gira, “y” no varía a lo largo del tiempo, con lo que la tensión $\sigma(t) = M(t) \cdot y / I$ varía de la misma forma en que lo hace M(t). Es decir:

- a.1. si M es constante, σ es constante (Figura 7a).
- a.2. si M es alterna, σ es alterna (Figura 7b).
- a.3. si M varía siguiendo cualquier otro patrón, σ sigue ese patrón.

- b) Si el eje gira, “y” varía a lo largo del tiempo ($y(t)$), con lo que la tensión $\sigma(t) = M(t) \cdot y(t) / I$ varía de la misma forma en que lo hace la combinación M(t)·y(t). Es decir:

- b.1. si M es constante, σ es alterna (al ser “y” alterna debido al giro del eje) (Figura 7c).
- b.2. si M no es alterna, por lo general σ tendrá una forma compleja como la de la Figura 7d (según el producto M(t)·y(t)).

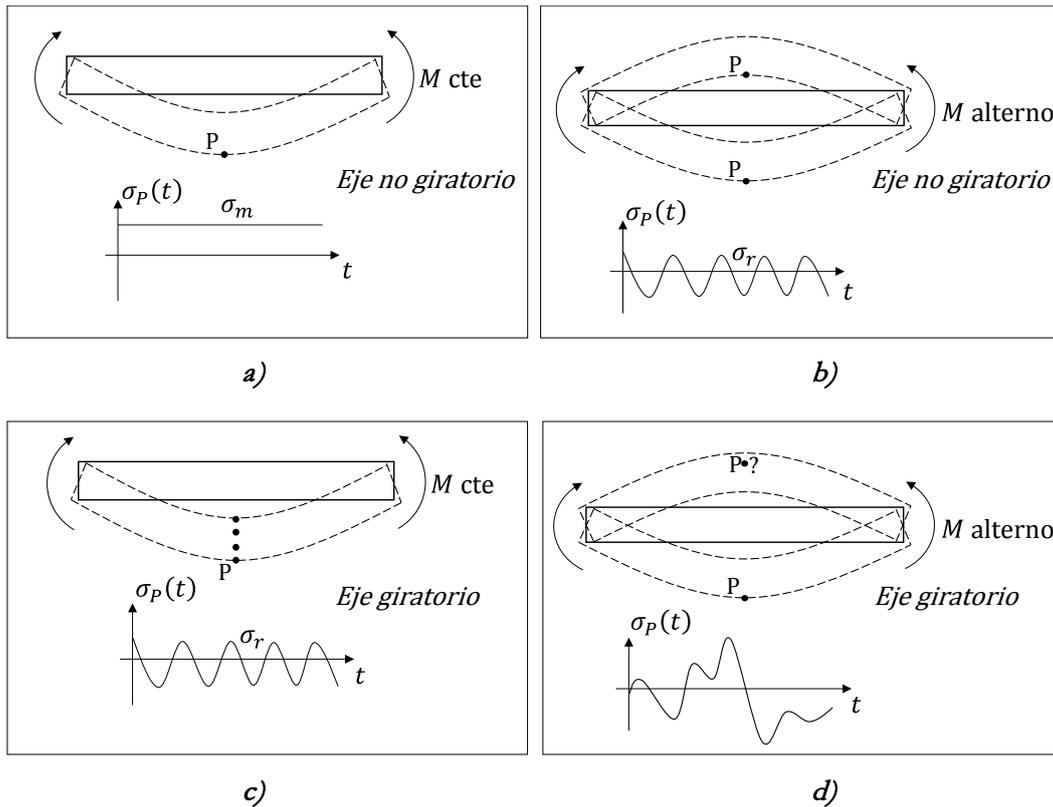


Figura 7. Tensión normal por flexión en el eje en distintas situaciones.

Tal y como se ha explicado en los Temas anteriores, si el estado tensional del punto más solicitado del eje es constante en el tiempo, el análisis a realizar debe ser estático; si el estado tensional es variable en el tiempo, en análisis del eje deberá ser a fatiga.

Por lo general los ejes se fabrican de material dúctil, por tanto los cálculos estático y a fatiga que se presentan a continuación están referidos a materiales dúctiles.

2.1 CÁLCULO ESTÁTICO DE EJES

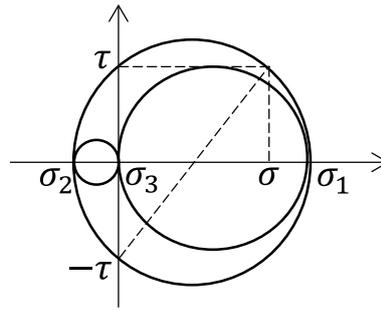
Cuando las tensiones σ (por flexión y/o axial) y τ (por torsor) de la Figura 6 son constantes en el tiempo, el eje debe ser calculado a estática. Al tratarse de un estado tensional multiaxial, el análisis se lleva a cabo utilizando las teorías del fallo.

