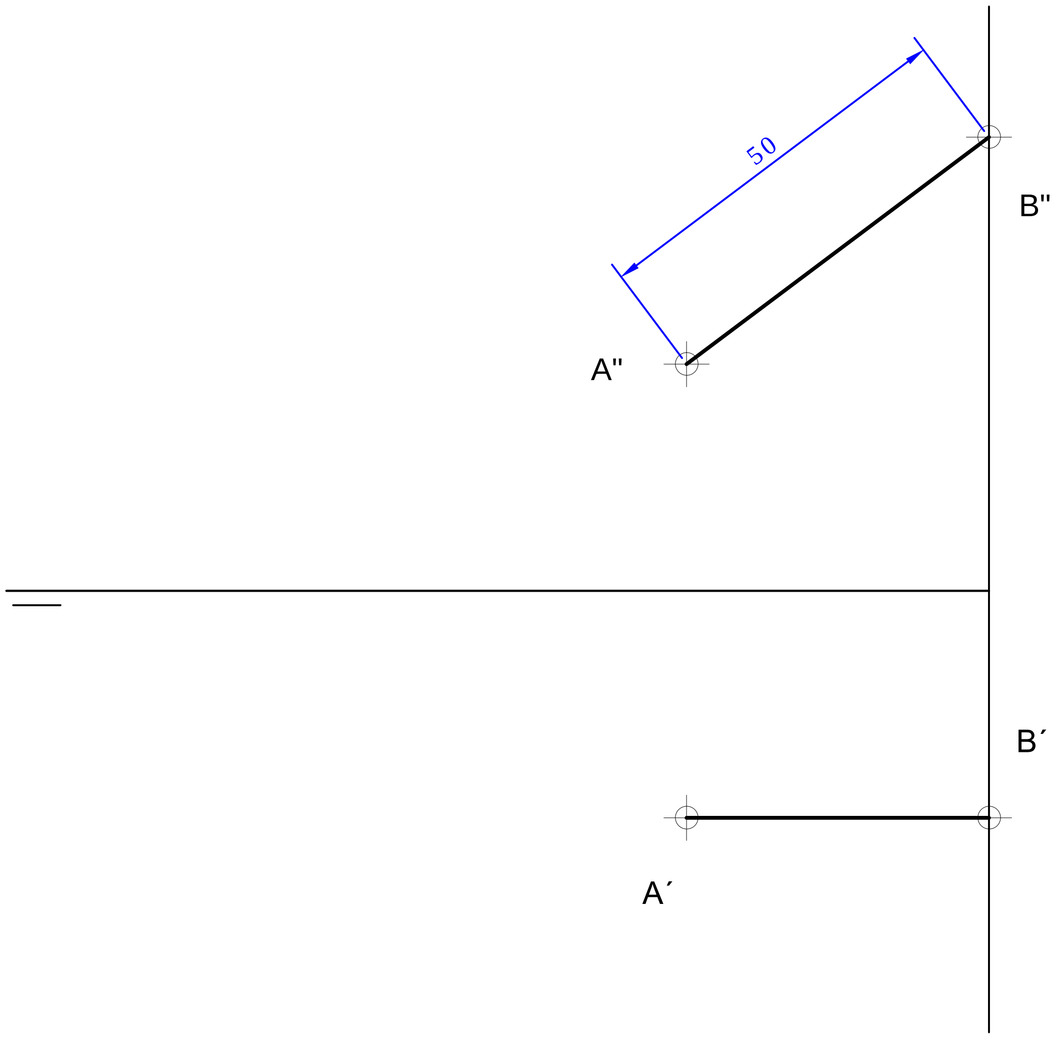
1 ARIKETA

Kalkulatu $A(4,3,3)$ *eta* $B(0,3,6)$ *puntuen arteko distantzia.*

Kalkula ezazu AB distantzia.

Zuzenkia PB-rekiko paraleloa denez, bere egiazko magnitudeak proiekzio bertikalarekin bat egiten du.



