

eman ta zabal zazu



Universidad del País Vasco  
Euskal Herriko Unibertsitatea  
The University of the Basque Country

## TÉCNICAS DE MEDICIÓN, CONTROL Y COBERTURA DE LOS RIESGOS DE MERCADOS FINANCIEROS

OCW 2016

TEMA

# 2

## ESTRUCTURA TEMPORAL DE LOS TIPOS DE INTERÉS

**Autores:**

*Amaia J. Betzuen Álvarez (Coord.)*

*Amancio Betzuen Zalbidegoitia*

# Índice

1. INTRODUCCIÓN .....	3
2. LA ESTRUCTURA TEMPORAL.....	3
3. LA ESTRUCTURA TEMPORAL DE LOS TIPOS DE INTERÉS.....	4
3.1. Tanto interno de rendimiento.....	4
3.1.1. <i>Concepto e interpretación</i> .....	4
3.2. Tipo de interés al contado. Tipo Spot .....	8
3.2.1. <i>Concepto e interpretación</i> .....	8
3.2.2. <i>Cálculo del valor actual de un título utilizando el tipo de interés al contado</i> .....	12
3.3. Tipos de interés a plazo. Tipo Forward.....	14
3.3.1. <i>Concepto e interpretación</i> .....	14
3.3.2. <i>Cálculo práctico</i> .....	15
3.3.3. Método Bootstrapping o Recursivo.....	19
4. CONTRUCCIÓN DE LA CURVA DE ETTI CON DATOS .....	20
5. TEORÍAS EXPLICATIVAS DE LA ETTI .....	24
5.1. Teoría de las expectativas del mercado .....	24
5.2. Teoría de la preferencia por la liquidez .....	31
5.3. Segmentación del mercado .....	37



## 1. INTRODUCCIÓN

Se puede observar que en los mercados financieros existen diferentes tipos de interés. Ello se produce por diferentes motivos, algunos de los cuales presentamos a continuación:

**a) Existen diversos productos financieros.**

Un depósito bancario no ofrece el mismo tipo de interés que una letra del tesoro. La razón es simple, tienen diferente garantía, liquidez, fiscalidad, etc.

**b) Incluso para un mismo producto financiero el tipo de interés puede ser diferente.**

Dependerá de cuál sea su plazo hasta la amortización.

**c) El tipo de interés también depende de la fecha en la que se emita, se compre el título en el mercado, etc.**

Esto significa que el tipo de interés evoluciona con el paso del tiempo.

Finalmente, para un mismo producto, se observa una variabilidad en los tipos de interés del mercado. Es lo que se conoce por volatilidad y lo vamos a estudiar en el próximo capítulo. En este nos vamos a centrar en la variación de los tipos de interés en el tiempo. Es lo que se conoce como estructura temporal del tipo de interés (en adelante ETII). De una manera simplificada se admite que esta variación es consecuencia de dos características:

- a) Unas debidas al propio activo que son las que se conocen como características intrínsecas de los activos financieros.
- b) Otras que dependen de la evolución temporal de los mercados financieros y se conocen como características extrínsecas.

## 2. LA ESTRUCTURA TEMPORAL

La ETII representa la relación funcional entre el tipo de interés al contado de un título (obligación, bono, etc.) y su plazo hasta el vencimiento. Para determinar esta relación se utilizan títulos de renta fija libres de riesgo. Un buen instrumento lo constituyen los bonos del Estado. El problema está en que no es fácil encontrar una serie de activos de estas características y sobre todo, para todo el horizonte temporal para el que se establece la relación funcional. Por otra parte se requiere que estos activos se emitan en forma de cupón cero o cupón acumulado.

Cuando se construye la ETII, lo que se busca son tantos medios pero a diferente vencimiento. Por lo tanto, exentos de cualquier tipo de influencia exógena. Es decir, nos referimos a títulos con

similar nivel de riesgo <sup>(1)</sup> y tratamiento fiscal. Son activos homogéneos en todo salvo en el plazo de vencimiento.

Por los inconvenientes que acabamos de mencionar, en la práctica, se utiliza la llamada curva de rentabilidades <sup>(2)</sup>. Esta curva se construye utilizando títulos lo más homogéneos posibles, como pueden ser los de un mismo sector. Para estos títulos se calculan sus rentabilidades, los cuales se materializan en tantos de rendimiento.

Con frecuencia en la práctica se utiliza el TIR. El tanto de rendimiento así definido es como un tanto anual medio durante todo el periodo hasta el vencimiento. Corresponde al rendimiento que un inversor en títulos obtendría si los mantuviera hasta el vencimiento. Por lo tanto se asume que el inversor recibirá todos los flujos de capitales que en términos de certeza fueron contratados <sup>(3)</sup>. Cuando planteemos la fórmula para su cálculo observaremos que se puede considerar esta TIR como un valor medio ponderado de los tipos de interés al contado, siendo la ponderación el importe de los capitales.

De todo lo anterior se concluye que la ETTI y lo que hemos definido como curva de rentabilidades, no son iguales. No obstante y por las dificultades que hemos señalado, en la mayoría de los casos la curva de rentabilidades supone una buena aproximación de la curva ETTI.

Por otra parte la curva ETTI se refiere tanto al mercado primario como al secundario. En el mercado primario el tipo de interés es el del cupón, para un nominal <sup>(4)</sup> N y la duración es el tiempo de emisión hasta el vencimiento. En el mercado secundario el tipo de interés es el del mercado y la duración es el plazo que le queda hasta el vencimiento <sup>(5)</sup>.

### 3. LA ESTRUCTURA TEMPORAL DE LOS TIPOS DE INTERÉS

#### 3.1. Tanto interno de rendimiento

##### 3.1.1. Concepto e interpretación

El tanto interno de rendimiento o el TIR de un título de renta fija, es un tanto efectivo promedio, en cómputo anual, que iguala el valor actualizado de todos los flujos de capitales futuros, al momento actual, con su precio. Este parámetro ya fue analizado en el tema referido a los tantos de rendimientos y de nuevo lo contemplamos aquí utilizado en un nuevo contexto <sup>(6)</sup>.

<sup>1</sup> Entendido como la posibilidad de impago. Se asume que a lo largo de este tiempo el grado de riesgo no cambia.

<sup>2</sup> Yield curve. También se conoce como curva de rendimientos.

<sup>3</sup> Los flujos de capitales lo constituyen todos los cobros a que tiene derecho, el inversor, como poseedor del título.

<sup>4</sup> También se le denomina facial.

<sup>5</sup> Term to maturity.

<sup>6</sup> Al TIR también se le denomina, en este contexto, como rentabilidad al vencimiento (yield to maturity)

Conviene advertir que, el TIR supone un criterio clásico para obtener el tanto de rendimiento de una inversión, o para comparar rentabilidades de distintas inversiones. Pero se trata de una medida promedio. Como tal no contiene la información suficiente como para poder comparar títulos. Por ejemplo, con igual vencimiento pero diferente distribución de capitales.

Una desventaja que se atribuye a este método es que asume que el inversor reinvierte los flujos de capital, obtenidos durante la vida de la inversión, al mismo tanto que el obtenido como tanto de rendimiento interno  $r$ . Además, se está asumiendo implícitamente que el título se mantiene hasta su vencimiento.

No es difícil intuir que, la rentabilidad al vencimiento de un título con cupón periódico dependerá de la distribución de su flujo de capitales. Por lo tanto, nos podemos encontrar con títulos que se amortizan en la misma fecha y que proporcionan TIR diferentes, pues basta con que la distribución de capitales sea diferente. De ahí que podamos afirmar que el TIR hace referencia a un título concreto. Esto no sucede con el tipo de interés al contado el cual es un concepto relativo a un plazo.

Como consecuencia de todo lo anterior se concluye que el TIR no es una buena medida de la rentabilidad de los títulos (o en su caso de la cotización). El TIR de un título cupón cero depende de su plazo hasta el vencimiento, mientras que un título cupón periódico depende del flujo de capitales futuros. En consecuencia, en un título cupón cero es indiferente hablar de tipo de interés al contado al plazo correspondiente y de rentabilidad al vencimiento (TIR).

