

# 4

## FATIGA: TENSION UNIAXIAL ALTERNA

### 1. TIPOS DE ANÁLISIS ESTRUCTURAL Y POSIBLE FALLO

---

La mayoría de solicitaciones que actúan sobre los componentes de máquinas son variables en el tiempo. De hecho, se podría decir que no existen solicitaciones constantes como tal. Sin embargo, a la hora de analizar un sistema mecánico para determinar su validez, muchas veces es suficiente con un cálculo estático en el cual se asumen cargas constantes: el caso más representativo puede ser el cálculo de una estructura, que se calcula a estática aun cuando varias de las cargas a las que se ve sometida (por ejemplo, las cargas de viento) no son constantes. Aun así, en este y otros muchos casos y evidentemente siempre y cuando las condiciones lo permitan, es recomendable hacer un análisis estático por su sencillez.

El tipo de análisis estructural que requiere un sistema y el tipo de fallo que puede presentar depende de dos factores: por un lado, de la naturaleza propia del sistema; por otro lado, de las solicitaciones a las que se ve sometido.

Para aclarar conceptos, y a modo de introducción de los Temas dedicados al análisis a fatiga en este libro, se va a estudiar el sistema estructural simple de la Figura 1: una viga empotrada sometida a una fuerza axial variable en el tiempo, con componente media y alterna (ver Figura 1). La frecuencia de la fuerza es  $\hat{\omega}$ . La frecuencia natural axial (para

simplificar se va a suponer que sólo existe un modo de vibración axial) es  $w_{axial}$ , mientras que el amortiguamiento de ese modo es  $\xi_{axial}$ . Para. La curva de amplificación dinámica del modo es la mostrada en la Figura 2. Las extensiones y por tanto las tensiones que se generan en la viga son también variables en el tiempo, con componente media y alterna, según se indica en la Figura 3. La componente media de la tensión es  $\sigma_m = F_m/A$ , y la alterna  $\sigma_r = D(\hat{\omega}) \cdot F_r/A$ ; es decir, la magnitud de la tensión media sólo depende del valor de la fuerza media  $F_m$ , mientras que la magnitud de la tensión alterna depende del valor de la fuerza alterna  $F_r$  y del valor de la amplificación dinámica  $D(\hat{\omega})$ .

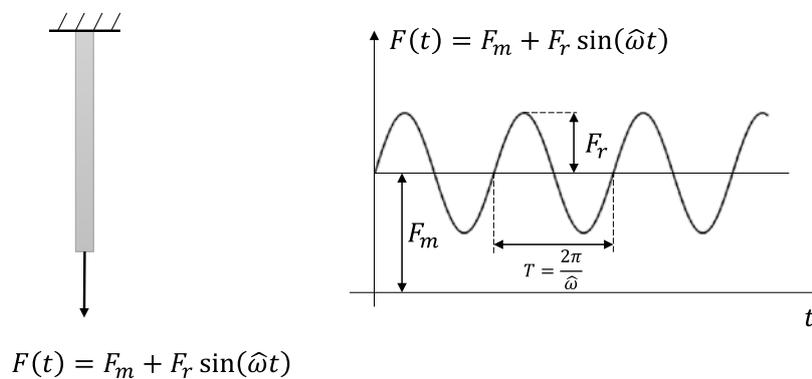


Figura 1. Viga empotrada sometida a fuerza axial variable.

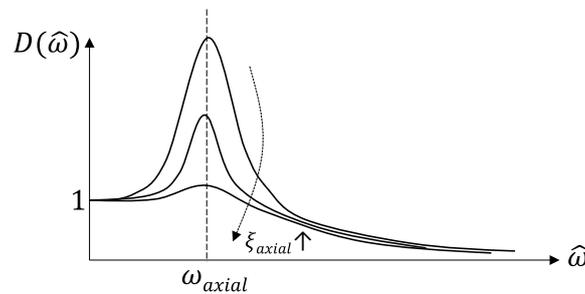


Figura 2. Curva de amplificación dinámica del modo de vibración axial.

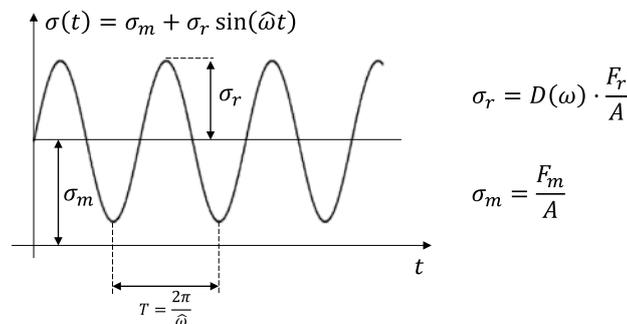


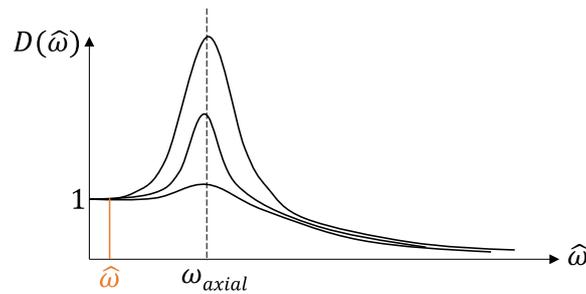
Figura 3. Estado tensional de la viga empotrada.

A continuación se describen los posibles fallos que pueden ocurrir en la viga. La clave está en estudiar la magnitud de la tensión alterna  $\sigma_r = D(\hat{\omega}) \cdot F_r/A$  frente a la tensión media  $\sigma_m = F_m/A$ . Si  $\sigma_r \ll \sigma_m$ , la tensión alterna  $\sigma_r$  se puede despreciar, con lo que sólo habría una tensión media (constante en el tiempo) y el fallo de la pieza (en caso de darse) será estático; en caso contrario, la tensión alterna  $\sigma_r$  no se puede despreciar, con lo que habría una tensión media + alterna (variable en el tiempo) y el fallo de la pieza (en caso de darse) será a fatiga.

En base a esto, se distinguen los siguientes 5 casos:

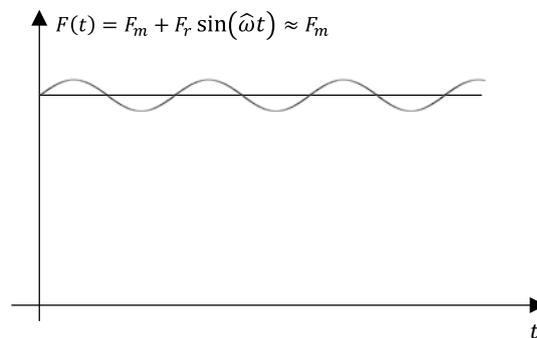
**a)  $\hat{\omega}/w_{axial}$  pequeño;  $\xi_{axial}$  indiferente;  $F_r/F_m$  pequeño**

Por un lado, la frecuencia de excitación  $\hat{\omega}$  es considerablemente menor que la frecuencia natural  $w_{axial}$  ( $\hat{\omega}/w_{axial}$  pequeño), por lo que la amplificación dinámica es  $D(\hat{\omega}) \approx 1$  independientemente del valor del amortiguamiento modal  $\xi_{axial}$



**Figura 4. Gráfico de amplificación dinámica caso a)**

Por otro lado, como se muestra en la Figura 5, la componente alterna de la fuerza  $F_r$  es considerablemente menor que la componente media de la fuerza  $F_m$  ( $F_r/F_m$  pequeño).



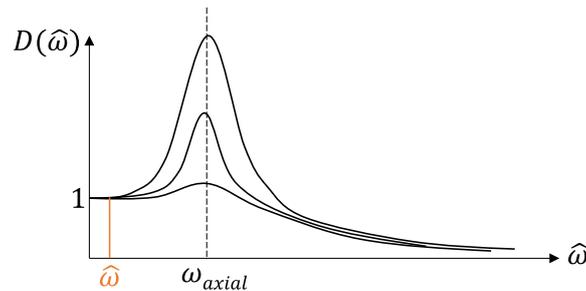
**Figura 5. Amplitud de la fuerza alterna frente a la fuerza media en el caso a)**

Como resultado, la tensión alterna  $\sigma_r = F_r/A \cdot D(\hat{\omega}) \approx F_r/A$  se puede despreciar frente a la tensión media  $\sigma_m = F_m/A$ . En consecuencia, el estado tensional de la pieza es

$\sigma(t) = \sigma_m = F_m/A$ , constante en el tiempo, el análisis a realizar es estático y el posible fallo de la viga será estático.

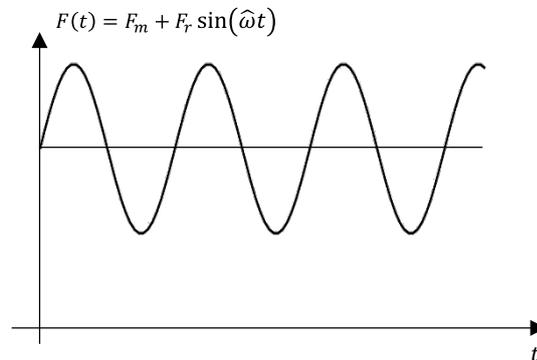
**b)  $\hat{\omega}/\omega_{axial}$  pequeño;  $\xi_{axial}$  indiferente;  $F_r/F_m$  no pequeño**

Por un lado, la frecuencia de excitación  $\hat{\omega}$  es considerablemente menor que la frecuencia natural  $\omega_{axial}$  ( $\hat{\omega}/\omega_{axial}$  pequeño), por lo que la amplificación dinámica es  $D(\hat{\omega}) \approx 1$  independientemente del valor del amortiguamiento modal  $\xi_{axial}$  (Figura 6).



