

eman ta zabal zazu



Universidad del País Vasco
Euskal Herriko Unibertsitatea
The University of the Basque Country

TÉCNICAS DE MEDICIÓN, CONTROL Y COBERTURA DE LOS RIESGOS DE MERCADOS FINANCIEROS

OCW 2016

TEMA

5

ANÁLISIS DE LA GESTIÓN PASIVA DE CARTERAS

Autores:

Amaia J. Betzuen Álvarez (Coord.)

Amancio Betzuen Zalbidegoitia

Índice

1. INTRODUCCIÓN	3
2. ALGUNOS TIPOS DE ESTRATEGIAS	3
2.1. Indexación de carteras	4
2.1.1. <i>Metodología de la indexación</i>	5
2.1.2. <i>Enfoque de la muestra estratificada</i>	6
2.1.3. <i>Enfoque de la optimización</i>	7
2.1.4. <i>Enfoque de la minimización de la varianza</i>	8
2.1.5. <i>Problemas al diseñar una cartera indexada</i>	9
2.2. La estrategia de comprar y mantener.....	9
2.3. La inmunización.....	10
2.3.1. <i>Riesgo de inmunización</i>	18
2.3.2. <i>Rendimiento y duración de una cartera</i>	21
2.3.3. <i>La inmunización para varios pagos futuros</i>	25
2.3.4. <i>Ventajas y limitaciones de la inmunización</i>	32
3. LA INMUNIZACIÓN CONTINGENTE	32
3.1. Introducción	32
3.2. Características de la estrategia	33
3.3. Representación gráfica	34
3.4. Gestión combinada activa y pasiva	36

1. INTRODUCCIÓN



En este tema se abordan algunas de las estrategias de gestión de carteras de renta fija cuando se encuentra expuesto al riesgo de cambios en el tipo de interés del mercado, que es cuando surgen los riesgos para las gestoras ya que implican variaciones en los precios de los títulos de renta fija.

Podemos afirmar que básicamente existen dos formas de gestionar la cartera:

- La gestión Pasiva
- La gestión Activa

La gestión pasiva de carteras de renta fija consiste en procurar obtener el máximo de rendimiento de la cartera, ajustando el riesgo a las condiciones establecidas por el gestor, pero en cualquier caso dentro de unos márgenes de riesgo razonables.

La gestión pasiva se aplica cuando se asume que el mercado es eficiente. Esto significa que se asume que los precios de los títulos reflejan correctamente la información que se hace pública. Por ello los gestores no invierten su tiempo en predecir los tipos de interés futuros. No prestan especial atención en averiguar si hay títulos infravalorados, entienden que no será el caso habitual, ni tampoco a considerar los plazos del mercado, comprando títulos a largo plazo cuando se espera una caída de tipos de interés o comprando a corto plazo cuando se espera una subida, porque estiman que no mejora el rendimiento que supere el promedio de las carteras del mercado.

Normalmente eligen bien un conjunto de títulos bien diversificados que cumplan con las especificaciones de riesgo que se ajusten al cliente. En consecuencia mantendrán en su poder los títulos durante un tiempo bastante grande con el objeto de minimizar sus costes de transacción.

No obstante lo anterior, hay estudios en el mercado americano ⁽¹⁾ que se acercan a la denominada eficiencia intermedia, pero existen algunos inversores que detectan con gran exactitud los tipos de interés futuros. Lo cual indica que coexisten en ciertos casos, la gestión activa y la pasiva. La gestión pasiva más que buscar la maximización del rendimiento se supedita a satisfacer objetos de inversión alternativos.

2. ALGUNOS TIPOS DE ESTRATEGIAS

De entre los diferentes tipos de estrategias que utilizan las gestoras, seleccionamos las, a nuestro juicio, más representativas del mercado.

- La indexación

¹ Sharpe, w. Alexander, G. y Bailey, J. "Investment" Prentice-Hall. Englewood Cliffs (NJ), 1995. pp. 463-465.

Consiste en replicar un índice del mercado de títulos que actúa como referencia.

- La estrategia de comprar y mantener hasta su vencimiento

Consiste en comprar los activos y mantenerlos hasta su vencimiento. Evidentemente evitando el riesgo de insolvencia y procurando que el tanto de rendimiento sea lo más alto posible.

- La inmunización ²

Se trata de garantizar un rendimiento a lo largo de un horizonte temporal definido. De alguna manera se trata de aislar la operación del comportamiento de los tipos de interés durante el periodo de la inversión. Una variante de esta es la inmunización contingente que es una forma híbrida de gestión activa y pasiva

- La correspondencia entre flujos de capitales

Se trata de diseñar una cartera para financiar una serie de pagos a través del rendimiento y del valor de los títulos que la componen.

2.1 Indexación de carteras

Se trata de una estrategia pasiva de manera que su rendimiento total conseguido a lo largo del horizonte de inversión replique al de un índice formado única y exclusivamente por activos financieros de renta fija.

En esta estrategia juega un importante papel la eficiencia del mercado. Los seguidores de esta estrategia consideran que es prácticamente imposible mejorar el resultado del mercado por el hecho de ser eficiente y asumen que ningún otro gestor dispone de mejor información al respecto. Para ellos la mejor rentabilidad se obtiene replicando el índice del mercado.

En nuestro país los índices de referencia más habituales son:

- El índice elaborado por el Banco España.
- Los índices AFI elaborados por los Analistas Financieros Internacionales.

Se trata de diseñar una cartera de renta fija para que replique exactamente un índice. Así que, los gestores pueden evaluar su propia gestión mediante los índices de referencia. Lo que se

² Inmunization. Este concepto fue introducido por Fisher y Weil en 1971.

hace es comparar sus resultados y su rentabilidad total en cada periodo, con los del índice. Este índice deberá tener una composición y duración igual a la duración objetivo de la cartera.

Fortalezas y debilidades de la indexación

Fortalezas

- a) Los costes de gestión en las carteras indizadas son menores que en las que se gestionan de forma activa.
- b) Va más en consonancia con una gestión conservadora
- c) Con la indización se puede lograr reducir las pérdidas que podría obtener una cartera, aunque difícilmente se podrían alcanzar los resultados del índice, por la sencilla razón que es prácticamente imposible replicar exactamente el índice y además sería costosa.

Debilidades

- a) La evidencia muestra que aunque las gestoras pretendan casar las duraciones del índice y de la cartera, al darle importancia a la aversión al riesgo. Esto en la práctica no se consigue, por ejemplo, la réplica no es inmediata y a veces se dan casos de amortización anticipada.
- b) Cuando un gestor selecciona un índice está restringiendo su campo de gestión y podría perder oportunidades de inversión.
- c) La evidencia muestra que las rentabilidades que se obtienen con este tipo de cartera son inferiores a las que proporciona el índice al que replica. Máxime, además, si se incorporan los costes de transacción.

En EE.UU. , por tomar una referencia significativa, los costes de gestión de carteras activas oscilan entre 15 y 50 puntos básicos mientras que las indizadas oscilan entre 1 y 20 puntos básicos. También son inferiores los costes de transacción y custodia.

2.1.1. Metodología de la indexación

El objetivo perseguido por estos gestores es la construcción de una cartera indexada de forma y manera que elimine o aminore el riesgo diversificable.

Estrictamente una indización total consiste en tomar todos los títulos incluidos en el índice con la misma ponderación. Esto en la realidad es muy costoso y en la práctica imposible. Por ello lo que se hace es tomar una muestra. De esta manera se reducen los costes de transacción, pero aumenta el error de seguimiento³ ya que no se trataría de una réplica exacta.

Ni que decir tiene que calcular el error de seguimiento es harto difícil, por no decir imposible, aunque sí se puede deducir algunas de sus causas.

³ Se conoce como error de seguimiento a la discrepancia que existe entre la cartera indexada y el índice a replicar.

Además de por la diferencia que existe entre la composición de la cartera respecto al del índice de referencia está diferencia que se va a dar entre los precios utilizados por los diseñadores del índice y los precios realmente pagados por el gestor de la cartera indexada. Esto es debido al desfase entre los momentos de la compra de uno y otro y por la diferencia de costes de transacción.

Los expertos señalan que una cartera de ciertas dimensiones deberá contener entre 20 y 25 títulos, para garantizar un buen seguimiento. Ahora bien un buen seguimiento implica reequilibrar periódicamente la cartera, como puede ser cada mes y esto es costoso.

Por otro lado no se suelen encontrar mercados tan líquidos como para casar los vencimientos de cupones, reembolsos, etc., en las fechas adecuadas para reequilibrar la cartera.

Además no es conveniente comprar y vender continuamente. La compra y venta por lotes, por ejemplo, 100.000 €, abarata los costes.

Hoy en día es impensable diseñar una cartera indizada a mano. Esto significa que habrá que contar con algún modelo de tipo cuantitativo que sea capaz de realizar una muestra estratificada que corresponda al índice. Pero para elegir la adecuada se tendría que aplicar algún algoritmo de optimización, que bien maximice los rendimientos, minimice la varianza (riesgos), etc.