Elisabete Alberdi Celaya, Irantzu Álvarez González, Mª Isabel Eguia Ribero, Mª José García López eta Aitziber Unzueta Inchaurbe

1 ARIKETA

Kalkulatu $A(4,3,3)$ *eta* $B(0,3,6)$ *puntuen arteko distantzia.*

Ebazpena:

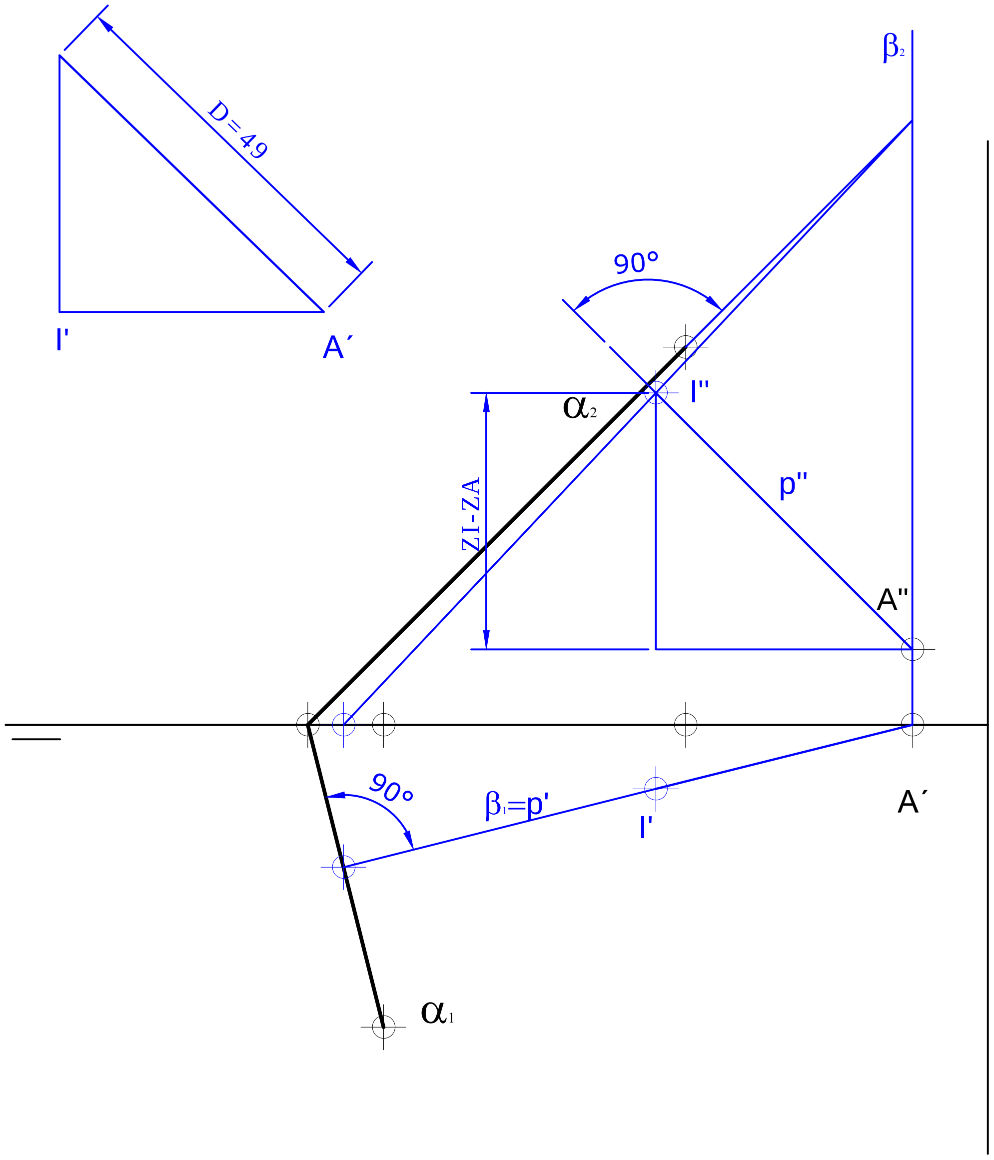
$A(4,3,3)$ *eta* $B(0,3,6)$ *puntuen arteko distantzia ondoko adierazpenaren bidez kalkula daiteke:*

$$d(A,B)=\sqrt{(4-0)^2+(3-3)^2+(3-6)^2}=\sqrt{25}=5$$

2 ARIKETA

Kalkulatu $A(1,0,1)$ *puntuaren eta* $\alpha : 4x + y + 4z = 36$ *planoaren arteko distantzia.*

Kalkula ezazu A puntuaren eta α planoaren arteko distantzia.