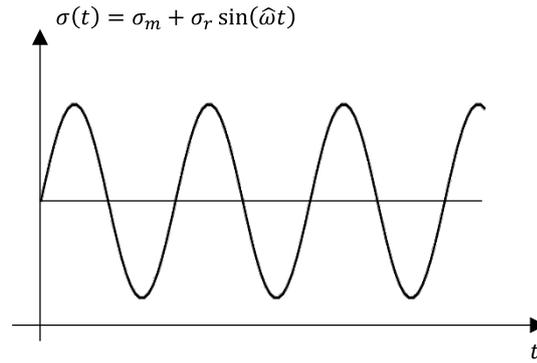
**Figura 6. Gráfico de amplificación dinámica caso b)**

Por otro lado, como se muestra en la Figura 7, la componente alterna de la fuerza  $F_r$  no es considerablemente menor que la componente media de la fuerza  $F_m$  ( $F_r/F_m$  no pequeño).



**Figura 7. Amplitud de la fuerza alterna frente a la fuerza media en el caso b)**

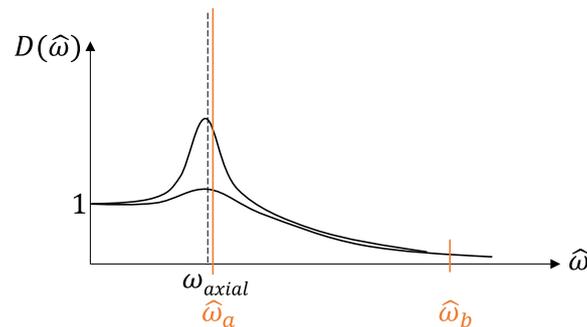
Como resultado, la tensión la tensión alterna  $\sigma_r = F_r/A \cdot D(\hat{\omega}) \approx F_r/A$  no se puede despreciar frente a la tensión media  $\sigma_m = F_m/A$ . En consecuencia, el estado tensional de la pieza es  $\sigma(t) = \sigma_m + \sigma_r \sin(\hat{\omega}t) = F_m/A + F_r/A \sin(\hat{\omega}t)$ , variable en el tiempo (Figura 8), el análisis a realizar es cuasiestático (es decir, tensión variable pero con amplificación dinámica 1) y el posible fallo de la viga será a fatiga.



**Figura 8. Tensión resultante del caso b)**

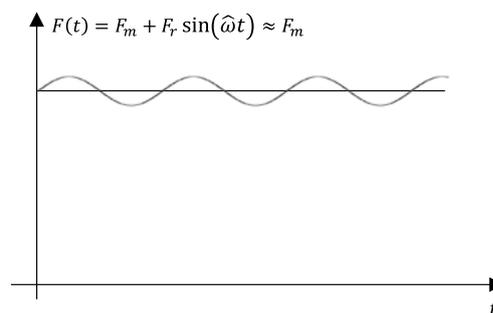
**c)  $\hat{\omega}/\omega_{axial}$  no pequeño;  $\xi_{axial}$  pequeño;  $F_r/F_m$  pequeño**

Por un lado, la frecuencia de excitación  $\hat{\omega}$  no es considerablemente menor que la frecuencia natural  $\omega_{axial}$  ( $\hat{\omega}/\omega_{axial}$  no pequeño), por lo que la amplificación dinámica puede tomar valores muy diferentes (Figura 9): si  $\hat{\omega} \approx \omega_{axial}$  y teniendo en cuenta que el amortiguamiento  $\xi_{axial}$  es pequeño,  $D(\hat{\omega})$  tendrá un valor muy elevado; si  $\hat{\omega} \gg \omega_{axial}$   $D(\hat{\omega})$  tendrá un valor pequeño, cercano a cero.



**Figura 9. Gráfico de amplificación dinámica caso c)**

Por otro lado, como se muestra en la Figura 10, la componente alterna de la fuerza  $F_r$  es considerablemente menor que la componente media de la fuerza  $F_m$  ( $F_r/F_m$  pequeño).



**Figura 10. Amplitud de la fuerza alterna frente a la fuerza media en el caso c)**

Como resultado, por lo general, al ser  $F_r/F_m$  pequeño y  $D(\hat{\omega})$  pequeño, la tensión alterna  $\sigma_r = F_r/A \cdot D(\hat{\omega})$  se puede despreciar frente a la tensión media  $\sigma_m = F_m/A$ , el estado tensional de la pieza es  $\sigma(t) \approx \sigma_m = F_m/A$ , el análisis a realizar es estático y el posible fallo será estático. No obstante, si  $\hat{\omega} \approx \omega_{axial}$ ,  $D(\hat{\omega})$  es muy elevado, con lo que la tensión alterna  $\sigma_r = F_r/A \cdot D(\hat{\omega})$  no se puede despreciar frente a la tensión media  $\sigma_m = F_m/A$ , el estado tensional de la pieza es  $\sigma(t) = \sigma_m + \sigma_r \sin(\hat{\omega}t) = F_m/A + F_r/A \cdot D(\hat{\omega}) \sin(\hat{\omega}t)$  (Figura 11), el análisis a realizar es dinámico (para estimar el valor de  $D(\hat{\omega})$ ) y el posible fallo será a fatiga.

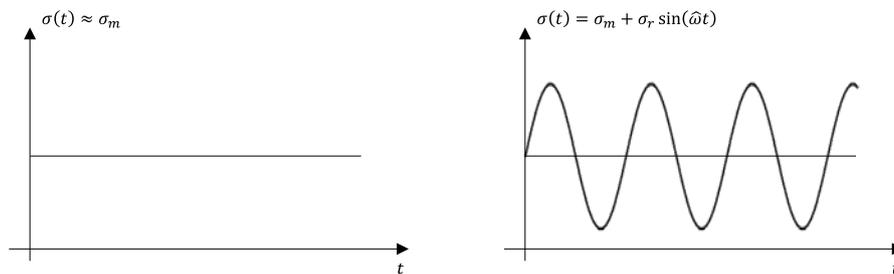


Figura 11. Tensión resultante del caso c)

d)  $\hat{\omega}/\omega_{axial}$  no pequeño;  $\xi_{axial}$  grande;  $F_r/F_m$  pequeño

Por un lado, la frecuencia de excitación  $\hat{\omega}$  no es considerablemente menor que la frecuencia natural  $\omega_{axial}$  ( $\hat{\omega}/\omega_{axial}$  no pequeño), por lo que la amplificación dinámica puede tomar valores muy diferentes (Figura 12). Sin embargo, al ser el amortiguamiento  $\xi_{axial}$  grande, la amplificación dinámica  $D(\hat{\omega})$  nunca va a tener un valor elevado.

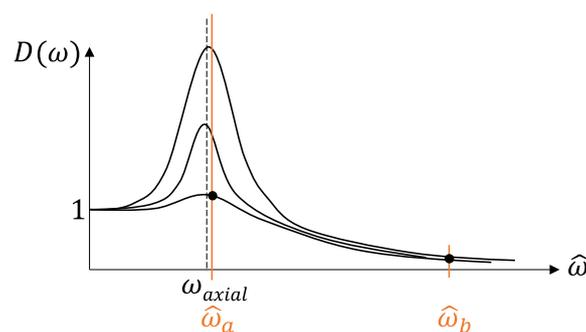
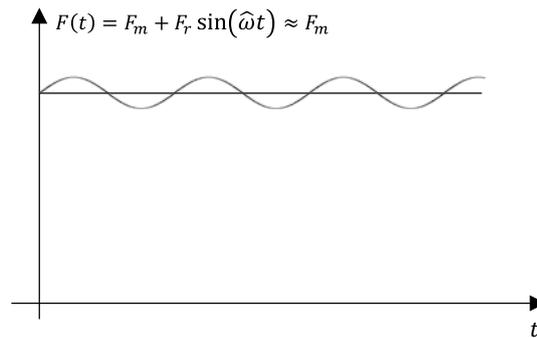


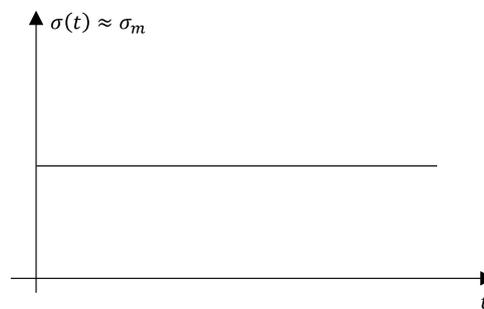
Figura 12. Gráfico de amplificación dinámica caso d)

Por otro lado, como se muestra en la Figura 13, la componente alterna de la fuerza  $F_r$  es considerablemente menor que la componente media de la fuerza  $F_m$  ( $F_r/F_m$  pequeño).



**Figura 13. Amplitud de la fuerza alterna frente a la fuerza media en el caso d)**

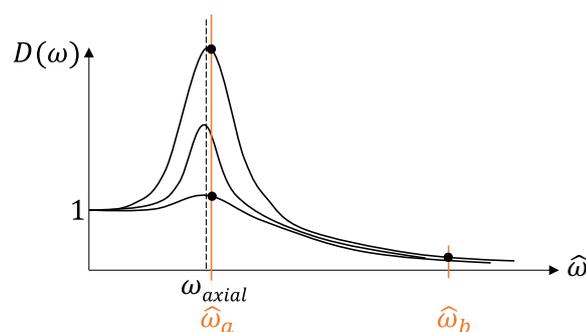
Como resultado, la tensión alterna  $\sigma_r = F_r / A \cdot D(\hat{\omega})$  se puede despreciar frente a la tensión media  $\sigma_m = F_m / A$ , el estado tensional de la pieza es  $\sigma(t) = \sigma_m = F_m / A$  (Figura 14), el análisis a realizar es estático y el posible fallo será estático.