2.1.2. Enfoque de la muestra estratificada

Básicamente una muestra estratificada ⁽⁴⁾ consiste en dividir el índice en “celdas” por así decirlo. Este enfoque facilita la interpretación pero no es fácil de ejecutarlo en la práctica. Por ejemplo, supongamos que segmentamos un mercado en estratos, atendiendo a ciertas características como pueden ser: la duración, el principal, el cupón, el plazo hasta el vencimiento, la calificación del riesgo de insolvencia, etc.

Supongamos que una de estas características corresponde al plazo y al emisor. Construimos una tabla correspondiente a los plazos y podría adoptar una forma como la siguiente:

Tabla 1

Vencimiento	Tesoro	Préstamos	RF estatal	RF privada	Eurobonos
< 1 año	10,50				
1-3 años					10,70
3-5 años			6,40		
5-10 años		8,70			
10-15 años				3,20	
15-30 años		12,50			

Fuente: elaboración propia

⁴ Stratified sampling or cellular approach

Obsérvese que además del plazo en vertical (1ª columna hemos colocado la emisión en horizontal (1ª fila).

Ejemplo de estratificación

Supongamos que atendiendo a la duración distinguimos entre < 3 y > 3 años, como puede ser corto y medio plazo, frente a largo plazo. Y para el emisor: Estado y Empresa privada. Resulta:

$$2*2=4$$

Y si añadimos: cupón periódico y cupón cero resulta:

$$4*2=8$$

Un aspecto importante a tener en cuenta y que facilita la gestión es que los activos que se colocan en cada celda deben ser lo más homogéneos posibles.

A continuación hay que determinar la proporción que para cada tipo de emisor encaja en el plazo. Finalmente se constituye una cartera, con las mismas celdas de representación y porcentaje.

Para la constitución de la cartera la restricción inicial lo constituye el capital disponible. Hay que distribuir la cartera en proporción a los porcentajes de cada celda. Finalmente se averigua el importe en euros que corresponde a cada celda.

A continuación hay que elegir los tipos de activos que corresponden a la celda de entre todos los activos que constituyen el índice.

Una restricción importante a tener en cuenta, lo constituye la dimensión que se atribuya a algunas celdas. Si es pequeña los costes de transacción pueden hacer inviable el acometerlo. También hay que evitar la elección de pequeñas cantidades de muchas emisiones.

La restricción contraria lo constituye la elección de pocas celdas en cuyo caso se amplían los errores de seguimiento debido a la diferencia de composición de la cartera respecto al índice.

2.1.3. Enfoque de la optimización

Aunque un buen gestor distribuye acertadamente los activos, por ejemplo, con un enfoque estratificado, siempre quedaría la importante opción de optimizar los objetivos. En un mundo donde los medios son escasos, alcanzar el objetivo estará sujeto a ciertas restricciones que siempre requieren de un proceso de optimización. Bajo esta fórmula se puede encontrar diferentes medios para intentar alcanzarlos, como son: la maximización de los rendimientos totales esperados, la minimización de los rendimientos esperados, la maximización de la convexidad, etc.

En cuanto a las restricciones existen muchos tipos. Algunos son más simples de plasmar en un modelo que otros. Por ejemplo, es normal establecer una restricción del tipo: no adquirir más

del 10% de activos de un mismo emisor. Otro podría ser adquirir al menos 5 tipos diferentes de activos.

Una vez que se ha elegido un determinado índice, la tarea consiste en separar en clases, como puede ser por sector, tipo de activo, etc.,

Es importante perseguir que todas las clases tengan una cierta homogeneidad. Por ejemplo, una posible clasificación de los activos que componen un índice podría ser el siguiente:

- Por sector
- Plazo
- Tipo de cupón

Es indudable que la selección de activos es una tarea importante, que además no finaliza con la elección en el momento inicial de creación de la cartera sino que habitualmente. Hay que proceder al mismo, al menos parcialmente cada vez que se reequilibre la cartera.

La función objetivo en el caso de la programación cuadrática, consiste en minimizar la suma de los cuadrados de las diferencias entre las ponderaciones relativas en la cartera y las ponderaciones en las clases. Esta herramienta minimiza el error de seguimiento que corresponde a la diferencia entre el rendimiento de la cartera de referencia y el de la cartera indizada la cual está elevada al cuadrado.

Las restricciones estarían formadas por:

- a) La duración de la cartera = a la del índice.
- b) No adquirir más de un cierto porcentaje de títulos de la misma.

2.1.4. Enfoque de la minimización de la varianza

Para llevar a cabo este proceso se requiere el uso de una serie histórica de datos y así estimar el error de seguimiento. Para ello se realiza una estimación estadística de la función del precio para cada emisor que forme parte del índice.

La función del precio se basa normalmente en dos series de factores

- a) Los flujos de capital de la emisión actualizados a los tipos de interés de contado
- b) Otros factores tales como la duración ⁽⁵⁾.

⁵ O las propias características del sector al que pertenece la emisión

Una vez obtenido la función del precio para cada emisión se constituye una ecuación de la varianza del error de seguimiento y a continuación se minimiza la varianza al construir la cartera indizada.

2.1.5. *Problemas al diseñar una cartera indexada*

Por otra parte los precios que utiliza el que elabora los índices se basan en el precio comprador, mientras que los que utiliza el gestor corresponden al precio vendedor, lo cual produce una diferencia entre el comportamiento de la cartera indizada y el índice. Es lo que se llama diferencial comprador-vendedor.

Algunas estimaciones empíricas han mostrado que una cartera indizada proporcionaba un rendimiento total inferior en 10-15 puntos básicos anual al del índice.

2.2 La estrategia de comprar y mantener

Se trata de la estrategia pasiva más simple. Consiste en comprar títulos y mantenerlos hasta su vencimiento. De esta manera el gestor se asegura el rendimiento final previsto en la compra.

Algunos fondos de pensiones y de inversión garantizados o al menos una parte de los fondos, adoptan esta estrategia⁶.

Debilidades

La cartera debe estar creada de tal forma que se tenga certeza casi plena de que no se liquidará hasta el vencimiento. Esto en la vida real no se suele cumplir.

Por las características de esta estrategia se presta especial atención al tipo de título. Por ejemplo:

- Si se adquiere un título emitido al descuento, el TIR inicialmente garantizado se mantiene hasta su vencimiento. En estas condiciones se calcula la rentabilidad perfectamente. Es una estrategia adecuada para un gestor de carteras que no quiere correr riesgos.
- Si se adquiere un título de renta fija, con pago periódico de cupones el gestor debe tener presente qué factores influyen en su rentabilidad. Por ejemplo, se pueden producir variaciones en los tipos de interés y eso afectará a la reinversión de los cupones. Por lo tanto la rentabilidad obtenida a posteriori no coincidirá con la prevista inicialmente.

Obsérvese que en esta estrategia es importante saber elegir un título con vencimiento a corto plazo o un título con vencimiento a largo plazo. En efecto, si el título se vende antes del

⁶ Más bien lo siguen parcialmente de manera que penaliza el reembolso durante el periodo de garantía (se pretende eliminar la incertidumbre sobre el horizonte temporal) y garantiza una rentabilidad o valor de la participación al vencimiento.

vencimiento, una subida de tipo de interés disminuirá su precio y no solo eso sino que su disminución será mayor o menor según sea la duración del título y viceversa.

2.3 La inmunización

Se considera una técnica de gestión pasiva de carteras de renta fija. Con esta forma de proceder se pretende garantizar una rentabilidad inicial de la cartera sin estar pendiente de la evolución de los tipos de interés durante el periodo de la inversión⁷.

Redington desarrolló esta metodología a partir del concepto de duración. El objetivo es que el gestor tenga garantizado el cumplimiento de los pagos futuros. Por lo tanto, se intenta que la cartera esté cubierta ante variaciones de los tipos de interés.

En la práctica se intenta que la duración de la cartera coincida con la duración media de los pagos futuros. En este capítulo así se procede con esta metodología. Por ello se asumirá que:

- a) El inversor establece un horizonte temporal para su inversión.
- b) La ETTI se desplaza, en general, variando de forma paralela.

Dado que la diferencia entre el horizonte temporal de la cartera y la duración de la misma origina la exposición al riesgo del tipo de interés del gestor, y como la duración refleja de alguna manera la sensibilidad de un título a cambios en los tipos de interés del mercado, el objetivo será el de eliminar esta sensibilidad equilibrando la duración de los flujos de los ingresos con las duraciones de los flujos de pagos. Esto es lo que se pretende con la inmunización. Por lo tanto, el camino más fácil consiste en igualar la duración de la cartera con el horizonte temporal de la cartera del gestor. Se dice que el gap de la duración es cero.

- Como tendremos oportunidad de comprobar nos limitaremos a conseguir que el riesgo del tipo de interés y el de reinversión se neutralicen. No obstante lo anterior, el objetivo no es fácil de alcanzar. Como ya se comprobó en el capítulo anterior, una variación del tipo de interés del mercado modifica la duración de la cartera y también se ha comprobado que con el transcurso del tiempo la duración de la cartera varía más lento que el vencimiento de un pago que tenga que realizar el gestor.
- En la práctica la inmunización es una técnica que exige equilibrar de forma permanente la cartera, con el objeto de mantener la igualdad entre el horizonte temporal de la misma y la duración de la cartera.