Elisabete Alberdi Celaya, Irantzu Álvarez González, Mª Isabel Eguia Ribero, Mª José García López eta Aitziber Unzueta Inchaurbe

2 ARIKETA

Kalkulatu $A(1,0,1)$ *puntuaren eta* $\alpha : 4x + y + 4z = 36$ *planoaren arteko distantzia.*

Ebazpena:

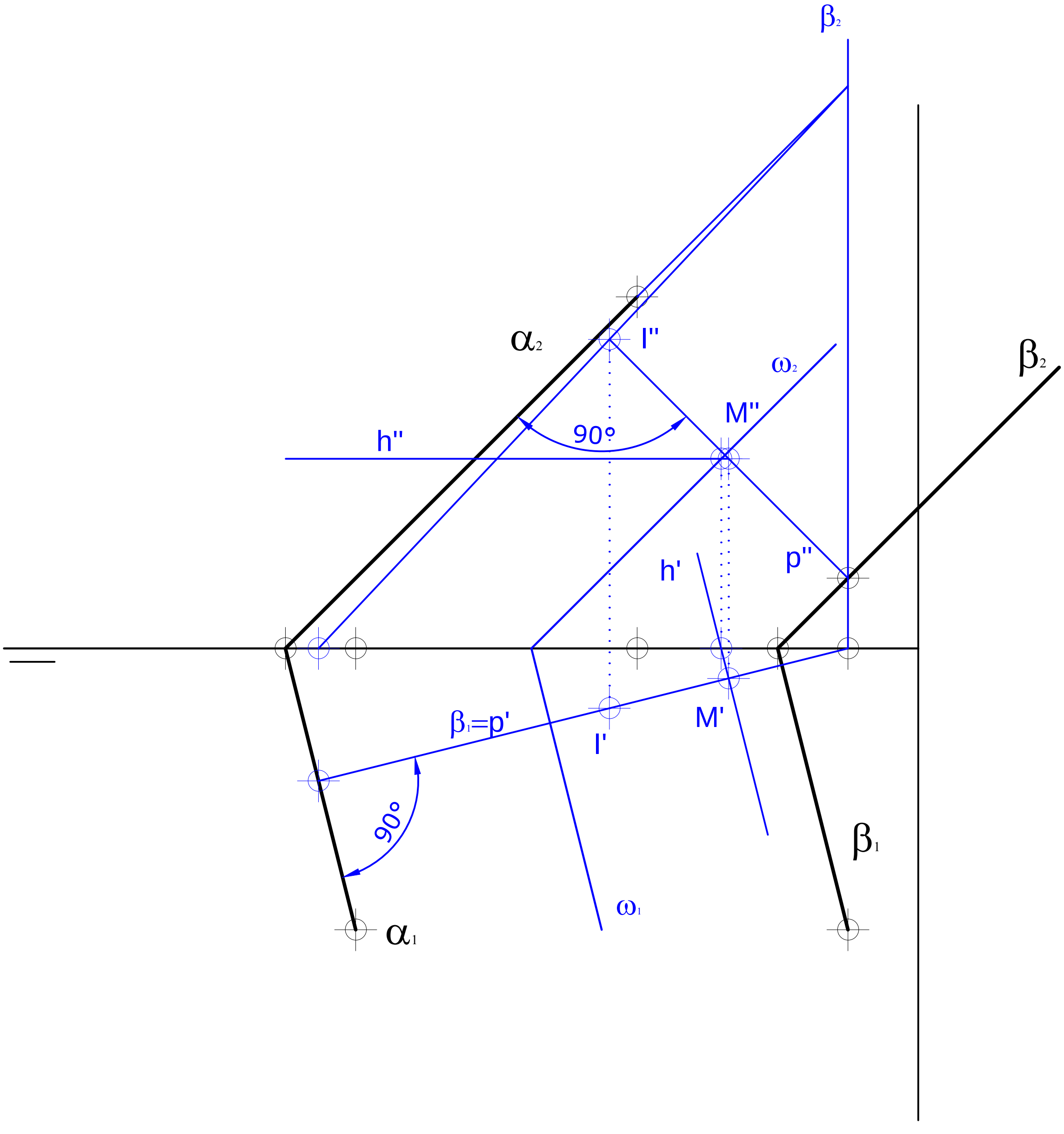
α planoaren bektore normala $\vec{n}_\alpha = (4,1,4)$ da. Puntu baten eta plano baten arteko distantziaren formula aplikatuz, ondokoa daukagu:

$$d(A,\alpha) = \frac{|4 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 4 \cdot 1 - 36|}{\sqrt{4^2 + 1^2 + 4^2}} = \frac{28}{\sqrt{33}}$$

3 ARIKETA

Kalkulatu $\alpha : 4x + y + 4z = 36$ *eta* $\beta : 4x + y + 4z = 8$ *planoen erdibitzailea.*

Marraz ezazu α eta β planoen arteko erdibitzailea.



