

2

CONCENTRACION DE TENSIONES

DIAGRAMA TENSION-DEFORMACION

El ensayo de tracción es el ensayo fundamental a través del cual se caracteriza el comportamiento estático de un material. El resultado del ensayo se representa en un diagrama tensión-deformación $\sigma - \epsilon$. Para materiales dúctiles, el diagrama presenta la forma de la Figura 1a, mientras que para materiales frágiles se asemeja a la Figura 1b.

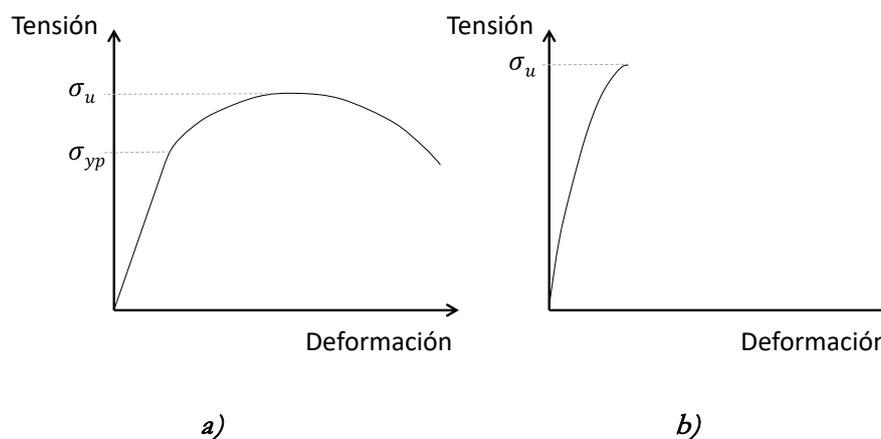


Figura 1. Diagrama tensión-deformación: a) material dúctil b) material frágil.

En materiales dúctiles, al llegar a un determinado nivel de tensión σ_{yp} , aparece una

deformación permanente (régimen plástico) considerable sin apenas aumentar el nivel de tensión. A esta tensión se le denomina tensión de fluencia. Si bien el material es capaz de seguir trabajando sin rotura hasta un nivel de tensión σ_u mayor, se considera que el material falla al llegar a σ_{yp} puesto que en ese valor se produce una deformación elevada y permanente que imposibilita que el material siga trabajando correctamente.

En materiales frágiles, el material no experimenta una elevada deformación al llegar a la tensión de fluencia. Así, el fallo se da cuando se alcanza la tensión de rotura σ_u , momento en el cual aparece una grieta microscópica que se propaga instantáneamente por toda la sección, partiendo la pieza en dos.

1. CONCENTRACIÓN DE TENSIONES

Cuando se tenga una pieza de geometría simple y bajo ciertas hipótesis simplificadoras, como el eje circular de la Figura 2, el estado tensional se puede calcular mediante las fórmulas de Resistencia de Materiales. A la tensión calculada de esta manera se la denomina tensión nominal.

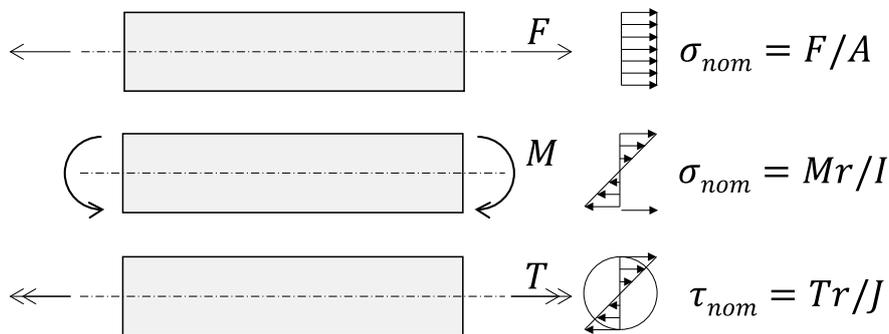


Figura 2. Distribución de tensiones nominal en una barra bajo carga axial, momento flector y momento torsor.

Sin embargo, la Resistencia de Materiales no es válida para determinar el estado tensional en determinadas zonas de una pieza, concretamente:

- Zonas de cambio repentino en la forma de la pieza.
- Puntos de apoyo y aplicación de cargas en la pieza.

En estas zonas se dan concentraciones de tensión, lo que altera la distribución de tensiones nominal de la sección resistente. Un concepto intuitivo que permite estimar de forma cualitativa este fenómeno es el de las líneas de transmisión de esfuerzos. Estas líneas representan a las líneas por las cuales se “transmite” la fuerza, de tal manera que existe

concentración de tensiones en aquellas zonas de la sección en las que su densidad y/o cambio de pendiente es mayor. Como ejemplo, la pieza de la Figura 3 presenta concentración de tensiones en la sección de cambio de diámetro del eje, en la zona cercana al radio de acuerdo.