**Figura 14. Tensión resultante del caso d)**

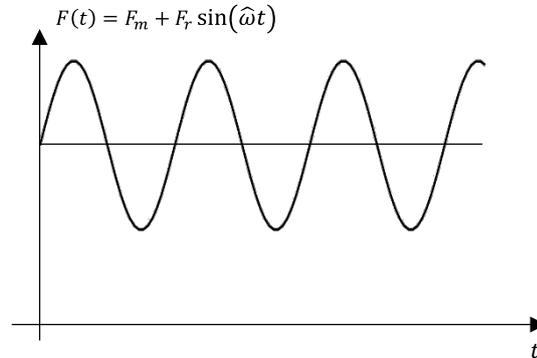
**e)  $\hat{\omega} / w_{axial}$  no pequeño;  $\xi_{axial}$  indiferente;  $F_r / F_m$  no pequeño**

Por un lado, la frecuencia de excitación  $\hat{\omega}$  no es considerablemente menor que la frecuencia natural  $w_{axial}$  ( $\hat{\omega} / w_{axial}$  no pequeño), por lo que la amplificación dinámica puede tomar valores muy diferentes. Si el amortiguamiento  $\xi_{axial}$  es grande la amplificación dinámica  $D(\hat{\omega})$  nunca va a tener un valor elevado, pero si el amortiguamiento  $\xi_{axial}$  es pequeño  $D(\hat{\omega})$  tendrá un valor muy elevado si  $\hat{\omega} \approx w_{axial}$  (ver Figura 15).



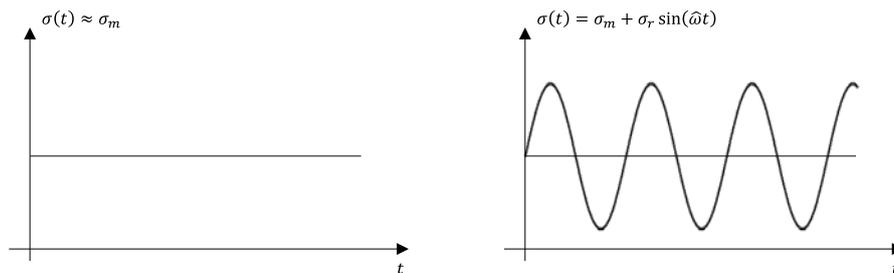
**Figura 15. Gráfico de amplificación dinámica caso e)**

Por otro lado, como se muestra en la Figura 16, la componente alterna de la fuerza  $F_r$  no es considerablemente menor que la componente media de la fuerza  $F_m$  ( $F_r/F_m$  no pequeño).



**Figura 16. Amplitud de la fuerza alterna frente a la fuerza media en el caso e)**

Como resultado, por lo general la tensión alterna  $\sigma_r = F_r/A \cdot D(\hat{\omega})$  no se pueda despreciar frente a la tensión media  $\sigma_m = F_m/A$ , el estado tensional de la pieza es  $\sigma(t) = \sigma_m + \sigma_r \sin(\hat{\omega}t) = F_m/A + F_r/A \cdot D(\hat{\omega}) \sin(\hat{\omega}t)$  (ver Figura 17 derecha), el análisis a realizar es dinámico (para estimar el valor exacto de  $D(\hat{\omega})$ ) y el posible fallo será a fatiga. No obstante, en algún caso puede cumplirse que  $D(\hat{\omega})$  sea muy bajo con lo que la tensión alterna  $\sigma_r = F_r/A \cdot D(\hat{\omega})$  se puede despreciar frente a la tensión media  $\sigma_m = F_m/A$ , el estado tensional de la pieza es  $\sigma(t) = \sigma_m$ , (Figura 17 izquierda) el análisis a realizar es estático y el posible fallo será estático.



**Figura 17. Tensión resultante del caso e)**

A modo de resumen, la Tabla 1 esquematiza los 5 casos recién explicados.

$\hat{w}/w_{axial}$	$F_r/F_m$	$\xi_{axial}$		ANÁLISIS ESTRUCTURAL	POSIBLE FALLO
Pequeño	Pequeño	Indiferente	→	Estático	Estático
Pequeño	No pequeño	Indiferente	→	Cuasiestático	Fatiga
No pequeño	Pequeño	Pequeño	→	Probable estático frente a dinámico	Probable estático Muy improbable fatiga
No pequeño	Pequeño	Grande	→	Muy probable estático	Muy probable estático
No pequeño	No pequeño	Indiferente	→	Dinámico	Probable fatiga

**Tabla 1. Tipos de análisis y posible fallo.**

En la medida de lo posible, se debe evitar que en un sistema estructural aparezca una amplificación dinámica  $D(\hat{w})$  elevada. Por ejemplo, en un eje este fenómeno supondría deformaciones muy elevadas que comprometerían el buen funcionamiento de los elementos montados en él (engranajes, rodamientos...), y además aparecerían tensiones altas que acortarían sensiblemente la vida útil del eje. En este sentido, como criterio general de diseño se busca que las frecuencias  $\hat{w}$  de las solicitaciones que soporta un sistema estén muy por debajo de sus frecuencias naturales, para que de esta forma la amplificación dinámica  $D(\hat{w})$  sea aproximadamente 1 (caso 2 de la Tabla 1). Como las frecuencias  $\hat{w}$  de las solicitaciones son las que son (no se puede elegir la frecuencia de las cargas que actúan sobre el sistema), la estrategia para conseguir  $D(\hat{w}) \approx 1$  suele ser tratar de alejar las frecuencias naturales de los valores de  $\hat{w}$ . Para ello se modifica la geometría del sistema para cambiar su rigidez y/o masa, ya que el valor de las frecuencias naturales depende de estos dos parámetros.

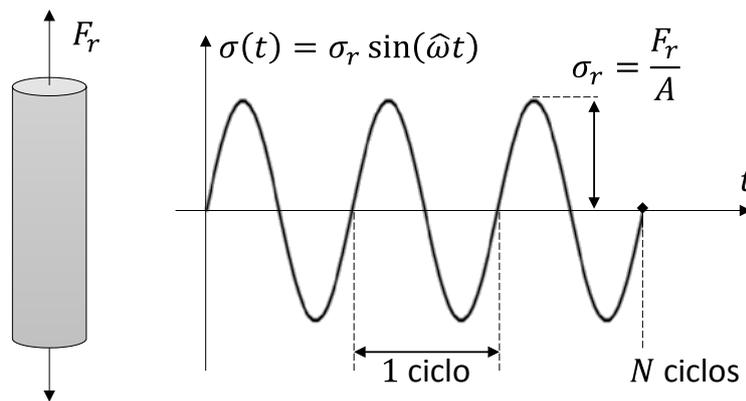
En todo lo referente a fatiga que se trata en este libro, se va a suponer siempre la pieza ha sido diseñada para que se cumpla este criterio de diseño ( $D(\hat{w}) \approx 1$ ), es decir que estamos en el caso 2 de la Tabla 1 (análisis cuasiestático).

## 2. FALLO POR FATIGA

Tal y como se ha explicado en el apartado anterior, una pieza con tensiones alternas no despreciables (estado tensional variable en el tiempo) es susceptible de fallar por fatiga. Dicho fallo no sucede porque en un instante se alcanza un determinado valor de tensión admisible, como ocurre en estática. El fallo por fatiga ocurre porque al aplicar repetidamente un estado de tensiones variables a lo largo del tiempo, en algún momento aparece una grieta en el punto más solicitado (con mayor tensión) de la pieza, esta grieta se

propaga progresivamente hasta que finalmente en el ciclo de carga número  $N$  la grieta alcanza toda la sección resistente y se produce la rotura (ver Figura 18). Queda fuera del alcance de este libro estudiar el proceso de aparición y propagación de la grieta; este libro se centra exclusivamente en el cálculo del número de ciclos  $N$  al cabo del cual se produce la rotura por fatiga de la pieza.

Para entender mejor el fallo por fatiga y su diferencia con el fallo estático, supóngase una pieza sometida a tracción, con una tensión normal  $\sigma = F/A$ . Si la fuerza  $F$  es constante en el tiempo, la tensión es estática y se dará el fallo estático cuando  $\sigma = F/A \geq \sigma_{yp}$  o  $\sigma = F/A \geq \sigma_u$ , en función de que el material sea dúctil o frágil respectivamente. Si la fuerza  $F$  es variable en el tiempo, por ejemplo puramente alterna (componente media nula), el fallo se da al cabo de  $N$  ciclos, para valores de tensión  $\sigma_r = F_r/A$  (recuérdese que  $D(\hat{w}) \approx 1$  al asumir que la pieza está trabajando en la zona cuasiestática) muy por debajo de  $\sigma_{yp}$  o  $\sigma_u$ ; evidentemente, cuanto mayor sea  $\sigma_r$ , menor es la duración  $N$  de la pieza.



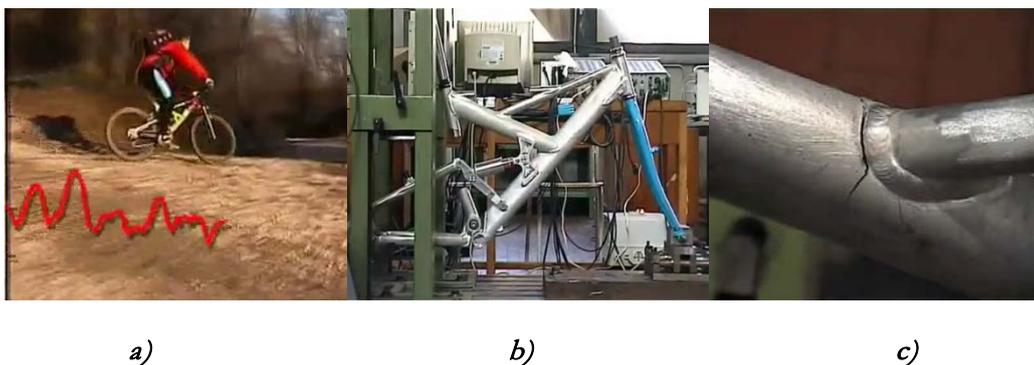
**Figura 18. Fallo por fatiga al cabo de  $N$  ciclos**

Lamentablemente no existe ninguna teoría rigurosa que permita, junto con un ensayo tipo, determinar de forma sencilla la vida a fatiga de una pieza tal y como sucede en estática (donde se tienen el ensayo de tracción y las teorías de fallo). Las razones son principalmente dos:

- El fallo por fatiga de una pieza depende de muchos factores (acabado superficial, tamaño, forma de trabajo...) cuya influencia en la duración de la pieza es además difícil de cuantificar.
- Incluso para dos piezas exactamente iguales (mismo acabado superficial, tamaño, forma de trabajo...), existe una gran dispersión en los resultados, de forma que un mismo valor de tensión puede provocar el fallo en un número de ciclos  $N$  relativamente diferente.