Tal y como se ha indicado el Tema 3, para materiales dúctiles se emplean generalmente la teoría del esfuerzo cortante máximo (Tresca) o la teoría de la energía de distorsión máxima (Von Mises):

$$\sigma_{eq} = \max(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_1 - \sigma_3|, |\sigma_2 - \sigma_3|) < \sigma_{yp} \text{ (Tresca)} \tag{5a}$$

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]} < \sigma_{yp} \text{ (Von Mises)} \tag{5b}$$

Para el estado tensional de la Figura 6, las tensiones principales son:



$$\sigma_1 = \frac{\sigma}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} \quad (6a)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} \quad (6b)$$

$$\sigma_3 = 0 \quad (6c)$$

Sustituyendo las expresiones (6) en (5), para que no ocurra el fallo estático del eje se tiene que cumplir:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} < \sigma_{yp} \text{ (Tresca)} \quad (7a)$$

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} < \sigma_{yp} \text{ (Von Mises)} \quad (7b)$$

Al ser los ejes de material dúctil, y según lo explicado en el Tema 2, este cálculo estático no tiene en cuenta las posibles concentraciones de tensiones que pueda haber en el eje, debido por ejemplo a cambios de sección.

2.2 CÁLCULO A FATIGA DE EJES

Cuando al menos una de las tensiones σ (por flexión y/o axial) o τ (por torsor) de la Figura 2 son variables en el tiempo, el eje debe ser calculado a fatiga. Al tratarse de un estado tensional multiaxial, el análisis se lleva a cabo siguiendo el procedimiento explicado en el Tema 7; como caso más general, se analiza el caso en el que la componente media de la tensión no es nula. En dicho Tema se describe que para comprobar si un estado tensional multiaxial es capaz de aguantar N ciclos, se utiliza un procedimiento que consta de dos pasos.

En primer lugar se obtiene un estado multiaxial estático equivalente de tensiones principales σ_{1eq} y σ_{2eq} mediante las rectas de Soderberg o Goodman (para material dúctil o frágil, respectivamente). Los valores de σ_{1eq} y σ_{2eq} se calculan con las fórmulas de la Figura 8 (figura extraída del Tema 7, donde se explican a fondo los conceptos subyacentes).

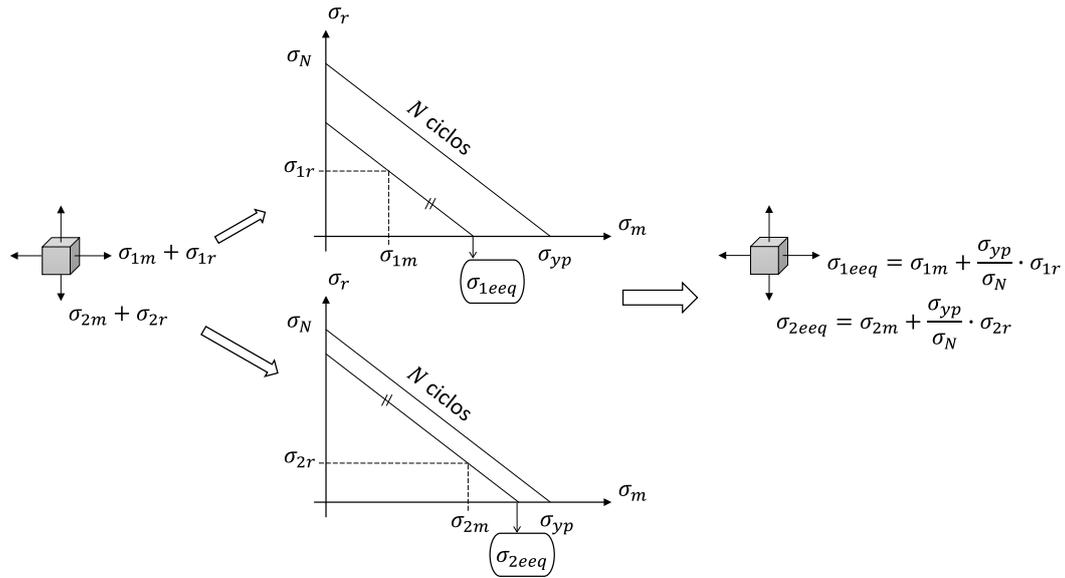


Figura 8. Tensiones estáticas principales equivalentes (material dúctil).