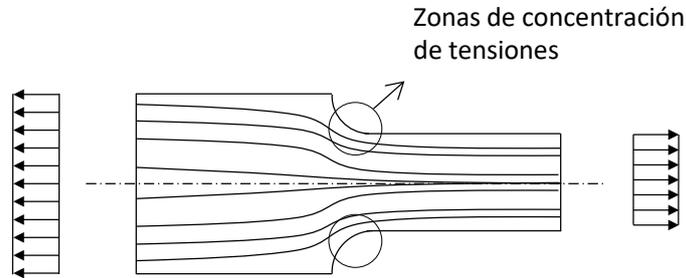


Figura 3. Líneas de transmisión de esfuerzos en una barra de sección variable bajo carga axial distribuida.

La Figura 4 muestra la distribución de tensiones en la sección crítica, que como se observa no se corresponde con la distribución de tensiones nominal definida por la Resistencia de Materiales: las zonas próximas a las muescas son zonas de concentración de tensiones al producirse un cambio repentino en la forma de la pieza, con lo cual la tensión será mayor que la nominal; en contraposición, la tensión será menor que la nominal lejos de las muescas, en la parte central de la sección, puesto que la tensión total en la sección se mantiene igual, únicamente se da una redistribución hacia la zona de concentración de tensiones.

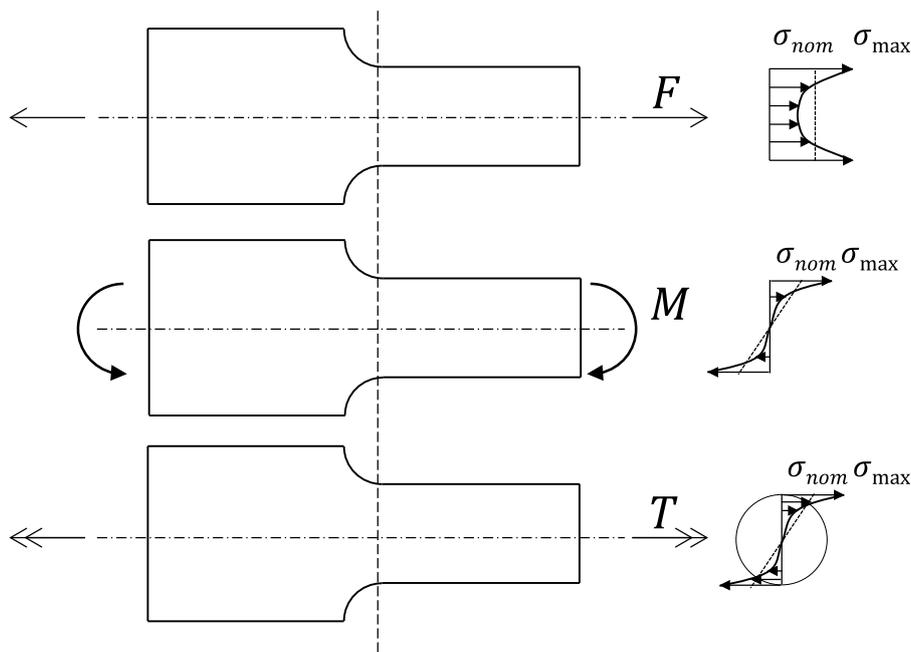


Figura 4. Distribución de tensiones en una barra bajo carga axial y momento flector.
Tensiones en el cambio de sección.

Tal y como se observa en la Figura 4, la tensión máxima σ_{max} se da justo en el borde de la muesca, allí donde se concentran más líneas de transmisión de esfuerzos, y su valor es K_t veces mayor que la tensión nominal σ_{nom} (lo mismo se aplica a las tensiones cortantes τ):

$$\sigma_{max} = K_t \cdot \sigma_{nom} \quad (1a)$$

$$\tau_{max} = K_t \cdot \tau_{nom} \quad (1b)$$

Al factor K_t se le denomina “factor de concentración de tensiones”, de valor evidentemente mayor que la unidad. Dicho valor se puede estimar de dos formas:

- a) Analíticamente: esto sólo es posible en ciertos casos con geometrías y cargas muy sencillas.
- b) Experimentalmente o mediante el Método de Elementos Finitos (MEF): se obtiene la tensión máxima de los ensayos o simulaciones por ordenador, y dividiendo por la tensión nominal calculada con las expresiones de Resistencia de Materiales, se calcula el valor de K_t .