### Ejercicio N° 1

Tenemos un conjunto de precios correspondientes a cuatro títulos cuyos valores y cupones aparecen reflejados en el siguiente cuadro :

Cuadro 1

Títulos	Años hasta el Vencimiento	Cupones	Precios
T1	1	20	985
	2	22	965
T2	3	25	938
T3	4	32	910
T4			

Fuente: elaboración propia

#### Tareas a realizar:

- 1) Averiguar los valores de los TIR correspondientes.
- 2) Realizar la representación gráfica y dar una opinión de los resultados.



## Respuesta

### Utilizando la matemática financiera

El cálculo del TIR para cada título se obtiene aplicando la siguiente fórmula:

#### **Para el título T1:**

$$985 = 20 * a_{\overline{1}|TIR_1} + 1.000 * (1 + TIR_1)^{-1} \rightarrow TIR_1 = 0,0355 \rightarrow 3,55\%$$

#### **Para el título T2:**

$$965 = 22 * a_{\overline{2}|TIR_2} + 1.000 * (1 + TIR_2)^{-2} \rightarrow TIR_2 = 0,0406 \rightarrow 4,06\%$$

Y así sucesivamente.

### Utilizando la función Excel:

Aplicamos el siguiente comando

`=TIR (Valores; estimar)`

#### **Para el título T1:**

Si los datos están incluidos en celdas de Excel.

En la celda N16 el valor -985 y en la celda O16 el valor 1.020.

`=TIR (N16:O16)`

Proporciona el resultado: 3,55%

#### **Para el título T2:**

Si los datos están incluidos en celdas de Excel.

En la celda N18 el valor -965, en la celda O18 el valor 22 y en la celda P18 el valor 1.022.

`=TIR (N18:P18)`

Proporciona el resultado: 4,06%

Con cualquiera de los métodos de cálculo utilizados se obtiene la siguiente tabla de valores correspondientes a las TIR.

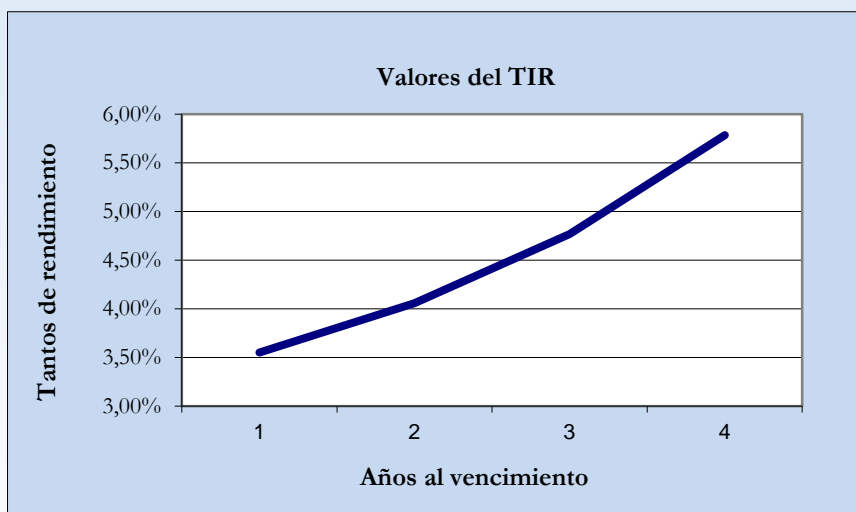
Tabla 1

Títulos	Años hasta el Vencimiento	TIR
T1	1	3,55%
T2	2	4,06%
T3	3	4,77%
T4	4	5,78%

Fuente: elaboración propia

La representación gráfica correspondiente a estos valores es:

Gráfico 1



Fuente: elaboración propia

Señala que la curva es creciente. Se trata de una curva normal e indica que los tantos de rendimiento son mayores cuando el plazo al vencimiento es mayor. O sea, cuando la inversión es a más largo plazo.

## 3.2. Tipo de interés al contado. Tipo *Spot*.

### 3.2.1. Concepto e interpretación

Se denomina tipo de interés al contado o tipo *Spot* al tipo de interés efectivo, en cómputo anual, que se establece en el momento actual para calcular el valor actualizado de un flujo de capitales.

Para que este tanto sea considerado *Spot* tiene que:

- Estar referido a una unidad de tiempo, normalmente el año.
- No se contemplan cupones ni intereses periódicos. Corresponden a títulos emitidos al descuento o títulos cupón cero. Es decir, se trata de una operación simple. Por esta razón a los tipos al contado se les conoce también como tipos cupón cero.
- Se contempla en ambiente de certeza (perfectamente conocido).

Matemáticamente un tipo de interés al contado, en cómputo anual, utilizando la ley de capitalización compuesta relaciona dos capitales de la siguiente forma:

$$C_n = C_0 (1+i)^n$$

o bien, si lo que se conoce es  $C_n$

$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n}$$

de donde se obtiene el tipo al contado

$$i = \left( \frac{C_n}{C_0} \right)^{1/n} - 1$$

Siendo  $C_0$  el capital en el momento inicial y  $C_n$  el capital en un momento final  $n$ . En el planteamiento se consideran periodos enteros, en este caso, anuales.

Si generalizamos la fórmula anterior se tiene:

$$i_t = \left( \frac{C_t}{C_0} \right)^{1/t} - 1 \quad \forall t, t = 1, 2, \dots, n$$

A esta relación funcional del tipo de interés al contado se le conoce como estructura temporal de los tipos de interés más conocido como ETTI. Denotaremos a este parámetro por la letra  $r$  y así lo utilizamos en lo sucesivo salvo indicación en contrario.



**Resumen:**

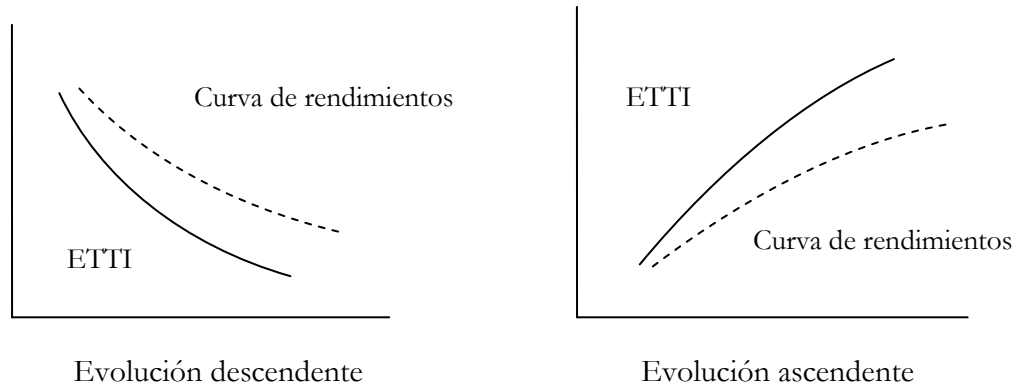
Insistimos en que no se debe confundir la curva de rendimientos <sup>(7)</sup> con la curva ETTI. La curva de rendimientos utiliza los tantos internos de rentabilidad (TIR) de títulos de renta fija homogéneos, de un mismo emisor o de un mismo sector pero con periodos al vencimiento diferentes. Estos tantos de rentabilidad se consideran como un valor promedio ponderado de los tipos de interés al contado, en donde las ponderaciones vienen dados por las cuantías de los pagos generados por el título.

En la práctica se identifica la ETTI con los tipos cupón cero <sup>(8)</sup> de deuda pública, los cuales no presentan riesgo de insolvencia. Esto garantiza que no existan diferencias por riesgo crediticio en las diferentes emisiones de deuda que se utiliza para la construcción de la ETTI. Por otra parte, estas emisiones tienen alta liquidez y un importante volumen de negociación de manera que su cotización es representativa de la información que proporciona el mercado.

Ahora bien, como la TIR no se mantiene a lo largo de una inversión <sup>(9)</sup> el TIR tomado de referencia no se corresponde con el real y por consiguiente se produce una diferencia entre la curva de rendimientos y la curva ETTI. En concreto cuando la evolución de los tipos es descendente la curva de rendimientos se sitúa por encima de la ETTI y cuando es ascendente se sitúa por debajo.