Los ejes se calculan a vida infinita, con lo que $N=10^6$ ciclos; además, generalmente las secciones más solicitadas del eje son aquellas donde existe una zona de concentración de tensiones (cambio de diámetro, chavetero...). Debido a ello, como valor de σ_N se toma σ_e/k_f . Por otra parte, en lugar de trabajar con las tensiones principales, en los ejes se va a trabajar directamente con la tensión normal σ y la tensión tangencial τ . Así, en lugar de utilizar la Figura 8 se emplea la Figura 9, donde se obtienen las tensiones estáticas equivalentes σ_{eeq} y τ_{eeq} . Nótese que en la fórmula de τ_{eeq} debería aparecer τ_{yp}/τ_e en lugar de σ_{yp}/σ_e , sin embargo se cumple que $\tau_{yp}/\tau_e = \sigma_{yp}/\sigma_e$.

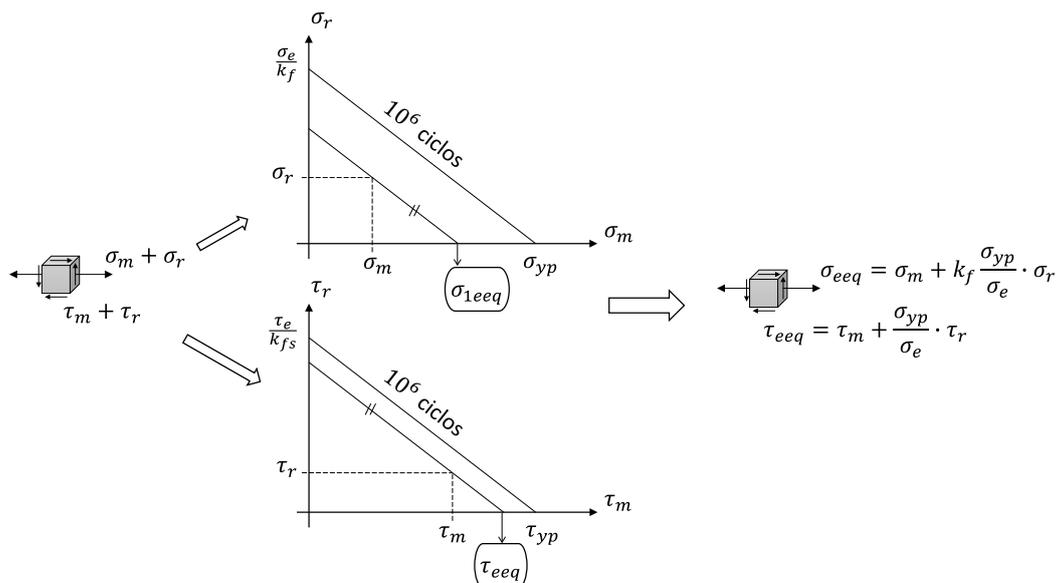


Figura 9. Tensiones estáticas equivalentes (material dúctil) para el cálculo a fatiga de ejes.

Las ventajas de utilizar σ_{eeq} y τ_{eeq} en lugar de σ_{1eeq} y σ_{2eeq} son las siguientes:

a) Se evita tener que calcular y trabajar con las tensiones principales, lo cual simplifica el cálculo.

b) Los términos “ k_f ” que aparecen en las expresiones de σ_{eeq} y τ_{eeq} están directamente referidas a los momentos flector y torsor, respectivamente: la tensión normal está generada por el momento flector (despreciando la tensión debida a una posible carga axial, que suele ser muy pequeña), y por tanto el valor de “ k_f ” de la fórmula de σ_{eeq} se extrae de la Figura 10a (para una sección con cambio de diámetro); análogamente, la tensión tangencial está generada por el momento torsor, y por tanto el valor de “ k_f ” de la fórmula de τ_{eeq} (denominado “ k_{fs} ” en la Figura 9) se extrae de la Figura 10b. Si se hubieran utilizado σ_{1eeq} y σ_{2eeq} , los valores de k_f deberían estar referidos a las tensiones principales, y no existen gráficos como los de la Figura 10 que correspondan a las tensiones principales.