Se han publicado gran cantidad de tablas con valores de K_t para geometrías y casos de carga típicos en ingeniería, obtenidas de cualquiera de las formas mencionadas. Por ejemplo, un eje de transmisión de potencia está sometido a torsión (al transmitir potencia) y a flexión (al estar sometido a fuerzas transversales), y es habitual que cuente con cambios de diámetro. Para conocer las tensiones normal y cortante máximas en estas secciones con concentración de tensiones, se emplean los valores de K_t obtenidos de la Figura 5a (para la tensión normal) y Figura 5b (para la tensión cortante), siendo:

$$\sigma_{max} = K_t \cdot \sigma_{nom} = K_t \cdot \frac{M \cdot r}{I} \quad (\text{con } K_t \text{ de la Figura 5a}) \quad (2a)$$

$$\tau_{max} = K_t \cdot \tau_{nom} = K_t \cdot \frac{T \cdot r}{J} \quad (\text{con } K_t \text{ de la Figura 5b}) \quad (2b)$$

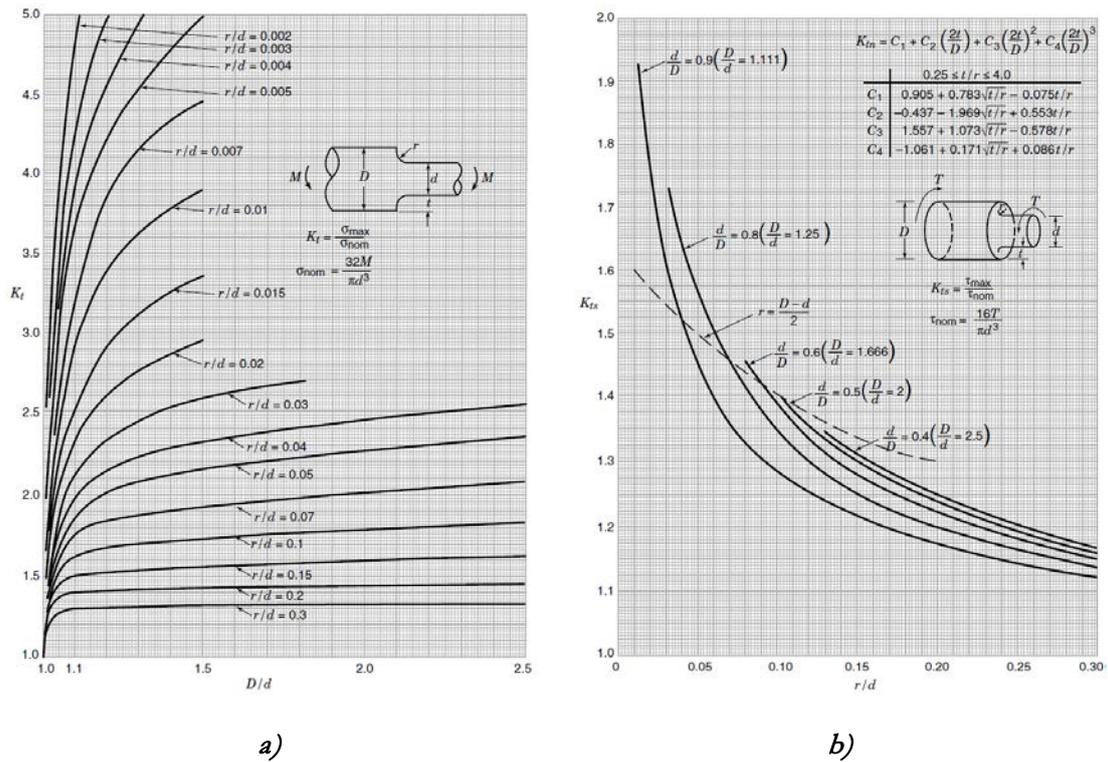


Figura 5. Valores de K_t para eje circular con cambio de diámetro: a) bajo momento flector
b) bajo momento torsor.

Según se ha mencionado, además de en las zonas de cambio repentino de la pieza, también se dan concentraciones de tensión en los apoyos y puntos de aplicación de cargas de las piezas, tal y como se ilustra en la Figura 6. Sin embargo, estas concentraciones no se suelen estudiar porque en realidad no existen. En efecto, normalmente una fuerza puntual (o un apoyo puntual) como la de la Figura 6 no es más que una idealización, una simplificación de la fuerza real que estará aplicada en una superficie mucho mayor y que por tanto no provocará una concentración de tensiones tan acentuada.