Gráficamente se obtiene lo siguiente:

**Gráficos 2 y 3**



Fuente: elaboración propia

Como ya quedó indicado si la curva de rendimientos se construye con títulos cupón cero, se obtiene directamente la curva ETTI puesto que se elimina el riesgo de reinversión de los cupones.

<sup>7</sup> También conocida como curva de rentabilidad o yield curve.

<sup>8</sup> Que hacen de tipos al contado. De manera que se habla indistintamente de curva cupón cero o ETTI.

<sup>9</sup> Pues como sabemos implica, entre otras cosas, asumir implícitamente que los flujos de capital intermedios se reinvierten al mismo TIR. Esto no se cumple en la realidad, luego el TIR final no coincide con la TIR tomada en consideración.

Si la curva ETII fuera horizontal, entonces la TIR coincide con el tipo de interés al contado como es obvio, pues esta curva horizontal de la ETII se da cuando todos los tipos al contado permanecen constantes lo cual coincide con el TIR.

Para construir la curva ETII necesitamos información sobre los bonos cupón cero y estos no son tan abundantes como los cupón periódico. Para solventar esta situación, en la práctica, se opera de la siguiente manera:

- a) Tomar el principal (no los cupones) de los bonos segregables de Deuda Pública (los denominados *Strips*).
- b) Tomando bonos convencionales pero considerando en el eje de abscisas, duraciones, en vez de plazos hasta el vencimiento.<sup>(10)</sup>

### Ejercicio N° 2

Disponemos de la siguiente información sobre títulos cupón cero de nominal 1.000€.

Tabla 2

Años hasta el vencimiento	Precio
1	994
2	975
3	960
4	945
5	927

Fuente: elaboración propia

Se quiere averiguar los tipos de interés al contado.

<sup>10</sup> Esta forma de proceder es algo más laboriosa.

**Respuesta**

Para calcular los tipos de interés al contado utilizamos la fórmula:

$$i_t = \left( \frac{C_t}{C_0} \right)^{1/t} - 1 \quad (1)$$

Así, para  $t=1$

$$i_1 = \left( \frac{1.000}{994} \right)^{1/1} - 1 \Rightarrow 0,6036\%$$

para  $t=2$

$$i_2 = \left( \frac{1.000}{985} \right)^{1/2} - 1 \Rightarrow 1,2739\%$$

Análogamente

$$i_3 = 1,370\%$$

$$i_4 = \%$$

$$i_5 = \%$$

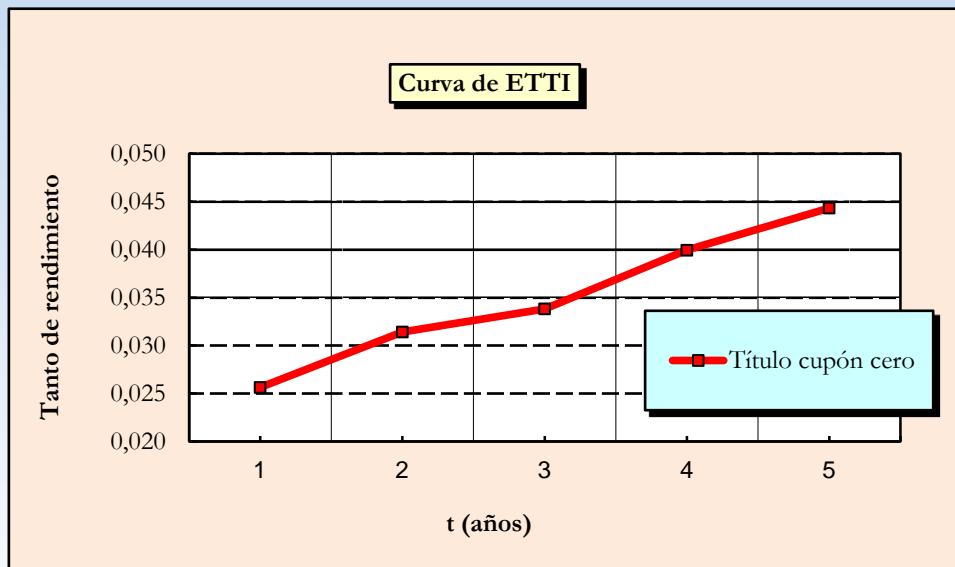
**Tabla 3**

Años hasta el Vencimiento	Rendimiento al vencimiento
1	0,6036%
2	1,2739%
3	1,370%
4	0,9208%
5	1,0311%

Fuente: elaboración propia

Representación gráfica de la evolución de los tantos de rendimiento.

Gráfico 4



Fuente: elaboración propia

En este caso la curva es creciente lo cual indica que los tantos de rendimiento a corto plazo son menores que los de a largo plazo <sup>(1)</sup>. Una interpretación directa de una curva creciente es que el “mercado” espera que se produzca una subida de los tipos.

### 3.2.2. Cálculo del valor actual de un título utilizando los tipos de interés al contado

Una de las utilidades de los tipos de interés al contado o cupón cero es su aplicación para calcular el valor actual de un flujo de capitales futuros.

Supongamos que un título de renta fija genera los siguientes flujos de capitales futuros  $C_1$ ,  $C_2$ , ...,  $C_n$  y conocemos los tipos de interés al contado para los vencimientos de cada uno de estos capitales:  $r_1$ ,  $r_2$ , ...,  $r_n$ . Con estos datos podemos plantear la siguiente fórmula, para calcular el precio en el origen, del título

$$P = \frac{C_1}{1+r_1} + \frac{C_2}{(1+r_2)^2} + \dots + \frac{C_n}{(1+r_n)^n} + \frac{C}{(1+r_n)^n}$$

Normalmente estos capitales corresponden a  $n$  cupones iguales y un último capital que representa el nominal del título y que vence en el momento  $n$ . En condiciones normales este precio

y el precio real de cotización del mercado deberán coincidir. Si no fuera así es que los tipos  $r_j$  no son buenos indicadores de los tipos de mercado y se daría pie al arbitraje <sup>(11)</sup>.

### Ejercicio N° 3

Disponemos de la siguiente información. Los tipos de interés *Spot* para los sucesivos años al vencimiento se presentan a continuación:

Tabla 4

Años hasta el vencimiento	$I_t$
1	2,56
2	2,70
3	2,64
4	2,58
5	2,55

Fuente: elaboración propia

Se dispone de un título por el que se abonan cupones anuales a un tipo de interés del 3% anual y se amortiza por el nominal 1.000 €.

**Averiguar su precio en el momento actual cuando aún quedan 5 años para su vencimiento.**

<sup>11</sup> El arbitraje se produce si la cotización del título es superior al precio resultante de la fórmula anterior y que recordemos, corresponde al valor actual de cupón cero en los que se descompone el título original. El inversor podría venderlo en el mercado y sí obtener una ganancia al comprar la combinación equivalente de títulos al descuento. Claro que si se extendiese esta tendencia se produciría una disminución en el precio hasta que coincidiera con  $P$  y se anulara el arbitraje. Análogamente, si la cotización es inferior los inversores de títulos cupón cero podrían vender sus activos y comprar un título con pago periódico de cupones equivalentes.

<sup>12</sup> También se dice títulos cupón cero pero esta denominación aquí no parece la más correcta, pues un título cupón cero conlleva intereses acumulados.

**Respuesta**

$$P = \frac{30}{1 + 0,0256} + \frac{30}{(1 + 0,027)^2} + \frac{30}{(1 + 0,0264)^3} + \frac{30}{(1 + 0,0258)^4} + \frac{1.030}{(1 + 0,0255)^5} =$$

$$= 1.020,69\text{€}$$

Como vemos el título con pago periódico de intereses se puede sustituir por 5 títulos emitidos al descuento.