⁷ Se atribuye a F.M. Redington el que acuñó el término en su artículo "Review of the Principle of Life Office Valuations". Journal Institute of Actuaries. Núm. 18, 1952 pp. 286-340.

Si denotamos por HT el horizonte temporal de la inversión y por D la duración de la cartera⁸, las situaciones que se pueden presentar son:

1º) $HT > D$

En esta situación el riesgo de reinversión supera al riesgo de precio.

En este caso la rentabilidad efectiva de la cartera aumenta a medida que aumentan los tipos de interés y viceversa.

2º) $HT = D$

Ambos tipos de riesgo se compensan de forma aproximada, como se tendrá oportunidad de comprobar. Solo en este caso la cartera permanece inmunizada frente a variaciones en los tipos de interés del mercado.

3º) $HT < D$

En esta situación el riesgo de precio supera al riesgo de reinversión. En este caso la rentabilidad efectiva de la cartera disminuye a medida que suben los tipos de interés y viceversa.

EJEMPLO

Se trata de realizar un pago de un millón de euros al cabo de 5 años.

Para ello se puede planificar una inversión en el momento actual.

En realidad la planificación se puede llevar a cabo en cualquier momento de la existencia de la cartera. Se adquiere un conjunto de títulos con vencimiento a los 5 años.

Se puede adquirir títulos a más de 5 años pero el gestor se encontraría con la incertidumbre del precio de cotización del título dentro de 5 años.

Por otra parte, según el tipo de título que se adquiriera, si es de pago periódico de cupones el gestor se encontraría con el riesgo del tipo de interés al que podría reinvertir los cupones que se van cobrando cada año.

Por ello, para evitar este riesgo, se podría invertir en títulos cupón cero a 5 años, al tipo de interés establecido, que cumpla con el objetivo previsto y de esta manera la inmunización será la adecuada. Pero no siempre se dispone de este tipo de producto y por el plazo necesitado. Lo normal, en la práctica, es que haya que invertir en títulos diferentes. De esta manera se replicarían los títulos cupón cero con otros títulos cuya duración promedio coincidiera con los 5 años.

⁸ Recordemos que la duración de la cartera es, prácticamente igual a la media ponderada de las duraciones de las diferentes emisiones que constituyen la cartera.

Problemas de la inmunización

- No todos los riesgos que afectan a una cartera se pueden inmunizar. Por ejemplo, los impagos de los cupones, el reembolso anticipado, etc.
- Los posibles cambios en el horizonte temporal de la cartera. Bien porque el gestor tenga que tomar una decisión de estas características, bien porque tenga que realizar un desembolso importante, con lo cual se alteran los flujos de capitales y por consiguiente la duración de la cartera.
- Ya se ha comentado que nos vamos a apoyar en la duración, pero no hay que olvidar que la duración de una cartera, a efectos de inmunización, requiere de ajustes continuos.

Pero también tiene sus fortalezas:

- Hay posibilidad de neutralizar o de aminorar parte de los riesgos de una cartera. Los que dependen de los títulos de renta fija, normalmente el mercado fluctúa de manera similar tanto para la cartera como para los pagos previstos en el horizonte temporal.
- La metodología apoyada en la duración no es muy compleja.

Un empresario que tenga que realizar un pago dentro de 2 años y que dispone de capital en el momento presente, podría invertir el capital a plazo fijo a 2 años. No necesita poner en práctica una estrategia de inmunización. Ahora bien, seguramente obtendría un menor rendimiento a través de un plazo fijo. Por lo tanto si el capital es importante es posible que decida crear una cartera, por ejemplo, de renta fija y obtenga una rentabilidad mayor.

Pero por otra parte, si invierte en renta fija, esperará recibir cupones, y el reembolso del principal. Tiene que tener en cuenta el riesgo de las reinversiones que varía conforme cambia el tipo de interés del mercado. Además esta variación también afecta al precio del título.

Ejercicio N° 1

Un gestor quiere formar una cartera con 2 tipos de títulos con el objeto de inmunizar el pago de 1.000.000 €, al cabo de 5 años.

- Bonos del Estado a 3 años, cupón anual al 4,25%. Nominal $N=1.000$ €.
- Obligaciones del Estado, comprados en el mercado secundario. Le quedan 8 años de vida. $i=3,75\%$, se cotizan actualmente al 96,67%.

Se considera en el momento actual una $r=4,25\%$.

Se procede al análisis de la situación.

Respuesta

Para un tipo de interés del mercado, en el momento actual del 4,25%, se necesitaría invertir en el momento presente:

$$1.000.000 (1 + 0,0425)^{-5} = 812.119,02$$

Para lograrlo el objetivo tendrá que contar que en cuanto a la duración se tiene que verificar:

$$D_{T1} * T1 + D_{T2} * T2 = 5$$

$$T1 + T2 = 1$$

Siendo D_{T1} y D_{T2} las duraciones correspondientes a cada emisión de títulos. La segunda ecuación representa que se reparte el capital total a invertir.

Cálculos para el título T1.

Tabla 2

$r=4,25\%$

T	F_t	$(1 + i_1)^{-t}$	$F_t (1 + i_1)^{-t}$	$F_t (1 + i_1)^{-t} t$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1	42,5	0,959	40,77	40,77
2	42,5	0,920	39,11	78,21
3	1042,5	0,883	920,13	2.760,38
Precio			1.000,000	2.879,36
Duración			2,879	
DM			2,762	

Fuente: elaboración propia

La duración del título T1 es: 2,879.

Cálculos para el título T2.



a) *Análisis de la inversión en bonos.*

Los flujos de capitales futuros y sus reinversiones son:

Gráfico 1

	4,25%	4,2%	4,1%	4%	3,9%
0					
1	16.918,19				
2		16.918,19			
3		17.628,76	398.075,1+16.918,19		
4		34.546,94	35.963,37	468.994,95	
5			450.956,66		487.285,75

Fuente: elaboración propia

Los cupones de los bonos resultan: $398.075,1 \cdot 0,0425 = 16.918,19$. Este cupón del primer año se invierte para el año siguiente al 4,2%. El montante obtenido asciende a 17.628,76. Este capital se añade a los 16.918,19 que se obtiene del cobro del segundo cupón. Los capitales que se van formando se presentan en la segunda línea. El 5º año obtendría 487.285,75 euros.

Obsérvese que si hubiera mantenido en el 4,25% hubiéramos obtenido una cantidad igual a: 490.168⁽¹⁾. Por lo tanto el gestor está por debajo en 2.882,69 euros.

$$398.075,1(1 + 0,0425)^5 = 490.168$$

b) *Análisis de la inversión en obligaciones*

Al comprar los títulos en el mercado y puesto que se cotiza al 96,67%, el número de títulos de nominal 1.000 € que se adquieren suman:

$$\frac{T2}{966,7} = \frac{410.043,9}{966,7} = 428,306$$

Con este nominal el gestor recibirá su importe en cupones al 3,75% de:

$$428.306,51 \cdot 0,0375 = 16.061,5$$

La evolución de los flujos es como sigue:

Gráfico 2

	4,25%	4,2%	4,1%	4%	3,9%
0					
1	16.061,5				
2		16.061,5			
3		16.736	16.061,5		
4		32.797,58	34.142	52.212	
5			50.203,78	68.273,44	70.936
					86.997,60

Fuente: elaboración propia

Obteniendo un montante de intereses de 86.997,6 euros.

Si tomamos un horizonte igual a la duración de la cartera, el riesgo de interés y el riesgo de reinversión se compensan. Se produce un efecto contrario entre el riesgo de interés y el riesgo de reinversión que posibilita la inmunización.

Tabla 3

$r=4,25\%$

T	F_t	$(1+i_1)^{-t}$	$F_t (1+i_1)^{-t}$	$F_t (1+i_1)^{-t} t$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1	37,5	0,959	35,97	35,97
2	37,5	0,920	34,50	69,01
3	37,5	0,883	33,10	99,29
4	37,5	0,847	31,75	127,00
5	37,5	0,812	30,45	152,27
6	37,5	0,779	29,21	175,28
7	37,5	0,747	28,02	196,15
8	1037,5	0,717	743,67	5.949,35
Precio			966,681	6.804,32
Duración			7,039	
DM			6,752	

Fuente: elaboración propia

La duración para el título T2 resulta: 7,039.

Donde T1 y T2 indican la parte a invertir en cada tipo de título. Resolviendo el sistema de ecuaciones se obtiene T1 y T2. Luego la cantidad a invertir en cada tipo de título es: 0,49 y 0,51 respectivamente. Que corresponde a: 398.075,1 y 410.043,9.

Veamos cómo se puede inmunizar la inversión global de manera que la obtención del millón de euros al cabo de 5 años esté garantizado.