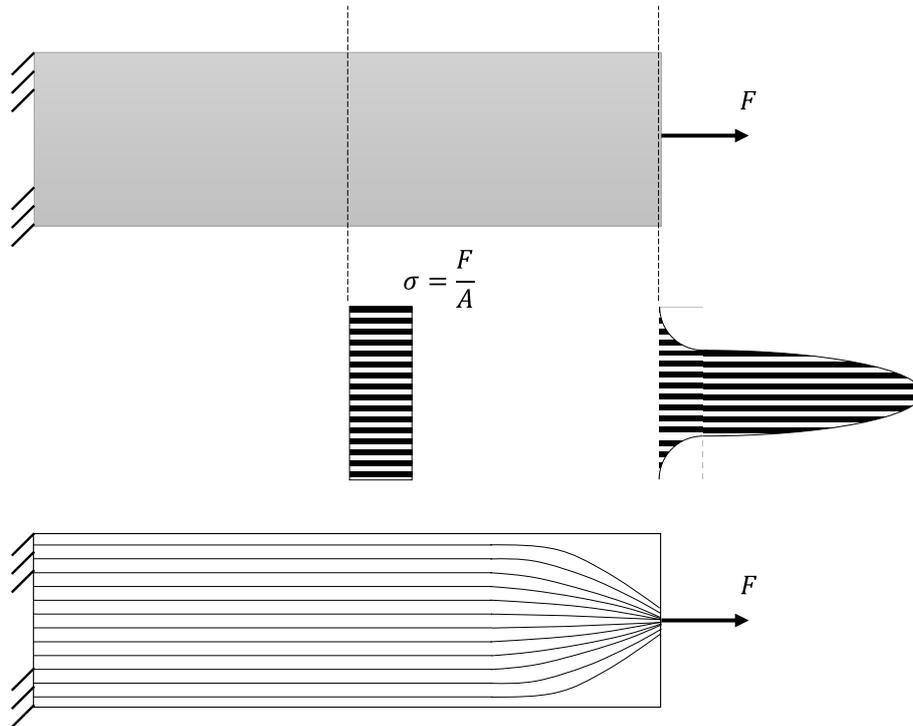


Figura 6. Valores de la tensión en dos secciones y líneas de transmisión de esfuerzos.

2. CONSIDERACIÓN DE LA CONCENTRACIÓN DE TENSIONES EN FUNCIÓN DEL MATERIAL DE LA PIEZA

El efecto de la concentración de tensiones no es igual de perjudicial en una pieza de material dúctil que una frágil. Para ilustrarlo, se va a analizar la pieza de la Figura 6. Se trata de una chapa rectangular de espesor uniforme $e = 1\text{ cm}$, sometida a una fuerza axial distribuida en sus extremos, y con una muesca que produce una zona de concentración de tensiones en su proximidad.

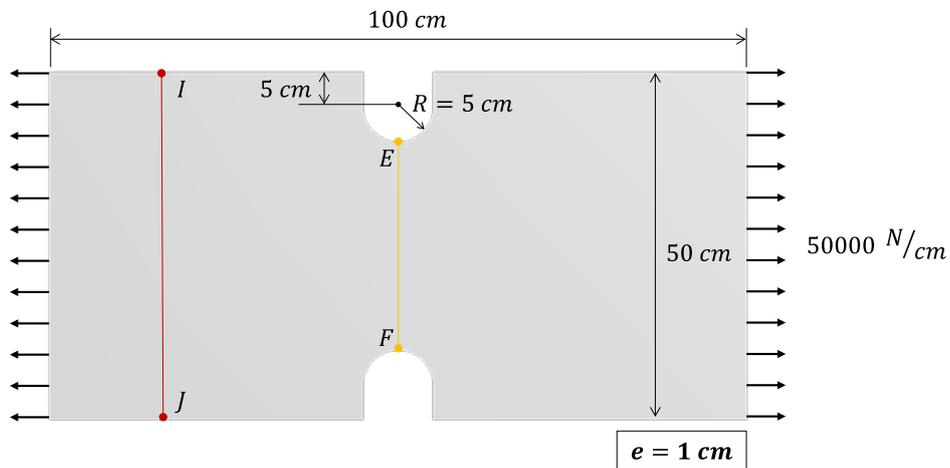


Figura 7. Barra bajo carga axial.