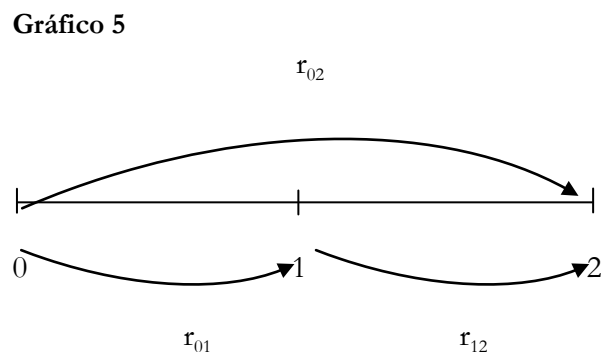
### 3.3. Tipo de interés a plazo implícito. Tipo Forward

#### 3.3.1 Concepto e interpretación

El tipo de interés a plazo implícito, o tipo forward es el tipo de interés establecido para un tiempo futuro. Un empresario podría conocer hoy, su situación de liquidez dentro de 3 meses, estaría interesado en colocar parte de esta liquidez cuando transcurra el plazo. Para ello necesitaría conocer, en la medida de lo posible, el nivel del tipo de interés cuando llegue el momento. Por ejemplo, cuál sería el tipo de interés, a un año, que le ofrecerían si adquiriese un título, dentro de 3 meses.

Cuando se opera matemáticamente el tipo a plazo se obtiene de la combinación de dos tipos al contado pero emitidos a diferentes horizontes temporales. Para ello se asume que, bajo ciertas condiciones, el tipo de interés al contado, aplicado durante dos años proporciona el mismo resultado que el que se obtiene de aplicar el tipo de interés al contado por un año y el resultado obtenido volver a invertirlo durante el segundo año.

Gráficamente lo podríamos representar de la siguiente manera:



Fuente: elaboración propia

Con el objeto de establecer una nomenclatura lógica y dado que nos referimos, en lo sucesivo, a tantos de rendimientos, utilizamos la notación  $r$  y en cuanto a los periodos utilizamos los siguientes subíndices. Por ejemplo, el tanto de rendimiento para el primer año, del momento 0 al momento 1, lo indicamos por  $r_{01}$ . El tanto de rendimiento (anual), para los dos primeros años por  $r_{02}$ . El tanto de rendimiento para el segundo año (desde el momento 1 hasta el momento 2) por  $r_{12}$  y así sucesivamente.

### 3.3.2 Cálculo práctico

Recordemos que se trata de averiguar los tipos de interés esperados por el mercado al cabo de un cierto periodo de tiempo. Para calcular los tipos forward se debe utilizar una ETTI, pero como esto no siempre es posible, en su defecto se intenta averiguar<sup>(13)</sup> la información adicional contenida en la curva de rendimientos. Representan por tanto, los tipos a plazo que de manera implícita se encuentran en la curva de rendimientos.

Veamos cómo se procede en la práctica. Si un bono cupón cero a un año presenta un rendimiento  $r_{01}$  para todo el año y un bono cupón cero a dos años presenta un tanto de rendimiento anual  $r_{02}$  para todo el periodo de 2 años podemos intentar averiguar cuál es el rendimiento resultante desde el momento 1 al momento 2. Esto es, para el segundo año.

Teniendo en cuenta el gráfico del punto anterior y utilizando la matemática financiera podemos proceder como sigue:

Un título de nominal  $C$  al tanto anual  $r_{02}$  al cabo de 2 años supone:

$$C(1+r_{02})^2 \quad (1)$$

Un título del mismo nominal  $C$  al tanto  $r_{01}$  al cabo de un año supone:

$$C(1+r_{01})$$

que si podemos invertirlo, para el año siguiente, al tanto  $r_{12}$  de manera que proporcione el mismo resultado que en (1) podemos escribir

<sup>13</sup> Bajo ciertas hipótesis.

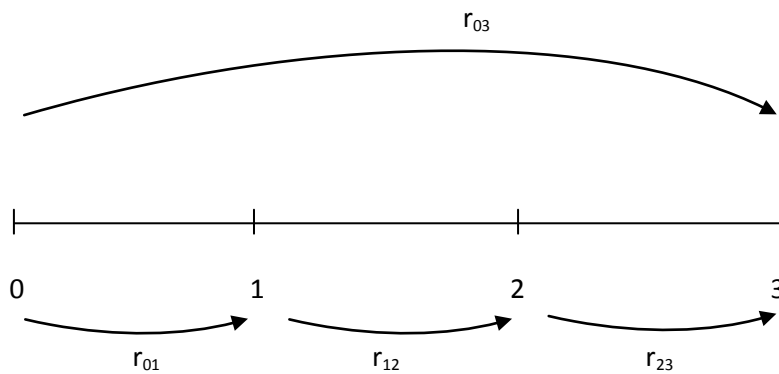
$$C(1+r_{01})(1+r_{12})=C(1+r_{02})^2$$

de donde

$$r_{12} = \frac{(1+r_{02})^2}{1+r_{01}} - 1 \quad (14)$$

Análogamente se calcula el tipo de interés a plazo implícito para el periodo anual correspondiente al tercer año.

Gráfico 6



Fuente: elaboración propia

La ecuación a considerar ahora es:

$$C(1+r_{01})(1+r_{12})(1+r_{23})=C(1+r_{03})^3$$

Se trata de calcular  $r_{23}$ . Despejando resulta:

<sup>14</sup> A menudo, en la práctica, se aproxima aplicando la capitalización simple

$$C(1+r_{01}+r_{12})=C(1+2*r_{02})$$

$$r_{12} = 2 * r_{02} - r_{01} \quad \rightarrow \quad r_{02} = \frac{r_{01} + r_{12}}{2}$$

luego, por aproximación el rendimiento anual de un título a 2 años es la media aritmética del rendimiento de títulos a un año y el rendimiento implícito a un año del segundo año. Si se realiza el cálculo con exactitud la relación anterior es la media geométrica, es decir

$$r_{02} = [(1+r_{01})(1+r_{12})]^{1/2} - 1$$





$$r_{23} = \frac{(1 + r_{03})^3}{(1 + r_{01})(1 + r_{12})} - 1$$

y así sucesivamente.

De forma generalizada el tipo forward correspondiente a un periodo  $(t_1, t_2)$  lo planteamos a través de la siguiente ecuación:

$$C(1 + r_{t_1})^{t_1} (1 + r_{t_1, t_2})^{t_2 - t_1} = C(1 + r_{t_2})^{t_2}$$

de donde se obtiene:

$$r_{t_1, t_2} = \left[ \frac{(1 + r_{t_2})^{t_2}}{(1 + r_{t_1})^{t_1}} \right]^{1/(t_2 - t_1)} - 1$$

Evidentemente, si las cosas suceden como se prevé (y en ausencia de costes de gestión) el tanto  $r_{t_1, t_2}$ , debería coincidir con el tanto *Spot* vigente en  $t_1$ .

### Ejercicio N° 4

Disponemos de la siguiente información.

Los tantos de rendimiento al contado para los sucesivos años se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 5

Años hasta el Vencimiento	$r_t$
1	2,56%
2	2,70%
3	2,88%
4	3,14%

Fuente: elaboración propia

Con estos valores de la ETTI se quiere averiguar:

- 1º) Los tipos a plazo, en cómputo anual, que surgen a partir de la ETTI dada.
- 2º) El tipo esperado dentro de 2 años para un horizonte temporal de 3 años.