Se considera el siguiente escenario:

- Para los cupones que se cobren de bonos y obligaciones. Se invierten en el mercado al tipo de interés vigente en cada momento y, se mantiene invertido hasta el vencimiento del pago del millón de euros.
- El principal de los bonos del Estado que vencen a los 3 años, será reinvertido al tipo de interés vigente en ese momento en el mercado y se mantendrá invertido hasta el año 5.
- Calculamos el precio ⁽¹⁾ de las obligaciones del Estado en el momento 5. Para ello se tiene que utilizar un tipo de interés de valoración. Se toma el tipo de interés del mercado vigente en dicho momento 5 y se asume que se mantiene hasta su vencimiento.
- Se dispone de información de que los tipos de interés que el gestor estima se van a utilizar en el mercado en los próximos 8 años, son los que se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 4

Año	1	2	3	4	5	6	7	8
t/i	4,25%	4,20%	4,10%	4%	3,90%	3,90%	3,90%	3,90%

Fuente: elaboración propia

Es decir, el 4,25% es el tipo de interés vigente para el primer año y así sucesivamente.

Si el tipo de interés se hubiera mantenido constante, en el 4,25%, el gestor hubiera obtenido un montante de 87.430. Por lo tanto también aquí está obteniendo un capital inferior, en este caso por un importe de 432 euros.

Este resultado unido al anterior proporciona unas pérdidas de: $2.883 + 432 = 3.315$ euros.

Pero de las obligaciones del Estado quedan pendientes algunos cálculos. Los títulos no están amortizados.

c) Análisis del precio de mercado de las obligaciones del Estado.

Entendemos que el tipo de interés se va a mantener constante, hasta el final del octavo año, en la magnitud del valor alcanzado al final del 5º año. Esto es, en el 3,9%.

El valor de mercado del título es:

$$16.061,5 a_{\overline{3}|0,039} + 428.306,51 * (1 + 0,039)^{-3} = 426.520,24$$

Pero si el tipo de interés de mercado se hubiera mantenido constante, es el 4,25%, el valor de las obligaciones hubiera sido 422.391,65, esto es:

$$16.061 a_{\overline{3}|0,0425} + 428.306,51 * (1 + 0,0425)^{-3} = 422.391,65$$

Esto es, 4.128,59 euros de valor menor de lo que valen en realidad.

Por lo tanto, el valor de las obligaciones ha aumentado. Esta ganancia permite contrarrestar las pérdidas ocurridas en la reinversión de los cupones. Por consiguiente, en el momento 5 el gestor cuenta con un capital de 1.000.804. Con lo cual puede hacer frente al pago objetivo y además le sobran algunos euros.

$$487.285,75 + 86.997,57 + 426.520,24 = 1.000.804 \text{ euros}$$

Si la ETI hubiera sido creciente, el gestor hubiera ganado con la reinversión de los intereses y hubiera perdido en el precio de mercado de las obligaciones, pero en el 5º año hubieran tenido el capital estipulado. Esto es lo que se persigue con la inmunización.

Un análisis de sensibilidad de los resultados que se hubieran obtenido si se hubiese mantenido el tipo de interés invariable a lo largo de los 8 años, para diferentes tipos de interés, los resultados que se hubieran obtenido se presentan en la siguiente tabla.

Tabla 5

R	BE	Int cupones	Precio OE	Total 5º año	Bcio
2,25%	470.457	84.004	446.744	1.001.205	1.205
3,25%	480.255	85.700	434.335	1.000.290	290
4,25%	490.168	87.430	422.392	999.990	-10
5,25%	500.197	89.194	410.892	1.000.284	284
6,25%	510.342	90.993	399.817	1.001.152	1.152
7,25%	520.604	92.827	389.145	1.002.576	2.576

Fuente: elaboración propia



Como se puede observar en dicha tabla la pérdida es mínima cuando el tipo de interés es del 4,25%. ⁽⁹⁾. Obsérvese que siempre se consigue una cantidad algo superior al millón que se necesita y cuanto más se aleje del 4,25% mayor será el beneficio.

De todo lo anterior se concluye que cuando la duración de la cartera coincide con el horizonte temporal de inversión del gestor, el montante acumulado de los capitales al final no se verá afectado por las variaciones del tipo de interés. Cuando el tipo de interés tiende a la baja, las pérdidas producidas por la reinversión de los cupones se compensan con el aumento del valor de mercado de los títulos cuyo vencimiento excede del horizonte de inversión. Sucede todo lo contrario si los tipos de interés suben.

A la vista de los resultados de la tabla anterior se podría pensar que, se produce un pequeño beneficio con la estrategia de la inmunización si los tipos de interés no se mantienen constantes. Esto no es más que un síntoma de que la cartera no está totalmente inmunizada. Si se analiza con más detenimiento la evolución de los resultados se pueden encontrar al menos dos razones por las cuales no se produce la inmunización total.

- a) Como ya se ha comprobado en el capítulo anterior, la alteración de los tipos de interés también hace variar la duración de los títulos que constituyen la cartera.
- b) Como se ha comprobado el transcurso del tiempo hace variar las duraciones de los títulos de la cartera. Pero lo hace más lentamente que el vencimiento del pago a realizar. Se puede comprobar que el tipo de interés se mantiene en el 4,25% y al cabo de un año la duración del pago es de 4 años sin embargo la duración de la cartera es de 4,083 años.

Por ello muchos gestores, cuando se encuentran con el efecto combinado de ambas se ven en la necesidad de proceder a continuos ajustes de la cartera.

¿Qué sucedería si los tipos de interés se mantuvieran en el 4% desde el primer año hasta el 4º, al principio del 5º año asciende al 5,5% y luego se mantiene constante en esa cota hasta el final del 8º año?.

Tabla 6

Año	1	2	3	4	5	6	7	8
t/i	4%	4%	4%	4%	5,5%	5,5%	5,5%	5,5%

Fuente: elaboración propia

- El resultado para el bono al final del 5º año sería de: 494.713
- Los intereses que proporcionaría la obligación ascendería a: 88.017
- El precio de la obligación en el momento cinco supondría: 408.084,52

⁹ (El resultado no es cero debido a los errores de redondeo y al cálculo de la media ponderada de las duraciones)

La suma de todo ello asciende a 990.814,98 euros < 1.000.000 euros. Esto significaría que no se alcanzaría la cifra a pagar.

Veamos lo que ha podido suceder:

- a) Si se analiza el impacto de los inferiores tipos de interés iniciales se percibe clarísimamente que la reinversión de los cupones de los bonos y de las obligaciones se ven perjudicados.
- b) Si se analiza el impacto de los altos tipos de interés finales se percibe que perjudican al precio de las obligaciones.

Conclusión, que en esta situación el perjuicio es doble.

Y esto, ¿por qué? Por la sencilla razón de que la inversión ha dejado de ser inmune a la variación de los tipos de interés. En efecto, se puede comprobar que al descender los tipos de interés, la duración del bono del Estado aumenta. Por otra parte la subida de los tipos de interés desde el 5º año provoca que la duración de las obligaciones disminuya. Si ahora se calcula la duración promedio el resultado es diferente a 5, cifra ésta que se debería mantener para que la cartera hubiera seguido siendo inmune¹⁰.

Los expertos aconsejan que para evitar este perjuicio, en el momento en el que el gestor detecta que se produce una variación de los tipos de interés, deberá recalcular la duración de la cartera, con lo cual se verá en la necesidad de reconstruir la inversión en cada título.

Dado que en la vida real la ETTI no es plana y que además cuando cambia, la variación no se produce de forma paralela, en la realidad la inmunización no es tan eficaz como parece. En la doctrina se han desarrollado técnicas más sofisticadas que la propuesta por Macaulay con el objeto de mejorar la medida de la duración o que no fuera tan sensible a los cambios en el tipo de interés, pero su éxito no es notable y son mucho más complejos⁽¹¹⁾.

2.3.1. Riesgo de inmunización

En base a todo lo que se lleva analizado, se entiende por riesgo de inmunización la posibilidad de que la cartera inmunizada no alcance, al final del periodo de gestión, el resultado previsto. Como se podrá comprobar este riesgo depende del riesgo de reinversión principalmente.

¹⁰ Queda de manifiesto que cuando la ETTI no es plana, no es sencillo lograr una adecuada inmunización utilizando simplemente un título, imponiendo la condición de que con la duración de Macaulay sea igual a la del periodo que nos resulta, en la forma ya vista.

¹¹ Análisis desarrollado por Bierwag, G. Kaufman, G. Schweitzer, R. y Toevs, A. "The Art or Risk Management in Bond Portfolios". Journal of Portfolio Management. Primavera 1981, pp 27-36.

Por consiguiente si la cartera tiene, un riesgo de reinversión bajo, su riesgo de inmunización será pequeño y viceversa. Los autores Vasicek y Fong han desarrollado una técnica para medir este riesgo ⁽¹²⁾. En este trabajo demuestran que la variación del valor de la cartera ante los cambios habidos en la ETI se puede averiguar multiplicando dos variables:

- a) una que depende de la estructura de la cartera
- b) otra que depende de cómo varían los tipos de interés del mercado.

