

7

FATIGA: TENSION MULTIAXIAL

1. INTRODUCCIÓN

En los Temas anteriores se ha estudiado el comportamiento a fatiga de una pieza bajo un estado uniaxial de tensiones. Sin embargo, es frecuente que las piezas estén sometidas a estados tensionales multiaxiales (biaxial o, menos frecuentemente, triaxial). Por ejemplo, el eje de la Figura 1 está sometido a carga axial y momentos de flexión y torsión (en el caso más general, todos variables en el tiempo): los dos primeros esfuerzos generan tensión normal σ , mientras que el tercero genera tensión tangencial τ :

$$\sigma(t) = \frac{M(t) \cdot r}{I} + \frac{F(t)}{A} \quad (1a)$$

$$\tau(t) = \frac{T(t) \cdot r}{J} \quad (1b)$$

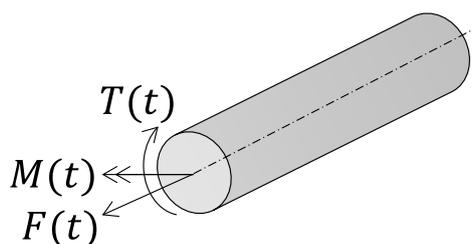
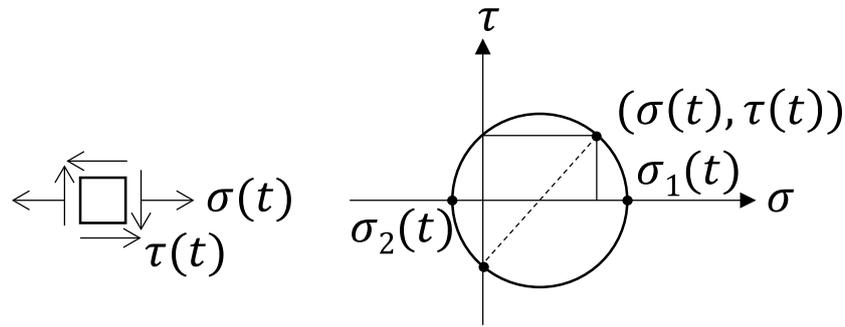


Figura 1. Eje sometido a axial, flector y torsor.

Las tensiones principales correspondientes a este estado tensional resultan ser los de la Figura 2:



$$\sigma_1(t) = \frac{\sigma(t)}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma(t)}{2}\right)^2 + \tau(t)^2} \tag{2a}$$

$$\sigma_2(t) = \frac{\sigma(t)}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma(t)}{2}\right)^2 + \tau(t)^2} \tag{2b}$$

$$\sigma_3(t) = 0 \tag{2c}$$

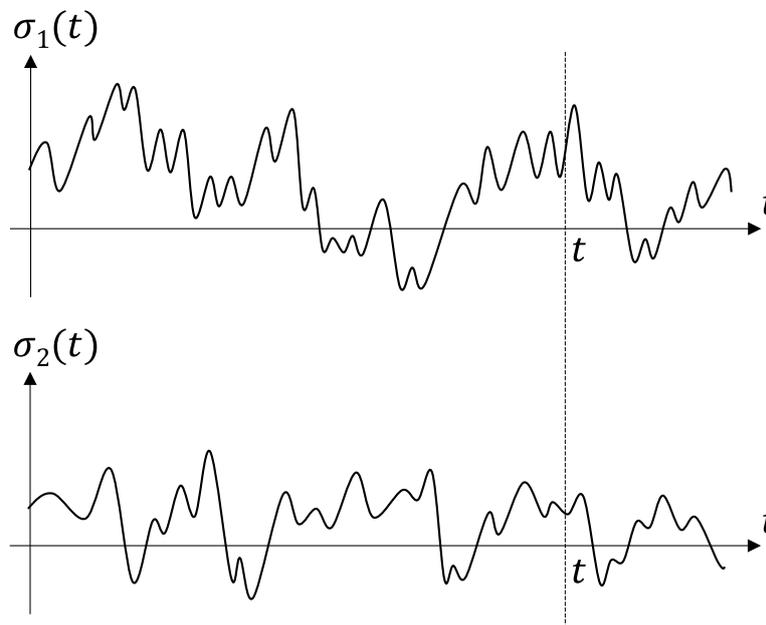


Figura 2. Tensiones principales $\sigma_1(t)$ y $\sigma_2(t)$ del eje de la Figura 1 ($\sigma_3(t)=0$).