De acuerdo con la Resistencia de Materiales, la sección IJ tiene una distribución de tensiones nominal $\sigma_{nom} = F/A = 50000 \times 50 / (50 \times 1) = 500 \text{ MPa}$, de valor uniforme a lo largo de toda la sección, según se muestra en la Figura 2. En esta sección IJ no existe ningún cambio repentino en la forma de la pieza, luego no existe ninguna zona de concentración de tensiones y por tanto esa distribución es la que realmente existe en la pieza. Aplicando la misma expresión a la sección EF, la Resistencia de Materiales predice una distribución uniforme de valor $\sigma_{nom} = F/A = 50000 \times 50 / (30 \times 1) = 833 \text{ MPa}$, pero al existir una muesca que produce una concentración de tensiones en las cercanías de los puntos E y F, la distribución de tensiones real es distinta a la nominal. Así, la tensión máxima aparece en los puntos E y F, y para esta geometría y carga particular, resulta ser 2'4 veces mayor que la tensión nominal ($K_t = 2'4$), es decir $\sigma_{max} = K_t \cdot \sigma_{nom} = 2'4 \cdot 833 = 2000 \text{ MPa}$. Al ser esta tensión la más elevada de toda la pieza, el fallo de la misma dependerá de si el material es capaz o no de soportar ese valor de tensión. A continuación se estudia por tanto la consideración de la concentración de tensiones en función del material de la pieza:

- a) Material frágil: Supóngase que la pieza está fabricada con un material frágil con tensión de rotura $\sigma_u = 1450 \text{ MPa}$. Como la tensión máxima en la pieza es $\sigma_{max} = 2000 \text{ MPa} > \sigma_u = 1450 \text{ MPa}$, se producirá el fallo frágil. Tal y como se ha explicado al principio del Tema, dicho fallo se produce porque aparece una grieta en el punto que alcanza la tensión de rotura; dicha grieta se propaga de forma instantánea, causando la rotura de la pieza. Se trata por tanto de un fallo repentino y “sin previo aviso” (no se producen grandes deformaciones en la pieza previamente al fallo).
- b) Material dúctil: supóngase ahora que la pieza está fabricada con un material dúctil con tensión de fluencia $\sigma_{yp} = 1250 \text{ MPa}$. Con objeto de simplificar el análisis, se asumirá que el material es elastoplástico perfecto; es decir, cuando un punto de la pieza alcanza la tensión de fluencia el material no es capaz de absorber más tensión y fluye hasta una deformación plástica infinita.

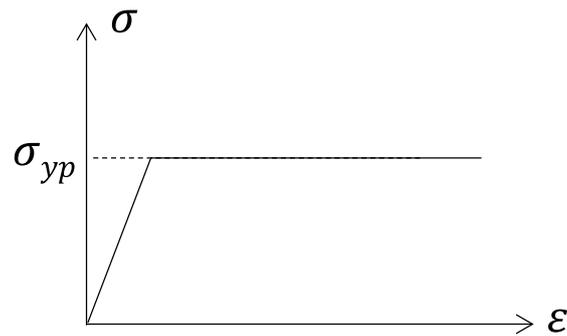


Figura 8. Diagrama tensión-deformación de un material dúctil elasto-plástico perfecto.

Como la tensión máxima en la pieza es $\sigma_{max} = 2000 \text{ MPa} > \sigma_{yp} = 1250 \text{ MPa}$, a priori se podría pensar que se producirá el fallo dúctil de la pieza. No obstante, según el diagrama de la Figura 8, cuando un punto de la pieza alcanza la tensión de fluencia, no es capaz de absorber más tensión, de manera que toda la tensión adicional la absorben los puntos de alrededor tal y como se muestra en la Figura 9. Así, se produce la plastificación de una pequeña zona de la sección EF en las proximidades de los puntos E y F (zona rayada en la sección de la Figura 9). Los puntos de esta zona plastificada tienden a fluir hasta una deformación infinita (ver Figura 8), pero esta zona sólo abarca una pequeña parte de la sección resistente EF de la pieza, con lo que la mayor parte de la sección sigue por debajo de la tensión de fluencia y por tanto en régimen elástico y con pequeñas deformaciones. Así, si se analiza la sección resistente EF en su conjunto, una pequeña parte tiende a la deformación plástica e infinita, pero el resto de la sección sólo presenta una deformación elástica y pequeña, “reteniendo” a las zonas plastificadas en su lugar. Dicho de otra forma, las deformaciones pequeñas y elásticas “se imponen” a las deformaciones infinitas y plásticas, asegurando de esta forma que la sección se deforme poco y elásticamente, evitando así el fallo de la sección y por consiguiente de la pieza. Evidentemente, esto sólo es válido en tanto en cuanto la zona plastificada sólo ocupe una pequeña fracción de la sección resistente: cuanto mayor sea la zona plastificada, mayor tenderá la pieza a deformarse mucho y de forma plástica.