Pese a todo, se ha desarrollado un método generalista denominado “método o enfoque clásico”, una especie de método “todoterreno” que permite diseñar piezas a fatiga de forma conservadora y con resultados contrastados. En cualquier caso, debido a la complejidad del fenómeno de fatiga los resultados de este método clásico deben ser interpretados con ciertas reservas. En efecto, el diseño resultante de este método clásico no puede ser tomado como definitivo, sino más bien como un primer diseño inicial o prediseño que posteriormente deberá ser validado mediante ensayos experimentales en condiciones lo más similares posible a las de funcionamiento, sobre todo en piezas de elevada responsabilidad.

Supóngase que se ha diseñado un cuadro de bicicleta mediante el método clásico. Para dar por válido dicho diseño es necesario realizar una campaña de ensayos experimentales según se ilustra en la Figura 19. En primer lugar se monta un sistema de adquisición de datos que mida en campo las cargas que soporta el cuadro (Figura 19a); posteriormente, dichas cargas se aplican a un prototipo montado en un banco de ensayos (Figura 19b), y se verifica si se produce o no el fallo a fatiga (Figura 19c). En la Figura 19 se observa que la grieta en la soldadura está a punto de atravesar totalmente la sección resistente y de causar por tanto la rotura, es decir el fallo a fatiga del cuadro. Cuando finalmente se dé esta rotura, se mide la duración que ha tenido el cuadro. En función de si se ha cumplido o no la duración requerida para esta pieza, se dará por válido el cuadro o se llevará a cabo su rediseño; en el caso de la Figura 5 habría que rediseñar la zona de la soldadura o mejorar el procedimiento de soldadura para mejorar su respuesta a fatiga.



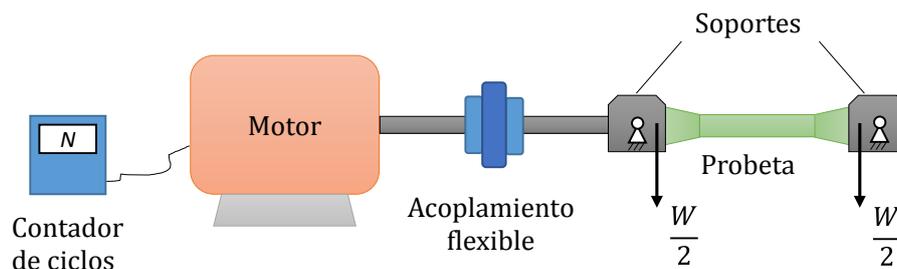
**Figura 19. Ensayo de fatiga del cuadro de una bicicleta: a) medición de cargas b) ensayo experimental a fatiga c) grieta por fatiga.**

Por último es importante saber que para algunos elementos de máquina específicos, como pueden ser los rodamientos, engranajes, correas, etcétera, se han ido desarrollando métodos

de fatiga propios que muchas veces han dado lugar a normas o códigos de cálculo. Si bien en principio pueda parecer que estos métodos específicos nada tienen que ver con el método clásico, los conceptos subyacentes son los mismos. Es por ello que conocer el método clásico de fatiga no sólo sirve para diseñar piezas “generales”, sino que también resulta de gran ayuda para entender los métodos específicos de fatiga de elementos de máquina más “particulares” como los citados.

### 3. ENSAYO DE FATIGA

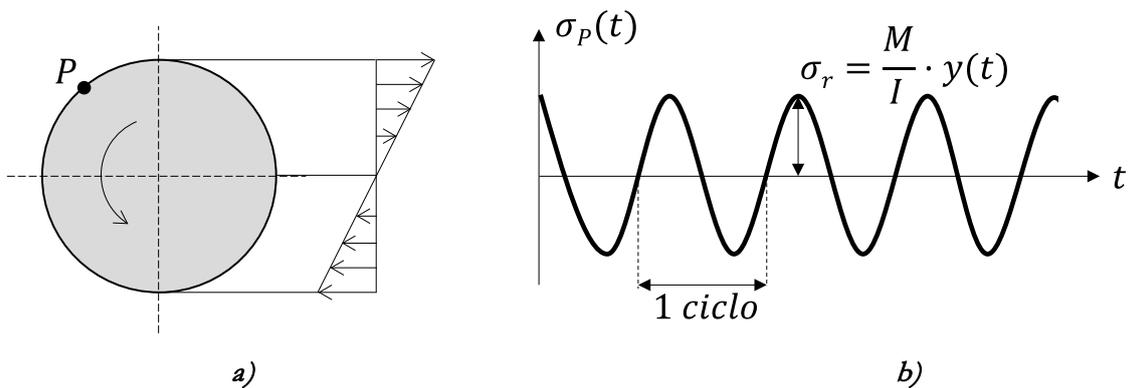
En adelante se va a presentar el método clásico de fatiga. Este método se basa en el ensayo sobre una probeta con el que se caracteriza el comportamiento a fatiga del material de dicha probeta. Existen varios ensayos, siendo el de la probeta rotatoria de Moore de la Figura 20 uno de los más empleados. En este ensayo se apoya la probeta en sus extremos y se le aplican fuerzas verticales, sometiéndola a flexión pura.



*Figura 20. Ensayo de fatiga con probeta rotatoria de Moore.*

El punto más solicitado de la pieza es un punto P de la superficie en la sección central de la probeta, ya que en esta sección el momento flector es máximo y el radio de la sección es mínimo, y en consecuencia la tensión es máxima. Un motor hace girar la probeta, de tal manera que el punto P pasa de estar en la fibra más traccionada (abajo) a la más comprimida (arriba), pasando por la fibra neutra (ver Figura 21a)). En consecuencia, el

estado tensional del punto P es alterno, tal y como se indica en la Figura 21b.



**Figura 21. Estado tensional alterno en el punto más solicitado de la probeta rotatoria de Moore.**

Así, según lo comentado en el apartado anterior, aparecerá una grieta en el punto P, que irá propagándose progresivamente hasta que la pieza se rompa por la sección central (en la que está el punto P) cuando se alcanzan  $N$  ciclos de tensión. El número de ciclos  $N$  se mide mediante un contador de ciclos, lo cual es sencillo puesto que en este ensayo un ciclo de tensión corresponde a una vuelta completa del eje. Como es lógico, al variar el valor de la tensión  $\sigma_r$  varía también la duración  $N$  de la probeta; a mayor tensión, menor duración.

Las condiciones del ensayo deben ser estrictamente cuidadas ya que cualquier vibración externa, impacto, ralladura en la probeta, etcétera, pueden variar las condiciones del ensayo y comprometer su validez, máxime teniendo en cuenta la gran cantidad de factores que influyen en la vida a fatiga de una pieza (o probeta, como en este caso). No obstante, aun controlando cuidadosamente todos estos factores externos, los resultados presentan una gran dispersión, inherente al fenómeno de la fatiga. Es decir, dos probetas exactamente idénticas, con el mismo nivel de tensión y en las mismas condiciones ideales de ensayo pueden presentar duraciones considerablemente distintas. La Figura 22 muestra los puntos de fallo a fatiga de la probeta, donde efectivamente se verifica que a un determinado valor de tensión  $\sigma_r$  le corresponde un rango de posibles duraciones  $N$  en lugar de un único valor.

La duración  $N$  de la probeta no depende ni de la forma ni del periodo de la tensión alterna. Es decir, a efectos de fatiga los dos estados tensionales de la Figura 23 son totalmente equivalentes porque los dos tendrán exactamente la misma duración de  $N$  ciclos (olvidándonos de la dispersión) aunque uno sea triangular y el otro sinusoidal, y uno tenga mayor periodo que el otro. Aun así, lógicamente, cuanto mayor sea el periodo más tiempo (en horas) se necesitará para alcanzar esos  $N$  ciclos tal y como se ilustra en la figura.

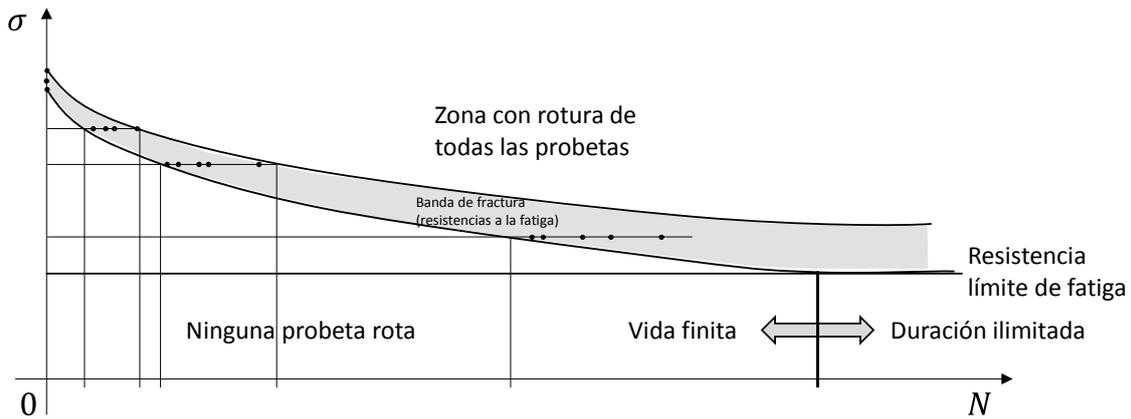


Figura 22. Gráfica tensión  $\sigma$ -duración  $N$ , resultado del ensayo de la probeta rotatoria de Moore.