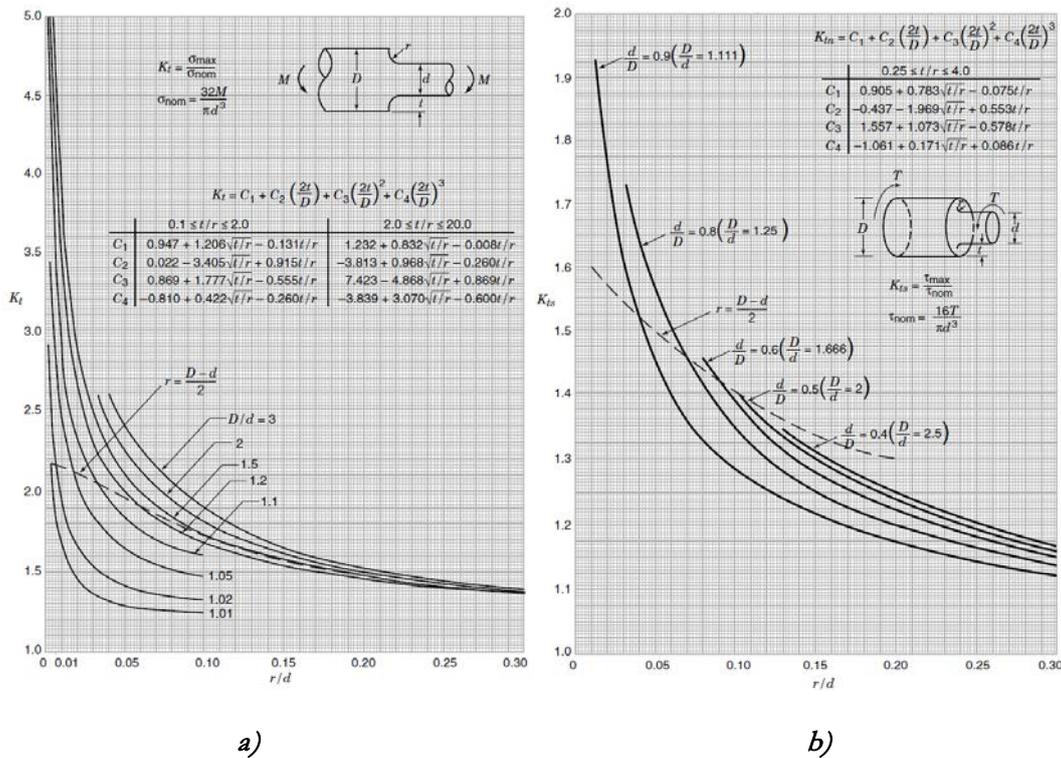


Figura 10. Factores k_t a partir de los cuales se calcula k_f en las fórmulas de: a) σ_{eeq} (flexión) b) τ_{eeq} (torsión).

Una vez calculadas las tensiones estáticas equivalentes, se comprueba la validez del eje a vida infinita mediante la teoría de fallo de Von Mises (también se puede utilizar la teoría de Tresca). Según se ha desarrollado anteriormente, la expresión de Von Mises sería:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_{eeq}^2 + 3\tau_{eeq}^2} < \sigma_{yp} \tag{8}$$

De tal manera que si se cumple esta condición, el eje tendrá vida infinita.

Las gráficas de la Figura 10 se utilizan cuando el estado tensional más solicitado del eje se produce en una sección de cambio de diámetro del eje. No obstante, si este estado tensional se produce en un chavetero, agujero para pasador, anillo de retención, o alguna otra zona de concentración de tensiones, los valores de k_f deben calcularse a partir de las correspondientes tablas de k_t .

El procedimiento explicado nos permite determinar si un eje ya completamente dimensionado (con sus diámetros, cambios de sección, chaveteros...) tendrá vida infinita o no; es decir, sirve para analizar ejes a fatiga. Sin embargo, habitualmente sucede lo contrario: se nos pide que el diseñador dimensione el eje (desde cero) para que tenga vida infinita. El diseño de un eje es un proceso iterativo, cuyos pasos se explican a continuación:

- a) En una primera iteración, se dimensiona el eje “a ojo” con sus diámetros, cambios de sección, chaveteros, etcétera, para acomodar a los elementos que se vayan a montar sobre él (ruedas dentadas, poleas...). Para ser conservadores, en el cálculo de k_f de estas zonas de concentración de tensiones se usan valores k_t similares a los de la Tabla 1.

	flexión	torsión
Cambio de diámetro brusco ($r/d=0,02$)	2,7	2,2
Cambio de diámetro suave ($r/d=0,1$)	1,7	1,5
Chavetero	2,0	3,0
Anillo de retención	5,0	3,0

Tabla 1. Valores conservadores de factores k_t a partir de los cuales se calcula k_f para la primera iteración en el dimensionamiento del eje.

- b) Con este eje “inventado”, se realiza el análisis a fatiga del eje y se determina su validez a vida infinita. En función de los resultados de este análisis, se redimensiona el eje.
- c) En una segunda iteración, se toma como punto de partida el eje obtenido de la primera iteración, y se repite nuevamente todo el proceso. A medida que avance el proceso iterativo, el dimensionamiento del eje será cada vez más ajustado, hasta que se llega a un diseño final óptimo.