**Respuesta**

1º) Para averiguar los tipos a plazo utilizamos la fórmula:

$$r_{12} = \frac{(1 + r_{02})^2}{1 + r_{01}} - 1 = \frac{(1 + 0,0270)^2}{1 + 0,0256} - 1 = 0,0 \rightarrow \%$$

$$r_{23} = \frac{(1 + r_{03})^3}{(1 + r_{02})^2} - 1 = \frac{(1 + 0,0288)^3}{(1 + 0,0270)^2} - 1 = 0,0 \rightarrow \%$$

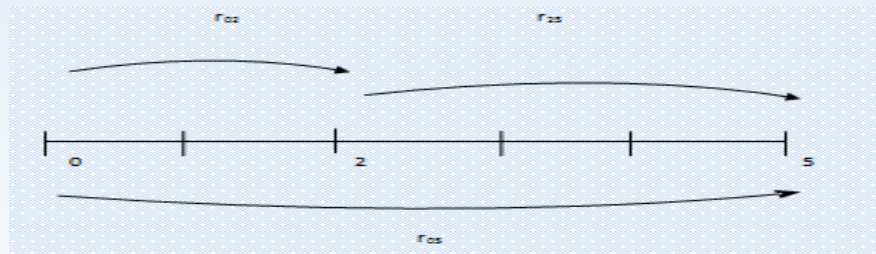
$$r_{34} = \frac{(1 + r_{04})^4}{(1 + r_{03})^3} - 1 = \frac{(1 + 0,0314)^4}{(1 + 0,0288)^3} - 1 = 0,0 \rightarrow \%$$

$$r_{45} = \frac{(1 + r_{05})^5}{(1 + r_{04})^4} - 1 = \frac{(1 + 0,0327)^5}{(1 + 0,0314)^4} - 1 = 0,0 \rightarrow \%$$

Obsérvese que los tipos de interés a plazo, en cómputo anual, para los sucesivos años son superiores a los tipos al contado dados.

2º) Para averiguar este punto observamos el siguiente esquema:

**Gráfico 7**



Fuente: elaboración propia

y planteamos la siguiente ecuación:

$$(1 + r_{02})^2 (1 + r_{25})^3 = (1 + r_{05})^5$$

de donde

$$r_{25} = \left[ \frac{(1 + r_{05})^5}{(1 + r_{02})^2} \right]^{1/3} - 1 =$$

### 3.3.3 Método *Bootstrapping* o *Recursivo*

Se trata de un método que estima los tipos cupón cero a partir de la rentabilidad al vencimiento de los títulos con pago periódico de cupones. Es decir, se trata de estimar la ETTI a partir de la curva de rendimientos y para ello se sigue la siguiente metodología:

A partir de la curva de rendimientos obtenemos los tantos  $r_1, r_2, \dots, r_n$ . Con estos valores planteamos las siguientes ecuaciones:

$$1 = \frac{1 + r_1}{1 + r_{0,1}} \rightarrow r_{0,1}$$

$$1 = \frac{r_2}{1 + r_{0,1}} + \frac{1 + r_2}{(1 + r_{0,2})} \rightarrow r_{0,2}$$

$$1 = \frac{r_3}{1 + r_{0,1}} + \frac{r_3}{(1 + r_{0,2})^2} + \frac{1 + r_3}{(1 + r_{0,3})^3} \rightarrow r_{0,3}$$

Y así sucesivamente.

Una forma práctica de operar es a través de los llamados factores de descuento que consisten en lo siguiente:

Denotamos por:

$$d_t = \frac{1}{(1 + r_{0,t})^t}$$

De esta manera los tipos *spot* se obtendrían de la siguiente manera:

$$r_{0,t} = \left( \frac{1}{d_t} \right)^{1/t} - 1$$

Además los factores de descuento se pueden obtener de manera recurrente utilizando la siguiente ecuación:

$$d_t = \frac{1 - Q_t * r_t}{1 + r_t}$$

Donde

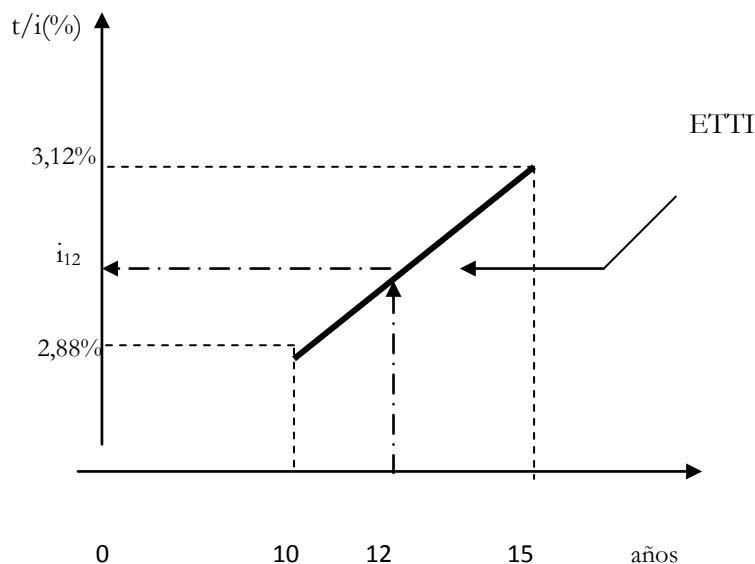
$$Q_t = d_1 + d_2 + \dots + d_{t-1} \quad \text{siendo } Q_1 = 0$$

#### 4. CONSTRUCCIÓN DE LA CURVA ETTI CON DATOS

En la práctica no siempre se dispone de información sobre curvas de rendimientos para todos los plazos. Por ejemplo, en nuestro País se emiten obligaciones del Estado a 10, 15 y 30 años pero no se emiten para plazos intermedios. Luego, transcurridos, por ejemplo, 2 años, tenemos que valorar títulos con vencimientos a 8 años, 13 años, 28 años. Nos vemos en la necesidad de tener que estimar los puntos de la curva en los plazos intermedios.

Por ejemplo, supongamos que en el momento presente la rentabilidad de las obligaciones del Estado a 10 años y 15 años, respectivamente son: 2,88% y 3,12%. Para estimar la rentabilidad de un título a 12 años se puede proceder por interpolación como sigue:

Gráfico 8



Fuente: elaboración propia

$$\frac{15 - 10}{12 - 10} = \frac{0,0312 - 0,0288}{i_{12} - 0,0288} \rightarrow i_{12} = 0,02976$$

En este ejemplo hemos aplicado la interpolación lineal. En otros casos se utilizará otro tipo de interpolación dependiendo de la forma de la curva y del grado de aproximación que se quiera alcanzar.

Para construir una ETII de cualquier mercado financiero hay que utilizar activos de renta fija con cupón cero. Ahora bien, dado que no siempre resulta fácil disponer de toda una gama de títulos que cubran todo el recorrido de tipos de interés, es necesario construirlo a partir a la curva de rendimientos <sup>(15)</sup>. En cualquier caso para poder realizar una estimación y así cubrir las lagunas que faltan, los datos tienen que proceder de títulos con idéntico riesgo de crédito, liquidez y tratamiento fiscal. De esta forma se evita que la ETII resulte sesgada.

### Ejercicio N° 5

Se dispone de los siguientes datos obtenidos en el mercado monetario

Tabla 6

Meses	% anual
1	0,30%
3	0,40%
6	0,55%
12	0,72%

Fuente: elaboración propia

y de los siguientes datos correspondientes a bonos ordinarios <sup>(1)</sup>

Tabla 7

Años	% anual
2	1,12%
4	1,40%
5	1,55%
7	2,15%
9	2,40%
10	2,50%

Fuente: elaboración propia

**Se trata de analizar la posibilidad de construir la curva de cupón cero implícita.**

<sup>15</sup> Martín Marín dice que también se puede obtener a partir del mercado de swaps genéricos.

**Respuesta**

Como se sabe los activos del mercado monetario son activos cupón cero pues se abonan intereses al vencimiento. El factor de actualización a corto plazo, aplicando la ley racional simple, es:

$$V^{1/12} = \frac{1}{1 + 0,003 \frac{1}{12}} = 0,$$

$$V^{3/12} = \frac{1}{1 + 0,004 \frac{3}{12}} = 0,$$

$$V^{6/12} = 0, \quad V^{12/12} = 0,$$

Para los bonos ordinarios se aplica la ley compuesta. En la tabla no se dispone de información para todos los años. Para superar esta falta de datos se procede por interpolación lineal, obteniendo los resultados que se presentan en la siguiente tabla:

**Tabla 8**

Años	% anual
3	4,50%
6	4,85%
8	5,25%

Fuente: elaboración propia

Para averiguar el tipo cupón cero correspondiente a cada periodo, formamos las correspondientes ecuaciones tomando por un lado el precio del bono (igual a su nominal) y por otro los cupones y la amortización a la par <sup>(1)</sup>.