La segunda variable es muy difícil de controlar por la sencilla razón de que es imposible predecir con exactitud cómo van a variar los tipos de interés en el mercado. Sin embargo sí es posible plantear la composición de la cartera a inmunizar. Esto permite que la estructura de la misma se utilice como una medida del riesgo para las carteras inmunizadas.

El riesgo de la cartera inmunizada se define de la siguiente manera:

$$RCI = \frac{1}{VAC} \sum_{j=1}^n \frac{FC_j (j-h)^2}{(1+r)^j}$$

donde,

VAC : valor actual de la cartera.

FC : flujo de caja que vence en el instante j.

h : plazo del horizonte de la inversión en años.

r : tanto de rendimiento hasta el vencimiento de la cartera.

n : vencimiento del último flujo de la cartera.

Ejercicio N° 2

Se quiere determinar el riesgo de inmunización de la cartera planteada en el caso práctico anterior. El rendimiento hasta el vencimiento de la cartera era de 4,25%, h=5 y n=8 años.

¹² Fong, G. Y Vasicek, “ A Risk Minimizing Strategy for Multiple Liability Inmunization”. Journal of Finance, diciembre 1984, pp. 1541-1546.

Respuesta

Se conoce el importe de los cupones de los bonos y el importe de los cupones de las obligaciones. También se conoce el reembolso de los bonos y el nominal de las obligaciones y sus vencimientos.

Con todos estos datos la cuantía del sumatorio asciende a:

$$RCI = \frac{32.979,7 * (1 - 5)^2}{1 + 0,0425} + \frac{32.979,7 * (2 - 5)^2}{(1 + 0,0425)^2} + \frac{431.054,8 * (3 - 5)^2}{3} + \dots + \frac{444.378,3 * (8 - 5)^2}{(1 + 0,0425)^8} = 5.214.871,3$$

Dividiendo este resultado por el valor de la cartera que asciende a: 812.110,920 obteniendo como resultado del riesgo de inmunización: 6,455.

Una vez que tenemos el valor de la medida del riesgo de inmunización, el siguiente paso consiste en minimizar este valor. Para ello se acude a la programación lineal, con el objeto de optimizar la cartera, sujeto a la restricción de la duración de la cartera que tiene que ser igual al horizonte de la inversión.

El análisis se puede completar incorporando intervalos de confianza con respecto al rendimiento establecido a lo largo del horizonte de la inversión.

La expresión del intervalo de confianza viene dado por

$$\text{Rdto establecido} \pm k * \text{Desv. Típica del rdto establecido}^{13}$$

k : representa el nº de desviaciones típicas en torno al rendimiento esperado establecido.

El nivel de confianza establece el valor de k. Cuanto mayor sea el nivel, menor será el valor de k y menor será la banda formada en torno al rendimiento.

Fong y Vasicek demostraron que la desviación típica del rendimiento esperado establecido se puede determinar de forma aproximada multiplicando las componentes siguientes:

¹³ Todo esto siguiendo las aportaciones de Fong y Vasicek que aparecen en el libro de Fabozzi y Fong “Return Maximization for Immunized Portfolios”



- a) El riesgo de inmunización.
- b) La desviación típica de la varianza del cambio de un periodo en la pendiente de la curva de rendimiento de un periodo a otro basado en variaciones históricas de rendimientos.
- c) Una expresión que ellos establecieron como función de la amplitud del horizonte de la inversión h y que viene dado por:

$$(7h)^{-1/2}$$

2.3.2. Rendimiento y duración de una cartera

Dado que una cartera compuesta por títulos de renta fija no se debe calcular como media ponderada del rendimiento de cada título que la cartera, debido a que tienen diferente fecha de vencimiento.

Ejercicio N° 3

Supongamos que un gestor de presupuestos decide constituir una cartera formada, al 50%, por los siguientes títulos de renta fija:

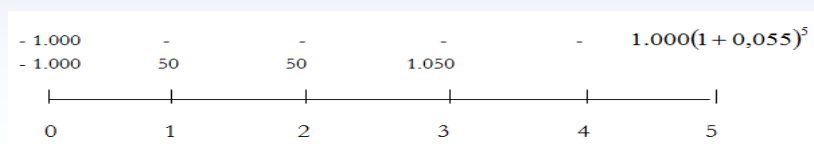
- a) Bonos del Estado a 3 años, que abonan un cupón anual al 5% de interés. Su valor de mercado es 1.000 € siendo el tanto $r=5$.
- b) Bono del Estado a 5 años, cupón cero a un tipo de interés del 5,5% anual. Nominal 1.000 € y siendo $r=5,5\%$. La duración en este caso es evidentemente de 5 años.

Respuesta

Se puede comprobar que si se calcula la media ponderada de los rendimientos se obtiene $r=5,25\%$. Sin embargo para calcular el tanto de rendimiento de la cartera hay que calcular antes los flujos de los capitales futuros de la cartera.

Representación esquemática de los flujos de los títulos.

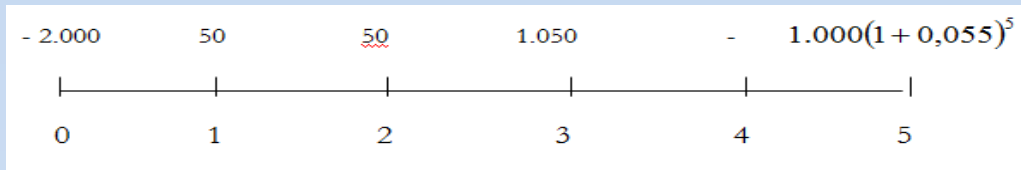
Gráfico 3



Fuente: elaboración propia

Representación gráfica de los flujos de la cartera

Gráfico 4



Fuente: elaboración propia

Igualando el capital invertido con los flujos de capital futuros actualizados al tanto r_c de la cartera se obtiene $r=5,319\%$, algo superior al obtenido actualizando la media ponderada¹.

Se puede comprobar que si se calcula la duración de la cartera utilizando la media ponderada, sucede lo mismo que en el caso del rendimiento, que no coincide con la duración que se obtiene directamente aplicando la fórmula a los flujos futuros de la cartera.

Utilizando la media ponderada resulta:

$$0,5 * 2,859 + 0,5 * 5 = 3,93$$

Pero si se aplica la fórmula de la duración

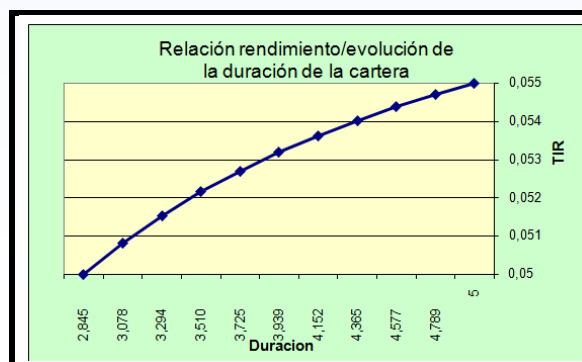
$$D = \frac{1}{VAC} \sum_{j=1}^5 \frac{j * F_j}{(1+r)^j} = 3,942$$

Se obtiene una magnitud ligeramente superior.

Nos podíamos preguntar si los valores de la duración se mantienen constantes aunque se altere la composición de la cartera. La respuesta es NO.

Si se alteran las ponderaciones la relación TIR-Duración cambia. En el gráfico adjunto se puede observar que para cada distribución de la composición de la cartera se obtiene un nuevo tanto de rendimiento y un nuevo valor de la duración. En este gráfico se han realizado los cálculos para todas las posibles combinaciones de tipo: (200; 0), (180; 20), (160; 40), ..., (40; 160), (20; 180), (0; 200).

Gráfico 5



Fuente: elaboración propia



Concretamente los valores de la duración están limitados. En efecto, estos límites son para $r=5\%$ y $r=5,5\%$, según que invirtamos todo en bonos a 3 años (límite inferior del dibujo) o en bonos a 5 años (límite superior del dibujo).

Según se puede apreciar en el gráfico, si se invierte en títulos de renta fija en la que uno de los títulos tiene TIR y duración más pequeños que el otro, la curva adopta una forma cóncava hacia abajo. Esto es lo que sucede en el gráfico superior.

Ejercicio N° 4

Supongamos que un gestor de presupuestos decide constituir una cartera formada, al 40/60%, por los siguientes títulos de renta fija:

- a) Bonos del Estado a 5 años, que abonan un cupón anual al 4% de interés. Su valor de mercado es 1.000 € siendo el tanto $r=4$.
- b) Bono del Estado a 3 años, cupón cero a un tipo de interés del 4,5% anual. Nominal 1.000 € y siendo $r=5\%$. La duración en este caso es evidentemente de 5 años.

Se pide:

- 1º) Calcular la rentabilidad de la cartera.
- 2º) Calcular la duración de la cartera.
- 3º) Realizar la curva de rendimientos/duración de la cartera.

Respuesta

En este caso en el que un bono tiene una TIR mayor que el otro y pero con una duración más pequeña, la forma de la curva resulta convexa.