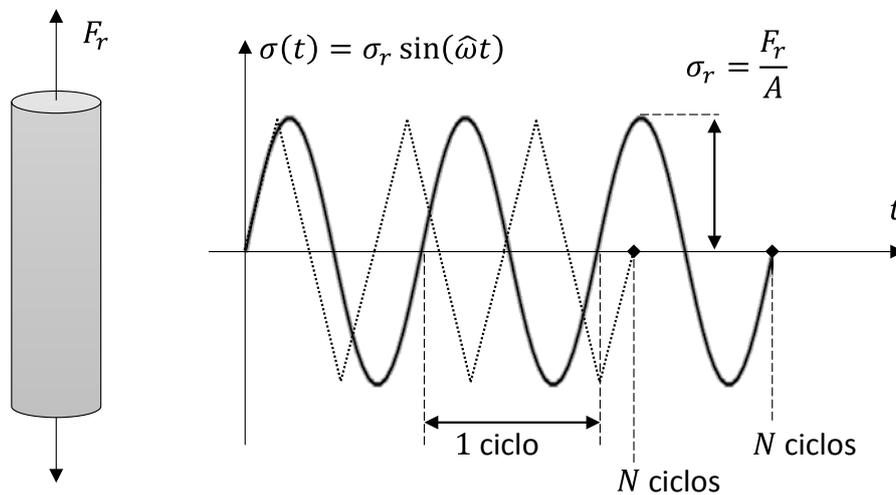


Figura 23. Estados de tensión equivalentes a fatiga (misma duración  $N$ ).

Si se representa la nube de puntos de fallo del diagrama  $\sigma_r$ - $N$  de la Figura 22 en escala logarítmica  $\log\sigma_r$ - $\log N$ , los límites inferior y superior de la nube resultan ser líneas aproximadamente rectas. A esta representación, mostrada en la Figura 24, se la denomina “curva de Basquin”. En dicha gráfica se distinguen dos zonas: la zona de ciclos bajos (hasta  $N=10^3$ - $10^4$  ciclos de duración) y la zona de ciclos altos (a partir de  $N=10^3$ - $10^4$  ciclos de duración). La zona de ciclos bajos corresponde a puntos de fallo en los que la tensión  $\sigma_r$  ha superado la tensión de fluencia  $\sigma_{yp}$  y por tanto en el estudio de esta zona entra en juego el comportamiento plástico del material. En la zona de ciclos altos  $\sigma_r$  no supera  $\sigma_{yp}$  (excepto para unos pocos miles de ciclos, muy al inicio de la zona) con lo que el material trabaja en régimen elástico lineal, lo cual simplifica mucho su estudio. En esta zona de ciclos altos, se observa también que para valores de tensión  $\sigma_r$  por debajo de un determinado “límite de

fatiga” (ver Figura 23), la probeta presenta una vida infinita o duración ilimitada (duración  $N=\infty$ ).

En este libro sólo se va a estudiar la zona de ciclos altos porque raramente se diseña una pieza o elemento de máquina para que tenga una duración de unos pocos cientos o miles de ciclos. De hecho, muchos elementos se diseñan a vida infinita, como por ejemplo los ejes, tal y como se verá cuando se estudie el Tema correspondiente. Por otra parte, en la fatiga de ciclos bajos interviene el comportamiento plástico del material, complicando notablemente su estudio. En definitiva, el método clásico que se explica en este libro es aplicable únicamente para ciclos altos; para los ciclos bajos se utilizan otros criterios y métodos cuyo estudio queda fuera del alcance de este libro.

En la Figura 24 se observa la enorme dispersión en los resultados del ensayo de fatiga, lo que en principio obligaría a realizar un estudio estadístico de los mismos. Sin embargo, a la hora de hacer cálculos, por motivos de simplicidad y comodidad conviene trabajar con valores deterministas. Por ello, en lugar de trabajar con toda la banda de dispersión, se utiliza la línea media de la banda de resultados; la mitad de los fallos queda por encima de esta línea media, y la otra mitad por debajo, es decir se trata de la línea correspondiente a una fiabilidad del 50%. Esta línea media, con la que se trabajará a partir de este momento, se ilustra en la Figura 25 para ciclos altos. Según se ha comentado, para unos pocos miles de ciclos la tensión  $\sigma_r$  supera el valor de fluencia  $\sigma_{yp}$  y por tanto el método clásico no sería válido (habría que aplicar los métodos correspondientes a ciclos bajos). Se indica asimismo la tensión límite de fatiga  $\sigma_e'$  corresponde a una duración  $N=10^6$  ciclos: si la tensión de la probeta es  $\sigma_r=\sigma_e'$  la duración es  $10^6$  ciclos; si la tensión de la probeta es  $\sigma_r<\sigma_e'$  la duración de la probeta es  $\infty$  ciclos (vida infinita, es decir la probeta nunca llegará a fallar por fatiga). Esta línea de la Figura 25 se utiliza de forma muy habitual, pero hay que tener en mente que se trata de una curva generalista, y es que los ensayos demuestran que cada acero tiene su propia curva de fatiga y en algunos casos puede llegar a ser bastante diferente a la de la Figura 25. En este sentido, utilizar la curva de la Figura 25 puede ser aceptable para hacer un cálculo preliminar o para diseñar piezas de poca responsabilidad, pero si se requiere una mayor precisión habría que obtener mediante ensayos la curva de fatiga para el acero concreto de la pieza. El problema es que estos ensayos son muy largos y costosos, y por ello raras veces se realizan.

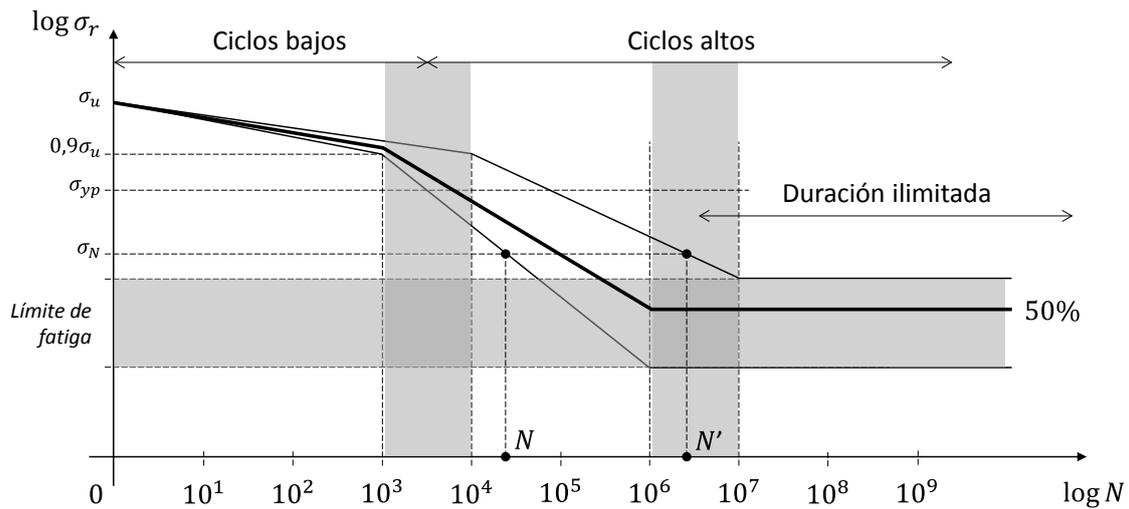


Figura 24. Gráfica  $\log\sigma_r - \log N$  (curva de Basquin), resultado del ensayo de la probeta rotatoria de Moore.

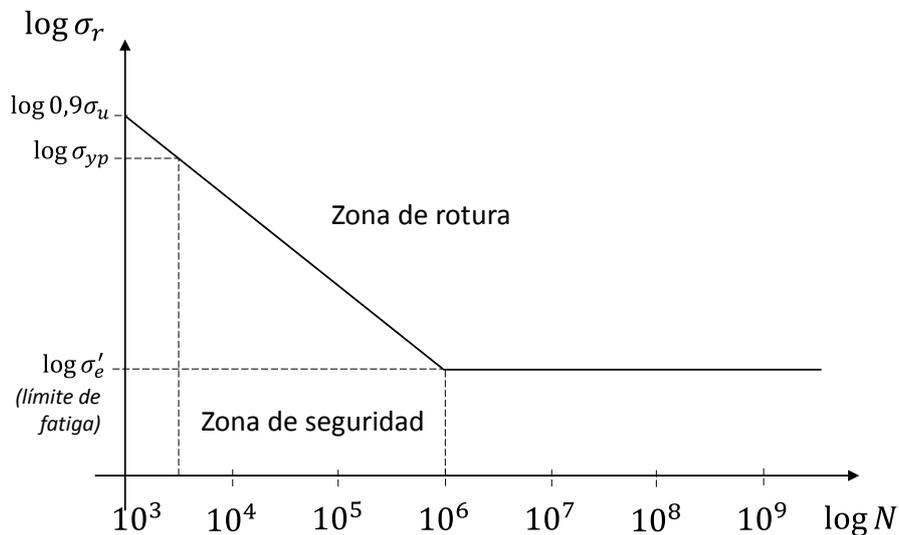
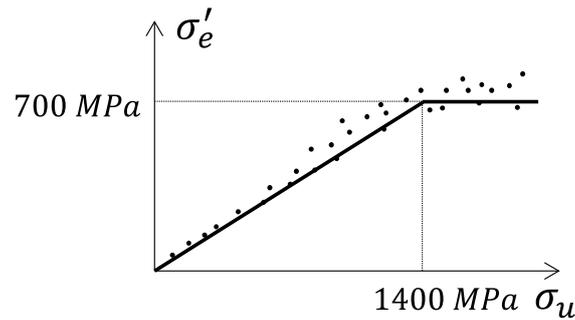


Figura 25. Gráfica  $\log\sigma_r - \log N$  (curva de Basquin), tomando el límite inferior de la banda de resultados.