– Para un bono con vencimiento a 2 años

Se actualiza cada flujo de capital al correspondiente factor de actualización <sup>(1)</sup>.

$$1.000 = 44 V + 1.044 V^2$$

de donde,

$$V^2 = \frac{1.000 - 44 V}{1.044} = \frac{1.000 - 44 * 0,959}{1.044} = 0,9174$$

– Para un bono con vencimiento a 3 años

$$1.000 = 45 V + 45 V^2 + 1.045 V^3$$

$$V^3 = \frac{1.000 - 45 (V + V^2)}{1.045} = 0,8761$$

– Para lo sucesivo

$$V^4 = \frac{1.000 - C i_4 \sum_{j=1}^3 V^j}{1.000 + C i_4}$$

Los tipos cupón cero se obtienen a partir de la ecuación

$$i_t = \left( \frac{1}{V} \right)^{1/t} - 1 = \left( \frac{1}{-} \right)^{1/t} - 1$$

$$i_2 = \left( \frac{1}{V^2} \right)^{1/2} - 1 = \left( \frac{1}{-} \right)^{1/2} - 1 = 0,044$$

$$i_3 = \left(\frac{1}{V^3}\right)^3 - 1 = \left(\frac{1}{0,8761}\right)^{1/3} - 1 = 0,045$$

Y así sucesivamente. Como se puede observar salen pequeñas diferencias.

## VENTAJAS DE CONOCER LOS VALORES DE UNA ETTI

- Es una referencia más precisa para la medición, control y gestión del riesgo de tipo de interés.
- Es una referencia para las emisiones de renta fija.
- Es una buena referencia para la gestión de carteras de renta fija.
- Se utiliza para una más precisa valoración de activos y pasivos. Tanto financieros como reales.
- Proporciona información acerca de la evolución futura de los tipos de interés.
- Prácticamente posibilita la evolución de cualquier tipo de instrumento financiero.
- Los BCE de los países de la Comunidad Europea, recomiendan su utilización ya que proporciona información relevante a la hora de tomar decisiones en temas de políticas monetarias.

## 5. TEORÍAS EXPLICATIVAS SOBRE LA CURVA ETTI

Son teorías que pretenden explicar la ETTI. Por ejemplo, como se forma una ETTI. Cuáles son las variables de las que depende.

Las más conocidas son:

- Expectativas del mercado. Modelo insesgado.
- Preferencia por la liquidez. Modelo sesgado.
- Segmentación de mercados <sup>(16)</sup>

### 5.1. Teoría de las expectativas del mercado

Según esta teoría, conocida también como modelo insesgado o de las expectativas puras, la forma de la curva de rendimientos se debe a la opinión de los agentes del mercado, en donde se incluyen tanto los emisores o prestatarios como inversores o prestamistas.

<sup>16</sup> También conocida por la del hábitat preferido.



Este modelo solo tiene en cuenta las opiniones de los agentes. No se incluyen riesgos y por lo tanto se plantea en condiciones de certeza. Además se asume que existe libertad de movimiento de capitales.

Los defensores de esta teoría afirman que la forma de la curva de tipos muestra las expectativas futuras de los inversores aunque señalan que para tipos a corto plazo. Las expectativas se siguen cumpliendo en los tipos implícitos a plazo, que son los tipos a corto en el futuro<sup>17</sup>. De esta manera, para los defensores de esta teoría las expectativas sobre los tipos de interés son capturados por la ETTI.

En esta doctrina unas expectativas alcistas sobre los tipos forward se plasman en un mercado de tipo normal, en consonancia con una ETTI de pendiente positiva. Por el contrario unas expectativas bajistas sobre los tipos forward dan lugar a un mercado invertido, en correspondencia, con una ETTI de pendiente negativa.

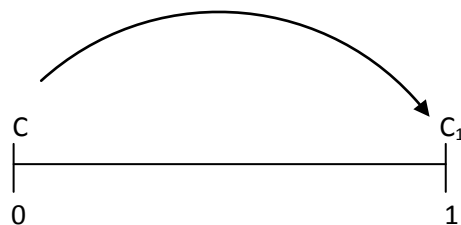
Veamos cómo se comporta un inversor que sigue esta teoría ante una decisión sobre diferentes escenarios.

1) Inversión a un año

Supongamos que el inversor tiene la intención de invertir a un año pero se encuentra con la siguiente alternativa:

- a) Invertir en títulos a un año

Gráfico 9



Fuente: elaboración propia

El montante que alcanzaría es:

$$C_1 = C(1 + r_{01})$$

- b) Invertir en títulos a dos años y venderlo al cabo de un año.

<sup>17</sup> Para los defensores de esta teoría, y como consecuencia de la hipótesis de certeza, los agentes tienen una perspectiva similar sobre los tipos de interés que van a existir hacia el futuro. Esto es, en este tipo de ambiente los tipos forward coinciden con los tipos al contado que se esperan en el futuro. Ante esta perspectiva los inversores se muestran indiferentes, ante diferentes alternativas de inversión, con independencia de su plazo.



El valor del título en el momento de la amortización será:

$$C_2 = C(1 + r_{02})^2$$

Como se vende al cabo de un año, su valor de venta lo calculamos de la siguiente manera:

$$C_1 = \frac{C(1 + r_{02})^2}{1 + r_{12}}$$

La comparación entre las dos opciones, según esta teoría, es la siguiente: (teniendo en cuenta que en el momento cero  $r_{12}$  representa una expectativa)

$$C(1 + r_{01}) \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \frac{C(1 + r_{02})^2}{1 + \exp r_{12}} \quad (18) \quad (1)$$

Luego el inversor realizará la siguiente comprobación

$$\exp r_{12} \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} r_{12} \quad (19)$$

Si sucede que  $\exp r_{12} > r_{12}$  elegimos la alternativa a), esto es, cuando la expectativa de tipo al contado a corto, para el segundo año, es superior al tipo de interés implícito. Como vemos puede suceder que se elija la expectativa a), la b) o que resulte indiferente.<sup>(20)</sup>

Los defensores de la teoría de las expectativas afirman que esta teoría explica aspectos estáticos de la curva de rendimientos.

### Ejercicio N° 6

Supongamos que un inversor quiere decidir entre dos opciones:

- a) La rentabilidad a un año es: 2,5% y a dos años 2,65%.
- b) La rentabilidad esperada a un año, para el segundo año es el 2,85%.

**Averiguar el tanto anual implícito para el segundo año y determinar la estrategia de inversión que elegirían los inversores.**

<sup>18</sup> Si la expectativa es inferior al tipo implícito el inversor elegiría la alternativa b), esto es, invertiría en títulos a largo. En caso contrario invertiría en títulos a corto. En caso de igualdad se produciría la indiferencia.

<sup>19</sup>  $r_{12}$  es el que sale de los cálculos (plazo implícito).

<sup>20</sup> Esto provocaría situación de arbitraje y seguido variarían los tipos de interés al contado.

**Respuesta**

Calculamos inicialmente el tipo de interés implícito a corto plazo.

Utilizando la fórmula

$$r_{12} \cong 2 * r_{02} - r_{01} = 2 * 0,0265 - 0,025 = 0,028 \quad (1)$$

Como se ve

$$\exp r_{12} > r_{12} \quad \text{pues} \quad 0,0285 > 0,028$$

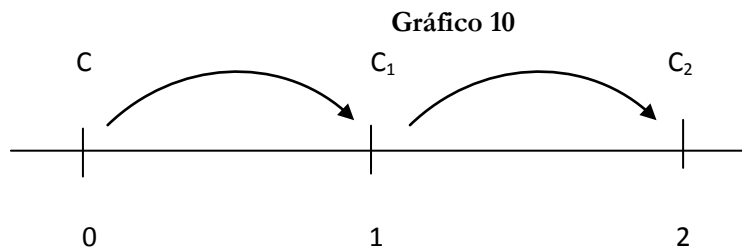
Esto significa que en el mercado los inversores prefieren títulos a un año, porque al invertirlos de nuevo obtendrían una rentabilidad mayor <sup>(1)</sup>. Si se invierte al 2,5% y luego al 2,85% se obtiene más que directamente al 2,65%.