Elisabete Alberdi Celaya, Irantzu Álvarez González, Mª Isabel Eguia Ribero, Mª José García López eta Aitziber Unzueta Inchaurbe

3 ARIKETA

Kalkulatu $\alpha: 4x+y+4z=36$ *eta* $\beta: 4x+y+4z=8$ *planoen erdibitzailea.*

<u>*Ebazpena:*</u>

α eta β planoak paraleloak dira, bien bektore normala $(4,1,4)$ da. Beraz, posiblea da bien plano erdibitzailea kalkulatzea. α eta β planoen erdibitzailea kalkulatzeko pausoak hauek dira:

- Planoetako edozein puntu kontsideratu behar da. Adibidez, β planoko $P_\beta=(0,8,0)$ puntua kontsideratuko dugu eta plano biekiko elkarzuta den r zuzena kalkulatuko dugu.

r zuzena α eta β planoekiko elkarzuta izateko, bere norabide bektorea α eta β planoen bektore normala izan behar da. Beraz, r zuzenaren ekuazio parametrikoak hauek dira:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow r: \begin{cases} x=4\lambda \\ y=8+\lambda \\ z=4\lambda \end{cases}$$

- r zuzenaren eta α planoaren arteko ebaki-puntua kalkulatuko dugu:

$$4(4\lambda)+(8+\lambda)+4(4\lambda)=36 \Rightarrow \lambda=\frac{28}{33}$$

Beraz, beraien ebaki-puntua $P_\alpha=\left(\frac{112}{33},\frac{292}{33},\frac{112}{33}\right)$ da.

- P_β eta P_α-ren erdiko puntua kalkulatu:

$$P_\gamma=\frac{P_\beta+P_\alpha}{2}=\left(\frac{56}{33},\frac{273}{33},\frac{56}{33}\right)$$

- P_γ puntua plano erdibitzailean egotea eskatuko dugu:

$$4\left(x-\frac{56}{33}\right)+\left(y-\frac{273}{33}\right)+4\left(z-\frac{56}{33}\right)=0$$

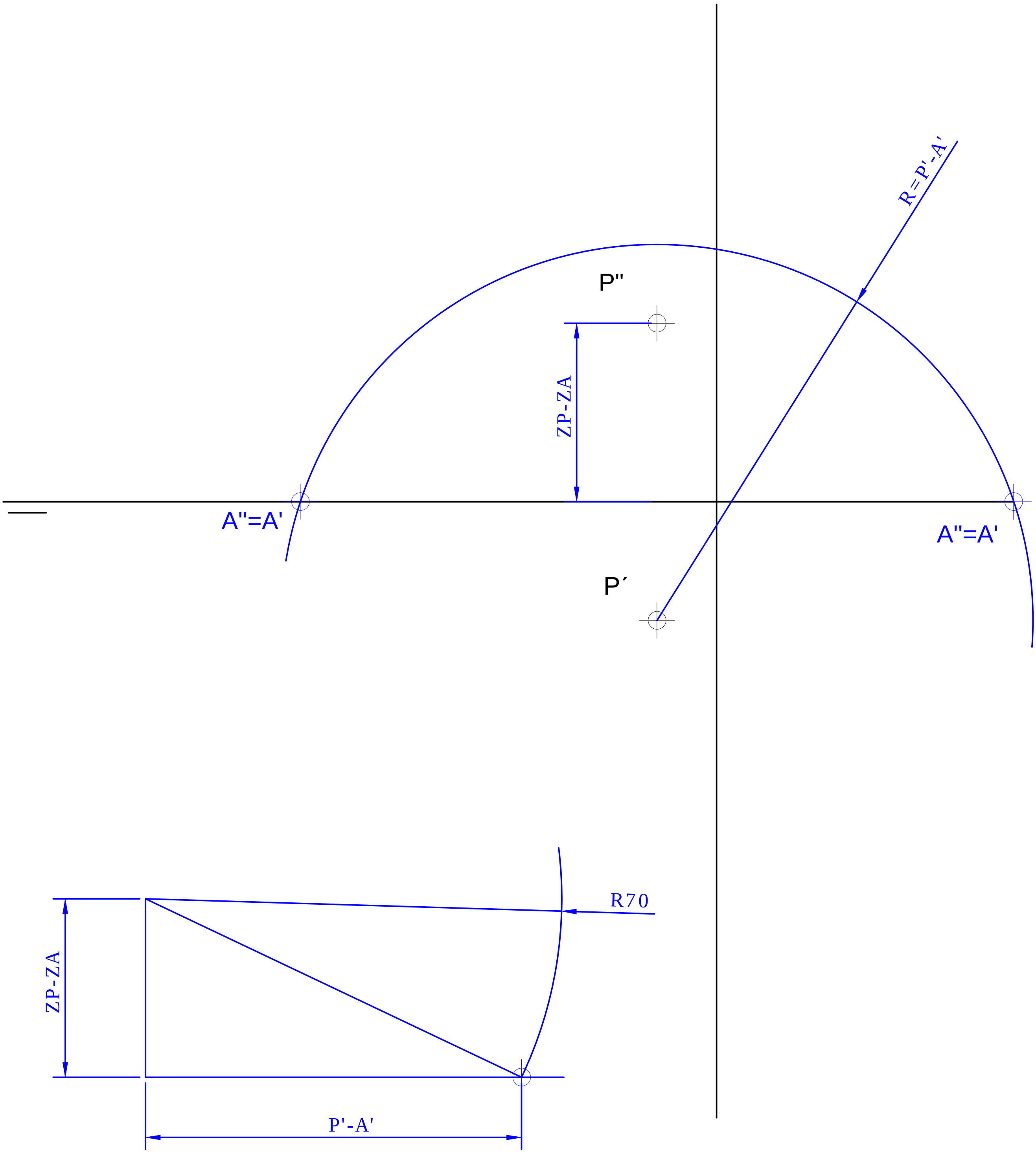
α eta β planoen erdibitzailea honakoa da:

$$4x+y+4z-22=0$$

4 ARIKETA

$P(1,2,3)$ *puntutik abszisen ardatzean kokatuta dagoen* A *puntura dagoen distantzia 7 da. Kalkulatu* A *puntuaren koordenatuak.*

Aurki itzazu A puntuaren koordenatuak jakinik Lur Lerroan dagoela eta P puntuarekiko distantzia 70 mm dela. H



Elisabete Alberdi Celaya, Irantzu Álvarez González, Mª Isabel Eguia Ribero, Mª José García López eta Aitziber Unzueta Inchaurbe

4 ARIKETA

$P(1,2,3)$ puntutik abszisen ardatzean kokatuta dagoen A puntura dagoen distantzia 7 da. Kalkulatu A puntuaren koordenatuak.

<u>Ebazpena:</u>

A puntua abszisen ardatzean kokatuta badago, bere y eta z osagaiak 0 dira. Beraz, $A=(x,0,0)$.

Gainera, $d(P,A)=\left|\overrightarrow{PA}\right|$ = 7 da. Beraz,

$$\sqrt{(x-1)^2+(0-2)^2+(0-3)^2}=7 \Rightarrow (x-1)^2+4+9=49 \Rightarrow$$

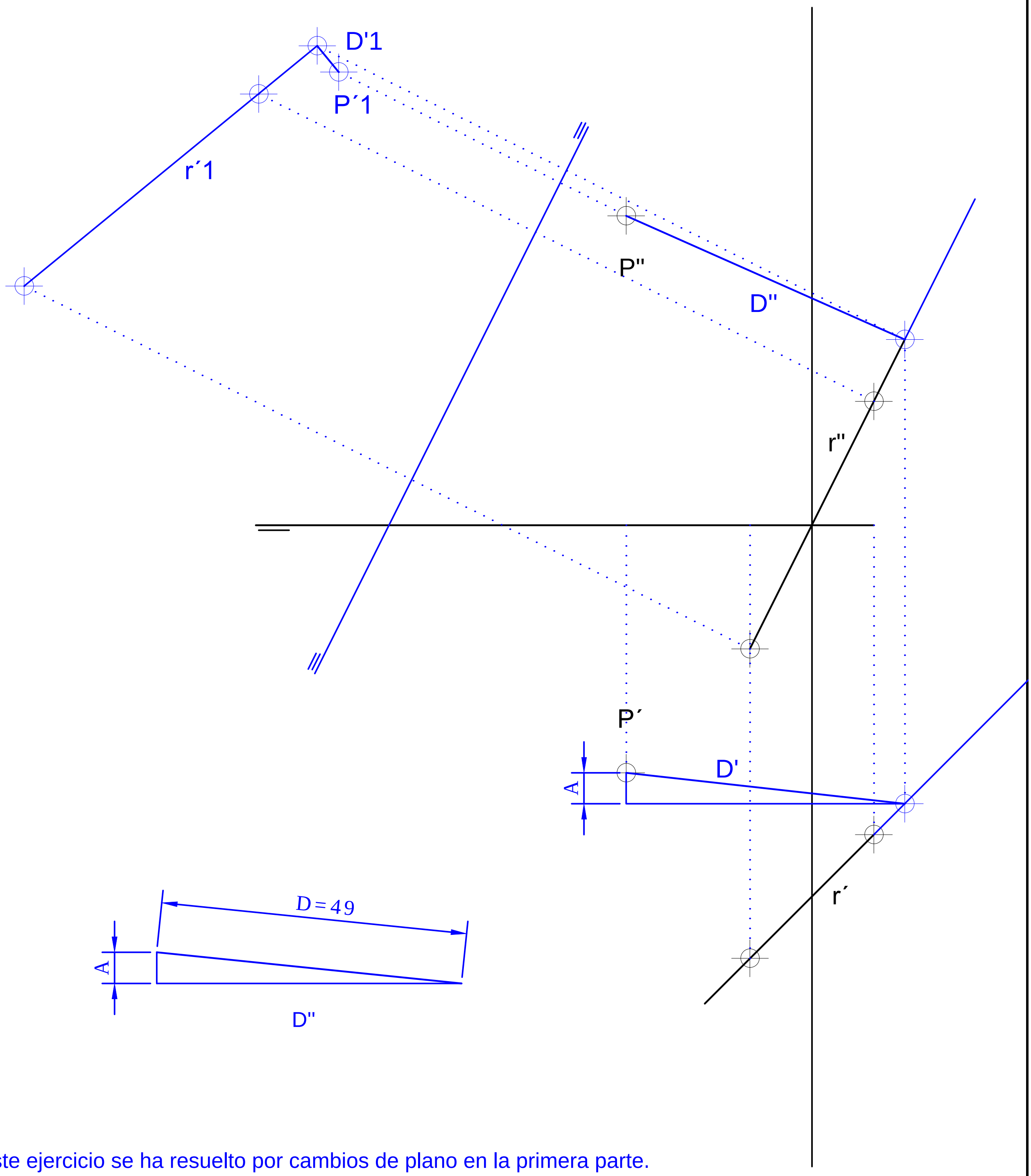
$$(x-1)^2=36 \Rightarrow x-1=\pm 6 \Rightarrow \begin{cases} x-1=6 \Rightarrow x=7 \\ x-1=-6 \Rightarrow x=-5 \end{cases}$$

Era honetan, eskatutako baldintzak betetzen dituzten bi puntu lortzen dira: $A_1=(7,0,0)$ eta $A_2=(-5,0,0)$.

5 ARIKETA

Kalkulatu $P(3,4,5)$ *puntutik* $r: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+5}{-1}$ *zuzenera dagoen distantzia.*