Ejercicio N° 5

Un comerciante tiene una cartera formada por dos títulos cupón cero. El bono B1 abona un tipo de interés del 3% y tiene un vencimiento a 3 años. El bono B2 abona un interés del 4% y tiene una duración de 3 años. Siendo ambos bonos del mismo nominal y siendo el tipo de interés del mercado el 3,5% para ambos. Así mismo la duración de ambos bonos es la misma.

Se pide:

- 1º) **Calcular la rentabilidad de la cartera.**
- 2º) **Calcular la duración de la cartera.**
- 3º) **Realizar la curva de rendimientos/duración de la cartera.**

Respuesta

En este caso la duración comienza aumentando conforme va aumentando el tir pero luego comienza a disminuir la duración, a medida que sigue aumentando el tir. Luego cuando ambos títulos tienen la misma duración pero diferente rendimiento, la duración de la cartera es siempre mayor que la de cada título considerado individualmente.

Ejercicio N° 6

Un comerciante tiene una cartera formada por dos títulos. Uno cupón periódico a 5 años. De nominal 1000 euros a un tipo de interés del 4,5%, siendo la rentabilidad del 4,5%.

Otro de cupón acumulado, con vencimiento a 4 años. El tipo de interés es del 4,5% y la rentabilidad del 4,5%, del mismo nominal, se pide:

- 1º) Calcular la rentabilidad de la cartera.
- 2º) Calcular la duración de la cartera.
- 3º) Realizar la curva de rendimientos/duración de la cartera.

Respuesta

En este caso la tir de la cartera no se altera conforme aumenta la duración.

Sólo cuando los títulos tienen la misma r , la duración y la TIR de la cartera, se puede obtener utilizando la media ponderada de la de los títulos que componen la cartera. No obstante, en la práctica, dada su facilidad y simplicidad y a los resultados aproximados que se obtienen se utiliza la media ponderada.

2.3.3. La inmunización para varios pagos futuros

Hasta ahora hemos analizado la posibilidad de inmunizar un pago futuro. Ahora vamos a analizar la posibilidad de inmunizar varios pagos futuros. Se dice que una cartera está inmunizada con respecto a una serie de pagos futuros si existen suficientes fondos para abonarlos a sus vencimientos.

Hay que tener en cuenta que no es suficiente con igualar las duraciones de la cartera y la serie de pagos futuros para inmunizarla. Es preciso descomponer la corriente de pagos de la cartera de tal manera que cada pago sea inmunizado de forma separada con cada inversión.

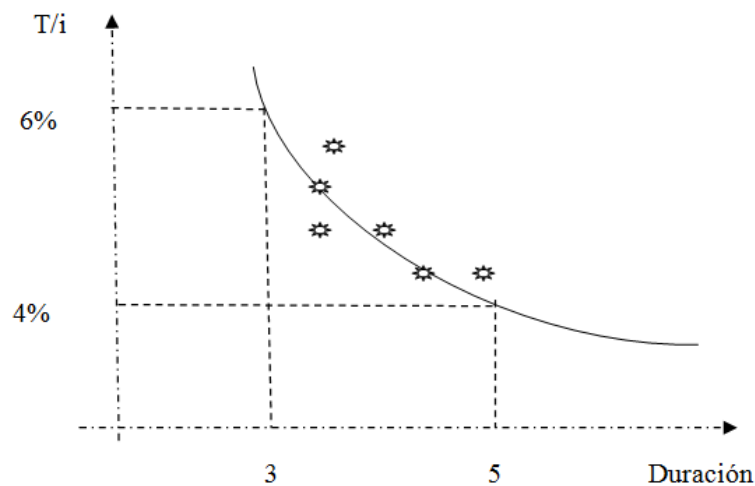
Según Fong y Vasicek ⁽¹⁴⁾ las condiciones necesarias y suficientes que se deben cumplir para asegurarse de que la inmunización de una serie de pagos futuros, en el caso de variaciones paralelas en la ETTI son:

- 1º) La duración de la cartera debe ser igual a la duración de la serie de pagos.
- 2º) La distribución de las duraciones¹⁵ de las componentes individuales de la cartera deben tener un rango más amplio que la distribución de los pagos.

Se denomina curva de inmunización la que relaciona la duración correspondiente a una serie de pagos en concreto. Cada serie de pagos tiene su curva de inmunización asociada. Así mismo se pueden mostrar los valores de la duración para diferentes valores de los tipos de interés.

En el siguiente gráfico presentamos una curva de inmunización para una corriente de pagos a inmunizar.

Gráfico 6



Fuente: elaboración propia

Se puede observar que lo ideal es que una cartera de renta fija se sitúe en la propia curva de inmunización. Esto significa que si la cartera presenta una rentabilidad del 6% con una duración de 3 años la cartera se encontraría inmunizada. Así mismo, si la cartera presenta una rentabilidad del 4% con una duración de 5 años la cartera se encontraría inmunizada.

Evidentemente lo ideal es formar una cartera con una combinación de diferentes títulos y de esta manera constituir la de tal manera que caiga sobre la curva de inmunización. Esta ubicación no resulta simple y para calcularlo se debe acudir a la “prueba y error” o bien utilizar un programa iterativo.

¹⁴ Fong, G. Y Vasicek, O: “ A Risk Minimizing Strategy for Multiple Liability Immunization”. Journal of Finance, diciembre 1984, pp. 1541-1546.

¹⁵ Su desviación absoluta media

Ejercicio N° 7

Se contrata un préstamo de 300.000 € para ser amortizado en 5 años mediante términos amortizativos constantes. El tipo de interés de la operación es el 6%. La amortización y pago de intereses es anual.

Se pide:

1º) Determinar la duración del préstamo.

2º) La curva de indemnización.

Respuesta

En primer lugar calculamos el término amortizativo del préstamo.

- Los términos amortizativos se calculan utilizando la siguiente fórmula:

$$M = P a_{n|i}^{-1} = 71.218,92$$

- Si nos situamos en el origen de la operación la duración se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$D = \frac{1}{P_0} \sum_{j=1}^n \frac{j * M_j}{(1+r)^j}$$

Tomando $r=6\%$ como tanto de valoración. Se obtiene para la duración un valor de: 2,884.

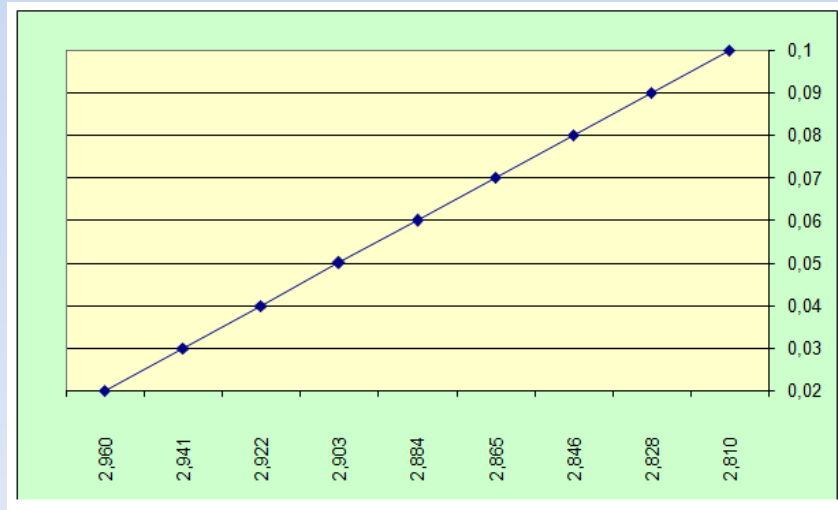
Tabla 7

t	F_t	$(1+i_1)^{-t}$	$F_t (1+i_1)^{-t}$	$F_t (1+i_1)^{-t} t$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1	71218,9	0,943	67.187,66	67.187,66
2	71218,9	0,890	63.384,59	126.769,17
3	71218,9	0,840	59.796,78	179.390,34
4	71218,9	0,792	56.412,06	225.648,22
5	71218,9	0,747	53.218,92	266.094,60
Precio			300.000,00	865.089,99
Duración			2,884	
DM			2,720	

Fuente: elaboración propia

- Para averiguar la curva de inmunización hay que analizar esta operación para diferentes valores de r y así se obtiene el gráfico inferior.

Gráfico 7



Fuente: elaboración propia

Es la curva de inmunización del préstamo

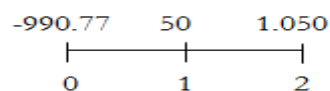
Para diferentes valores del tipo de interés

Veamos cómo podemos proceder para inmunizar los pagos del préstamo anterior. Por ejemplo, se puede utilizar dos emisiones de las siguientes características:

- Bonos de Estado.
 Nominal 1.000 €, pago de cupón anual 5%, amortización a los 3 años, precio de cotización actual 99,077%.
- Obligaciones del Estado
 Nominal 1.000 €, pago de cupón anual 5,25%, amortización a 8 años. Precio de mercado 96,864%.

Planteamos los flujos de los capitales para cada una de las emisiones:

Los flujos correspondientes a los bonos del estado se representan a continuación:



Que dan lugar a la siguiente tabla. De la misma se obtiene una rentabilidad del 5,5% y una duración de 1,952.