Si la igualdad anterior no se cumpliera se producirían situaciones de arbitraje. En consecuencia los tipos  $r_{01}$  y  $r_{02}$  al contado variarían siguiendo las expectativas de los agentes.

II) Inversiones a 2 años.

Consideremos una inversión a 2 años que tiene dos alternativas:

a) Inversiones anuales



Fuente: elaboración propia

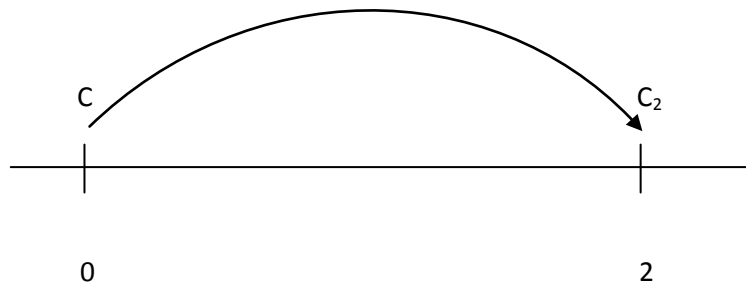
Invierte un capital  $C$  en títulos a un año. El capital obtenido al final del año  $C_1$  lo reinvierte en títulos a un año obteniendo  $C_2$ .

$$C_2 = C(1 + r_{01})(1 + \exp r_{12}) \quad (2)$$

en donde  $\exp r_{12}$  representa la expectativa del tanto  $r_{12}$  en condiciones de certeza.

b) Inversión única

Gráfico 11



Fuente: elaboración propia

Invierte un capital  $C$  en títulos a dos años. El capital obtenido al final del segundo año resulta:

$$C_2 = C(1 + r_{02})^2$$

luego el criterio de decisión entre ambas alternativas consiste en comparar:

$$C(1 + r_{02})^2 = C(1 + r_{01})(1 + \exp r_{12}) \quad (3)$$

que se reduce a:

$$\exp r_{12} \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} r_{12}^{21}$$

Es decir, si  $\exp r_{12} > r_{12}$  elegiría la alternativa a), ya que se espera obtener más que el valor teórico.

Finalmente, puesto que se tiene que cumplir

<sup>21</sup> Puesto que de los tantos al contado se puede obtener el valor teórico de  $r_{12}$ .

operando

$$\exp r_{12} \approx 2 * r_{02} - r_{01}$$

$$r_{02} \cong \frac{r_{01} + \exp r_{12}}{2}$$

Obsérvese que las ecuaciones (1) (3) son iguales, lo cual demuestra que se llegan a conclusiones similares, en ambos planteamientos.

### Ejercicio N° 7

Supongamos que los tipos de interés vigentes en el momento presente para títulos a 1 y 2 años son:  $r_{01}=2\%$  ,  $r_{02}=2,5\%$  respectivamente. Las expectativas del tanto anual, al principio del segundo año, para el segundo año, es el 2,3%.

**Se trata de averiguar el tanto anual implícito para el segundo año y la alternativa a elegir por parte del inversor.**

### Respuesta

Calculamos el tanto implícito a corto para el segundo año utilizando la siguiente expresión:

$$r_{12} \cong 2 * r_{02} - r_{01} = 2 * 0,025 - 0,02 = 0,03$$

Como se puede observar  $2,3\% < 3\%$ , o sea que  $\exp r_{12} < r_{12}$ .

Según este resultado los inversores preferirán la alternativa b, esto es, inversión a largo plazo como la más rentable, pues como se puede apreciar la expectativa del tanto de inversión para el segundo año no es tan alta como el tanto implícito<sup>(1)</sup>.

Se puede ver por otra parte que:

$$(1 + 0,02)(1 + 0,023) = 1,04346$$

Sin embargo

$$(1 + 0,025)^2 = 1,050625$$

que resulta superior a la anterior.

Hay que tener presente que una curva de tipos normal (ascendente) no siempre permanece en este estado.

Por ejemplo, si los tipos a corto y largo plazo están muy altos pudiera ocurrir que los inversores empiecen a pensar que los tipos están muy altos y que las expectativas son de que van a bajar.

En este caso la curva irá disminuyendo de pendiente e incluso llega a cambiar de forma y pasar a pendiente negativa. Este es el ejemplo clásico de un mercado con tipos muy altos y los inversores no confían en que se vayan a mantener mucho tiempo.

## 5.2. Teoría de la preferencia por la liquidez

También se le conoce como modelo sesgado y esta doctrina además de tener en cuenta la opinión de los agentes incorpora en el análisis el impacto de los denominados riesgos de variación de los tipos de interés.

Los seguidores de esta teoría sostienen que los tipos a corto no pueden conocerse en condiciones de certeza. Por otra parte los inversores tienen aversión al riesgo de tipo de interés. Por esta razón, a igualdad del resto de las características de un título, los activos con vencimiento a más largo plazo incorporan una prima de rentabilidad que de alguna manera venga a compensar la pérdida de liquidez.

Los seguidores de esta teoría muestran cierta aversión al riesgo, y este comportamiento da lugar a que los tipos forward sean más altos que los tipos de interés futuros al contado. Es por ello que los tipos de interés forward se consideren estimadores sesgados de los tipos de interés al contado.

Según esta doctrina los tipos spot de cotización del mercado son diferentes. En consecuencia los inversores, en este escenario, prefieren el corto plazo pues los prestamistas siempre eligen una mayor liquidez a sus inversiones. Por su parte los prestatarios prefieren el largo plazo y en consecuencia optarían por una mayor permanencia de sus pasivos. Por ello, los inversores exigen una prima de liquidez para invertir a largo plazo. Los prestatarios si quieren obtener financiación deberán pagarla, con lo cual el resultado es el de una subida de los tipos de interés a largo.

Por todo lo anterior, la ETII no depende solo de las expectativas ya analizadas en el epígrafe anterior sino también de la prima de liquidez. Los inversores asignan diferentes primas de liquidez a los diferentes plazos de vencimiento. Esto es, tipos a plazos más largos incluyen primas de liquidez más altas. La justificación es que están sometidos a una mayor incertidumbre. Esto significa que los tantos anuales no son esperados en condiciones de certeza sino de riesgo. En consecuencia se debe sustituir el concepto de expectativa  $\exp(r_{12})$  por el de esperanza matemática  $E(r_{12})$ .

Analicemos cómo repercute la prima de liquidez en la ETII. Si la curva es creciente, la prima de liquidez tenderá a aumentar la pendiente de la misma pero a disminuirla en caso contrario.

En este escenario, un inversor que debe elegir entre dos títulos,  $T_1$  y  $T_2$  iguales en todo salvo en el periodo de maduración, elegirían el de menor plazo. Por ello, para compensar los títulos de mayor riesgo deben incorporar una prima de rentabilidad que compense.

Además, la situación de aversión al riesgo entre los inversores, los tipos forward serán más altos que las expectativas sobre los tipos de interés futuros al contado.

Para ser coherentes con esta doctrina, los tipos forward deben incorporar, al tipo al contado esperado de acuerdo con el modelo insesgado, una prima de riesgo por liquidez. Además la prima será mayor cuanto más largo sea el periodo al vencimiento.

Utilizando la notación  $E(r_{12})$ : como la esperanza matemática del tipo de interés al contado a corto plazo que se espera para el periodo (1,2), el tipo de interés a plazo para el periodo (1,2) se expresa por:

$$r_{12} = E(r_{12}) + Pl_{12}$$

Que representa el tipo de interés forward como estimador sesgado compensando la prima de liquidez a los inversores por invertir a largo plazo.

Veamos a continuación cómo podría operar un inversor para el caso de dos operaciones de inversión a corto y medio plazo respectivamente.