2.3 CÁLCULO DE EJES MEDIANTE EL CÓDIGO ASME

Más allá de los procedimientos teóricos explicados en los apartados anteriores, existen normas o códigos como el de ASME que permiten diseñar el eje de una forma mucho más

sencilla y conservadora. Este método está basado en la teoría de fallo estático de Tresca, que según se ha presentado anteriormente tiene la siguiente expresión:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} < \sigma_{yp} \quad (9)$$

Dividiendo la tensión equivalente de Tresca σ_{eq} por dos, se obtiene la tensión cortante máxima τ_{max} que da nombre a la teoría (ver Tema 3):

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_{eq}}{2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} < \frac{\sigma_{yp}}{2} = \tau_{yp} \quad (10)$$

Sustituyendo $\sigma = Mr/I$ y $\tau = Tr/J = Tr/(2I)$:

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2} = \frac{r}{J} \cdot \sqrt{M^2 + T^2} < \tau_{yp} \quad (11)$$

El código ASME toma como base esta expresión (11). Sin embargo, la teoría de Tresca es una teoría de fallo estático, y no de fallo a fatiga; por si esto fuera poco, esta expresión no tiene en cuenta las concentraciones de tensión que pueda haber en el eje. Para tener en cuenta estos dos factores, el código ASME mayorará los valores de los momentos M y T mediante unos coeficientes C_m y C_t , respectivamente (ver Tabla 2). Además de la variabilidad de las tensiones y de las posibles concentraciones de tensiones, estos coeficientes también consideran el nivel de impacto de los esfuerzos actuantes M y T . La fórmula del código ASME queda, por tanto:

$$\tau_{max} = \frac{r}{J} \cdot \sqrt{(C_m \cdot M)^2 + (C_t \cdot T)^2} < \tau_{yp} \quad (12)$$

	C_m	C_t
EJES FIJOS (NO GIRATORIOS):		
Carga aplicada gradualmente (constante)	1,0	1,0
Carga aplicada repentinamente	1,5-2,0	1,5-2,0
EJES GIRATORIOS:		
Carga aplicada gradualmente (constante)	1,5	1,0
Carga aplicada repentinamente, sólo pequeños impactos	1,5-2,0	1,0-1,5
Carga aplicada repentinamente, grandes impactos	2,0-3,0	1,5-3,0

Tabla 2. Valores de C_m y C_t para el cálculo de ejes por el código ASME.

De esta expresión se despeja el radio r que debe tener la sección crítica del eje para vida infinita. A partir de ahí se dimensiona completamente el eje (con sus cambios de sección, chaveteros...), asumiendo que el cálculo es tan conservador que las correspondientes

concentraciones de tensiones han sido ya implícitamente contempladas por medio de los coeficientes C_m y C_t .

Para entender la expresión del código ASME, supóngase que se tiene un eje que no gira (eje fijo) sometido a unas cargas M y T que se aplican gradualmente. Bajo estas condiciones, las tensiones resultantes son constantes, con lo que el análisis a realizar es estático. Para ello, se utiliza la teoría de fallo de Tresca, sin mayorar M y T , es decir con coeficientes C_m y C_t que valen 1 según la Tabla 1. Además, en caso de que el eje tuviera concentraciones de tensiones, éstos no se consideran al tratarse del fallo estático de un material dúctil.

Supóngase ahora que ese mismo eje, sometido a unas cargas M y T que se aplican gradualmente (constantes, a efectos prácticos), se encuentra girando (eje giratorio). Bajo estas condiciones, la tensión tangencial τ es constante, mientras que la tensión normal σ es alterna. Por ello, al aplicar la expresión de Tresca, el código ASME mayorar el momento flector M con un coeficiente de 1,5 para tener en cuenta la naturaleza alterna de la tensión normal, mientras que el momento torsor T no se mayorar. Además, el coeficiente de mayoración también incluye el efecto de la concentración de tensiones (que en el método clásico se considera mediante el factor k_f) en el caso de que el eje tuviera un cambio de diámetro, chavetero o similar en la sección crítica.

3. DISEÑO DEL EJE EN BASE A DEFLEXIONES

Una vez dimensionado completamente la geometría del eje en base a tensiones, se debe comprobar que las deflexiones y pendientes debidas a los esfuerzos actuantes no son excesivas. Si éstas son excesivas, podrían provocar el mal funcionamiento de los diferentes elementos montados sobre el eje (engranajes, poleas...) o de los rodamientos sobre los que apoya, acortando sensiblemente la vida útil de dichos elementos. En este sentido, en la bibliografía se pueden encontrar tabulados valores orientativos de las deflexiones y pendientes máximas admisibles en las secciones del eje en los que se montan estos elementos (ver Tabla 3 como ejemplo).