El estudio a fatiga de un estado multiaxial como el de la Figura 2 es un tema de investigación activa y gran controversia. Y es que en estos estados tensionales intervienen una cantidad de variables tan elevada (valores medios y alternos de las tensiones principales, desfases entre las tensiones principales, direcciones principales...) que complican

sobremanera tanto los ensayos experimentales a fatiga como la interpretación de sus resultados.

Pese a las dificultades, se pueden hacer cálculos de gran utilidad para el diseño mecánico de piezas a fatiga multiaxial. Siguiendo con el ejemplo del eje, pese a ser elementos con estados tensionales nada sencillos (muchas veces con zonas de concentración de tensiones en cambios de diámetro, chaveteros, etcétera, que pueden incluso llegar a producir estados triaxiales), el método clásico presentado en los Temas anteriores permite dimensionar ejes a fatiga con una fiabilidad y precisión sorprendentes. Para ello, debemos adaptar el método clásico explicado en los Temas anteriores para el caso de estados tensionales uniaxiales al estudio de estados multiaxiales. Se estudiarán en primer lugar las tensiones multiaxiales puramente alternas, para pasar después a tensiones con componente media no nula.

Antes de entrar en materia, se va a diferenciar un estado multiaxial simple de uno complejo. Se denomina estado multiaxial simple a aquel en el que todas las tensiones principales tienen el mismo periodo; si no es así, el estado tensional es complejo. La Figura 3a y la Figura 3b muestran un estado tensional biaxial simple con tensiones puramente alternas (con componente media nula) y con componente media no nula, respectivamente. En adelante nos vamos a centrar en los estados simples como los de la Figura 3, dejando los estados complejos fuera del alcance de este libro puesto que su análisis es mucho más complicado.

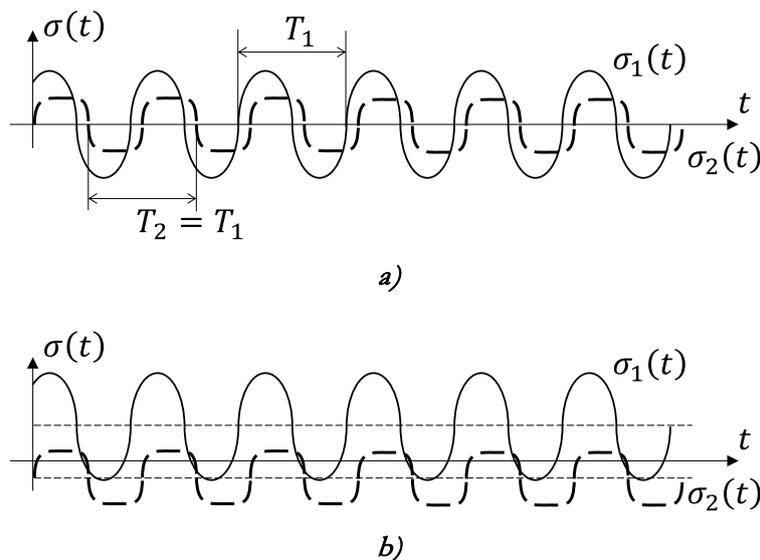


Figura 3. Estados tensionales biaxiales simples ($T_1=T_2$): a) tensiones alternas b) tensiones medias + alternas.

El primer paso a la hora de estudiar un estado tensional simple es suponer sincronismo; es decir, se va a suponer que las tensiones principales, además de tener el mismo periodo (condición para que el estado sea simple), están en fase. Es decir, cada vez que estemos ante estados tensionales como los de la Figura 3, se estudiarán en su lugar los de la Figura 4, en los cuales existe sincronismo. Gracias a esta condición impuesta de sincronismo, todas las tensiones principales alcanzan el valor máximo, nulo y mínimo simultáneamente. Esto tiene dos consecuencias muy ventajosas: por un lado, simplifica mucho el estudio a fatiga; por otro lado, conduce a resultados conservadores.