En definitiva, el límite entre vida finita e infinita de la probeta lo marca  $\sigma'_e$ . Se trata por tanto de un parámetro muy importante. Mediante ensayos específicos, se ha logrado una relación entre el límite de fatiga  $\sigma'_e$  del material y su resistencia a rotura  $\sigma_u$ . Los resultados se muestran en la Figura 26, donde se observa además la típica dispersión propia del fenómeno de fatiga.

$$\text{Si } \sigma_u < 1400\text{MPa} \rightarrow \sigma'_e = 0.5 \cdot \sigma_u \tag{1a}$$

$$\text{Si } \sigma_u \geq 1400\text{MPa} \rightarrow \sigma'_e = 700\text{MPa} \tag{1b}$$



**Figura 26. Relación experimental tensión de rotura  $\sigma_u$ -tensión límite de fatiga  $\sigma'_e$ .**

Para obtener la duración  $N$  de la probeta bajo un determinado valor de tensión alterna  $\sigma_r$ , basta con plantear una semejanza de triángulos en la Figura 25:

$$\frac{\log(0.9\sigma_u) - \log\sigma'_e}{\log 10^6 - \log 10^3} = \frac{\log\sigma_r - \log\sigma'_e}{\log 10^6 - \log N} \quad (2)$$

O, lo que es lo mismo:

$$\frac{\log(0.9\sigma_u) - \log\sigma'_e}{\log 10^6 - \log 10^3} = \frac{\log(0.9\sigma_u) - \log\sigma_r}{\log N - \log 10^3} \quad (3)$$

#### 4. COEFICIENTES MODIFICATIVOS DEL LÍMITE DE FATIGA

En el apartado anterior se ha presentado el ensayo de fatiga para la probeta rotatoria de Moore, y los resultados de dicho ensayo en forma de la curva  $\log\sigma_r - \log N$  de la Figura 25, que permite calcular con las ecuaciones (2) o (3) la duración de la probeta al ser sometida a un determinado valor de tensión alterna. Se trata ahora de extrapolar estos resultados de la probeta a una pieza cualquiera. La pieza en cuestión tendrá una geometría, forma de trabajo, acabado superficial, tamaño, nivel de impactos, etcétera diferente a la probeta rotatoria; y es que la probeta tiene una forma y dimensiones normalizadas, trabaja a flexión, tiene un acabado superficial de pulido a espejo, se ensaya en ausencia de impactos... Todos estos factores tienen una influencia directa en el comportamiento a fatiga, y por tanto habrá que tenerlos en cuenta cuando se calcule la duración de la pieza bajo una determinada tensión alterna.

Se trata por tanto de adaptar la curva  $\log\sigma_r - \log N$  de la probeta de la Figura 25 a la pieza, introduciendo el efecto de cada uno de estos factores (geometría, forma de trabajo, acabado superficial...): para este fin, se utilizan una serie de coeficientes experimentales modificativos del límite de fatiga (un coeficiente por factor). De esta forma, y como se ilustra en la Figura 27, a partir del límite de fatiga de la probeta  $\sigma'_e$  se define el límite de

fatiga de la pieza  $\sigma_e$ :

$$\sigma_e = C_s \cdot C_d \cdot C_t \cdot C_f \cdot C_m \cdot C_j \cdot C_k \cdot C_T \cdot C_w \cdot C_v \cdot \dots \cdot \sigma'_e \quad (4)$$

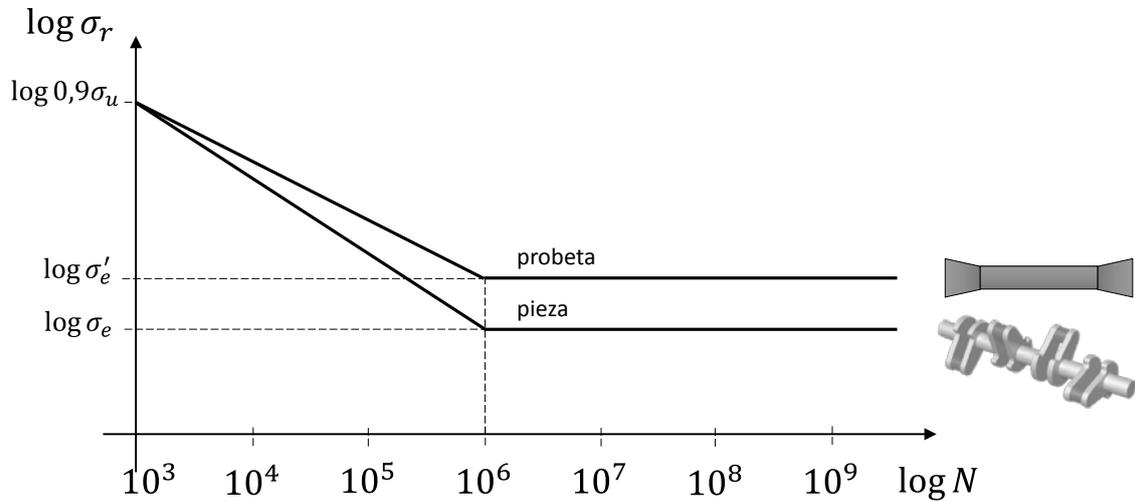


Figura 27. Gráfica  $\log \sigma_r - \log N$  (curva de Basquin), de la probeta y de la pieza.

Al igual que con la probeta, para obtener la duración  $N$  de la pieza correspondiente a un determinado valor de tensión alterna  $\sigma_r$ , basta con plantear una semejanza de triángulos en la Figura 27:

$$\frac{\log(0.9\sigma_u) - \log \sigma_e}{\log 10^6 - \log 10^3} = \frac{\log \sigma_r - \log \sigma_e}{\log 10^6 - \log N} \quad (5)$$

O, lo que es lo mismo:

$$\frac{\log(0.9\sigma_u) - \log \sigma_e}{\log 10^6 - \log 10^3} = \frac{\log(0.9\sigma_u) - \log \sigma_r}{\log N - \log 10^3} \quad (6)$$

Según lo comentado, cada uno de los factores  $C_i$  cuantifica el efecto de un factor que influye en la duración a fatiga de la pieza. A continuación se describen los más importantes.

$c_s$ : coeficiente de acabado superficial

La probeta rotatoria de Moore tiene un acabado superficial de pulido a espejo, sin embargo la pieza estudiada puede tener un acabado de rectificado, mecanizado, laminado... El pulido a espejo es el mejor acabado superficial en cuanto a fatiga al tratarse de un acabado sin grandes irregularidades superficiales que faciliten la aparición o crecimiento de la grieta que desembocaría en el fallo por fatiga. A este acabado le corresponde un coeficiente  $c_s=1$  al ser el acabado que tiene la probeta. Otros acabados no tan “cuidadosos” dejan una superficie más irregular y por tanto más proclive a la aparición de grietas, y por tanto tienen un valor de  $c_s < 1$ , es decir, minoran el límite de fatiga de la pieza y con ello reducen la

duración  $N$  de la pieza bajo una determinada tensión alterna  $\sigma_r$ .

La Figura 28 muestra valores de  $c_s$  en función del acabado superficial de la pieza y de la tensión de rotura  $\sigma_u$  de su material. Si a la pieza se le ha aplicado más de un acabado superficial, se debe tener en cuenta el último de ellos a la hora de escoger el coeficiente  $c_s$ .

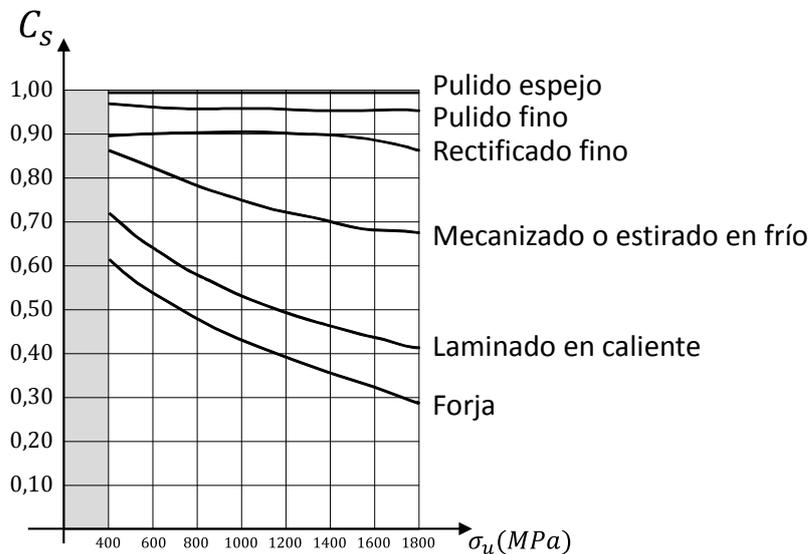


Figura 28. Valores de  $c_s$ .

$c_d$ : coeficiente de dimensiones y geometría

La probeta rotatoria de Moore tiene un tamaño relativamente pequeño (0.76 cm de diámetro en la sección central), mientras que la pieza estudiada puede tener un tamaño mediano (cigüeñal de automóvil), grande (bastidor de camión o de vagón de tren), o muy grande (eje de turbina de central eléctrica) en su sección crítica.

Se ha observado que las piezas grandes tienen un peor comportamiento a fatiga; la razón es que, debido a su difícil proceso de fabricación o sencillamente por su gran tamaño, tienen una mayor cantidad de pequeños defectos (poros, inclusiones, muescas) que facilitan la aparición de la grieta y al consiguiente fallo por fatiga.

Como valores orientativos, se pueden tomar los siguientes:  $c_d=1$  para piezas pequeñas (ya que la probeta es pequeña),  $c_d=0.9-0.8$  para piezas medianas (cigüeñal del motor de un automóvil) y  $c_d=0.8-0.7$  para piezas grandes (bastidor de camión o de vagón de tren).

$c_f$ : coeficiente de forma de trabajo

La probeta rotatoria de Moore trabaja a flexión pura, mientras que la pieza estudiada puede estar sometida a axial, torsión... Como valores orientativos, se pueden tomar los siguientes:  $c_f=1$  para piezas a flexión (ya que la probeta está a flexión),  $c_f=0.9-0.7$  para piezas a axial

(0.9 para carga axial centrada, hasta 0.7 para carga axial descentrada que induce un momento flector adicional),  $c_t=0.85$  para piezas a flexión y torsión y  $c_t=0.57$  para piezas a torsión.

$c_f$ : coeficiente de fiabilidad

La fatiga es un fenómeno que presenta una gran dispersión, y por tanto la fiabilidad asociada a la pieza es un concepto muy importante. A falta de datos específicos, se puede tomar  $c_f=1-0.08z$ , donde  $z$  depende de la fiabilidad  $R$  (ver Tabla 2).