	PENDIENTE MAXIMA ADMISIBLE (θ_{max})
Rodamiento de rodillos cónicos	0,0005-0,0012 rad
Rodamiento de rodillos cilíndricos	0,0008-0,0012 rad
Rodamiento de bolas de ranura profunda	0,001-0,003 rad
Rodamiento de bolas de contacto angular	0,026-0,052 rad
Engranaje cilíndrico recto	0,026-0,052 rad
	FLECHA MAXIMA ADMISIBLE (y_{max})
Engranaje cilíndrico recto (<10 dientes/pulgadas de diámetro)	0,01 pulg
Engranaje cilíndrico recto (entre 10 y 15 dientes/pulgadas de diámetro)	0,005 pulg
Engranaje cilíndrico recto (entre 15 y 20 dientes /pulgadas de diámetro)	0,003 pulg

Tabla 3. Valores admisibles típicos de pendientes y deflexiones en ejes.

Para calcular los valores de deflexiones y pendientes se utilizan las fórmulas de Resistencia de Materiales. La Figura 12 muestra a modo de ejemplo las expresiones de cálculo para un eje biapoyado de diámetro constante bajo carga puntual.

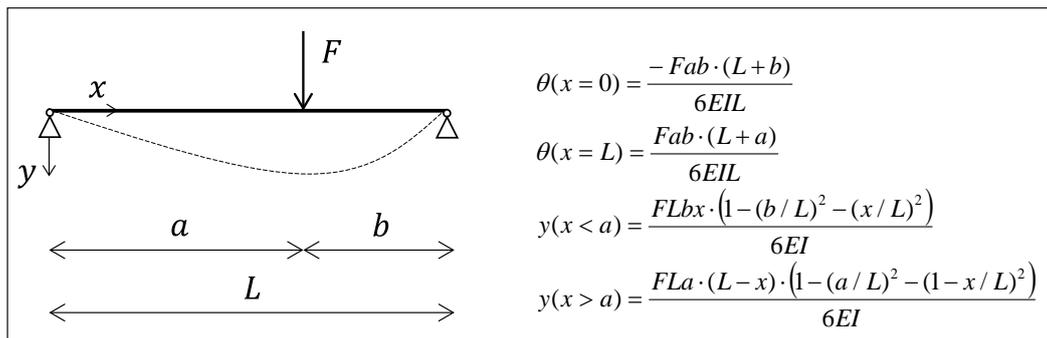


Figura 11. Pendientes y deflexiones en un eje biapoyado sometido a una carga puntual.

Si la deflexión “y” en una sección del eje (Figura 12) es mayor que el valor admisible “ y_{max} ” (Tabla 2), se debe redimensionar el eje. En caso de que el eje tuviera varios tramos de distinto diámetro, una alternativa rápida, sencilla y conservadora para redimensionarlo consiste en aumentar en la misma proporción todos y cada uno de los diámetros; como las deflexiones dependen de la inercia, es decir del diámetro elevado a la cuarta (ver Figura 12), para que se cumpla el requisito $y < y_{max}$ bastará con que los diámetros nuevos (d_{nuevo}) sean $(y/y_{max})^{1/4}$ veces más grandes que los diámetros anteriores ($d_{anterior}$):

$$d_{nuevo} = d_{anterior} \cdot \left(\frac{y}{y_{adm}}\right)^{1/4} \tag{13}$$

Las pendientes también dependen de la inercia (ver Figura 12), por lo que si la pendiente

“ θ ” en una sección supera el valor admisible “ θ_{\max} ”, los diámetros nuevos del eje deben ser:

$$d_{\text{nuevo}} = d_{\text{anterior}} \cdot \left(\frac{\theta}{\theta_{\text{adm}}} \right)^{1/4} \quad (14)$$

Al aumentar todos los diámetros en la misma proporción, y si aumentamos también en la misma proporción los radios de acuerdo de los cambios de sección, se consigue que las concentraciones de tensiones no cambien (k_f no varía porque D/d y r/d no cambian, ver Figura 10) y de esta manera no hay que volver a calcular el eje en base a tensiones.

Por último cabe mencionar que, además de la deflexión y la pendiente, también es habitual tener valores máximos admisibles del giro del eje debido al momento torsor.

4. DISEÑO DEL EJE EN BASE A VIBRACIONES

Además de las deflexiones estáticas del apartado anterior, también hay que comprobar que las posibles vibraciones del eje no sean excesivas.

Cuando el eje gira, cualquier pequeña excentricidad de los centros de gravedad de los elementos montados sobre él genera fuerzas centrífugas. Si la velocidad de giro coincide con la primera frecuencia natural de flexión del eje (denominada velocidad crítica), las fuerzas centrífugas excitan dicho modo de vibración y el eje entra en resonancia. Bajo estas circunstancias, las deflexiones estáticas se amplifican considerablemente (ver Figura 2 del Tema 4), y por tanto también aumentarán las pendientes, las tensiones en el eje y las reacciones en los apoyos. Todo esto puede llevar a un fallo catastrófico del sistema: puede fallar el propio eje, los elementos montados entre sí, los rodamientos, los soportes... Para evitar este fenómeno, los ejes se dimensionan para que la velocidad crítica sea considerablemente superior a su velocidad de giro (al menos el doble o triple), de tal manera que el eje trabaje en zona cuasiestática y por tanto la deflexión estática no se amplifique (amplificación dinámica $D(\hat{w})=1$, ver Figura 2 del Tema 4). Es decir, el eje diseñado debe cumplir la siguiente condición (fórmula válida para ejes biapoyados):

$$w_{\text{eje}} \ll w_{\text{crítica}} = \sqrt{\frac{g \cdot \sum(m_i \cdot y_i)}{\sum(m_i \cdot y_i^2)}} \quad (15)$$