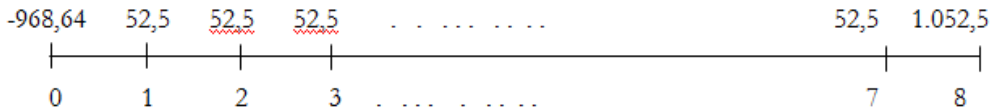
Tabla 8

t	F_t	$(1+i_1)^{-t}$	$F_t (1+i_1)^{-t}$	$F_t (1+i_1)^{-t} t$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1	5,0	0,948	4,74	4,74
2	105,0	0,898	94,34	188,68
Precio			99,077	193,41
Duración			1,952	
DM			1,850	

Fuente: elaboración propia

Los flujos de capitales correspondientes a las obligaciones del estado se presentan a continuación.

Gráfico 8



Fuente: elaboración propia

Que dan lugar a la siguiente tabla. De la misma se obtiene una rentabilidad del 5,75% y una duración de 6,711.

Tabla 9

t	F_t	$(1+i_1)^{-t}$	$F_t (1+i_1)^{-t}$	$F_t (1+i_1)^{-t} t$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1	5,25	0,946	4,96	4,96
2	5,25	0,894	4,69	9,39
3	5,25	0,846	4,44	13,32
4	5,25	0,800	4,20	16,79
5	5,25	0,756	3,97	19,85
6	5,25	0,715	3,75	22,52
7	5,25	0,676	3,55	24,85
8	105,25	0,639	67,29	538,36
Precio			96,864	650,04
Duración			6,711	
DM			6,346	

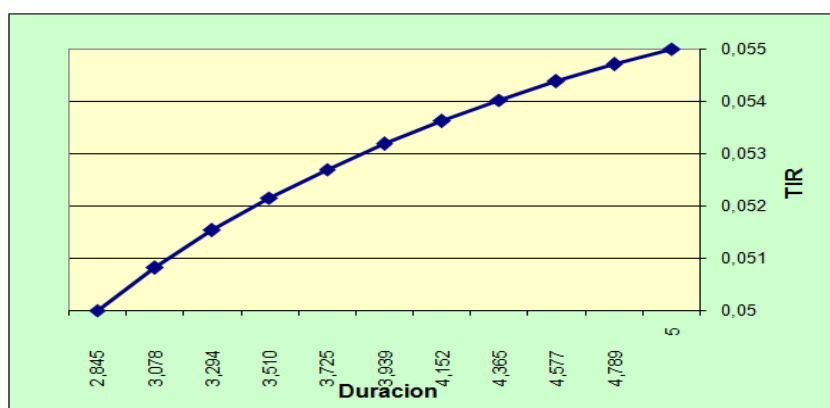
Fuente: elaboración propia

Multiplicando estos flujos de capitales, para cada periodo, por las ponderaciones correspondientes a cada título, se obtienen los flujos de capitales correspondientes a la cartera, de manera que proporcione la misma duración que los pagos del préstamo.

Una vez conocidos los flujos de la cartera, igualamos el Va de la cartera con el valor actualizado de sus flujos futuros, así se obtiene el tanto d rendimiento de la cartera.

Si el gestor va asignando diferentes proporciones de reparto entre emisiones, obtendrá un gráfico como el siguiente:

Gráfico 9



Fuente: elaboración propia

Es evidente que nos quedamos con aquel reparto de las proporciones, entre cada tipo de título que constituye la cartera, que proporcionen la misma duración que la del préstamo a inmunizar. Gráficamente se consigue superponiendo la curva de inmunización con la curva de rendimiento-duración de la cartera. Prestaremos atención al punto de corte.

El resultado es que, para inmunizar la amortización del préstamo de 300.000 € habrá que invertir: 80,25% en bonos del Estado y 19,75% en obligaciones del Estado.

Tabla 10

		r 5,613%					
t	F_t	F_t	F_t	$(1+i_1)^{-t}$	$F_t (1+i_1)^{-t}$	$F_t (1+i_1)^{-t} t$	
(1)	(2)	(2)	(2)	(3)	(4)	(5)	
	- 99,077	- 96,864	- 98,640	1,000000	-98,63983		
1	5,0	5,25	5,049	0,9468490	4,78100	4,78	
2	105,0	5,25	85,299	0,8965230	76,47285	152,95	
3		5,25	1,037	0,8488719	0,88017	2,64	
4		5,25	1,037	0,8037534	0,83339	3,33	
5		5,25	1,037	0,7610331	0,78910	3,95	
6		5,25	1,037	0,7205834	0,74715	4,48	
7		5,25	1,037	0,6822837	0,70744	4,95	
8		105,25	20,787	0,6460196	13,42873	107,43	
				Precio	98,640	284,51	
				Duración	2,884		
				DM	2,731		

Fuente: elaboración propia

Como se puede observar para las proporciones determinadas la duración de la cartera coincide con la duración del préstamo. El tanto de rendimiento de la cartera resulta: 5,613%.

Por otra parte resulta que hay que invertir el 80,25% en Bonos del Estado

$$\frac{80,25\% * 300.000}{99,077} = 2.430$$

El 19,75% de inversión en Obligaciones del Estado supone comprar

$$\frac{19,75\% * 300.000}{96,864} = 612$$

Para medir el riesgo de inmunización en el caso de una serie de pagos, se puede utilizar la expresión ⁽¹⁶⁾:

¹⁶ Fong, G. Y Vasicek, O: “ A Risk Minimizing Strategy for Multiple Liability Inmunization”. Journal of Finance, diciembre 1984, pp. 1541-1546.



$$\frac{1}{Va(inversión)} \left[\sum_{j=1}^n \frac{F_j(j-D)^2}{(1+r)^j} - \sum_{i=1}^m \frac{P_i(S-D)^2}{(1+r)^i} \right]$$

Siendo

D: Duración de la cartera que debe coincidir con la duración de la corriente de pagos.

F_j: Flujos de capital de la cartera.

P_i: Pagos a inmunizar.

El resultado que se obtiene es el siguiente:

$$\frac{1}{98,64} \left[\begin{aligned} & \frac{5,049}{(1+0,5613)} + \frac{85,299}{(1+0,5613)^2} + \frac{1,037}{(1+0,5613)^3} + \frac{1,037}{(1+0,5613)^4} + \frac{1,037}{(1+0,5613)^5} \\ & + \frac{1,037}{(1+0,5613)^6} + \frac{1,037}{(1+0,5613)^7} + \frac{20,787}{(1+0,5613)^8} \\ & - \left[\frac{71.218,9}{(1+0,5613)} + \frac{71.218,9}{(1+0,5613)^2} + \frac{71.218,9}{(1+0,5613)^3} + \frac{71.218,9}{(1+0,5613)^4} + \frac{71.218,9}{(1+0,5613)^5} \right] \end{aligned} \right]$$

2.3.4. Ventajas y limitaciones de la inmunización

Algunas de las fortalezas y debilidades que podemos destacar de la gestión de inmunización pueden ser:

Fortalezas:

- Resulta más económica a la hora de poner en práctica.
- Para formar la cartera inmunizada se pueden combinar diferentes títulos que se pueden seleccionar.
- Normalmente la cartera inmunizada sufre las mismas fluctuaciones del mercado que los flujos de capitales a realizar.

Debilidades:

- El problema de los ajustes periódicos que hay que realizar para mantener la correspondencia entre las duraciones. Esto sucede cuando al transcurrir del tiempo varíen los tipos de interés del mercado.

- Estos continuos ajustes implican costes de transacción.
- En un entorno inflacionista la estrategia de la inmunización puede no ser la más adecuada.
- Si por algún pago imprevisto, el flujo de capitales se modificara, obligaría a reajustar la cartera inmunizada.
- Hay que tener en cuenta un posible riesgo de impago de los cupones y de la amortización anticipada por parte de alguno de los títulos.
- Para gestión de carteras a muy largo plazo la estrategia de inmunización puede tener problemas.
- Teniendo presente que la inmunización asume que la estructura temporal de los tipos de interés es plana, si esto no se verifica, a lo largo del horizonte temporal la inmunización no se ajustaría.

3. LA INMUNIZACIÓN CONTINGENTE

3.1. Introducción

Se puede considerar a la inmunización contingente como un híbrido entre la inmunización activa y la pasiva. En este tipo de estrategia el gestor establece un cierto rendimiento sobre el periodo de inversión. Normalmente este rendimiento es menor que el que se podría obtener con una estrategia de inmunización pasiva. Para ahondar en esta estrategia véase, por ejemplo, la inmunización contingente planteado por Leibowitz.⁽¹⁷⁾

En este tipo de estrategia es posible un mayor margen de maniobra para poder realizar estrategias de gestión activa, ante posibles evoluciones de los tipos de interés futuros, con lo cual sería posible una anticipación al mercado poder obtener rendimientos superiores.

Ahora bien, si la situación fuera adversa y se rebasa el rendimiento mínimo establecido, el gestor tendrá que inmunizar completamente la cartera con el objeto de obtener al menos el citado rendimiento mínimo. Esta situación complica y encarece la gestión de la estrategia.