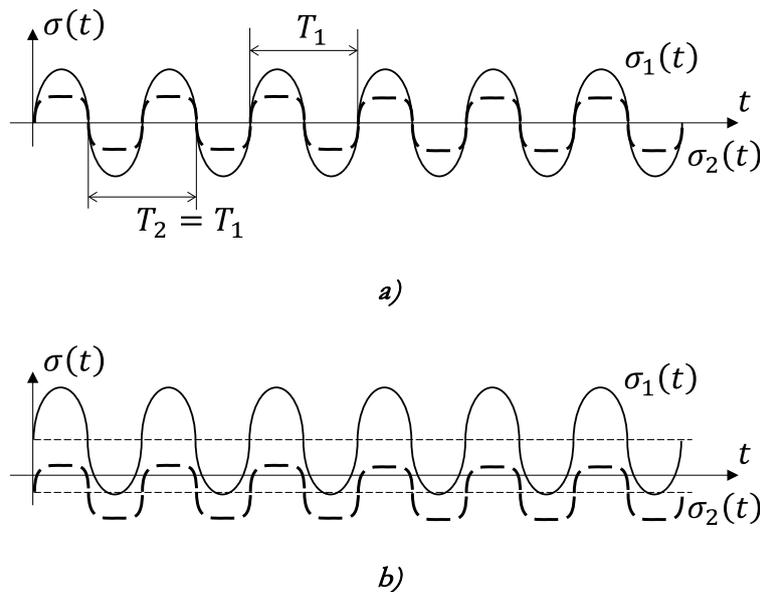


Figura 4. Estados tensionales biaxiales simples de la Figura 3 bajo la condición de sincronismo: a) tensiones alternas b) tensiones medias + alternas.

2. ESTADOS MULTIAXIALES SIMPLES CON TENSIONES ALTERNAS

En este apartado se lleva a cabo el análisis a fatiga de un estado tensional como el de la Figura 4a. Para calcular la duración N de la pieza, los ensayos experimentales demuestran que se puede utilizar un procedimiento que consta de dos pasos:

- 1) Mediante una teoría de fallo como la de Von Mises (para material dúctil), obtener un estado uniaxial alterno equivalente $\sigma_{r,eq}$, que es equivalente al estado tensional multiaxial alterno original $(\sigma_{r1}, \sigma_{r2})$, mediante la fórmula presentada en el Tema de teorías de fallo:

$$\sigma_{r,eq} = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot [(\sigma_{r1} - \sigma_{r2})^2 + (\sigma_{r2} - \sigma_{r3})^2 + (\sigma_{r1} - \sigma_{r3})^2]} \quad (3)$$

2) Obtener la duración N de la pieza bajo este estado uniaxial alterno equivalente $\sigma_{r,eq}$ a través de la curva $\log\sigma_r$ - $\log N$ presentada en el Tema de tensiones uniaxiales alternas.

Figura 5 ilustra esquemáticamente estos dos pasos del procedimiento.

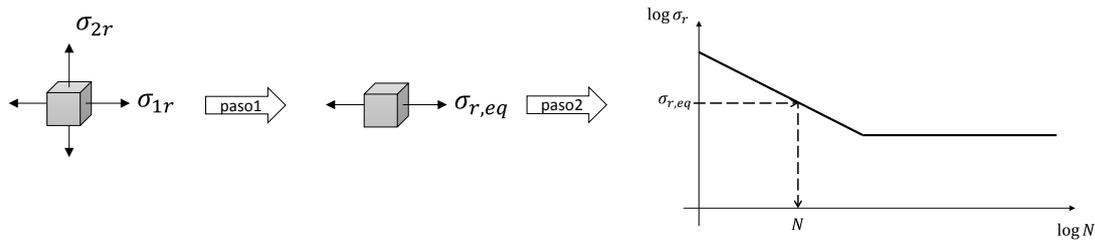


Figura 5. Procedimiento de estudio de estados multiaxiales simples con tensiones alternas.

Nótese que, de no haber asumido la condición de sincronismo, la tensión uniaxial equivalente $\sigma_{r,eq}$ resultante de la ecuación (3) no hubiera sido puramente alterna, y por tanto no hubiera sido posible llevar a cabo el segundo paso del procedimiento.