En la expresión de la velocidad crítica $w_{\text{crítica}}$ (en rad/seg), g es la aceleración de la gravedad (en m/seg²), m_i es la masa (en kg) de cada elemento montado sobre el eje (engranajes, poleas...) y finalmente y_i es la deflexión estática del eje (en m) en la sección donde se monta cada elemento i de masa m_i (el valor de la deflexión estática y_i se obtiene de la Figura

12). Esta fórmula no tiene en cuenta el peso propio del eje, y por tanto sólo es válido cuando éste es despreciable en comparación con el peso de los elementos montados en él.

5. DISEÑO DE ELEMENTOS ASOCIADOS AL EJE

Sobre el eje se montan varios elementos como engranajes, embragues, poleas, rodamientos, volantes, etcétera, de forma que el proceso de diseño del eje tiene interdependencia con dichos elementos según se ha visto en los apartados anteriores.

La mayoría de estos elementos asociados al eje merecen un estudio aparte por su complejidad e importancia, y serán estudiados en profundidad en Temas posteriores de este libro. Ahora bien, existen elementos asociados más sencillos, como son las chavetas, los pasadores, los ejes estriados o los anillos de retención, cuyo estudio se acomete a continuación.

5.1 CHAVETAS

Las chavetas sirven para transmitir el par torsor entre el eje y el elemento montado sobre él. Existen muchos tipos de chavetas (circulares, trapezoidales, Woodruff...). Entre ellas, las más comunes son las de sección transversal cuadrada o rectangular como la de la Figura 13, cuyo ancho w y alto h están normalizados en función del diámetro del eje (ver Tabla 4); así, el diseñador sólo debe calcular la longitud L que debe tener la chaveta para poder transmitir el par T entre el eje y el elemento montado sobre él.

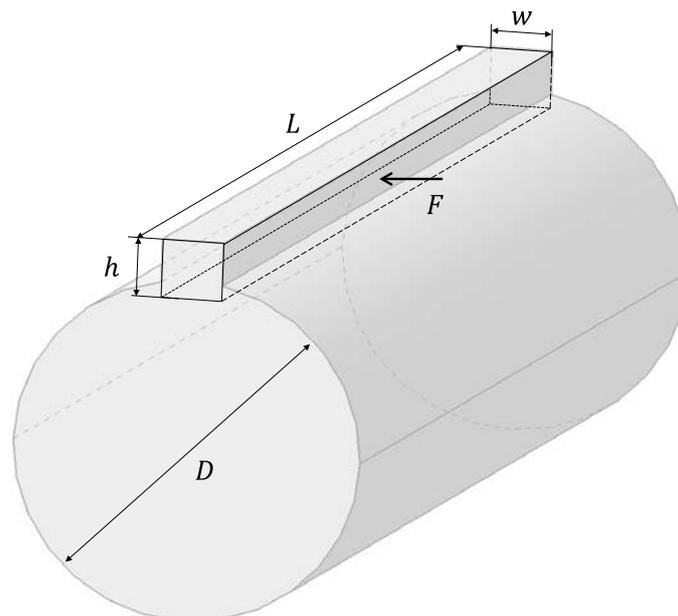


Figura 12. Chaveta de sección cuadrada.

DIÁMETRO DE EJE		DIMENSIONES CHAVETA		
Desde	Hasta	w	h	Altura total chavetero (h/2)
5/16	7/16	3/32	3/32	3/64
7/16	9/16	1/8	3/32	3/64
		1/8	1/8	1/16
9/16	7/8	3/16	1/8	1/16
		3/16	3/16	3/32
7/8	1 1/4	1/4	3/16	3/32
		1/4	1/4	1/8
1 1/4	1 3/8	5/16	1/4	1/8
		5/16	5/16	5/32
1 3/8	1 3/4	3/8	1/4	1/8
		3/8	3/8	3/16
1 3/4	2 1/4	1/2	3/8	3/16
		1/2	1/2	1/4
2 1/4	2 3/4	5/8	7/16	7/32
		5/8	5/8	5/16
2 3/4	3 1/4	3/4	1/2	1/4
		3/4	3/4	3/8

Tabla 4. Dimensiones normalizadas (en pulgadas) de chavetas de sección cuadrada y rectangular.