3.2. Características de la estrategia

Algunas de las características más significativas que atribuimos a esta estrategia son:

- Que se establece un rendimiento mínimo aceptable.
- En base a lo anterior se asume un objetivo mínimo a conseguir. Para ello la cartera tiene que estar totalmente inmunizada desde el inicio hasta el final.
- Como consecuencia del primer punto se tiene que establecer un colchón de seguridad consistente.

¹⁷ Leibowitz, M. Y Weinberger, M. “Contingent Inmunization- Part I: Risk Control Procedures”. Financial Analysts Journal. Nov-Dic 1982. Pág. 17-31.

- Hay que realizar un minucioso procedimiento de seguimiento y control para que el colchón de seguridad no sea superado.

EJEMPLO

Supongamos que tenemos una cartera de renta fija de 1.000.000 € y que los tipos de interés vigentes son del 5% anual. El gestor de la cartera puede plantearse la inmunización de la cartera asegurando el pago dentro de 2 años, de la siguiente manera:

$$1.000.000 (1 + 0,05)^2 = 1.102.500€$$

Por otra parte sabemos que el gestor quiere garantizar un mínimo de 1.081.600 €. Para este resultado el rendimiento mínimo aceptable que resulta asciende a:

$$1.000.000 (1 + r_{min})^2 = 1.081.600€ \rightarrow r_{min} = 4%$$

Veamos ahora cómo podría proceder el gestor si decidiera aplicar una política de gestión activa. En este caso, podría invertir en el momento actual el valor actualizado de 1.081.600 € al tipo de interés vigente, esto es,

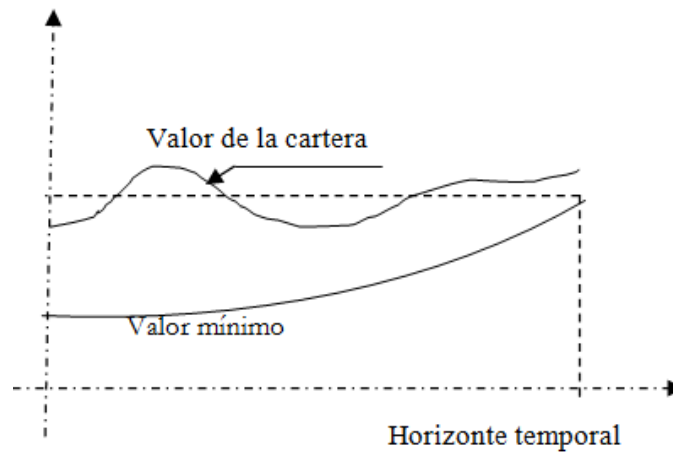
$$1.081.600 (1 + 0,05)^{-2} = 981.043,08 €$$

En esta estrategia se utiliza lo que se conoce como rendimiento de la “red de seguridad” que representa el límite inferior del colchón de seguridad. Si se sobrepasa ese límite deberá abandonarse la gestión activa. Otro concepto importante a tener en cuenta es lo que se conoce como colchón de seguridad o diferencial del colchón¹⁸, que es la diferencia entre el 5% fijado y el r_{min} que en el ejemplo anterior corresponde a 100 p.b. y es el margen que tiene el gestor de la cartera para desarrollar su gestión activa.

¹⁸ Lo que en la literatura inglesa se conoce por cushion spread.

3.3. Representación gráfica

Gráfico 10

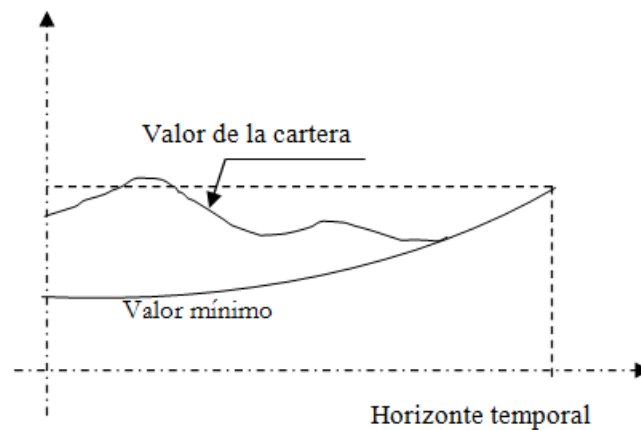


Fuente: elaboración propia

En este caso el gestor ha operado acertadamente y ha guiado la cartera por unos resultados aceptables, consiguiendo un resultado final favorable.

Pero en el gráfico siguiente:

Gráfico 11



Fuente: elaboración propia

La cartera no se ha gestionado adecuadamente, alcanzando el límite mínimo y por lo tanto el gestor se verá obligado a abandonar la gestión activa y continuar con una gestión pasiva para al menos continuar por el valor mínimo establecido hasta el final. La inmunización contingente limita las pérdidas de la gestión activa y proporciona una técnica de seguimiento del control del riesgo. En cualquier caso su aplicación no es sencilla y debe ser aplicada por expertos en inmunización de carteras. El caso práctico que se presenta a continuación es un ejemplo muy

sencillo que se aleja de un caso real por su simplicidad, pero que nos sirve para comprender la metodología de su aplicación.

Ejercicio N° 8

Un gestor invierte 1.000.000 € en Obligaciones del Estado, a la par, con vencimiento a 10 años que proporcionan cupones periódicos al 5% anual.

Averiguar la situación de la gestión de la cartera según que , al cabo de un año el tipo de interés del mercado se haya situado:

1º) en el 4,5%.

2º) en el 5,5%.

Respuesta

1º) Si el tipo de interés del mercado se ha situado en el 4,5%.

En estas condiciones el precio de la obligaciones del Estado asciende a:

$$50.000 + 50.000 a_{\overline{9}|0,045} + 1.000.000 (1 + 0,045)^{-9} = 1.086.343,95$$

Obsérvese que se incluye el cupón del momento uno para averiguar el valor de la cartera en dicho momento.

Ahora bien, como el objetivo a conseguir lo marca el valor final de la cartera mínima 1.081.600 €, actualizando su valor al 4,5% resulta:

$$\frac{1.081.600}{1,045} = 1.035.023,92 \text{ €}$$

En estos momentos el colchón de seguridad es de

$$1.086.343,95 - 1.035.023,92 = 51.329,03$$

A la vista de este resultado el gestor puede seguir gestionando su cartera de forma activa.

2º) Si el tipo de interés del mercado se ha situado en el 5,5%.

En estas condiciones el precio de la obligaciones del Estado asciende a:

$$50.000 + 50.000 a_{\overline{9}|0,055} + 1.000.000 (1 + 0,055)^{-9} = 1.015.239,02 \text{ €}$$

Ahora bien, como el objetivo a conseguir lo marca el valor final de la cartera mínima 1.081.600 €, actualizando su valor al 5,5% resulta:

$$\frac{1.081.600}{1,055} = 1.025.213,27 \text{ €}$$

En estos momentos el colchón de seguridad es de

$$1.015.239,02 - 1.025.213,27 = - 9.974,25$$

En este caso se ha superado la red de seguridad. El gestor no debe seguir con la gestión activa y por lo tanto, debe proceder a inmunizar la cartera.

3.4. Gestión combinada de activa y pasiva

A diferencia de la gestión contingente de una cartera de títulos de renta fija, en este caso, el gestor elige un porcentaje de la composición de la cartera inicial a la gestión activa inmunizando el resto mediante la gestión pasiva.

El objetivo que persigue el gestor de la cartera mediante esta técnica es la de conseguir que la relación entre las proporciones sea tal que se cumpla que el rendimiento objetivo a inmunizar sea superior al rendimiento mínimo asumible. Pero teniendo en cuenta que mediante la gestión activa no se pase del peor escenario posible.

Para calcular la proporción de la gestión activa podemos acudir a la fórmula:

$$\frac{\text{Rdto objetivo a inmunizar} - \text{Rdto mín asumible}}{\text{Rdto objetivo a inmunizar} - \text{Rdto del peor escenario}}$$

Ejercicio N° 9

Supongamos que el rendimiento objetivo a inmunizar se fija en el 5% anual, y que el rendimiento mínimo aceptable lo fija el gestor en el 4,5% anual. Por otra parte el rendimiento en el peor escenario posible para la gestión activa la establece el gestor, en el 3,5%.

Plantear la forma de distribución de la gestión de la cartera.

Respuesta

El porcentaje de la cartera sometido a gestión activa resulta:

$$\frac{0,05 - 0,038}{0,05 - 0,03} = 0,6 \rightarrow 60\%$$

Es fácil apreciar que cuanto mayor sea el rendimiento activo esperado, mayor será la proporción de la cartera en gestión activa, y cuanto menor sea el rendimiento mínimo aceptable mayor será la proporción de la cartera en gestión activa.

En esta estrategia el rendimiento mínimo deseado se obtiene siempre que el rendimiento actual no se sitúe por debajo del rendimiento activo que se obtenga considerando el peor escenario posible.