<b>Z</b>	0.0	0.1	0.2	0.4	1.0	2.0	2.5	3.0	3.5	3.7
<b>R</b>	0.5	0.5398	0.5793	0.6554	0.8413	0.9773	0.9938	0.9987	0.9998	0.9999

**Tabla 2. Valores de Z para calcular  $c_f$**

Por ejemplo, según la Tabla 2 para una fiabilidad del 99.99% (1 fallo cada 10000 piezas),  $c_f=1-0.08 \cdot 3.7= 0.704$ . Se observa que para una fiabilidad del 50% el coeficiente es 1, lo cual es lógico ya que la curva de fatiga que se está utilizando es la línea correspondiente a esa fiabilidad según se ha mencionado anteriormente

En diseño de máquinas es habitual diseñar piezas para una fiabilidad algo superior al 95%.

$c_m$ : coeficiente de tratamientos mecánicos

Ciertos tratamientos mecánicos introducen tensiones superficiales de compresión que tienden a “cerrar” la grieta, mejorando así el comportamiento a fatiga de la pieza. Dos de estos tratamientos son el granallado y el laminado superficial. Para piezas sometidas a estos tratamientos, se aplica un coeficiente  $c_m=1+Y$  cuyo valor es mayor que 1; se trata por tanto del único coeficiente que aumenta el límite de fatiga de la pieza. Los valores de  $Y$  para estos dos tratamientos son los indicados en la Tabla 3.

<b>SUPERFICIE</b>	<b>PULIDA</b>	<b>MECANIZADA</b>	<b>LAMINADA</b>	<b>FORJADA</b>
<b>Y</b>	0.04-0.22	0.25	0.25-0.5	1.0-2.0

a)

<b>SUPERFICIE</b>	<b>EJES DE ACERO</b>	<b>PULIDO/ MECANIZADO</b>	<b>MAGNESIO</b>	<b>ALUMINIO</b>	<b>FUNDICION DE HIERRO</b>
<b>Y</b>	0.2-0.8	0.06-0.5	0.5	0.2-0.3	0.2-1.93

b)

**Tabla 3. Valores de Y para calcular  $c_m$ : a) para operaciones de granallado b) para operaciones de laminado superficial.**

Las operaciones de granallado y laminado superficial modifican el acabado superficial de la pieza, por tanto el coeficiente de tratamientos mecánicos  $c_m$  está estrechamente relacionado

con el coeficiente de acabado superficial  $c_s$ . Así, experimentalmente se ha comprobado que el producto  $c_s \cdot c_m$  siempre debe estar entre 0.7 y 0.9 ( $0.7 < c_s \cdot c_m < 0.9$ ). Es decir, si al multiplicar  $c_s$  por  $c_m$ , el resultado da menor que 0.7, se tomará 0.7; igualmente, si el resultado da mayor que 0.9, se tomará 0.9. Por ello, utilizar estos tratamientos en piezas con muy buen acabado superficial puede llegar a ser contraproducente. Por ejemplo, en una pieza pulida a espejo ( $c_s=1$ ) un posterior tratamiento mecánico de granallado ( $c_m=1.04$ ) no mejora sino que empeora el comportamiento a fatiga de la pieza al dar como resultado  $c_s \cdot c_m=0.9$  según la restricción recién descrita.

#### *$c_f$ : coeficiente de fretting*

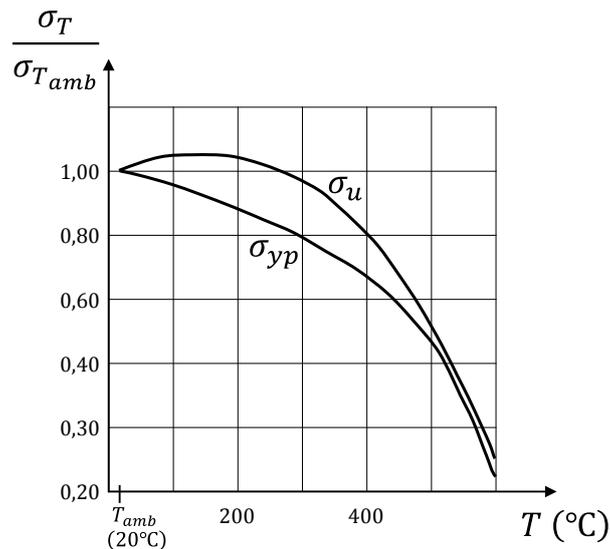
El “fretting” es un fenómeno de rozamiento que se da en las zonas de contactos de uniones atornilladas, rodamientos... Este contacto produce picados y abrasiones que deterioran la superficie de las piezas, favoreciendo la aparición de grietas y por tanto el fallo a fatiga. Como valores orientativos, se utiliza  $c_f=0.7-0.8$  en general y  $c_f=0.95$  para ajustes muy precisos con muy poco desplazamiento relativo entre las partes en contacto.

#### *$c_k$ : coeficiente de choque*

La probeta rotatoria de Moore no está sometida a impactos durante los ensayos, sin embargo la pieza estudiada puede estarlo. Si bien el efecto de los impactos puede tenerse en cuenta mayorando la tensión con la que se entra en la curva  $\log \sigma_r - \log N$  de fatiga, en su lugar es más habitual utilizar un coeficiente de choque  $c_k$  que minorra el límite de fatiga. Como valores orientativos, se pueden tomar los siguientes:  $c_k=1$  para piezas sin impactos (la probeta no soporta impactos);  $c_k=1-0.3$  para piezas sometidas a impactos (cuanto más fuertes sean los impactos, menor es  $c_k$ ).

#### *$c_T$ : coeficiente de temperatura*

Los elementos de máquinas no suelen trabajar a temperaturas excesivamente elevadas, pero si se diera el caso habría que tener en cuenta que las propiedades del material cambian a altas temperaturas. En efecto, según se ilustra en la Figura 29 la tensión de rotura  $\sigma_u$  varía con la temperatura con lo que, según las relaciones de la Figura 26, también podría variar el límite de fatiga de la probeta  $\sigma_e'$  según la ecuación (1), y consecuentemente también lo hará el límite de fatiga de la pieza  $\sigma_e$ . Por tanto, el coeficiente de temperatura no es un coeficiente en sí: no existe un coeficiente  $c_T$  como tal, el efecto de la temperatura en fatiga se tiene en cuenta variando el valor de  $\sigma_u$ .



**Figura 29.** Variación de  $\sigma_{yp}$  y  $\sigma_u$  con la temperatura.

$c_w$ : coeficiente de soldadura

Las soldaduras son muy perjudiciales respecto al fallo por fatiga (véase por ejemplo la Figura 19) ya que son fuente de tensiones residuales, concentración de tensiones, grietas, poros, defectos superficiales o sub-superficiales, faltas de llenado, etcétera. A falta de datos más concretos, se recomiendan valores de  $c_w$  entre 0,5 y 0,85: el valor mínimo del rango corresponde a soldaduras de buena calidad pero sin ningún tratamiento posterior (por ejemplo aliviado de tensiones) y escasa inspección; el valor máximo se utiliza para soldaduras muy meticolosas, con enfriamiento lento, aliviado de tensiones, eliminado de material sobrante, inspección minuciosa, etcétera.

## 5. EFECTO DE LA CONCENTRACIÓN DE TENSIONES

Tras haber aplicado todos los coeficientes modificativos que correspondan, se obtiene la curva  $\log\sigma_r - \log N$  de fatiga de la pieza de la Figura 27, y se puede calcular su duración  $N$  entrando en la curva con la tensión  $\sigma_r$  del punto más solicitado de la pieza. Ahora bien, si ese punto se encuentra en una zona de concentración de tensiones, su efecto debe ser considerado bien mayorando la tensión  $\sigma_r$  o bien minorando la curva de fatiga de la Figura 27. Lo más habitual es minorar la curva de la forma que se muestra en la Figura 30a (para material dúctil) o Figura 30b (para material frágil). Evidentemente, al haber minorado la curva, en ella se entra siempre con la tensión  $\sigma_r$  nominal (no mayorada), es decir con la tensión calculada de las expresiones de Resistencia de Materiales.

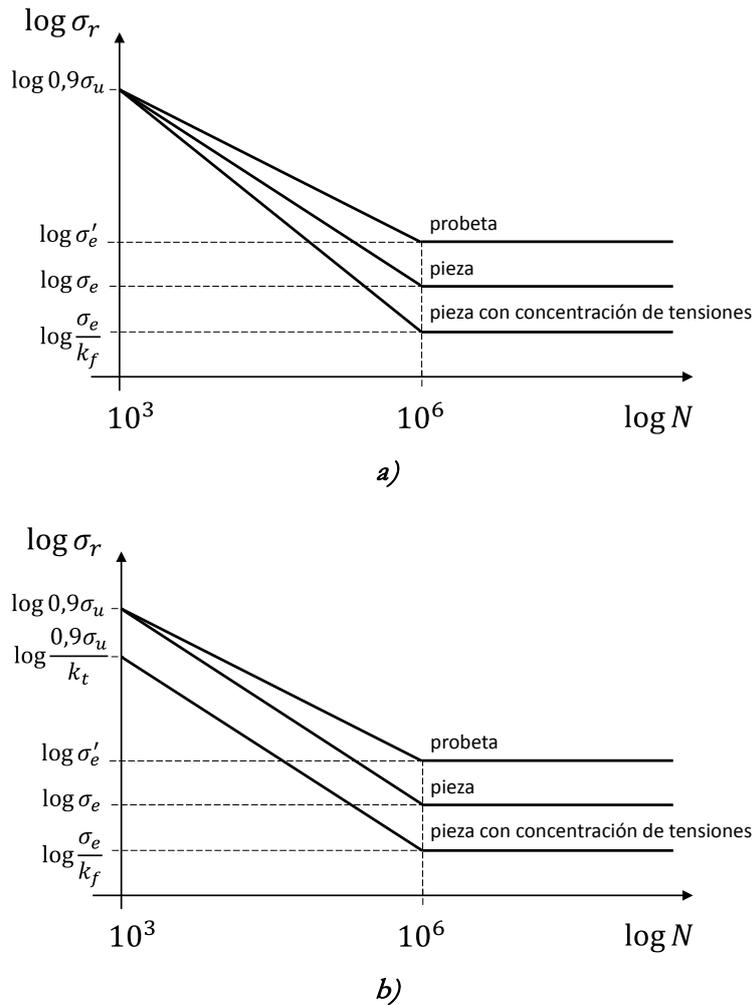


Figura 30. Gráfica  $\log \sigma_r - \log N$  (curva de Basquin), de la probeta y de la pieza con y sin concentración de tensiones: a) material dúctil; b) material frágil.