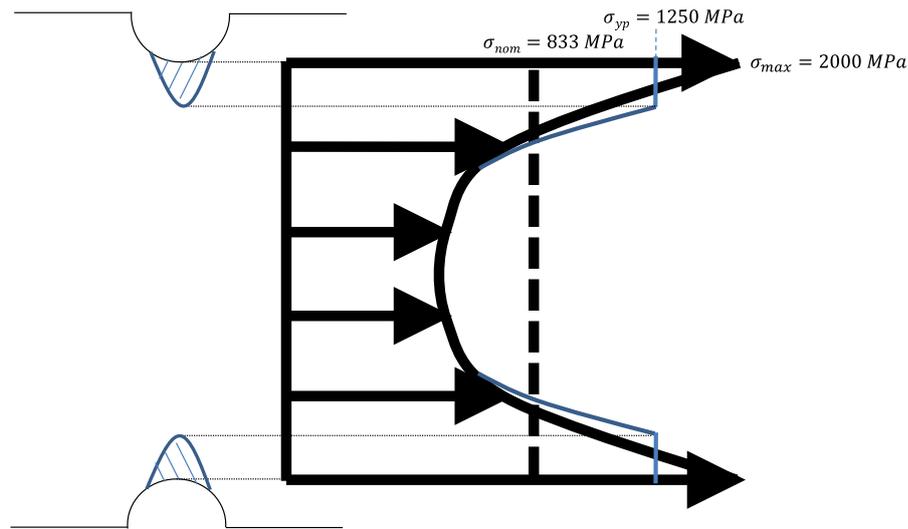


Figura 9. Distribución de tensiones en la sección central EF.

En un cálculo manual como el presentado, si bien se puede calcular la tensión máxima σ_{max} (siempre y cuando se conozca el valor de K_t para el caso estudiado), no se conoce la distribución de tensiones y por tanto es imposible saber si la zona plastificada va a ser lo suficientemente local (pequeña) para que el resto de la sección resistente garantice el no fallo de la pieza, o si por el contrario será tan grande como para provocar el fallo. Como cálculo aproximado, generalmente se acepta comparar la tensión nominal con la tensión de fluencia, de forma que si $\sigma_{nom} < \sigma_{yp}$ se asume que la zona plastificada va a ser muy local y la pieza no va a fallar. Según este criterio, en el ejemplo que se está estudiando, la pieza no fallaría al ser $\sigma_{nom} = 833 \text{ MPa} < \sigma_{yp} = 1250 \text{ MPa}$.

Si bien éste es un cálculo generalmente aceptado, no debe olvidarse de que se trata de un cálculo simplificado y, como tal, tiene sus limitaciones. En una pieza de poca responsabilidad, con deformaciones admisibles no muy exigentes, este cálculo puede ser considerado suficiente. Sin embargo, supóngase que la pieza de la Figura 7 es una pieza crítica de una estructura o máquina con deformaciones admisibles muy restrictivas. En este caso, será imprescindible recurrir a un método de análisis más avanzado, como por ejemplo el Método de Elementos Finitos, que proporcione información precisa sobre la distribución de tensiones en toda la pieza, y la deformación final de la misma (y su carácter elástico o plástico), tal y como se muestra en los resultados de la Figura 10. Esta información detallada permitirá conocer el comportamiento exacto de la pieza y en base a ello valorar su validez en función de los requisitos de diseño establecidos.