Para el cálculo, se supone que sobre la chaveta actúa una fuerza $F=T/R$, tal y como se muestra en la Figura 13. Evidentemente se trata de una simplificación, ya que la distribución real de fuerzas sobre la chaveta depende de las holguras entre la chaveta y el chavetero, y de las rigideces de los elementos unidos.

De forma simplificada, se puede decir que por efecto de esa fuerza F la chaveta fallará a cortante (área de cortante= $w \cdot L$) o a aplastamiento (área de aplastamiento= $h \cdot L/2$). En consecuencia, para que no se dé el fallo las tensiones a cortante y aplastamiento de la chaveta deben estar por debajo de los valores admisibles:

$$\tau = \frac{T/R}{wL} \leq \frac{\tau_{yp}}{CS} \quad (A \text{ cortante}) \quad (16a)$$

$$\sigma = \frac{T/R}{hL/2} \leq \frac{\sigma_{yp}}{CS} \quad (A \text{ aplastamiento}) \quad (16b)$$

Resolviendo ambas ecuaciones se obtiene la longitud L que debe tener la chaveta. Dicha longitud:

- No podrá ser superior a la longitud del elemento para no sobresalir

- b) Se recomienda que no supere 1.5 veces el diámetro del eje para que la chaveta no se deforme demasiado por la torsión del eje.

Si la longitud calculada L es excesiva y no cumple ninguna de estas dos condiciones, se emplean en su lugar dos chavetas de longitud $L/2$, colocadas a 90° o 180° entre sí.

Por último, en cuanto al coeficiente de seguridad CS empleado en las fórmulas, se recomienda no usar valores muy altos, para que en caso de sobrecarga la chaveta haga de fusible mecánico. Dicho de otra forma, las chavetas deben estar diseñadas para romperse en caso de un sobreesfuerzo; al romperse la chaveta, el elemento en el que se ha dado la sobrecarga queda desconectado del resto de la máquina, evitando que dicha sobrecarga llegue a otras piezas mecánicas de más importancia como el motor, las poleas, los engranajes, etcétera, y produzca su fallo. Para reparar el sistema sólo habrá que reemplazar la chaveta, puesto que ningún otro elemento habrá resultado dañado.

5.2 OTROS ELEMENTOS: PASADORES, ANILLOS DE RETENCIÓN...

El cálculo de otros elementos auxiliares es similar al de las chavetas, sin embargo no se va a explicar aquí. No obstante, sí que se van a enumerar algunas ideas generales sobre la función y características de estos dispositivos.

- a) Los pasadores transmiten par torsor (menos que las chavetas) y fijan axialmente (ver Figura 1 y Figura 14a).
- b) Los ejes estriados sirven para transmitir elevados pares torsores, y a menudo cumplen funciones de guía axial, por ejemplo en embragues (ver Figura 14b). Su cálculo es similar al de las chavetas.
- c) Los anillos de retención se utilizan para fijar axialmente los elementos (ver Figura 1 y Figura 14c).

Todos estos sistemas, incluidas las chavetas, introducen zonas de concentración de tensiones en el eje que deben ser tenidas en cuenta a la hora de diseñar el eje a fatiga tal y como se ha mencionado anteriormente (ver Figura 11 para los valores de k_t para ranuras de anillos de retención). En este sentido, la forma más “limpia” de unir los elementos al eje es mediante un ajuste a presión, aunque también genera pequeñas concentraciones de tensiones, además de posibles problemas de fretting; desafortunadamente, la capacidad de transmisión de par y de fijación axial de un ajuste a presión es considerablemente menor que el de los elementos mencionados.

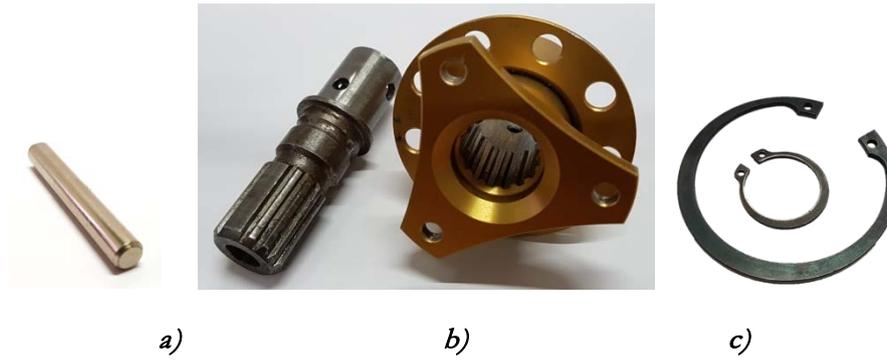


Figura 13. Elementos asociados al eje: a) pasador b) eje estriado c) anillos de retención.