El parámetro  $k_f$  es el factor de concentración de tensiones para fatiga, y está relacionado directamente con el factor de concentración de tensiones para estática  $k_t$ :

$$k_f = 1 + q \cdot (k_t - 1) \tag{7}$$

Donde  $q$  es un parámetro denominado “sensibilidad a la entalla”, cuyo valor se obtiene de la Figura 31 a partir del valor de  $k_t$  y de la dureza del material. Se recuerda que para el acero la dureza Brinell BHN cumple la relación:

$$BHN(\text{en } kg/mm^2) = \frac{\sigma_u(\text{en } MPa)}{3.1} \tag{8}$$

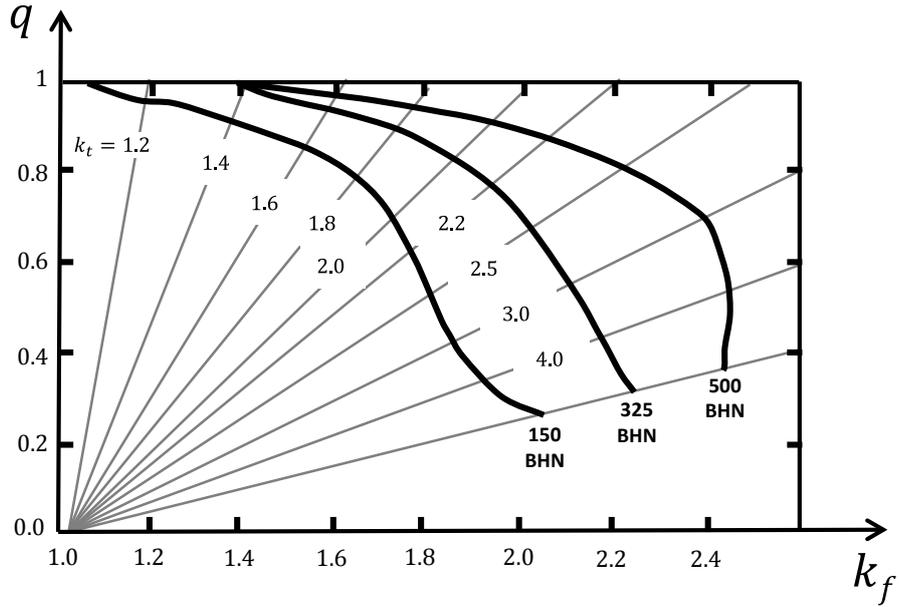


Figura 31. Sensibilidad a la entalla q.

En caso de que la pieza esté sometida a fuerza axial y momento flector, la tensión  $\sigma_r$  se deberá en parte a la fuerza axial ( $\sigma_{ra}$ ) y en parte al momento flector ( $\sigma_{rf}$ ), de manera que el valor de  $k_t$  se obtendrá a través de una especie de media ponderada entre la  $k_t$  de la fuerza axial ( $k_{ta}$ ) y la  $k_t$  del momento flector ( $k_{tf}$ ):

$$k_t = \frac{k_{tf} \cdot \sigma_{rf} + k_{ta} \cdot \sigma_{ra}}{\sigma_{rf} + \sigma_{ra}} \tag{9}$$

En definitiva, para obtener la duración N de una pieza sometida a un determinado valor de tensión alterna  $\sigma_r$ , basta con plantear una semejanza de triángulos en la Figura 30a (para material dúctil) o Figura 30b (para material frágil). Así, para un material dúctil:

$$\frac{\log(0.9\sigma_u) - \log(\sigma_e/k_f)}{\log 10^6 - \log 10^3} = \frac{\log \sigma_r - \log(\sigma_e/k_f)}{\log 10^6 - \log N} \tag{10}$$

O, lo que es lo mismo:

$$\frac{\log(0.9\sigma_u) - \log(\sigma_e/k_f)}{\log 10^6 - \log 10^3} = \frac{\log(0.9\sigma_u) - \log \sigma_r}{\log N - \log 10^3} \tag{11}$$

Y para un material frágil:

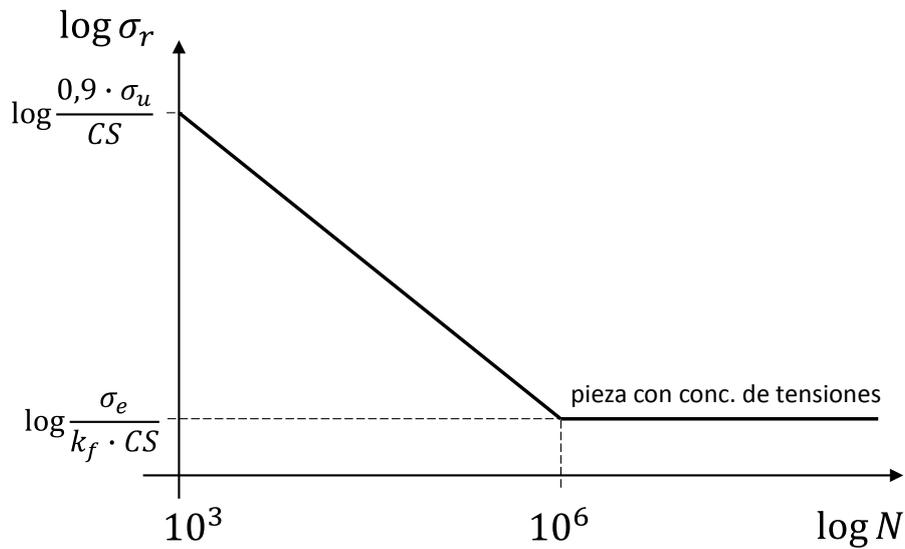
$$\frac{\log(0.9\sigma_u/k_t) - \log(\sigma_e/k_f)}{\log 10^6 - \log 10^3} = \frac{\log \sigma_r - \log(\sigma_e/k_f)}{\log 10^6 - \log N} \tag{12}$$

O, lo que es lo mismo:

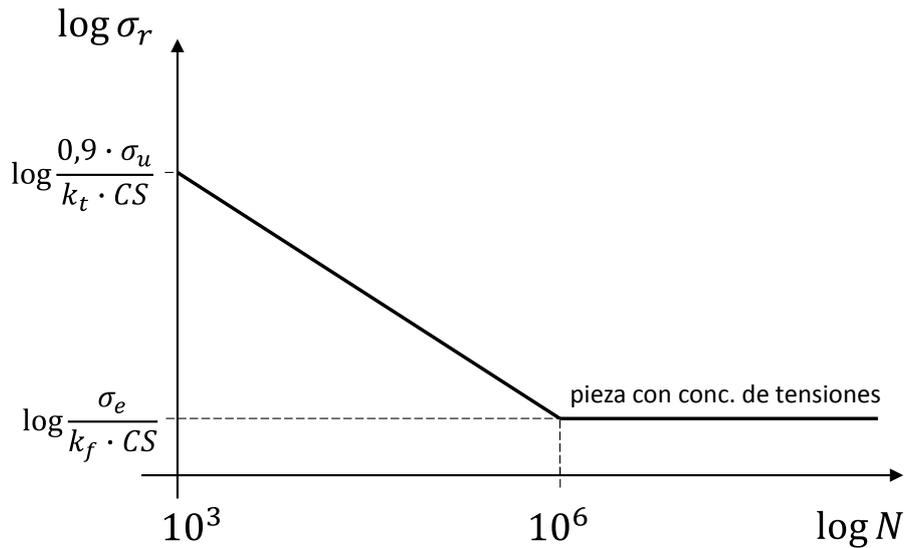
$$\frac{\log(0.9\sigma_u/k_t) - \log(\sigma_e/k_f)}{\log 10^6 - \log 10^3} = \frac{\log(0.9\sigma_u/k_t) - \log \sigma_r}{\log N - \log 10^3} \quad (13)$$

## 6. EFECTO DEL COEFICIENTE DE SEGURIDAD

El coeficiente de seguridad se tiene en cuenta minorando la curva por CS, de manera que la curva  $\log \sigma_r - \log N$  para una pieza con concentración de tensiones (en el punto más solicitado) y coeficiente de seguridad CS es el mostrado en la Figura 32.



a)



b)

Figura 32. Gráfica  $\log \sigma_r - \log N$  (curva de Basquin), de la pieza con concentración de tensiones y coeficiente de seguridad CS: a) material dúctil; b) material frágil.

Nuevamente, para calcular la duración  $N$  de una pieza con una tensión alterna  $\sigma_r$ , para un material dúctil:

$$\frac{\log(0.9\sigma_u/CS) - \log(\sigma_e/k_f/CS)}{\log 10^6 - \log 10^3} = \frac{\log \sigma_r - \log(\sigma_e/k_f/CS)}{\log 10^6 - \log N} \quad (14)$$

O, lo que es lo mismo:

$$\frac{\log(0.9\sigma_u/CS) - \log(\sigma_e/k_f/CS)}{\log 10^6 - \log 10^3} = \frac{\log(0.9\sigma_u/CS) - \log \sigma_r}{\log N - \log 10^3} \quad (15)$$

Y para un material frágil:

$$\frac{\log(0.9\sigma_u/k_t/CS) - \log(\sigma_e/k_f/CS)}{\log 10^6 - \log 10^3} = \frac{\log \sigma_r - \log(\sigma_e/k_f/CS)}{\log 10^6 - \log N} \quad (16)$$

O, lo que es lo mismo:

$$\frac{\log(0.9\sigma_u/k_t/CS) - \log(\sigma_e/k_f/CS)}{\log 10^6 - \log 10^3} = \frac{\log(0.9\sigma_u/k_t/CS) - \log \sigma_r}{\log N - \log 10^3} \quad (17)$$