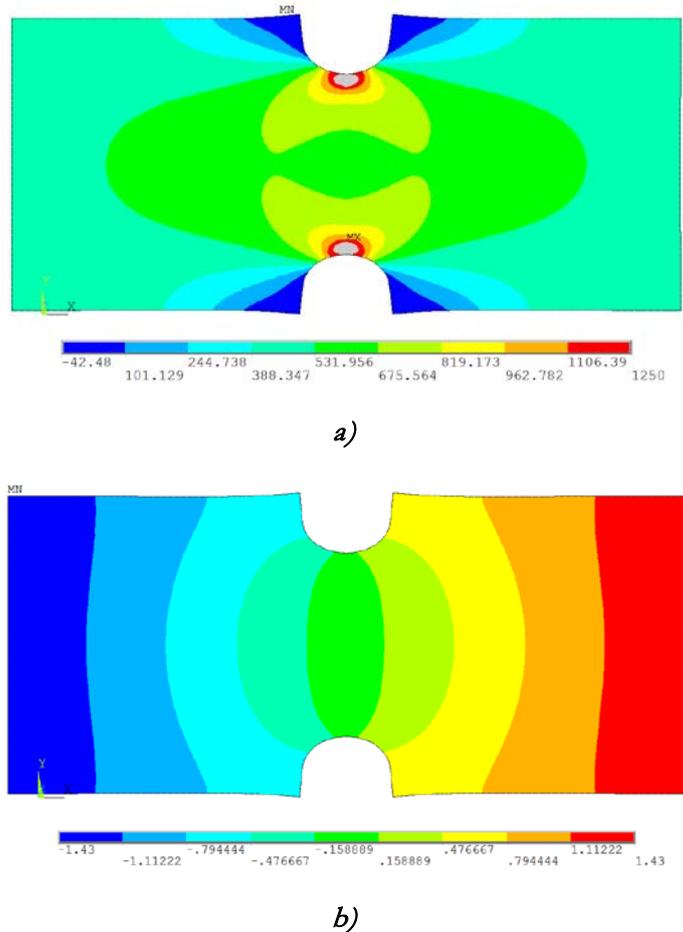


Figura 10. Resultados del análisis por Elementos Finitos de la pieza de la Figura 6: a) tensiones normales (MPa) b) desplazamientos en dirección X (mm).

Por último, el cálculo presentado (comparar σ_{nom} con σ_{yp} para determinar el fallo) tiene otra limitación más que evidente: sólo es aplicable a piezas y casos de carga sencillos en los que se cumplen las hipótesis simplificativas necesarias para poder utilizar las expresiones de Resistencia de Materiales para el cálculo de la tensión nominal σ_{nom} . Así, si la pieza de la Figura 7 no fuera esbelta o el caso de carga fuera más complejo, no se podría calcular la tensión nominal σ_{nom} para compararla con la tensión de fluencia σ_{yp} .

En resumen, los criterios de fallo para fallo dúctil y frágil son los siguientes:

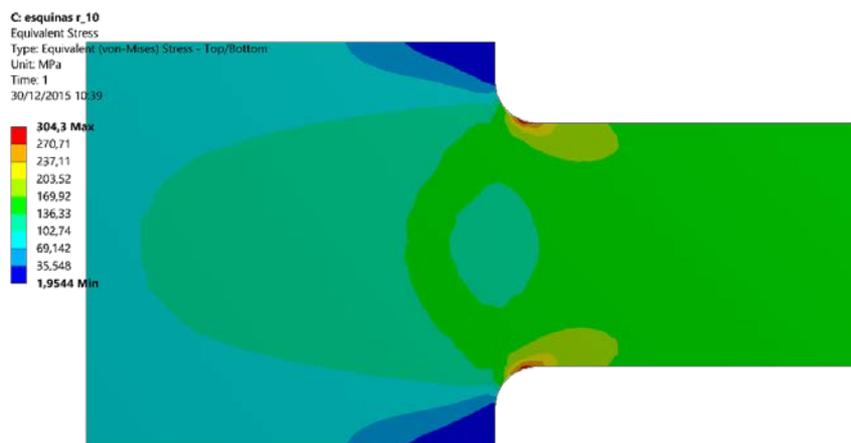
- No se dará el fallo frágil si $\sigma_{max} = K_t \cdot \sigma_{nom} < \sigma_u$. En el momento que la tensión máxima de la pieza alcanza el valor de σ_u , en ese punto aparece una grieta que se expande instantáneamente provocando la rotura de la pieza.
- No se dará el fallo dúctil si $\sigma_{nom} < \sigma_{yp}$, porque si se cumple esta condición se asume que sólo plastificará una fracción muy pequeña de la sección resistente

mientras que el resto de la sección se mantiene por debajo de fluencia (con comportamiento elástico), y en consecuencia la pieza se deformará de manera predominantemente elástica, es decir con pequeñas deformaciones no permanentes, totalmente admisibles (no fallo de la pieza). De no cumplirse la condición $\sigma_{nom} < \sigma_{yp}$, se asume que sucederá todo lo contrario: la zona plastificada será muy grande, con lo que la deformación de la pieza será elevada y predominantemente permanente y por tanto no admisible (fallo de la pieza).

3. TÉCNICAS PARA DISMINUIR LA CONCENTRACIÓN DE TENSIONES

Como se ha observado, las zonas de concentración de tensiones producen un aumento considerable de la tensión, con lo que la pieza es más susceptible de fallar. Por tanto, siempre que sea posible se debe tratar de reducir su efecto. Para ello, se pueden adoptar distintas técnicas:

- a) En zonas de cambio repentino en la forma de la pieza, se puede reducir la concentración de tensiones suavizando dicha transición. Por ejemplo, en la Figura 11 se consigue una disminución de la tensión máxima de 304,3 MPa a 265,53 MPa al aumentar el radio de acuerdo.