3. ESTADOS MULTIAXIALES SIMPLES CON TENSIONES MEDIAS NO NULAS

En este apartado se lleva a cabo el análisis a fatiga de un estado tensional como el de la Figura 4b, en el que la componente media no es nula. En comparación con el caso anterior de tensiones puramente alternas donde los dos pasos eran claros e intuitivos, en este caso el procedimiento de análisis es algo más enrevesado.

El concepto clave es el de la tensión estática principal equivalente σ_{1eeq} y σ_{2eeq} , esquemáticamente ilustrado en la Figura 6. Supóngase que se quiere saber si una pieza sometida al estado tensional de la Figura 4b llegará a un determinado número de ciclos N. El primer paso consiste en dibujar la recta de Soberberg (para material dúctil) o Goodman (para material frágil) correspondiente a esos N ciclos. Siguiendo con la Figura 6, al representar el estado tensional σ_{m1} - σ_{r1} se observa que éste queda por debajo de la recta de N ciclos (recta sobre la cual están todas las combinaciones σ_m - σ_r que producen el fallo de la pieza en N ciclos); esto significa que el estado tensional σ_{m1} - σ_{r1} tiene una duración mayor que N ciclos. Lo mismo sucede con el estado tensional σ_{m2} - σ_{r2} .

Ahora bien, que cada uno de los estados de tensionales uniaxiales σ_{m1} - σ_{r1} y σ_{m2} - σ_{r2} tenga por

su cuenta una duración mayor que N ciclos, no implica en absoluto que un estado tensional multiaxial donde tenemos las dos tensiones principales simultáneamente vaya a tener una duración mayor que N. Es decir, aunque la pieza sea capaz de soportar la tensión uniaxial $\sigma_{m1}-\sigma_{r1}$ o la tensión uniaxial $\sigma_{m2}-\sigma_{r2}$ durante N ciclos, es posible que no sea capaz de soportar el estado tensional multiaxial en el que $\sigma_{m1}-\sigma_{r1}$ y $\sigma_{m2}-\sigma_{r2}$ actúan conjuntamente durante N ciclos. Por tanto, se debe hallar la manera de combinar ambos estados tensionales para hacer el análisis del estado tensional conjunto.

Si se traza una línea paralela a la recta de N ciclos por el punto $\sigma_{m1}-\sigma_{r1}$ (ver Figura 6), todas las combinaciones $\sigma_m-\sigma_r$ que se hallen sobre dicha línea paralela son totalmente equivalentes entre sí. Dicho de otra forma, todos los puntos sobre esa línea paralela están “igualmente alejados” respecto a la recta de N ciclos, y por tanto son equivalentes (tienen el mismo margen de seguridad) respecto a un posible fallo a N ciclos. Entre los puntos de esta línea paralela se encuentra el punto $\sigma_{1,eeq}$ que representa un estado tensional puramente medio ($\sigma_m=\sigma_{1,eeq}$, $\sigma_r=0$), es decir estático. Se trata por tanto de la tensión estática equivalente respecto al fallo a N ciclos a la tensión $\sigma_{m1}-\sigma_{r1}$ original. Igualmente se obtiene $\sigma_{2,eeq}$ la tensión estática equivalente respecto al fallo a N ciclos a la tensión $\sigma_{m2}-\sigma_{r2}$ original. Las fórmulas para calcular estas tensiones equivalentes vienen indicadas en la Figura 6.