### ***1) Para una inversión a 1 año***

Para este caso se trata de comparar

$$C(1+r_{01}) \underset{<}{\underset{>}{\geq}} \frac{C(1+r_{02})^2}{1+E(r_{12})}$$

lo cual equivale a comparar

$$E(r_{12}) \underset{<}{\underset{>}{\geq}} r_{12}$$

En esta situación el inversor elegirá la inversión a largo plazo si

$$E(r_{12}) < r_{12}$$

Para equilibrar la situación se compensa mediante la prima de liquidez representada por Pl.

$$r_{12} = E(r_{12}) + Pl \tag{4}$$

Obsérvese cómo esta prima de liquidez viene a compensar el riesgo de la inversión a corto plazo<sup>22</sup>.

Cuando se introduce la prima de liquidez la fórmula (3) se convierte en:

$$(1+r_{02})^2 = (1+r_{01})[1+E(r_{12})+Pl_{12}]$$

Una generalización de esta fórmula a tres años adoptaría una expresión como la siguiente:

$$(1+r_{03})^3 = (1+r_{01}) * [1+E(r_{12})+Pl_{12}] * [1+E(r_{23})+Pl_{23}]$$

<sup>22</sup> El que para el inversor, su inversión a un año, le proporcione un resultado inferior al previsto.



y así sucesivamente.

Para los que se plantean este escenario el efecto de la prima no es otro que el de elevar los tipos a corto plazo. Cuando estas expectativas de tipos de interés al alza, la ETTI sería creciente pero en esta expectativa crecería en mayor medida que en la de las expectativas puras.

En el caso de los tipos de interés a la baja, la ETTI sería descendente pero, en esta expectativa descendería en menor medida que en la anterior.

Ahora bien, si se compensase el efecto de bajada de los tipos de interés con las primas de liquidez la preferencia por la liquidez la ETTI sería horizontal.

Al comparar las dos doctrinas parece claro que en el caso de las expectativas puras debe resultar indiferente invertir en títulos a 2 años que invertir en un título  $q$  un año y volver a invertir el montante obtenido, por otro año. Esto significa que títulos con plazos de inversión diferentes son sustitutos perfectos. No ocurre así en la preferencia por la liquidez. Aquí para el inversor el rendimiento esperado al invertir en un título a largo plazo será superior a la que espera obtener para el mismo periodo a 2 años, invirtiendo en dos periodos sucesivos a un año. Aquí la inversión en títulos con plazos de amortización diferentes no representan ser sustitutos perfectos. Por lo tanto, con agentes con expectativas sesgadas, en un mercado normal la ETTI será creciente debido al efecto de las primas de liquidez.

## II) Para una inversión a 2 años

Supongamos que para las alternativas anteriormente consideradas, la inversión a un año se realiza al tanto  $r_{01}$ , pero la inversión del montante formado al final del primer año se tiene la esperanza de invertirlo al  $E(r_{12})$  con lo cual el montante al cabo de 2 años sería:

$$C(1+r_{01})(1+E(r_{12}))$$

Por otra parte la inversión a dos años proporciona

$$C(1+r_{02})^2$$

En estas circunstancias se trata de comparar

$$C(1+r_{01})(1+E(r_{12})) \underset{<}{\underset{>}{\geq}} C(1+r_{02})^2 \quad (5)$$

o bien

$$E(r_{12}) \underset{<}{\underset{>}{\geq}} r_{12}$$

Es evidente que un inversor prudente, si se cumple la relación anterior con la orientación  $\leq$ , el emisor optaría por la inversión a 2 años.

Optaría por la inversión a 1 año si se cumple que

$$E(r_{12}) > r_{12}$$

que equivale a:

$$r_{12} = E(r_{12}) - Ps$$

En este caso ponemos la notación  $Ps$  para representar la prima por solidez, cuyo impacto es el de disminuir los tipos de interés a largo. Este concepto representa la compensación que quiere recibir el inversor a largo plazo por invertir a corto plazo y tener que renovar su inversión para el siguiente año, que en esta doctrina es donde el inversor sufre el riesgo de inversión.

### Ejercicio N° 8

Se dispone de la siguiente información, procedentes de los agentes del mercado, referente a las rentabilidades de bonos a 1 año, con sus correspondientes primas de liquidez.

Tabla 9

$t$	$r_{t-1,t}$	$Pr.l.$
1	2,75%	0
2	3%	0,2
3	3,3%	0,3
4	3,5%	0,5
5	3,6%	0,7

Fuente: elaboración propia

Estudiar la posibilidad de construir la ETTI sin tener en cuenta la prima de liquidez y con ella.

### Respuesta

Cuando los agentes se mueven en ambiente de incertidumbre, los inversores suelen apostar por el corto plazo y exigen una prima de liquidez para optar por el largo plazo.

I) Si no se tiene en cuenta la prima de liquidez los tipos de interés que se obtienen son:

$$r_{01} = 2,75\%$$

$$r_{02} = \frac{0,0275 + 0,03}{2} = 0,02875 \rightarrow 2,875\%$$

$$r_{03} = \frac{0,0275 + 0,03 + 0,033}{3} = 0,03017 \rightarrow 3,017\%$$

$$r_{04} = \frac{0,0275 + 0,03 + 0,033 + 0,035}{4} = 0,03138 \rightarrow 3,14\%$$

$$r_{05} = \frac{0,0275 + 0,03 + 0,033 + 0,035 + 0,036}{5} = 0,0323 \rightarrow 3,23\%$$

II) Si se tiene en cuenta la prima de liquidez los tantos implícitos son:

$$i^*t = i_t + Pr l$$

Los rendimientos que se obtienen son:

$$r_{02} = \frac{0,0275 + 0,032}{2} = 0,026 \rightarrow 2,6\%$$

$$r_{03} = \frac{0,0275 + 0,032 + 0,036}{3} = 0,0293 \rightarrow 2,93\%$$

$$r_{04} = \frac{0,0275 + 0,032 + 0,036 + 0,04}{4} = 0,032 \rightarrow 3,2\%$$

$$r_{05} = \frac{0,0275 + 0,032 + 0,036 + 0,04 + 0,043}{5} = 0,0342 \rightarrow 3,42\%$$

### 5.3. Segmentación de mercados

Los seguidores de esta doctrina señalan que los mercados de renta fija están segmentados, como consecuencia de que los ofertantes y demandantes se ponen de acuerdo a un nivel de tipos de interés para cada plazo.

Por ejemplo, cuando algunas empresas emiten pagarés, los cuales se emiten a corto plazo, las empresas y los inversores a menudo se ponen de acuerdo, en el precio o en el tipo de interés. También a menudo las empresas se ponen de acuerdo con algunos fondos de pensiones.

Por otro lado, entes como los fondos de pensiones, prefieren realizar operaciones a largo plazo. Por lo tanto, elegirían invertir en activos a largo plazo, poniéndose de acuerdo, por ejemplo, en el tipo de interés. En condiciones normales los agentes que se ponen de acuerdo en este segmento del mercado no estarán relacionados con los agentes que intervienen en el otro segmento del mercado. Es más, los tipos de interés que se negocian en un segmento posiblemente no tengan ninguna influencia en otro mercado. Por consiguiente, estos agentes no actúan siguiendo ninguna de las doctrinas anteriores.

Una circunstancia importante a considerar son las restricciones políticas, como por ejemplo, cuando por ley se establecen unas limitaciones en los inversores de carteras de entes tales como las compañías de seguros.

En este escenario la ETTI estará vinculada a la evolución de los flujos de los fondos, en aseguradoras, fondos de pensiones, etc. Y no las expectativas del mercado sobre los tipos de interés futuros, o por las primas de liquidez.

A veces tienen presencia los especuladores de manera que si los tipos de interés esperados a largo plazo son mayores que los esperados a corto plazo, parece razonable que aquellos comprarían títulos a largo plazo, con lo cual se produciría una subida de los precios del mercado lo cual repercutiría en una bajada de los tipos de interés, pero esto continuará hasta que los tipos de interés esperados de los tipos de interés a largo se colocarían en un nivel razonable que se asemejaría al que reflejarían las teorías de las expectativas del mercado.

Aunque lo anterior parece que daría la razón a los defensores de las expectativas del mercado. Esto no está demostrado en la práctica, dado que las primas de liquidez tienen una influencia que no está controlada y además la segmentación del mercado no es posible descomponerla.