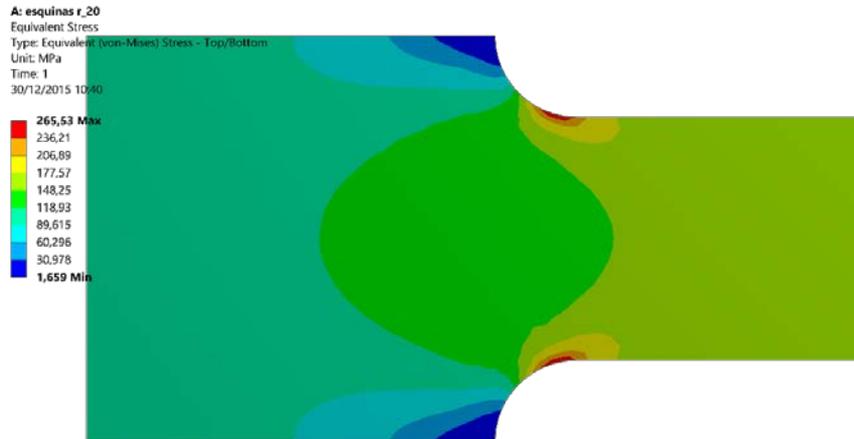
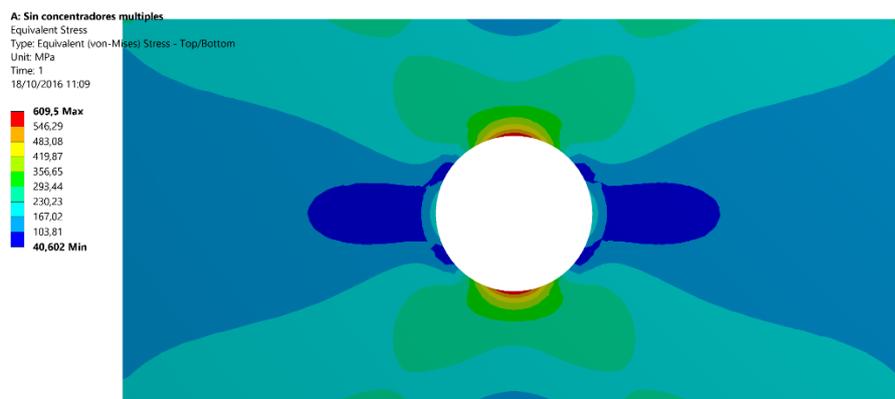


Figura 11. Disminución de la tensión máxima por variación de la geometría

b) En puntos de apoyo y aplicación de cargas de la pieza, se recomienda que estos sean lo menos puntuales posible. Una carga puntual supone una concentración de tensión infinita, ya que se está aplicando una fuerza F en un punto (área infinitesimal), de manera que $\sigma = F/A = \infty$.

c) Por último, existe una técnica que consiste en utilizar concentradores múltiples de tensión, cuya idea es “guiar” las líneas de transmisión de esfuerzo para evitar las zonas de concentración de tensiones. Por ejemplo, en la pieza del Figura 12, al introducir dos agujeros (concentradores de tensión) laterales se reduce la concentración de tensiones en el agujero del centro de la pieza disminuyendo de esta forma la tensión máxima. No obstante, esta técnica reduce la rigidez de la pieza al quitarle material, con lo que debe emplearse con sumo cuidado.



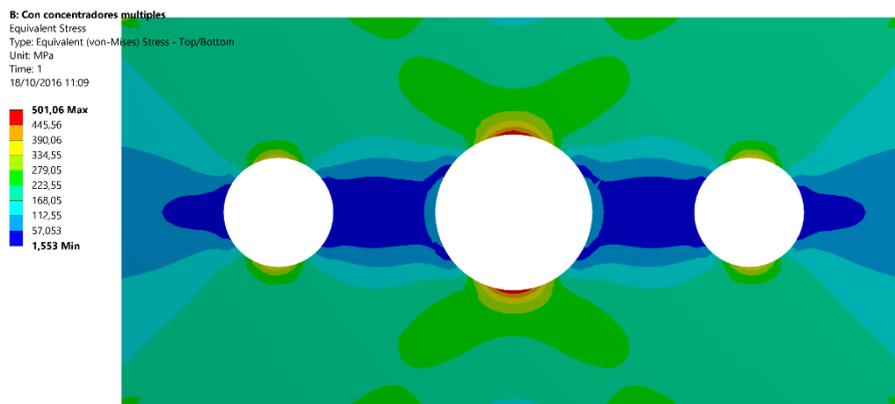


Figura 12. Disminución de la tensión máxima mediante concentradores múltiples.