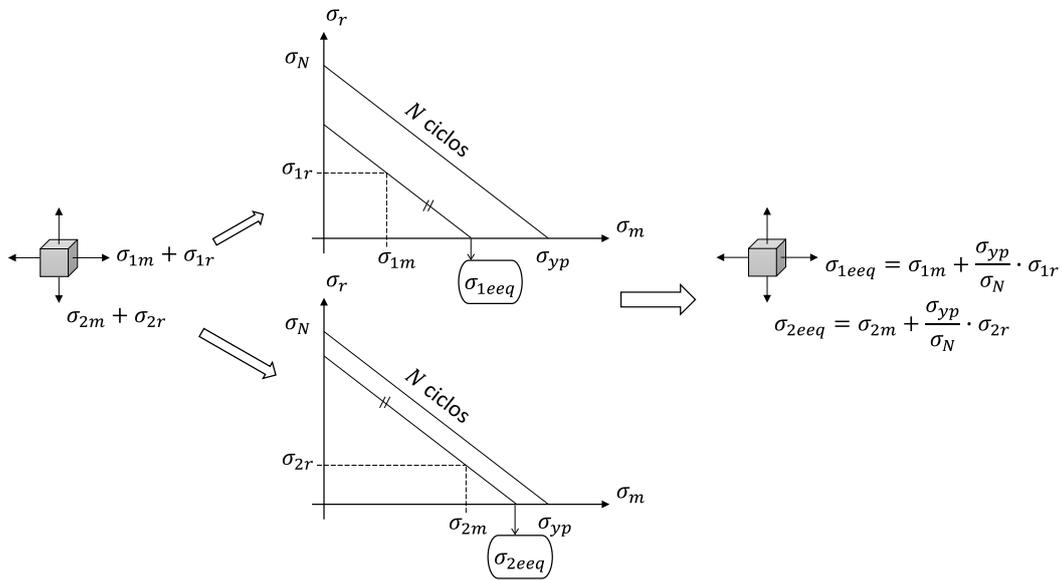


Figura 6. Obtención de las tensiones estáticas principales equivalentes (material dúctil), primer paso en el estudio de estados multiaxiales simples con tensiones medias no nulas.

Con este primer paso se ha conseguido pasar del estado multiaxial de tensiones variables original ($\sigma_{m1}-\sigma_{r1}$, $\sigma_{m2}-\sigma_{r2}$) a un estado multiaxial de tensiones estáticas (σ_{1eeq} , σ_{2eeq}) totalmente equivalente respecto a un posible fallo a N ciclos. Una vez se ha llegado a esta situación de tensión estática multiaxial equivalente, el segundo paso consiste en aplicar una teoría de

fallo (Von Mises para material dúctil) para conocer si se producirá o no el fallo a N ciclos: si el coeficiente de seguridad CS da mayor que 1, la pieza es capaz de soportar más de N ciclos bajo el estado tensional original ($\sigma_{m1}-\sigma_{r1}, \sigma_{m2}-\sigma_{r2}$); si CS da menor que 1, fallará antes de alcanzar los N ciclos. Este segundo paso, junto con la fórmula de Von Mises (para material dúctil), vienen ilustrados en la Figura 7.

$$\sigma_{2eeq} = \sigma_{2m} + \frac{\sigma_{yp}}{\sigma_N} \cdot \sigma_{2r}$$

$$\sigma_{1eeq} = \sigma_{1m} + \frac{\sigma_{yp}}{\sigma_N} \cdot \sigma_{1r}$$

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_{1eeq} - \sigma_{2eeq})^2 + (\sigma_{2eeq} - \sigma_{3eeq})^2 + (\sigma_{1eeq} - \sigma_{3eeq})^2]}$$

Figura 7. Obtención del coeficiente de seguridad de la pieza a N ciclos, segundo paso en el estudio de estados multiaxiales simples con tensiones medias no nulas.

En resumen, para comprobar si una pieza bajo un estado tensional multiaxial con componente media no nula como el de la Figura 4b es capaz de aguantar N ciclos, se utiliza un procedimiento que consta de dos pasos:

- 1) Mediante las rectas de Soderberg o Goodman (para material dúctil o frágil, respectivamente), obtener un estado multiaxial estático equivalente ($\sigma_{1eeq}, \sigma_{2eeq}$) con las fórmulas presentada en la Figura 6.
- 2) Obtener el coeficiente de seguridad CS de la pieza a la duración N requerida mediante una teoría de fallo como el de Von Mises (para material dúctil), con la fórmula presentada en la Figura 7.

La otra variante del problema sería estimar el número de ciclos N que aguanta una pieza bajo un determinado estado tensional multiaxial y con un coeficiente de seguridad CS dado. En este caso se emplean las mismas fórmulas, pero la incógnita a despejar es σ_N , a partir del cual se calcula finalmente el valor de N.