Aurki ezazu P puntuaren eta r zuzenaren arteko distantzia.



Este ejercicio se ha resuelto por cambios de plano en la primera parte.

La distancia se ha calculado después por el triángulo de alejamientos.

Elisabete Alberdi Celaya, Irantzu Álvarez González, Mª Isabel Eguia Ribero, Mª José García López eta Aitziber Unzueta Inchaurbe

5 ARIKETA

Kalkulatu $P(3,4,5)$ *puntutik* $r: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+5}{-1}$ *zuzenera dagoen distantzia.*

Ebazpena:

Puntu baten eta zuzen baten arteko distantzia ondoko formula aplikatuz kalkulatzen da:

$$d(P,r) = \frac{\left|\overrightarrow{AP} \wedge \vec{v}_r\right|}{\left|\vec{v}_r\right|}$$

$\vec{v}_r = (1,2,-1)$ r zuzenaren norabide bektorea eta $A = (-1,-2,-5)$ zuzeneko puntu bat izanik.

$$\overrightarrow{AP} = P - A = (4,6,10) \Rightarrow \overrightarrow{AP} \wedge \vec{v}_r = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4 & 6 & 10 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -26\vec{i} + 14\vec{j} + 2\vec{k}$$

Beraz, $d(P,r) = \frac{\left|\overrightarrow{AP} \wedge \vec{v}_r\right|}{\left|\vec{v}_r\right|} = \frac{\sqrt{26^2 + 14^2 + 2^2}}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-1)^2}} = \sqrt{146}$.